

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
CENTRO TECNOLÓGICO - CTC
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA
CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
EEL 7319 - CIRCUITOS RF

PATRIK LOFF PERES
20103830

Relatório 2 - Figura de ruído em circuitos RF

FLORIANÓPOLIS
2023

Pré-Lab

1. Qual a densidade espectral de potência de ruído gerado por um resistor de $50\ \Omega$ à temperatura de $4,5\ \text{K}$?

$$S_t = kT = 6,21 \cdot 10^{-23} \text{ W/Hz}$$

2. Defina relação sinal-ruído.

É a razão entre a intensidade do sinal e do ruído em dado ponto de um circuito. Essa relação expressa a qualidade de um sinal (e o quão fácil é identificá-lo) para uma intensidade de ruído presente.

3. Qual o valor em W que corresponde a $-158\ \text{dBm}$?

$$P[\text{dBm}] = 10 \log_{10} \left(\frac{P[\text{W}]}{10^{-3}} \right) = -158 \text{ dBm}$$

$$P[\text{W}] = 1,58 \cdot 10^{-19} \text{ W} = 158 \text{ zW}$$

4. Qual a tensão rms sobre um resistor de $50\ \Omega$ quando a potência por ele dissipada é $-165\ \text{dBm}$?

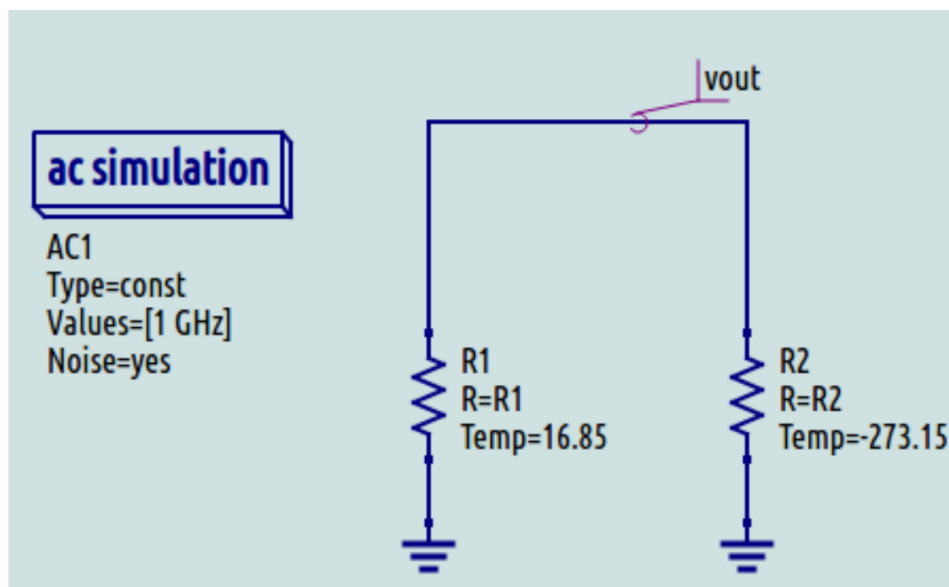
$$P[\text{W}] = 3,16 \cdot 10^{-20} \text{ W}$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} \rightarrow V_{rms} = 1,25 \text{ nV}$$

Atividades

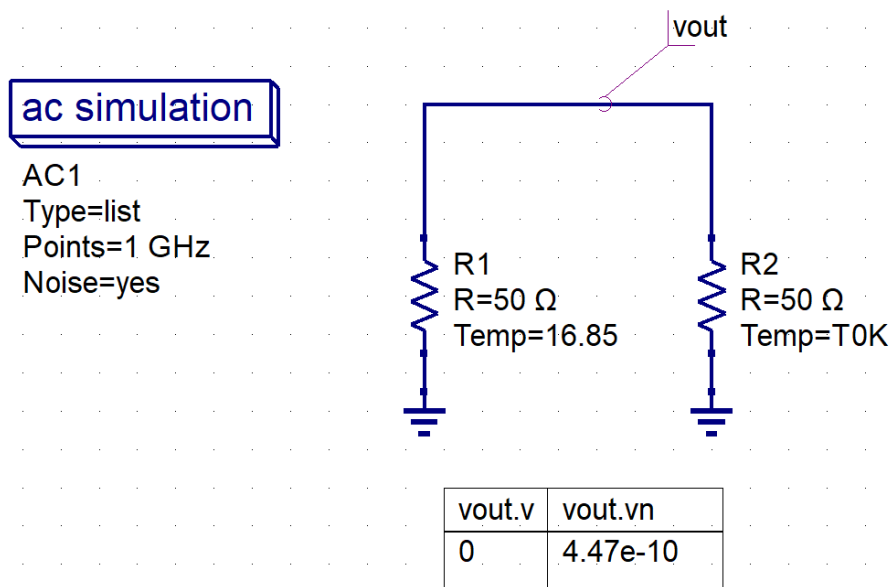
1. Considere o circuito da figura abaixo, que oferece uma forma de extração da potência de ruído disponível de um resistor. Nele, $R_1=R_2=50\ \Omega$. (Atenção à temperatura dos resistores!). Em seguida, com o auxílio do simulador QUCS,

Figura 1: Circuito para extração da figura de ruído



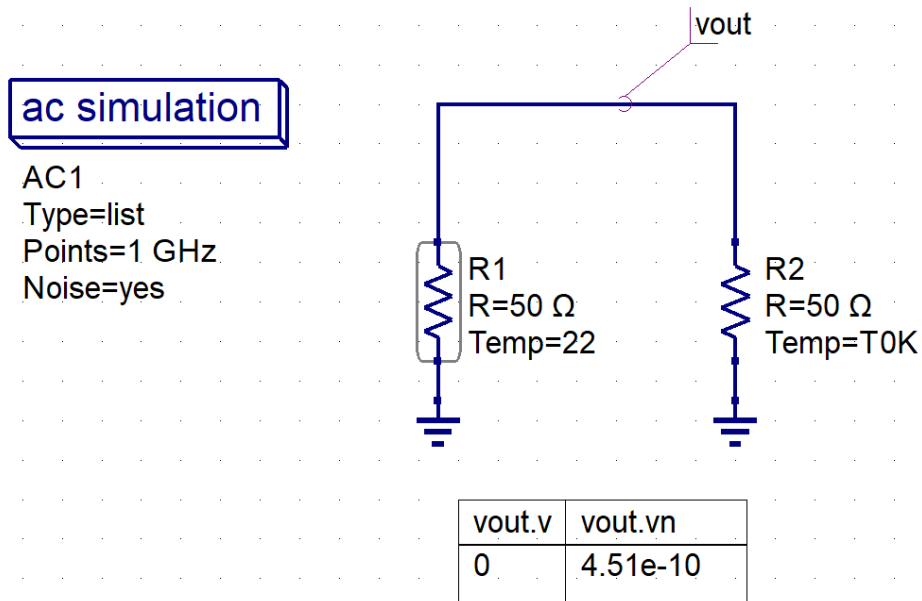
- a) observe a tensão de ruído em "vout" para
i) $T(R_1)=290\ \text{K}$;

Figura 2: simulação para T = 290 K



ii) $T(R1)$ =(temperatura aproximada do ambiente em que você se encontra).

Figura 3: simulação para T = 295,15 K



b) calcule a densidade espectral de potência de ruído disponível para as condições do item acima;

$$T \approx 295,15K$$

$$S_t = kT = 4,074 \cdot 10^{-21} W/Hz = -173,9 dBm/Hz$$

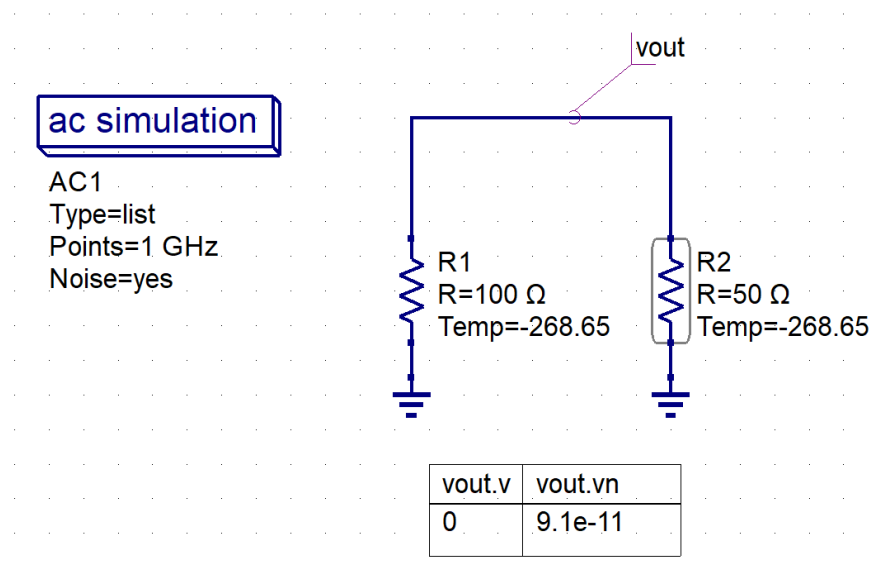
c) considere o resultado do item anterior e calcule a potência de potência de ruído disponível observada em uma banda de 10 MHz;

$$B = 10MHz$$

$$P_{AVn} = S_t B = 4,074 \cdot 10^{-14} W = -103,9 dBm$$

d) repita o item a) considerando $R1=2R2$ e $T(R1)=T(R2)=4,5 K$;

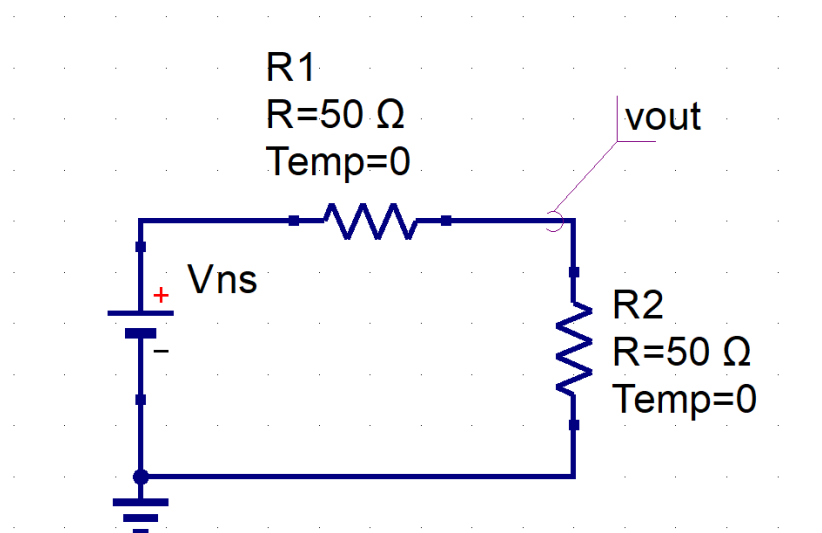
Figura 4: simulação para $R1 = 2R2$ e $T = 4,5K$



e) Confira todos os resultados com previsões teóricas.

Para o circuito do item a) considera-se o seguinte circuito equivalente:

Figura 5: circuito equivalente do item a)



Como os resistores são iguais, claramente $v_{out} = \frac{1}{2}V_{ns}$, portanto

$$v_{out} = \frac{1}{2}\sqrt{4kTRB}$$

Para $T = 290$ K (considerando $B = 1$ Hz, assim como o *software* usado para simulação)

$$v_{out} = 4,47 \cdot 10^{-10} V$$

Para $T = 295,15K$

$$v_{out} = 4,51 \cdot 10^{-10} V$$

Para o circuito do item e) foi aplicado superposição, calculado primeiro a contribuição do ruído de R1 e a contribuição do ruído de R2, como descrito na figura abaixo

$$\frac{V_{out1} - V_{ns1}}{R_1} + \frac{V_{out1}}{R_2} = 0$$

$$V_{out1} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) = \frac{V_{ns1}}{R_1}$$

$$V_{out1} = \frac{V_{ns1} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{V_{ns1} R_2}{3R_2} = \frac{V_{ns1}}{3}$$

$$\frac{V_{out2}}{R_1} + \frac{V_{out2} - V_{ns2}}{R_2} = 0$$

$$V_{out2} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) = \frac{V_{ns2}}{R_2}$$

$$V_{out2} = \frac{V_{ns2} R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2 V_{ns2} R_2}{3 R_2} = \frac{2}{3} V_{ns2}$$

$$V_{out}^2 = V_{out1}^2 + V_{out2}^2 = \frac{V_{ns1}^2}{9} + \frac{4 V_{ns2}^2}{9}$$

$$V_{out}^2 = \frac{8 k T R_2 B}{9} + \frac{4 \cdot 4 k T R_2 B}{9} = k T R_2 B \left(\frac{8 + 16}{9} \right)$$

$$V_{out} = \sqrt{k T R_2 B \left(\frac{\sqrt{24}}{3} \right)}$$

$$v_{out} = \sqrt{k T R_2 B \frac{\sqrt{24}}{3}} = 9,10 \cdot 10^{-11} V$$

Nota-se que todos os resultados teóricos convergiram para os valores simulados.

2. Conceba e implemente no QUCS um experimento capaz de fornecer as seguintes informações quando conectado a um bloco do qual se deseja conhecer a figura de ruído: (a) potência disponível da fonte; (b) potência disponível do circuito; (c) potência de ruído disponível na entrada; (d) potência de ruído disponível na saída; (e) ganho de potência disponível.

Tal circuito foi feito em aula com auxílio do professor.

equation

Equação
 $R_s = 50$
 $N_i = \text{real}(v_{in}.dv^* \cdot \text{conj}(i_{in}.i))$
 $S_i = 0.5 \cdot \text{real}(v_{in}.dv^* \cdot \text{conj}(i_{in}.i))$
 $SNR_i = S_i / N_i$

ac simulation

AC1
 Type=list
 Points=1 GHz
 Noise=yes

equation

Norton
 $S_0 = iN.i^* \cdot \text{conj}(iN.i) / (8 \cdot \text{real}(Y_{th}))$
 $N_0 = iN.in^* \cdot \text{conj}(iN.in) / (4 \cdot \text{real}(Y_{th}))$
 $Y_{th} = 1/v_{o2}.dv$
 $G_a = \text{abs}(S_0/S_i)$
 $SNR_0 = S_0/N_0$
 $F = SNR_i/SNR_0$
 $NF = 10 \cdot \log_{10}(F)$

equation

Equação
 $R_s = 50$
 $N_i = \text{real}(v_{in}.dv^* \cdot \text{conj}(i_{in}.i))$
 $S_i = 0.5 \cdot \text{real}(v_{in}.dv^* \cdot \text{conj}(i_{in}.i))$
 $SNR_i = S_i / N_i$

ac simulation

AC1
 Type=list
 Points=1 GHz
 Noise=yes

equation

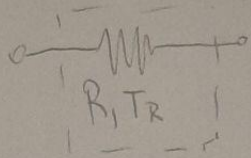
Norton
 $S_0 = iN.i^* \cdot \text{conj}(iN.i) / (8 \cdot \text{real}(Y_{th}))$
 $N_0 = iN.in^* \cdot \text{conj}(iN.in) / (4 \cdot \text{real}(Y_{th}))$
 $Y_{th} = 1/v_{o2}.dv$
 $G_a = \text{abs}(S_0/S_i)$
 $SNR_0 = S_0/N_0$
 $F = SNR_i/SNR_0$
 $NF = 10 \cdot \log_{10}(F)$

S0	N0	SNR0	Ni	Si	SNRi	F	NF
0.00125	4e-21	3.12e+17	4e-21	0.0025	6.24e+17	2	3.01

3. Usando os resultados da questão anterior, determine a figura de ruído dos circuitos da Figura 2. Para tanto, faça $R_s=75\ \Omega$ e $R_p=150\ \Omega$. Compare os resultados com as previsões teóricas.

Considerando que o resistor está conectado por um fonte em série com um resistor (ou pelo equivalente de Thévenin de algum dado circuito) é possível escrever a figura de ruído (NF) como:

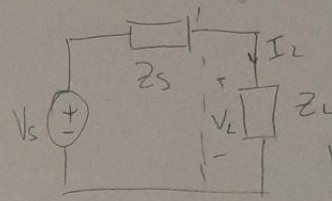
Encontrar figura de ruído de resistor configurado em série



$$NF = \frac{SNR_i}{SNR_o}$$

$$SNR_i = S_i / N_i$$

$$SNR_o = S_o / N_o$$



$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V_L \cdot I_L^*\}$$

$$V_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} V_s$$

$$I_L = I_s$$

$$P_{AVS} = P_L \big|_{Z_L = Z_s^*}, \quad P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{ \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} V_s \cdot \frac{V_s^*}{(Z_s + Z_L)^*} \right\}$$

$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{ \frac{|V_s|^2}{|Z_L + Z_s|^2} \cdot Z_L \right\}, \quad Z_L = R_L + jX_L$$

$$Z_s = R_s + jX_s$$

$$Z_L + Z_s = (R_L + R_s) + j(X_L + X_s), \quad |Z_L + Z_s| = \sqrt{(R_L + R_s)^2 + (X_L + X_s)^2}$$

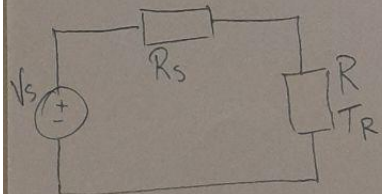
$$|Z_L + Z_s|^2 = (R_L + R_s)^2 + (X_L + X_s)^2$$

$$P_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_s^2 \cdot \operatorname{Re}\{Z_L\}}{(R_L + R_s)^2 + (X_L + X_s)^2} = \frac{1}{2} \cdot V_s^2 \cdot \frac{R_L}{(R_L + R_s)^2 + (X_L + X_s)^2}$$

Condição p/ máximo transferência de potência: $Z_L = Z_s^*$

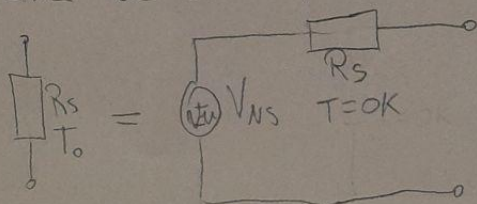
$$P_{AVS} = \frac{1}{2} \cdot V_s^2 \cdot \frac{R_L}{4R_L^2} = \frac{V_s^2}{8R_L}, \quad V_s = \sqrt{2} V_{s\text{rms}}$$

$$P_{AVS} = \frac{V_{s\text{rms}}^2}{4R_L}$$



$$S_i = P_{AVS} = \frac{V_s^2}{8R_s}$$

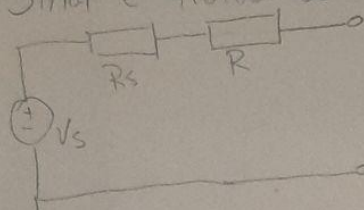
Para determinar N_i



$$V_{NS} = \sqrt{4kT_0 R_s B}$$

$$N_i = P_{AVN} = \frac{V_{NS}^2}{4R_s} = \frac{4kT_0 R_s B}{4R_s} = kT_0 B$$

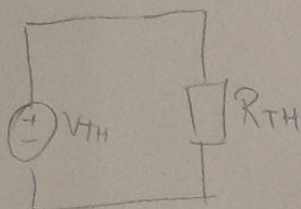
Sinal e Ruído de saída



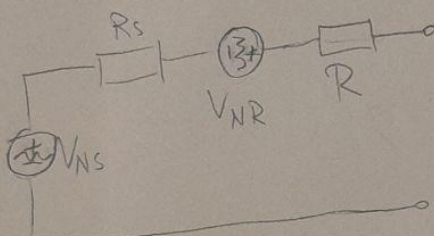
$$V_{TH} = V_s$$

$$I_{cc} = \frac{V_s}{R_s + R}$$

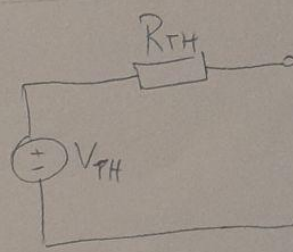
$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{cc}} = V_s \cdot \frac{R_s + R}{V_s} = R_s + R$$



$$S_o = P_{AVTH} = \frac{V_{TH}^2}{8 R_{TH}} = \frac{V_s^2}{8(R_s + R)}$$



⇒



$$V_{TH}^2 = V_{NS}^2 + V_{NR}^2$$

$$R_{TH} = R_s + R$$

$$V_{NR} = \sqrt{4kT_R R B}$$

$$N_o = P_{AVNTH} = \frac{V_{TH}^2}{4 R_{TH}} = \frac{4kT_o R_s B + 4kT_R R B}{4(R_s + R)}$$

$$N_o = \frac{4kB(T_o R_s + T_R R)}{4(R_s + R)} = \frac{kB(T_o R_s + T_R R)}{(R_s + R)}$$

$$NF = \frac{SNR_i}{SNR_o} = \frac{S_i}{N_i} \cdot \frac{N_o}{S_o} = \frac{V_s^2 / 8R_s}{kT_o B} \cdot \frac{kB(T_o R_s + T_R R)}{(R_s + R)} = \frac{V_s^2}{8(R_s + R)} \cdot \frac{kB(T_o R_s + T_R R)}{kT_o B}$$

$$\frac{1}{8R_s kT_o B} \cdot \frac{8kB(T_o R_s + T_R R)(R_s + R)}{(R_s + R)} = \frac{(T_o R_s + T_R R)}{T_o R_s}$$

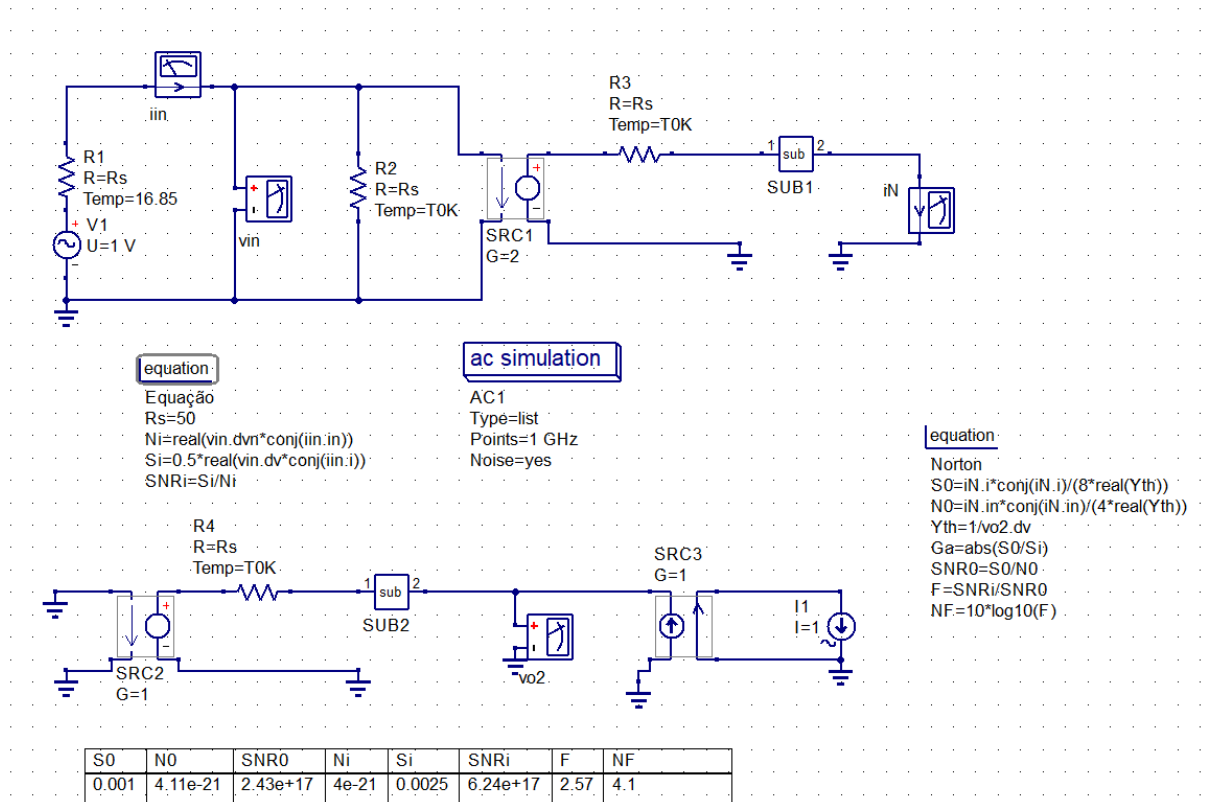
$$NF = 1 + \frac{T_R R}{T_o R_s}$$

Desta forma, NF depende da temperatura do resistor e do próprio valor do resistor da fonte R_s e da temperatura e resistor que está se avaliando, neste caso, considerou-se $T_o = 290K$ e $R_{fonte} = 50\Omega$.

$$NF = 1 + \frac{T_R R_s}{T_o R_{fonte}} = 2,568 = 4,096dB$$

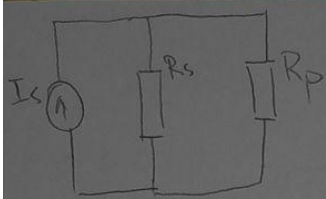
Realizando a simulação com os valores descritos usando o circuito da atividade 2 adaptado às condições deste problema, temos o resultado:

Figura 7: simulação resistor série



b) resistor paralelo

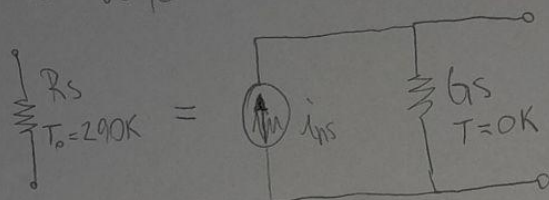
Processo similar ao realizado no item a) pode ser usado para encontrar a NF no caso do resistor paralelo:



$$G_s = \frac{1}{R_s} \quad , \quad S_i = P_{AVS} = \frac{I_s^2}{8G_s} \quad , \quad I_{s_{rms}} = \frac{I_s}{\sqrt{2}}$$

$$S_i = \frac{I_{s_{rms}}^2}{4G_s}$$

Para determinar N_i :

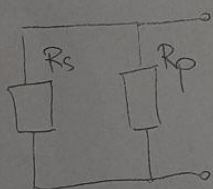
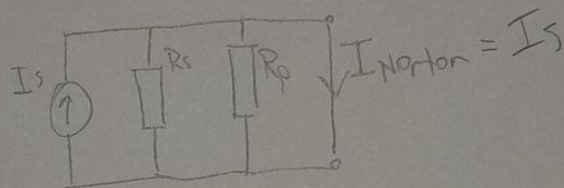
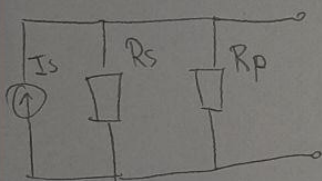


$i_{ns} \rightarrow$ valor rms

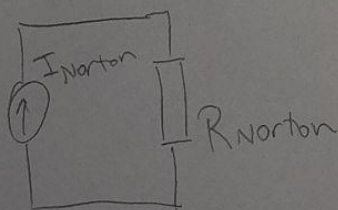
$$i_{ns} = \frac{\sqrt{V_{ns}^2}}{\sqrt{R_s^2}} = \frac{\sqrt{4kT_0RB}}{\sqrt{R_s^2}} = \sqrt{4kT_0G_sB}$$

$$N_i = P_{AVN} = \frac{i_{ns}^2}{4G_s} = \frac{4kT_0G_sB}{4G_s} = kT_0B$$

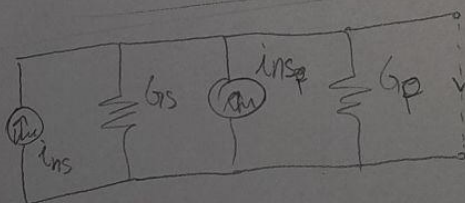
Sinal e Ruído na saída



$$R_{Norton} = \frac{R_s R_p}{R_s + R_p} \quad , \quad G_{Norton} = G_s + G_p = \frac{1}{R_{Norton}}$$



$$S_o = P_{AVNorton} = \frac{I_{Norton}^2}{8G_{Norton}} = \frac{I_s^2}{8(G_s + G_p)}$$

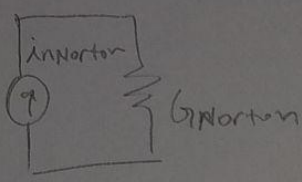


$$i_{ns} = \sqrt{4kT_0G_sB}$$

$$i_{nse} = \sqrt{4kT_RG_pB}$$

$$i_{nNorton}^2 = i_{ns}^2 + i_{nsp}^2 = 4kB(T_0G_s + T_RG_p)$$

$$G_{Norton} = G_s + G_p$$

$$N_o = P_{AVN\text{Norton}} = \frac{i_{n\text{Norton}}^2}{4 G_{\text{Norton}}} = \frac{4 k B (T_o G_s + T_R G_p)}{4 (G_s + G_p)}$$


$$NF = \frac{SNR_i}{SNR_o} = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} = \frac{I_s^2 / 8 G_s}{k T_o B} \cdot \frac{k B (T_o G_s + T_R G_p)}{G_s + G_p}$$

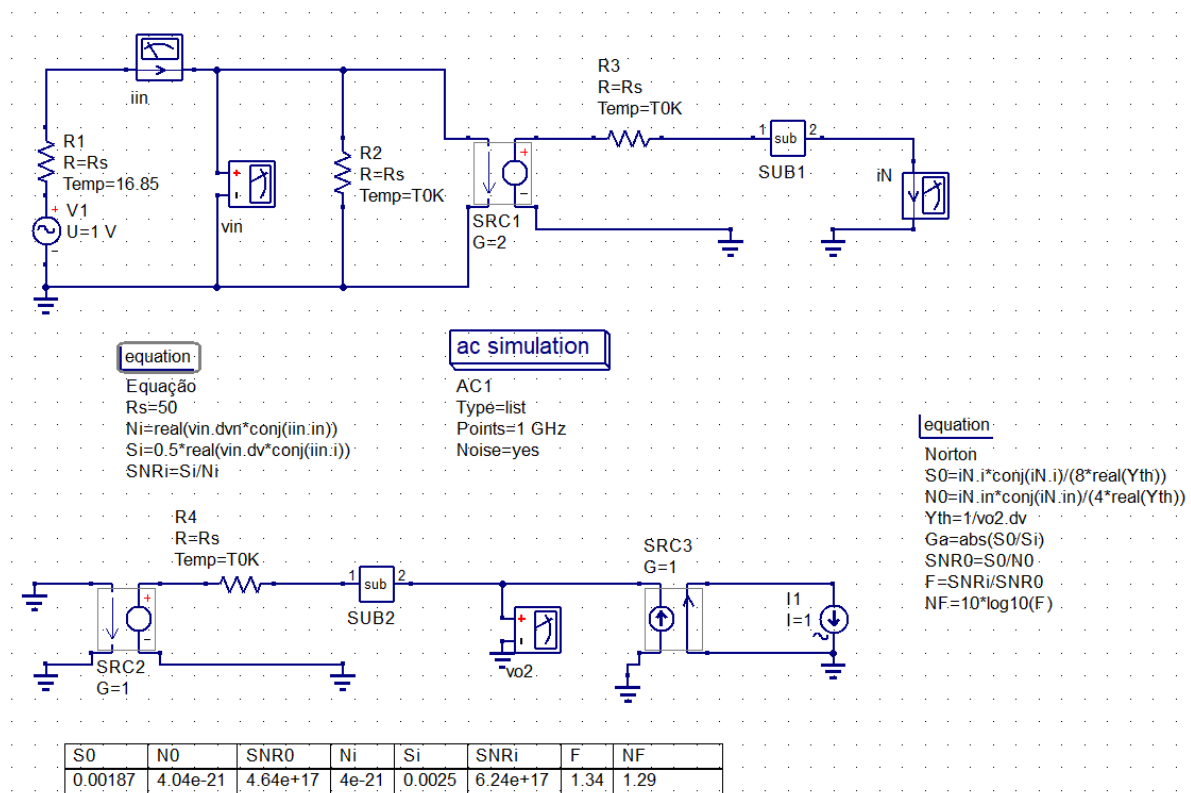
$$NF = \frac{(T_o G_s + T_R G_p) (G_s + G_p)}{G_s T_o (G_s + G_p)} = \frac{T_o G_s + T_R G_p}{G_s T_o} = 1 + \frac{T_R G_p}{T_o G_s}$$

Considerando novamente que $T_o = 290\text{K}$ e $R_{\text{fonte}} = 50\Omega$ e que $G_p = 1/R_p$ e $G_s = 1/R_{\text{fonte}}$ temos que,

$$NF = 1 + \frac{T_R G_p}{T_o G_s} = 1,345 = 1,287\text{dB}$$

Realizando a simulação com os valores descritos usando o circuito da atividade 2 adaptado às condições deste problema, temos o resultado:

Figura 8: simulação resistor paralelo



Comparando os resultados obtidos com os simulados:

	teórico	simulado	desvio[%]
série	2,568	2,57	0,0778
série[dB]	4,096	4,1	0,0975
paralelo	1,345	1,34	0,3731
paralelo[dB]	1,287	1,29	0,2325

Como é possível inferir da tabela, os resultados simulados foram condizentes com os resultados teóricos.

Questões

- Analise os resultados de simulação e compare-os com as previsões teóricas.**

Foi feito ao longo do relatório.

- Demonstre que a figura de ruído de um atenuador de L dB é igual a LdB**

Se as impedâncias do gerador, de carga e de saída do atenuador estiverem devidamente casadas, e considerando que o ruído de entrada é igual ao ruído de saída, temos que:

$$NF = \frac{S_i N_o}{S_o N_i}, \text{ mas } N_o = N_i$$

$$NF[dB] = S_i[dB] - S_o[dB], \text{ mas } S_o[dB] = S_i[dB] - L[dB]$$

$$NF[dB] = S_i[dB] - S_i[dB] + L[dB] = L[dB]$$

- Quais as consequências do resultado da questão 2 na escolha de filtros ou conexões a colocar na entrada de receptores de RF? (a resposta deve ser adequadamente fundamentada)**

Quando é inserido um filtro em um circuito de RF é necessário observar o SNR, já que a atenuação deste é a figura de ruído que será inserida no sistema. Tendo em vista que pela equação de Friis

$$F^T = F_1 + \sum_{n=2}^m \frac{F_n - 1}{\prod_{i=2}^n G_{i-1}}.$$

As figuras de ruído que mais influenciam no SNR são as que vem primeiro no circuito, além de que, as seguintes são atenuadas pelos ganhos dos blocos que a antecederam, portanto é de extrema importância que o receptor de RF seja um amplificador com alto ganho e baixo ruído, para depois ser feitas as operações necessárias (como filtros) e reduzir a degradação do SNR.

- Disserte sobre o que aprendeu nesta atividade, procurando identificar os pontos que foram acrescentados ao seu repertório de conhecimento e suas dificuldades. Seja o mais sincero possível (sobretudo consigo).**

Foi possível entender melhor o conceito de potência disponível (tanto de sinal quanto de ruído).

Entender que para aplicar superposição em (modelos) de fonte de ruído, deve-se fazer a soma quadrática de cada contribuição, pois estas são aleatórias, e que inclusive, caso haja correlação entre elas, deve-se considerar um termo que representa a correlação entre elas.

Também, entender o significado prático da figura de ruído e de suas dependências, especialmente a necessidade de amplificar o sinal logo na recepção com o menor ruído possível, para que uma possível degradação no SNR não se propague pelo circuito.