### Контрольная работа 11. Операционное исчисление

#### Указания к выбору варианта

Последняя цифра личного шифра (после дефиса) определяет номер варианта. Если последняя цифра 0, то номер варианта 10.

#### Задания

**Задачи 531 – 540.**

Найти изображение заданного оригинала .



**Задачи 541 – 550.**

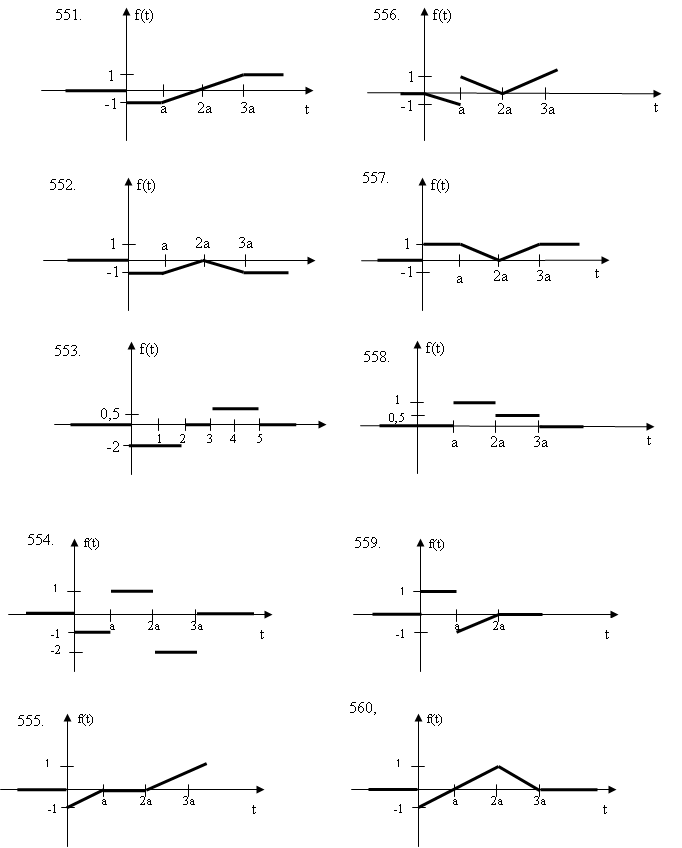
Найти изображение заданного оригинала *f(t)*.



**Задачи 551 – 560.**

По заданному графику оригинала найти изображение.

***ВАРИАНТ 558***



**Задачи 561 – 570.**

Найти оригинал по заданному изображению.



**Задачи 571 – 580.**

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.



**Задачи 581 – 590.**

Операционным методом решить систему дифференциальных уравнений.



#### Методические указания к контрольной работе 11.

**Пример 1.** Найти изображение заданного оригинала



Решение.

По таблице оригиналов находим 

Тогда по теореме смещения .

**Пример 2.** Найти изображение заданного оригинала



Решение.

, .





.

**Пример 3.** Найти изображение заданного оригинала



Решение.

Используя таблицу оригиналов и свойство линейности, находим .

Применив теорему интегрирования изображения, получим

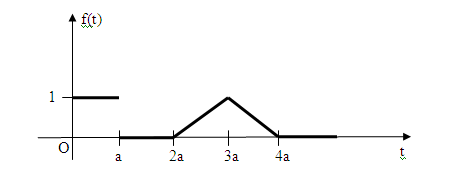
 



На основании теоремы интегрирования оригинала



**Пример 4.** По данному графику оригинала найти изображение:



Решение.

Найдем аналитическое выражение для функции 



Для  имеем  Найдем функцию  такую, чтобы при  выполнялось соотношение:



где



Теперь находим функцию  такую, чтобы при  было справедливо равенство:



Аналогично находим функции:

Таким образом,



Пользуясь свойством линейности и теоремой запаздывания, получили изображение



**Пример 5.** Найти оригинал по заданному изображению



Решение.

Разложим в сумму простых дробей:



Приводим правую часть равенства к общему знаменателю и приравниваем числители двух дробей:



Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях р, получаем систему алгебраических уравнений:

Решая систему, находим коэффициенты:



Таким образом,



Используя свойство линейности и таблицу оригиналов и изображений, находим оригинал



**Пример 6.** Найти оригинал по заданному изображению



Решение.

В данном случае  уже есть простая дробь. Преобразуем ее:



Используя таблицу оригиналов и изображений и свойство линейности, находим оригинал:



**Пример 7.** Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям



Решение.

Пусть искомое решение  есть оригинал, и  – его изображение. Тогда если , то 



По таблице изображений находим изображение функции в правой части уравнения: .

Тогда операторное уравнение имеет вид



Из последнего уравнения находим :





Так как 1, t, 

то по теореме запаздывания

 ,  ,  .

Следовательно, искомое решение будет иметь вид



**Пример 8.** Операционным методом решить систему дифференциальных уравнений:



Решение.

Пусть   

тогда  

По таблице оригиналов и изображений находим 

Применяя преобразование Лапласа к уравнениям системы, получаем:



Преобразуем эту систему к виду:



Находим решение этой алгебраической системы по правилу Крамера









Пользуясь таблицей оригиналов и изображений, получаем



Таким образом, решением заданной системы дифференциальных уравнений является

