

Listado 1
MATEMÁTICA I (529103)

1. En los siguientes casos escriba en forma simbólica las siguientes proposiciones:

- a) José es zapatero o Pedro es garzón.
- b) El domingo es un día feriado y Luis está enfermo.
- c) Si $2 + 2 = 4$ entonces $3 + 3 = 8$.
- d) Antonio es el hijo de Luis si y sólo Luis es el padre de Antonio.

2. Sean las proposiciones:

p : 7 es menor que 9.

q : El sol es un astro frío.

r : La temperatura está debajo de cero grados celcius.

Escriba las siguientes proposiciones compuestas:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------------------|---|
| a) $p \vee q$ | c) $(r \wedge p) \rightarrow q$ | e) $\sim q \leftrightarrow r$ |
| b) $\sim p \rightarrow q$ | d) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$ | f) $[(p \vee q) \wedge (q \wedge r)] \rightarrow r$ |

3. Diga cual es el valor de verdad de las siguientes proposiciones :

- a) Todos los días lunes del año son feriado o la tierra es redonda.
- b) El último mundial de fútbol fue en Brasil y el próximo será en Rusia.
- c) Los cuadrados tienen cuatros lados y los triángulos tienen cinco lados.
- d) La tierra es plana entonces Julio César fue un emperador de Roma.
- e) El domingo no es un día feriado si y sólo si la fiesta patria en Chile es en el mes de Septiembre.
- f) Si $2 + 2 = 4$ si y sólo si $4 + 4 = 8$.
- g) Si n es un número par entonces n es un múltiplo de 5.

4. Construir la tabla de verdad de las siguientes proposiciones:

- | | | |
|----------------------|---|--|
| a) $\sim p \wedge q$ | b) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)]$ | c) $[(p \vee q) \wedge r] \rightarrow (p \wedge \sim q)$ |
|----------------------|---|--|

5. Considerar la proposición:

$$[(\sim p \wedge q) \vee (p \vee r)] \rightarrow [(p \vee \sim q) \vee (p \vee \sim r)]$$

y diga cual es el valor de verdad de la proposición para cada uno de los casos dados.

- a) p es falso, q es falso y r falso.
- b) p es verdadero, q es falso y r verdadero.
- c) p es verdadero, q es verdadero y r falso.

6. Dadas las proposiciones p , q y r , verificar las siguientes propiedades:

- a) $(p \wedge q) \iff (p \wedge q)$
- b) $(p \vee q) \vee r \iff p \vee (q \vee r)$
- c) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- d) $\sim (p \vee q) \iff (\sim p \wedge \sim q)$

7. Verificar las siguientes implicaciones lógicas:

- a) $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \implies \sim p$
- b) $p \implies [q \rightarrow (p \wedge q)]$
- c) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \implies (p \rightarrow r)$

8. Encontrar el conjunto de validez de $p(x)$ en el universo U , donde:

- a) $p(x) : x^2 = 4, \quad U = \mathbb{N}$
- b) $p(x) : x^2 = 16, \quad U = \mathbb{Z}$
- c) $p(x) : x + 1 \geq 2, \quad U = \mathbb{N}$
- d) $p(x) : x < 10 \wedge x > 5, \quad U = \mathbb{N}$
- e) $p(x) : x \geq 4 \vee x < -2, \quad U = \mathbb{Z}$

9. Escriba simbólicamente cada una de las siguientes proposiciones y su negación:

- a) Algunos números racionales son enteros.
- b) Todos los políticos honestos son rubios
- c) Si x es un número entero positivo, entonces \sqrt{x} es un número real.
- d) Todo número entero es positivo.
- e) Si x es un número irracional entonces, x^2 es un número irracional.
- f) Si x es un elemento del conjunto A , entonces x está en $\mathcal{P}(A)$.
- g) Todos los chilenos saben leer, pero no todos entienden lo que leen.

10. Utilizando los métodos por comprensión y extensión, describir los siguientes conjuntos

- a) Los dedos de las manos.
- b) Los números enteros positivos menores que 10 y divisibles por 3.
- c) Las fracciones de numerador 1 y cuyo denominador es un entero positivo menor que -2.
- d) Los números impares entre el 2 y el 8.

11. Escribir las siguientes afirmaciones utilizando la notación de conjuntos:

- a) n es un elemento del conjunto \mathbb{N} .
- b) El conjunto D contiene a todos los elementos del conjunto W .

- c) En el conjunto V no está la letra a .
 d) Todos los elementos de A están también en B , pero hay elementos de B que no están en A .

12. Sean los siguientes conjuntos:

$$A = \{x/x \text{ es chileno}\}$$

$$B = \{x/x \text{ es persona chilena que habla inglés}\}$$

$$C = \{x/x \text{ es persona chilena que habla inglés y francés}\}$$

Decir que conjuntos son subconjuntos propios del otro.

13. Dado el conjunto $A = \{-2, 0, -1, \{a, b, c\}, 1, 2, \{2, 3, 4\}, 5, 6, 7, \{x, y\}\}$, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es correcta?

- | | | |
|--|-------------------------|----------------------------------|
| a) $5, 6 \in A$ | d) $\{a, b, c\} \in A$ | g) $\{a, b, c, x, y\} \subset A$ |
| b) $\{\{x, y\}, \{2, 3, 4\}\} \subset A$ | e) $\{1\} \in A$ | h) $\{2, 6, 7\} \subset A$ |
| c) $\{a, b, c, -2, 0, 1\} \in A$ | f) $\{-2, 0, 1\} \in A$ | i) $\{\{a\}\} \subset A$ |

14. Dado $A = \{x \in \mathbb{N}/x \text{ es un número primo menor que } 14\}$, ¿cuántos subconjuntos de A tiene su conjunto potencia y cuáles son?.

15. Dado $B = \{1, \{a, b\}, \{p, q, r\}\}$, ¿cuántos subconjuntos de B , tiene su conjunto potencia, cuáles son?.

16. Dado el conjunto universal $U = \{n \in \mathbb{N} : 2 \leq n \leq 10\}$ y los conjuntos

$$P = \{n \in U : n \text{ es par}\},$$

$$I = \{n \in U : n \text{ es impar}\},$$

$$C = \{n \in U : n \text{ es múltiplo de } 5\},$$

$$D = \{1, 2, 3\},$$

$$E = \{8, 5, 9\},$$

$$F = \{3, 5, 7, 9\},$$

obtener:

- | | | | |
|---------------|-------------------|------------------------|---------------------|
| a) $P \cup I$ | d) I^c | g) $F \cap (D \cup I)$ | j) $(P \cap C) - F$ |
| b) $I \cap C$ | e) $E^c \cap F^c$ | h) $(D \cup F)^c$ | |
| c) E^c | f) $(E \cup F)^c$ | i) $I - D$ | k) $(I - E)^c$ |

17. Suponga que $a \in A$ y $b \in B$. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones no es necesariamente verdadera?

- | | | |
|----------------------------------|--|--------------------------------------|
| a) $\{a, b\} \in (A \cap B^c)^c$ | c) $\{a, b\} \subseteq (A \cup B)$ | e) $a \wedge b \in (A \cap B)$ |
| b) $\{a, b\} \in (A \cup B)$ | d) $\{\{a\}, \{b\}\} \subseteq (A \cup B)$ | f) $\{a\} \in \mathcal{P}(A \cap B)$ |

18. Considerando $U = \{x : x \text{ es alumno de la Facultad de Farmacia} \}$ y los conjuntos:
 $A = \{x \in U : x \text{ cursa Matemática I}\}$, $B = \{x \in U : x \text{ cursa Climatología}\}$,
 $C = \{x \in U : x \text{ cursa Cálculo IV} \}$ y $D = \{x \in U : x \text{ cursa Mecánica y Calor}\}$.
 Usando las operaciones \cap (Intersección), \cup (Unión), $-$ (Diferencia), c (complemento),
 describa los siguientes conjuntos en función de A , B , C y D .

- a) $R = \{x \in U : x \text{ no cursa Climatología} \}$
- b) $S = \{x \in U : x \text{ cursa Matemática I o también Mecánica y Calor}\}$
- c) $T = \{x \in U : x \text{ cursa Climatología y Cálculo IV} \}$
- d) $V = \{x \in U : x \text{ no cursa Climatología y no cursa Cálculo IV} \}$
- e) $W = \{x \in U : x \text{ cursa Matemática I, pero no Cálculo IV}\}$
- f) $X = \{x \in U : x \text{ cursa Climatología y Cálculo IV, pero no Mecánica y Calor}\}$

Describe los siguientes conjuntos por comprensión:

- a) $A - C$
- c) $A \cap D^c$
- e) $(A^c \cap D) \cup (B \cap C)$
- g) $(B \cup C)^c - A$
- b) $A \cup B$
- d) $(A \cup B)^c \cap C$
- f) $(A \cap D) - B$

19. En ratas de un laboratorio se descubrió una nueva enfermedad, tal enfermedad se presenta con tres síntomas distintos: A , B y C . Después de complejos exámenes de laboratorio, se determinó que 55 ratas tienen el síntoma A , 35 ratas tienen el síntoma A y el B , 65 ratas tienen el síntoma B , 25 ratas tienen los síntomas A y C , 50 tienen el síntoma C y 15 ratas tienen los síntomas A , B y C . Si las ratas sólo con síntoma C son 5 y si 20 ratas no presentan síntoma alguno.

- a) ¿Cuántas ratas tienen síntomas B y C ?
- b) ¿Cuántas ratas tienen síntomas $(A \cup B^c)^c$?
- c) ¿Cuántas ratas tienen solo el síntoma B ?
- d) ¿Cuántas ratas participaron en el estudio?

20. En un vivero con 1.000 *matitas* de Albahaca se aplican los fertilizantes F_1 , F_2 y F_3 . Se sabe que a 215 matas se aplica F_1 , a 220 se aplica F_2 , a 205 se aplica F_3 , a 45 se aplican F_1 y F_2 , a 30 F_1 y F_3 , a 35 se aplica F_2 y F_3 , y a 10 se aplican F_1 , F_2 y F_3 .

- a) ¿Cuántas plantas no fueron fertilizadas?
- b) ¿A cuántas se aplicó sólo F_1 ?
- c) ¿A cuántas se aplicó F_1 y F_2 , pero no F_3 ?