

Formativer Test 1Dozent: Roger Burkhardt
Klasse: 4iCaBüro: 5.1C05
Semester: 4Modul: NLP
Datum: 9.4.2018

Bemerkungen:

- Es stehen insgesamt 75 Minuten für das Lösen des Tests zur Verfügung.
- Es sind beliebige schriftliche Unterlagen zugelassen. Als Hilfsmittel darf ein Taschenrechner / Computer verwendet werden.
- Die Lösungen sind direkt auf den Aufgabenblättern zu notieren. Sollte der vorgesehene Platz nicht ausreichen dürfen Sie Zusatzblätter verwenden.
- Wenn Sie Lösungen mit elektronischen Hilfsmitteln (Python, MATLAB, Excel, ...) berechnen notieren Sie neben der Lösung auch noch die verwendeten Befehle.
- Jede Aufgabe gibt 10 Punkte. Es können also gesamthaft 60 Punkte erreicht werden. Für eine VIER (SECHS) braucht es 30 (50) Punkte.
- Bei unerlaubten Handlungen ergibt sich die Note 1.

VIEL ERFOLG!

Name: _____ **Klasse:** _____

Aufgabe	a	b	c	d	Total
1					
2					
3					
4					
5					
6					
Total					
Note					

1. Aufgabe

Ein Student schrieb in einem Modul während eines Semesters die folgenden Noten:

3.2 4.2 4.1 2.8 3.8 4.2 4.5 3.9 2.1

- (a) Berechnen Sie Mittelwert und Median dieser Notenverteilung.
- (b) Berechnen Sie die Standardabweichung und das erste und das dritte Quartil dieser Notenverteilung.
- (c) Erstellen Sie einen Box-Whiskers-Plot für die Notenverteilung.
- (d) Welche Note muss der Studierende im abschliessenden zehnten Test mindestens erreichen, dass er das Modul (Durchschnitt ≥ 3.75) besteht?

2. Aufgabe

- (a) Die Zufallsgrösse X sei angenähert normalverteilt mit $\mu = 2$ und $\sigma = 2$. Bestimmen Sie:

$$P(X \leq 1) = ?$$

$$P(|X - 3| \leq 1) = ?$$

$$P(-0.5 \leq X \leq 2.5) = ?$$

- (b) Die Zufallsgrösse X sei angenähert normalverteilt mit $\mu = 25$ und $\sigma = 5$. Bestimmen Sie u aus den gegebenen Angaben:

$$P(X \geq u) = 0.1$$

$$P(20 \leq X \leq u) = 0.5$$

$$P(u < X) = 0.25$$

- (c) Bei der Untersuchung des Körpergewichts von Studierenden eines Jahrgangs entdeckte man, dass 25% weniger als 55 kg und 10% mehr als 85 kg wogen. Bestimmen Sie den Mittelwert μ und die Standardabweichung σ dieser Normalverteilung.

3. Aufgabe

- (a) In einer Urne sind 3 rote, 2 blaue und eine grüne Kugel. Es wird solange eine Kugel nach der anderen aus der Urne gezogen, bis die grüne Kugel gezogen wird. X bezeichnet die Anzahl Ziehungen bis die grüne Kugel gezogen wird.
- Welche Werte kann X annehmen?
 - Bestimmen Sie für alle möglichen Werte von X die Wahrscheinlichkeiten $P(X)$.
 - Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $Var(X)$ für die Grösse X .
- (b) In einer Fabrik wird ein bestimmtes Produkt an drei verschiedenen Maschinen gefertigt. Die Maschine 1 liefert 50% der Gesamtproduktion mit einem Ausschussanteil von 3%, die Maschine 2 liefert 25% mit einem Ausschussanteil von 4% und die Maschine 3 liefert 25% mit einem Ausschussanteil von 2%.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Produkt fehlerhaft ist?
 - Ein Produkt sei fehlerhaft. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt von der Maschine 1 gefertigt wurde?

4. Aufgabe

- (a) Der zerstreute Professor verliert mitunter seine Schlüssel. Nun kommt er einmal abends nach Hause und sucht wieder einmal den Schlüssel. Er weiss, dass er mit gleicher Wahrscheinlichkeit in jeder seiner 6 Taschen stecken kann. Fünf Taschen hat er bereits erfolglos durchsucht. Er fragt sich, wie gross die Wahrscheinlichkeit ist, dass der Schlüssel in der letzten Tasche steckt, wenn er weiss, dass er auf dem Heimweg mit 10% Wahrscheinlichkeit seine Schlüssel verliert.
- (b) Ein Labor hat einen Alkoholttest entworfen. Aus den bisherigen Erfahrungen weiss man, dass 60% der von der Polizei kontrollierten Personen tatsächlich betrunken sind. Bezüglich der Funktionsweise des Tests wurde ermittelt, dass in 95% der Fälle der Test positiv reagiert, wenn die Person tatsächlich betrunken ist, in 97% der Fälle der Test negativ reagiert, wenn die Person nicht betrunken ist.
- Wie wahrscheinlich ist es, dass eine Person ein negatives Testergebnis hat und trotzdem betrunken ist?
 - Wie wahrscheinlich ist es, dass ein Test positiv ausfällt?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person betrunken ist, wenn der Test positiv reagiert?

5. Aufgabe

- (a) Eine Ratte hält sich immer in einer der vier Ecken (A , B , C und D) eines Raumes auf. Zu Beginn befindet sie sich in der Ecke D . Jede Stunde bewegt sich die Ratte zufällig in eine andere Ecke.
- Skizzieren Sie den Übergangsgraphen einschliesslich der Übergangswahrscheinlichkeiten.
 - Geben Sie die Übergangsmatrix für diese Markov-Kette an.
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Ratte nach n Stunden ($n \in \{2, 3, 4\}$) in der Ecke A befindet.
 - Gibt es eine stationäre Verteilung? Wenn ja, wie lautet diese?
- (b) Gegeben sei die Übergangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Skizzieren Sie den Übergangsgraphen einschliesslich der Übergangswahrscheinlichkeiten.
- Bestimmen Sie die Absorbtionswahrscheinlichkeiten für den ersten Zustand.

6. Aufgabe

- (a) Eine Autorin verwendet nur die Wortarten Adjektiv, Artikel, Nomen und Verben. Dabei hat eine Untersuchung ihrer Texte die folgenden Übergangswahrscheinlichkeiten ergeben:

$X_i \ X_{i+1}$	Adjektiv	Artikel	Nomen	Verb	PUNKT
START	0.01	0.74	0.21	0.04	0.00
Adjektiv	0.18	0.32	0.20	0.12	0.18
Artikel	0.53	0.01	0.42	0.02	0.02
Nomen	0.01	0.11	0.05	0.61	0.22
Verb	0.05	0.33	0.42	0.02	0.18

Bestimmen Sie die Durchschnittliche Satzlänge.

- (b) Es sei folgendes HMM gegeben:

- Zustände: $Z = \{A, B\}$
- Beobachtungen: $O = \{a, b, c\}$
- Übergangswahrscheinlichkeiten:

$$P = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}$$

- Emissionswahrscheinlichkeiten:

$$E = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$$

- Startwahrscheinlichkeiten: $\pi = (p(A), p(B)) = (0.2, 0.8)$

- Bestimmen Sie die wahrscheinlichste 2-stufige Beobachtung.
- Welche Zustandssequenz ist für die Beobachtung $o = abc$ am wahrscheinlichsten?