

# 1. Testy NEH + akceleracja

Tabela poniżej przedstawiają wyniki testów przeprowadzonych na wszystkich instancjach ta000-ta120.

Tabela 1: Testy ta000-ta039										
Instancja	Algorytm Johnsona		NEH		QNEH		$\frac{cmax_{NEH}}{cmax_{AlgJohnson}}$	$\frac{t_{NEH}}{t_{John}}$	$\frac{t_{John}}{t_{QNEH}}$	$\frac{t_{NEH}}{t_{QNEH}}$
	t[s]	cmax	t[s]	cmax	t[s]	cmax				
ta000	0,000	32	0,000	32	0,000	32	1,00	-	-	-
ta001	0,000	1459	0,016	1286	0,000	1286	1,13	-	-	-
ta002	0,000	1545	0,016	1365	0,000	1365	1,13	-	-	-
ta003	0,000	1412	0,031	1159	0,000	1159	1,22	-	-	-
ta004	0,000	1443	0,016	1325	0,000	1325	1,09	-	-	-
ta005	0,000	1376	0,016	1305	0,000	1305	1,05	-	-	-
ta006	0,000	1445	0,031	1228	0,000	1228	1,18	-	-	-
ta007	0,000	1519	0,016	1278	0,000	1278	1,19	-	-	-
ta008	0,000	1470	0,031	1223	0,000	1223	1,20	-	-	-
ta009	0,000	1428	0,031	1291	0,000	1291	1,11	-	-	-
ta010	0,000	1304	0,016	1151	0,000	1151	1,13	-	-	-
ta011	0,000	1947	0,031	1680	0,000	1680	1,16	-	-	-
ta012	0,000	2079	0,031	1729	0,010	1729	1,20	-	0,00	3,12
ta013	0,000	1922	0,031	1557	0,010	1557	1,23	-	0,00	3,12
ta014	0,001	1707	0,031	1439	0,010	1439	1,19	31,00	0,10	3,10
ta015	0,000	1801	0,031	1502	0,010	1502	1,20	-	0,00	3,12
ta016	0,000	1782	0,031	1453	0,010	1453	1,23	-	0,00	3,12
ta017	0,016	1772	0,016	1562	0,010	1562	1,13	1	1,56	1,56
ta018	0,000	1916	0,031	1609	0,010	1609	1,19	-	0,00	3,12
ta019	0,000	1961	0,031	1647	0,010	1647	1,19	-	0,00	3,12
ta020	0,000	1876	0,031	1653	0,010	1653	1,13	-	0,00	3,12
ta021	0,000	2708	0,047	2410	0,020	2410	1,12	-	0,00	2,34
ta022	0,000	2717	0,047	2150	0,020	2150	1,26	-	0,00	2,34
ta023	0,000	2817	0,047	2411	0,020	2411	1,17	-	0,00	2,34
ta024	0,016	2758	0,084	2262	0,020	2262	1,22	5,41	0,78	4,22
ta025	0,006	2795	0,046	2397	0,020	2397	1,17	7,70	0,30	2,31
ta026	0,016	2651	0,062	2349	0,020	2349	1,13	4	0,78	3,12
ta027	0,000	2569	0,047	2362	0,020	2362	1,09	-	0,00	2,34
ta028	0,000	2629	0,047	2249	0,020	2249	1,17	-	0,00	2,34
ta029	0,016	2713	0,047	2320	0,020	2320	1,17	3,00	0,78	2,34
ta030	0,031	2864	0,047	2277	0,020	2277	1,26	1,50	1,56	2,34
ta031	0,000	3148	0,288	2733	0,030	2733	1,15	-	0,00	9,61
ta032	0,000	3371	0,296	2843	0,030	2843	1,19	-	0,00	9,88
ta033	0,000	3080	0,302	2640	0,030	2640	1,17	-	0,00	10,06
ta034	0,016	3172	0,287	2782	0,030	2782	1,14	18,37	0,52	9,55
ta035	0,000	3294	0,284	2868	0,030	2868	1,15	-	0,00	9,46
ta036	0,000	3122	0,301	2850	0,030	2850	1,10	-	0,00	10,04
ta037	0,000	3184	0,312	2758	0,030	2758	1,15	-	0,00	10,40
ta038	0,016	3153	0,302	2721	0,030	2721	1,16	19,37	0,52	10,07
ta039	0,000	3108	0,315	2576	0,030	2576	1,21	-	0,00	10,50

Tabela 2: Testy ta040-ta079

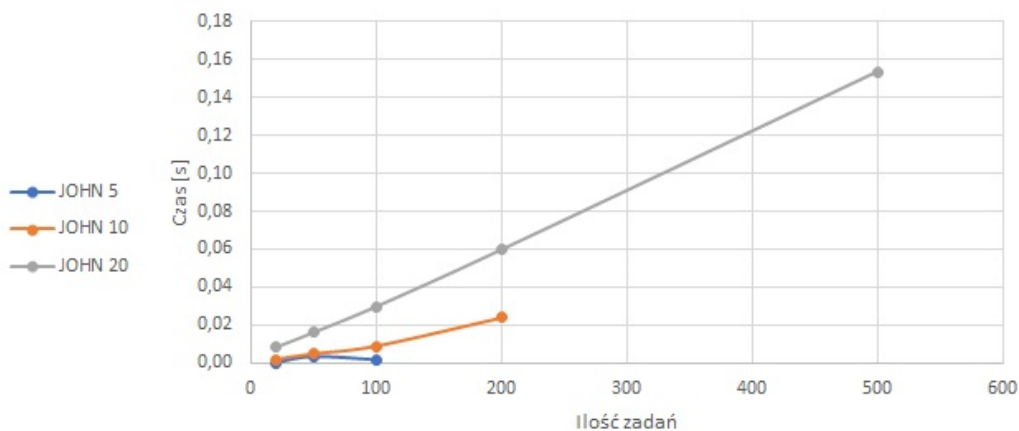
Instancja	Algorytm Johnsona		NEH		QNEH		$\frac{cmax_{NEH}}{cmax_{AlgJohn}}$	$\frac{t_{NEH}}{t_{John}}$	$\frac{t_{John}}{t_{QNEH}}$	$\frac{t_{NEH}}{t_{QNEH}}$
	t[s]	cmax	t[s]	cmax	t[s]	cmax				
ta040	0,000	3249	0,281	2790	0,030	2790	1,16	-	0,00	9,36
ta041	0,000	3965	0,423	3135	0,050	3135	1,26	-	0,00	8,46
ta042	0,000	3830	0,437	3032	0,110	3032	1,26	-	0,00	3,97
ta043	0,016	3675	0,441	2986	0,050	2986	1,23	28,26	0,31	8,82
ta044	0,000	3789	0,427	3198	0,050	3198	1,18	-	0,00	8,53
ta045	0,000	3938	0,443	3160	0,070	3160	1,25	-	0,00	6,33
ta046	0,000	3790	0,430	3178	0,050	3178	1,19	-	0,00	8,60
ta047	0,016	3761	0,444	3277	0,110	3277	1,15	28,45	0,14	4,03
ta048	0,000	3674	0,437	3123	0,070	3123	1,18	-	0,00	6,24
ta049	0,016	3812	0,440	3002	0,100	3002	1,27	28,19	0,16	4,40
ta050	0,000	3934	0,423	3257	0,050	3257	1,21	-	0,00	8,46
ta051	0,016	4959	0,705	4082	0,150	4082	1,21	45,22	0,10	4,70
ta052	0,016	4761	0,691	3921	0,170	3921	1,21	44,28	0,09	4,06
ta053	0,016	4566	0,681	3927	0,090	3927	1,16	43,67	0,17	7,57
ta054	0,016	4759	0,701	3969	0,090	3969	1,20	44,96	0,17	7,79
ta055	0,047	4749	0,728	3835	0,090	3835	1,24	15,56	0,52	8,09
ta056	0,000	4654	0,718	3914	0,090	3914	1,19	-	0,00	7,98
ta057	0,016	4817	0,702	3952	0,090	3952	1,22	45,03	0,17	7,80
ta058	0,016	4744	0,686	3938	0,090	3938	1,20	43,96	0,17	7,62
ta059	0,007	4740	0,707	3952	0,083	3952	1,20	101,00	0,08	8,52
ta060	0,016	4827	0,690	4079	0,090	4079	1,18	44,24	0,17	7,67
ta061	0,000	6121	2,273	5519	0,100	5519	1,11	-	0,00	22,73
ta062	0,000	5859	2,245	5348	0,100	5348	1,10	-	0,00	22,45
ta063	0,000	5718	2,277	5219	0,100	5219	1,10	-	0,00	22,77
ta064	0,016	5505	2,284	5023	0,090	5023	1,10	146,39	0,17	25,37
ta065	0,000	5903	2,310	5266	0,100	5266	1,12	-	0,00	23,10
ta066	0,000	5667	2,343	5139	0,100	5139	1,10	-	0,00	23,43
ta067	0,000	5951	2,369	5259	0,100	5259	1,13	-	0,00	23,69
ta068	0,000	5651	2,352	5120	0,103	5120	1,10	-	0,00	22,83
ta069	0,000	6220	2,331	5489	0,100	5489	1,13	-	0,00	23,31
ta070	0,000	6025	2,302	5299	0,100	5299	1,14	-	0,00	23,02
ta071	0,000	7175	3,465	5846	0,190	5846	1,23	-	0,00	18,24
ta072	0,000	6572	3,526	5453	0,180	5453	1,21	-	0,00	19,59
ta073	0,031	6880	3,477	5824	0,190	5824	1,18	111,44	0,16	18,30
ta074	0,000	7059	3,514	5929	0,180	5929	1,19	-	0,00	19,52
ta075	0,016	6652	3,667	5679	0,190	5679	1,17	235,05	0,08	19,30
ta076	0,016	6510	3,655	5375	0,190	5375	1,21	234,30	0,08	19,24
ta077	0,000	6786	3,650	5704	0,190	5704	1,19	-	0,00	19,21
ta078	0,000	6702	3,657	5760	0,190	5760	1,16	-	0,00	19,25
ta079	0,000	7042	3,638	6032	0,193	6032	1,17	-	0,00	18,85

Tabela 3: Testy ta080-ta120

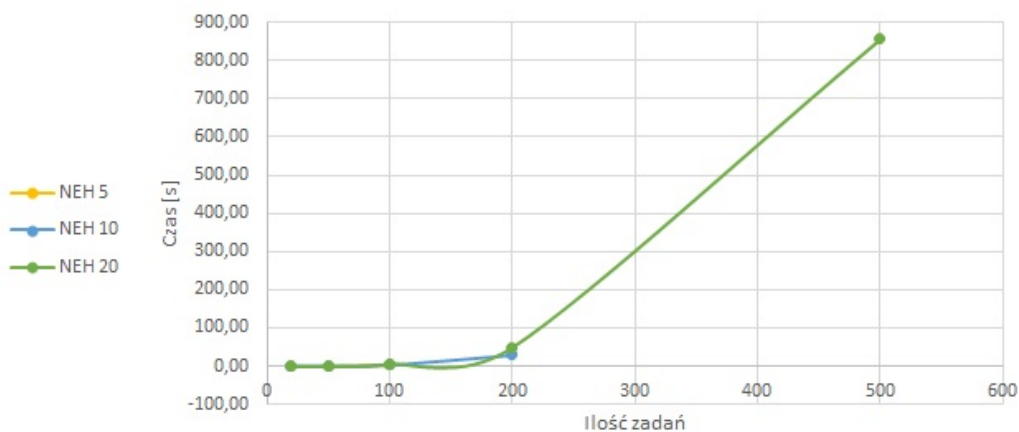
Instancja	Algorytm Johnsona		NEH		QNEH		$\frac{cmax_{NEH}}{cmax_{AlgJohn}}$	$\frac{t_{NEH}}{t_{John}}$	$\frac{t_{John}}{t_{QNEH}}$	$\frac{t_{NEH}}{t_{QNEH}}$
	t[s]	cmax	t[s]	cmax	t[s]	cmax				
ta080	0,026	7088	3,608	5918	0,190	5918	1,20	140,92	0,13	18,99
ta081	0,049	7840	5,975	6541	0,360	6541	1,20	122,43	0,14	16,60
ta082	0,016	7681	6,001	6523	0,560	6523	1,18	384,66	0,03	10,72
ta083	0,031	8102	5,979	6639	0,370	6639	1,22	191,64	0,08	16,16
ta084	0,031	7849	5,999	6557	0,400	6557	1,20	192,29	0,08	15,00
ta085	0,047	8174	5,971	6695	0,420	6695	1,22	127,59	0,11	14,22
ta086	0,016	8169	6,017	6664	0,380	6664	1,23	385,69	0,04	15,83
ta087	0,016	7995	6,070	6632	0,360	6632	1,21	389,13	0,04	16,86
ta088	0,031	8067	6,035	6739	0,360	6739	1,20	193,44	0,09	16,76
ta089	0,031	7898	6,018	6677	0,680	6677	1,18	192,89	0,05	8,85
ta090	0,031	7918	6,007	6677	0,360	6677	1,19	192,53	0,09	16,69
ta091	0,047	12585	28,900	10942	0,740	10942	1,15	617,52	0,06	39,05
ta092	0,007	12453	29,084	10716	0,788	10716	1,16	4154,84	0,01	36,91
ta093	0,016	12845	29,412	11025	0,720	11025	1,17	1885,39	0,02	40,85
ta094	0,016	12938	29,231	11057	0,740	11057	1,17	1873,78	0,02	39,50
ta095	0,031	12792	28,967	10645	0,743	10645	1,20	928,41	0,04	38,99
ta096	0,031	12985	29,061	10458	0,830	10458	1,24	931,43	0,04	35,01
ta097	0,016	13083	29,215	10989	0,740	10989	1,19	1872,75	0,02	39,48
ta098	0,031	12888	29,408	10829	0,745	10829	1,19	942,55	0,04	39,47
ta099	0,016	12575	29,489	10574	0,880	10574	1,19	1890,29	0,02	33,51
ta100	0,031	12668	29,589	10807	0,750	10807	1,17	948,35	0,04	39,45
ta101	0,062	13786	49,430	11594	1,503	11594	1,19	792,15	0,04	32,89
ta102	0,047	14169	48,961	11675	1,483	11675	1,21	1046,17	0,03	33,01
ta103	0,087	14326	48,777	11852	1,590	11852	1,21	558,08	0,05	30,68
ta104	0,058	13825	49,589	11803	1,520	11803	1,17	857,92	0,04	32,62
ta105	0,062	13674	49,351	11685	1,473	11685	1,17	790,87	0,04	33,50
ta106	0,047	14264	49,716	11629	1,440	11629	1,23	1062,32	0,03	34,53
ta107	0,062	13927	49,639	11833	1,570	11833	1,18	795,50	0,04	31,62
ta108	0,062	14411	49,614	11913	1,513	11913	1,21	795,09	0,04	32,79
ta109	0,062	14254	49,457	11673	1,420	11673	1,22	792,58	0,04	34,83
ta110	0,047	14142	49,638	11869	1,420	11869	1,19	1060,65	0,03	34,96
ta111	0,156	31909	779,799	26670	9,130	26670	1,20	4998,71	0,02	85,41
ta112	0,143	32065	806,524	27232	9,227	27232	1,18	5624,26	0,02	87,41
ta113	0,167	32107	875,169	26848	9,336	26848	1,20	5240,22	0,02	93,74
ta114	0,140	32036	792,331	27055	9,108	27055	1,18	5643,38	0,02	86,99
ta115	0,141	31652	809,383	26727	9,103	26727	1,18	5724,07	0,02	88,91
ta116	0,156	31876	806,852	26992	9,120	26992	1,18	5172,13	0,02	88,47
ta117	0,138	32089	858,481	26797	9,140	26797	1,20	6229,86	0,02	93,93
ta118	0,152	32251	935,444	27138	9,335	27138	1,19	6153,87	0,02	100,21
ta119	0,174	31720	944,202	26631	9,178	26631	1,19	5426,14	0,02	102,88
ta120	0,164	32450	952,100	26984	9,215	26984	1,20	5805,17	0,02	103,32

### 1.1. Czas wykonania w zależności od ilości zadań

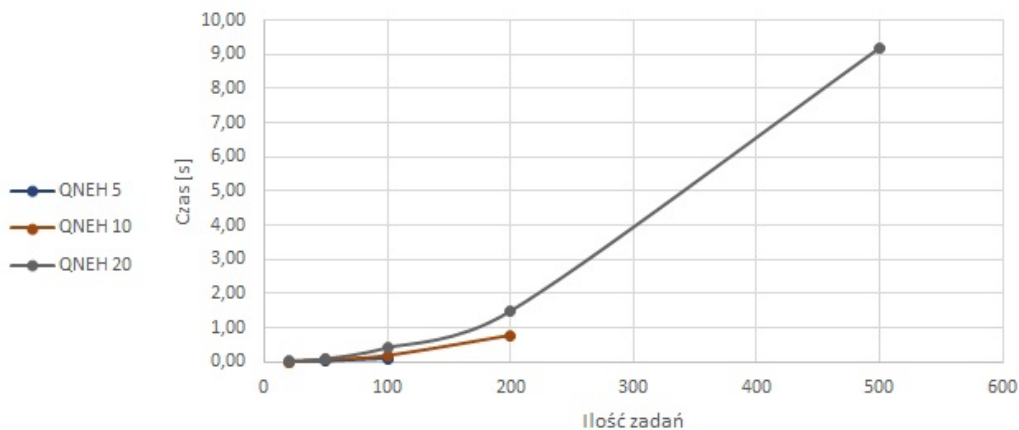
Rysunek poniżej przedstawia zależność między czasem wykonania danego algorytmu w zależności od ilości zadań do rozplanowania. Wykres wykonano dla trzech podstawowych zaimplementowanych algorytmów, tj. Johnsona, NEH oraz NEH z akceleracją.



(a) Algorytm Johnsona



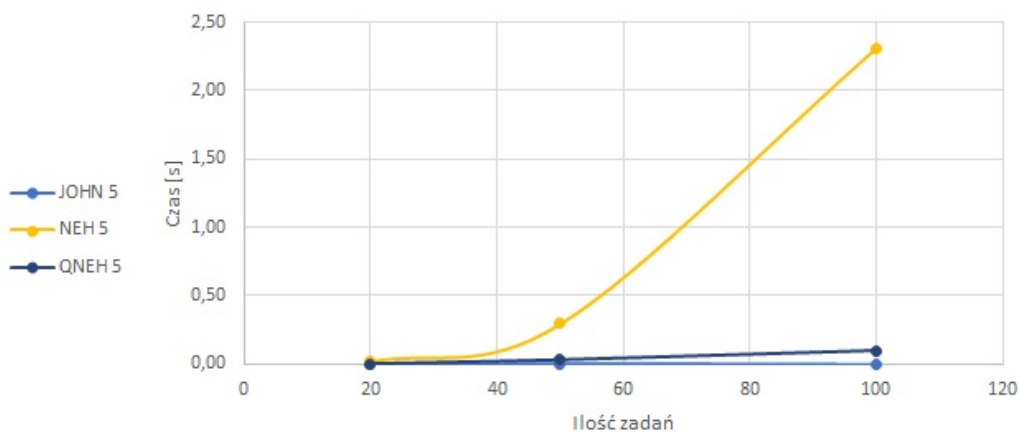
(b) NEH



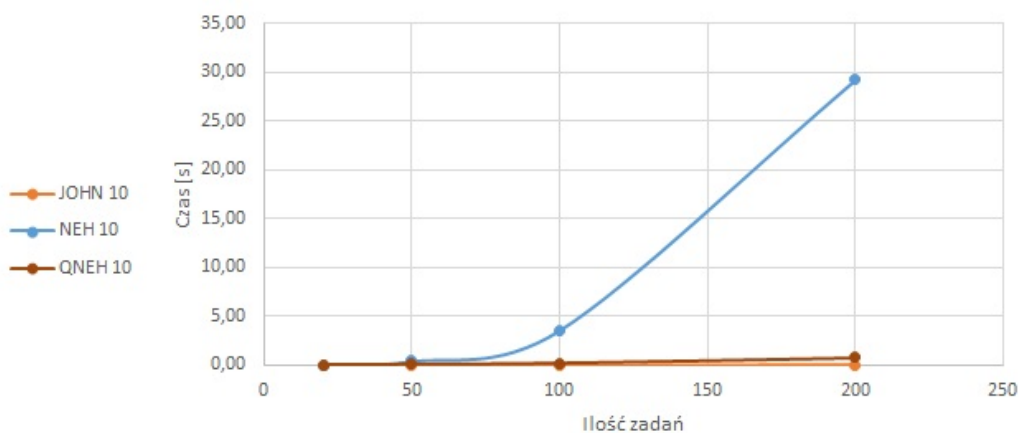
(c) QNEH

Rysunek 1: Czas wykonywania w funkcji ilości zadań

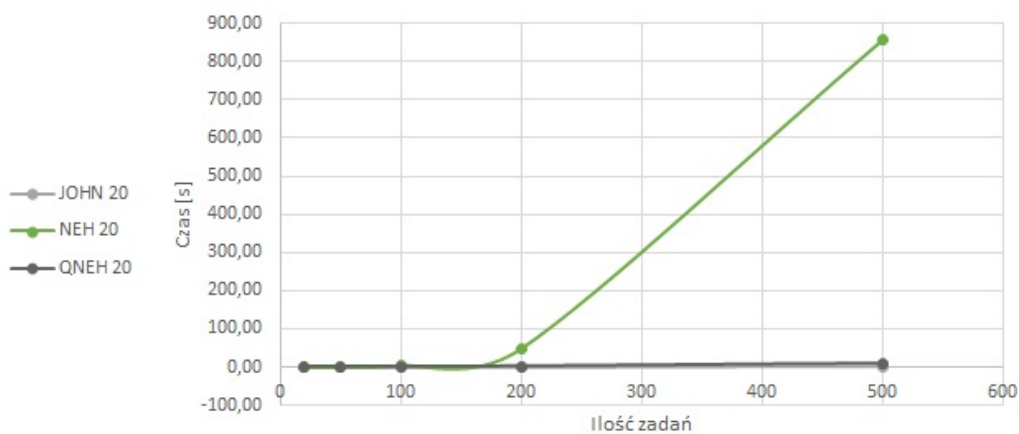
Porównany został również czas wykonywania zadań dla tej samej ilości maszyn, w zależności od użytego algorytmu. Wykres zależności przedstawia rysunek poniżej.



(a) 5 maszyn



(b) 10 maszyn



(c) 20 maszyn

Rysunek 2: Czas wykonywania w zależności od użytego algorytmu

## 2. Testy QNEH + modyfikacja

W zadaniu wybrano implementację modyfikacji nr 4, która jako zadanie  $x$  wybierała to, którego usunięcie z permutacji spowoduje największy spadek wartości  $cmax$  (wyluczając ostatnio wstawione zadanie), a następnie wstawiała to zadanie na wszystkie możliwe miejsca i wybierała to, dla którego wartość  $cmax$  była możliwie najmniejsza. Ze względu na czas wyliczania wartości  $cmax$ , modyfikacji został poddany algorytm QNEH. Wyniki testów dla wszystkich instancji zbiera tabela poniżej.

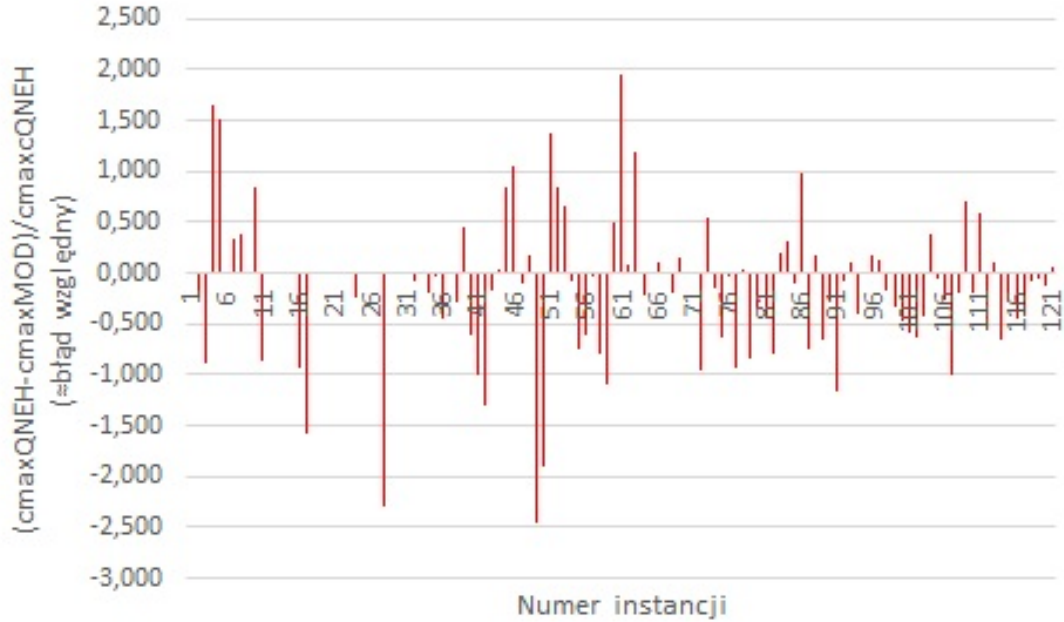
Tabela 4: Wyniki testów - QNEH oraz QNEH z modyfikacją, instancje ta000-ta079

inst	QNEH		mod		$\frac{\Delta cmax}{cmax_Q}$	$\frac{\Delta t}{t_Q}$	inst	QNEH		mod		$\frac{\Delta cmax}{cmax_Q}$	$\frac{\Delta t}{t_Q}$
	t[s]	cmax	t [s]	cmax				t[s]	cmax	t [s]	cmax		
ta000	0,000	32	0,000	32	0,000	0,000	ta040	0,030	2790	0,060	2818	-1,004	1,000
ta001	0,000	1286	0,010	1289	-0,233	0,000	ta041	0,050	3135	0,120	3176	-1,308	1,400
ta002	0,000	1365	0,010	1377	-0,879	0,000	ta042	0,110	3032	0,120	3037	-0,165	0,091
ta003	0,000	1159	0,010	1140	1,639	0,000	ta043	0,050	2986	0,120	2985	0,033	1,400
ta004	0,000	1325	0,010	1305	1,509	0,000	ta044	0,050	3198	0,130	3171	0,844	1,600
ta005	0,000	1305	0,010	1305	0,000	0,000	ta045	0,070	3160	0,130	3127	1,044	0,857
ta006	0,000	1228	0,020	1224	0,326	0,000	ta046	0,050	3178	0,130	3181	-0,094	1,600
ta007	0,000	1278	0,010	1273	0,391	0,000	ta047	0,110	3277	0,125	3271	0,183	0,136
ta008	0,000	1223	0,010	1223	0,000	0,000	ta048	0,070	3123	0,130	3200	-2,466	0,857
ta009	0,000	1291	0,010	1280	0,852	0,000	ta049	0,100	3002	0,130	3059	-1,899	0,300
ta010	0,000	1151	0,010	1161	-0,869	0,000	ta050	0,050	3257	0,133	3212	1,382	1,660
ta011	0,000	1680	0,020	1680	0,000	0,000	ta051	0,150	4082	0,240	4048	0,833	0,600
ta012	0,010	1729	0,020	1729	0,000	1,000	ta052	0,170	3921	0,373	3895	0,663	1,194
ta013	0,010	1557	0,030	1557	0,000	2,000	ta053	0,090	3927	0,240	3930	-0,076	1,667
ta014	0,010	1439	0,020	1439	0,000	1,000	ta054	0,090	3969	0,240	3999	-0,756	1,667
ta015	0,010	1502	0,020	1516	-0,932	1,000	ta055	0,090	3835	0,240	3858	-0,600	1,667
ta016	0,010	1453	0,020	1476	-1,583	1,000	ta056	0,090	3914	0,320	3915	-0,026	2,556
ta017	0,010	1562	0,020	1562	0,000	1,000	ta057	0,090	3952	0,240	3983	-0,784	1,667
ta018	0,010	1609	0,020	1609	0,000	1,000	ta058	0,090	3938	0,240	3981	-1,092	1,667
ta019	0,010	1647	0,020	1647	0,000	1,000	ta059	0,083	3952	0,303	3932	0,506	2,651
ta020	0,010	1653	0,020	1653	0,000	1,000	ta060	0,090	4079	0,240	3999	1,961	1,667
ta021	0,020	2410	0,040	2410	0,000	1,000	ta061	0,100	5519	0,260	5514	0,091	1,600
ta022	0,020	2150	0,040	2150	0,000	1,000	ta062	0,100	5348	0,260	5284	1,197	1,600
ta023	0,020	2411	0,040	2417	-0,249	1,000	ta063	0,100	5219	0,260	5231	-0,230	1,600
ta024	0,020	2262	0,040	2262	0,000	1,000	ta064	0,090	5023	0,260	5023	0,000	1,889
ta025	0,020	2397	0,040	2397	0,000	1,000	ta065	0,100	5266	0,260	5261	0,095	1,600
ta026	0,020	2349	0,040	2349	0,000	1,000	ta066	0,100	5139	0,260	5139	0,000	1,600
ta027	0,020	2362	0,040	2416	-2,286	1,000	ta067	0,100	5259	0,260	5269	-0,190	1,600
ta028	0,020	2249	0,040	2249	0,000	1,000	ta068	0,103	5120	0,260	5112	0,156	1,524
ta029	0,020	2320	0,050	2320	0,000	1,500	ta069	0,100	5489	0,263	5489	0,000	1,630
ta030	0,020	2277	0,050	2277	0,000	1,500	ta070	0,100	5299	0,340	5299	0,000	2,400
ta031	0,030	2733	0,080	2735	-0,073	1,667	ta071	0,190	5846	0,500	5902	-0,958	1,632
ta032	0,030	2843	0,090	2843	0,000	2,000	ta072	0,180	5453	0,500	5423	0,550	1,778
ta033	0,030	2640	0,080	2645	-0,189	1,667	ta073	0,190	5824	0,490	5833	-0,155	1,579
ta034	0,030	2782	0,090	2783	-0,036	2,000	ta074	0,180	5929	0,510	5967	-0,641	1,833
ta035	0,030	2868	0,070	2881	-0,453	1,333	ta075	0,190	5679	0,633	5681	-0,035	2,332
ta036	0,030	2850	0,070	2850	0,000	1,333	ta076	0,190	5375	0,513	5425	-0,930	1,700
ta037	0,030	2758	0,070	2766	-0,290	1,333	ta077	0,190	5704	0,530	5702	0,035	1,789
ta038	0,030	2721	0,220	2709	0,441	6,333	ta078	0,190	5760	0,553	5809	-0,851	1,911
ta039	0,030	2576	0,110	2592	-0,621	2,667	ta079	0,193	6032	0,630	6053	-0,348	2,264

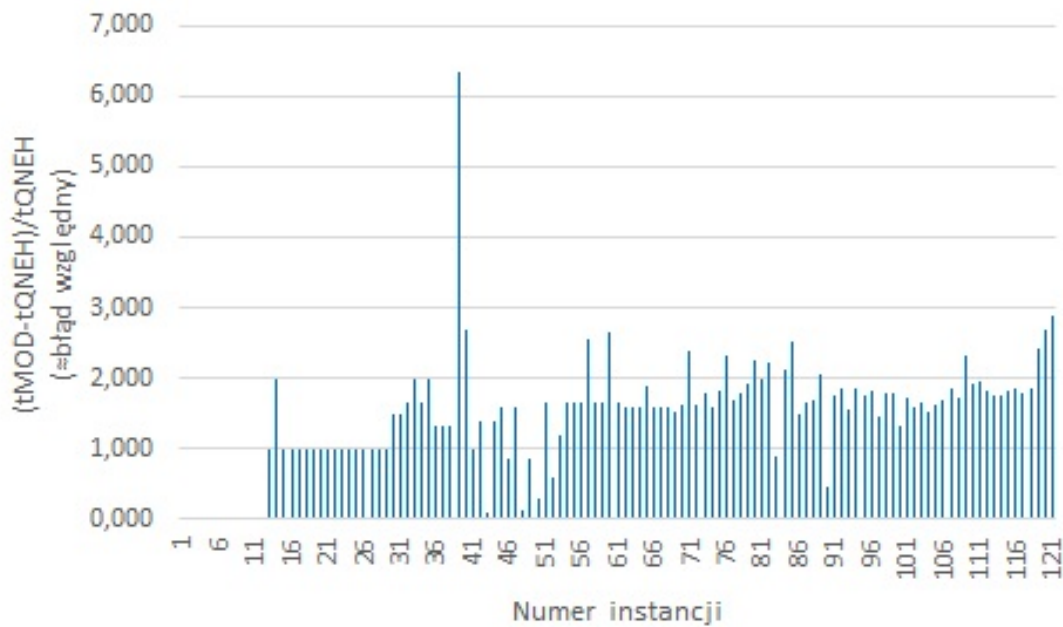
Tabela 5: Wyniki testów - QNEH oraz QNEH z modyfikacją, instancje ta080-ta120

inst	QNEH		mod		$\frac{\Delta cmax}{cmax_Q}$	$\frac{\Delta t}{t_Q}$	inst	QNEH		mod		$\frac{\Delta cmax}{cmax_Q}$	$\frac{\Delta t}{t_Q}$
	t[s]	cmax	t [s]	cmax				t[s]	cmax	t [s]	cmax		
ta080	0,190	5918	0,568	5944	-0,439	1,989	ta101	1,503	11594	3,863	11667	-0,630	1,570
ta081	0,360	6541	1,163	6593	-0,795	2,231	ta102	1,483	11675	3,933	11724	-0,420	1,652
ta082	0,560	6523	1,065	6510	0,199	0,902	ta103	1,590	11852	3,995	11807	0,380	1,513
ta083	0,370	6639	1,153	6618	0,316	2,116	ta104	1,520	11803	4,003	11810	-0,059	1,634
ta084	0,400	6557	1,413	6564	-0,107	2,533	ta105	1,473	11685	3,973	11715	-0,257	1,697
ta085	0,420	6695	1,038	6629	0,986	1,471	ta106	1,440	11629	4,098	11746	-1,006	1,846
ta086	0,380	6664	1,003	6714	-0,750	1,639	ta107	1,570	11833	4,293	11855	-0,186	1,734
ta087	0,360	6632	0,965	6621	0,166	1,681	ta108	1,513	11913	5,008	11830	0,697	2,310
ta088	0,360	6739	1,100	6783	-0,653	2,056	ta109	1,420	11673	4,165	11696	-0,197	1,933
ta089	0,680	6677	1,000	6695	-0,270	0,471	ta110	1,420	11869	4,205	11798	0,598	1,961
ta090	0,360	6677	0,990	6755	-1,168	1,750	ta111	9,130	26670	25,788	26818	-0,555	1,825
ta091	0,740	10942	2,110	10950	-0,073	1,851	ta112	9,227	27232	25,525	27201	0,114	1,766
ta092	0,788	10716	2,015	10704	0,112	1,557	ta113	9,336	26848	25,710	27024	-0,656	1,754
ta093	0,720	11025	2,048	11069	-0,399	1,844	ta114	9,108	27055	25,823	27134	-0,292	1,835
ta094	0,740	11057	2,040	11057	0,000	1,757	ta115	9,103	26727	26,013	26850	-0,460	1,858
ta095	0,743	10645	2,105	10627	0,169	1,833	ta116	9,120	26992	25,495	27109	-0,433	1,796
ta096	0,830	10458	2,038	10445	0,124	1,455	ta117	9,140	26797	25,928	26816	-0,071	1,837
ta097	0,740	10989	2,060	11009	-0,182	1,784	ta118	9,335	27138	31,976	27151	-0,048	2,425
ta098	0,745	10829	2,085	10866	-0,342	1,799	ta119	9,178	26631	33,803	26664	-0,124	2,683
ta099	0,880	10574	2,038	10624	-0,473	1,316	ta120	9,215	26984	35,653	26971	0,048	2,869

Dane z powyższej tabeli porównano przedstawiając je na wykresie. Różnica wartości cmax obliczonej przez algorytm po modyfikacji oraz bez w odniesieniu do cmax obliczonego przez QNEH oraz różnica czasów wyznaczania permutacji ( $t_{\text{modyfikacja}} - t_{\text{QNEH}}$ ) w odniesieniu do czasu wykonywania się algorytmu QNEH przedstawiono na rysunkach poniżej.



Rysunek 3: Porównanie QNEH oraz QNEH z modyfikacją - cmax



Rysunek 4: Porównanie QNEH oraz QNEH z modyfikacją - czas

### 3. Wnioski

Algorytm NEH pozwala na wyznaczenie kolejności zadań lepszej niż Algorytm Johnsona pod względem czasu zakończenia wykonywania wszystkich zadań na wszystkich maszynach, choć czas wyznaczania takiego rozwiązania jest znacznie dłuższy.

Stosunek  $c_{max}$  wyznaczony przez algorytm NEH do  $c_{max}$  wyznaczonego w algorytmie Johnsona ma dla wszystkich instancji wartość nie mniejszą od 1, z czego wynika fakt, że Algorytm Johnsona pozwala uzyskać co najwyżej tak samo dobrą kolejność (względem czasu zakończenia wykonywania wszystkich zadań na wszystkich maszynach) jak algorytm NEH, lub kolejność gorszą. Największy stosunek w wartości  $c_{max}$  wyznaczonej przez Algorytm Johnsona do wyznaczonej przez NEH wynosi 1,26 (dla instancji ta022, ta030, ta041, ta042), co oznacza, że wykonując zadania w kolejności proponowanej przez Algorytm Johnsona, zakończymy pracę 26% później niż wykonując ją w kolejności proponowanej przez NEH.

Algorytm NEH jest wolniejszy od Algorytmu Johnsona nawet ponad 6000 razy (ta117, ta118), choć zależy to od ilości zadań i maszyn użytych w zadaniu. Dla niewielkiej ilości zadań i małej ilości maszyn czas wykonywania się Algorytmu Johnsona jest znikomo mały, stąd niezupełnione komórki w tabeli wyników (by uniknąć dzielenia przez 0). Można jednak w tych miejscach uznać, z pewnym przybliżeniem, że stosunek czasu wyliczania permutacji według algorytmu NEH do czasu według Johnsona jest nieskończony lub bardzo długi.

Wartość  $c_{max}$  wyznaczona przez standardowy algorytm NEH jest taka sama, jak wyznaczona przez algorytm NEH po akceleracji oraz tożsama z wartością  $c_{max}$  obliczoną w programie dra Makuchowskiego <sup>1</sup>.

Akceleracja algorytmu NEH znacząco obniża jego złożoność obliczeniową. Stosunek czasu wykonywania się klasycznego algorytmu NEH do algorytmu NEH po akceleracji zawsze przyjmuje wartość większą od 1 (czyli QNEH wykonuje się szybciej), maksymalną wartość przyjmuje na poziomie ponad 100 razy (ta118-ta120), a wartość mniejszą od 3 jedynie dla 9 zadań, wszystkie z początkowych 30 instancji.

NEH po akceleracji nadal wypada gorzej czasowo niż Algorytm Johnsona, choć stosunek czasów wykonywania się tych algorytmów nie jest już tak wielką liczbą (QNEH jest maksymalnie 50 razy wolniejszy, dane dla instancji ta111-120).

Porównanie czasu wykonywania się zaimplementowanych algorytmów pozwala stwierdzić, że czas wykonywania się

<sup>1</sup><http://mariusz.makuchowski.staff.iia.pwr.wroc.pl/download/courses/sterowanie.procesami.dyskretnymi/lab.instrukcje/lab03.neh/neh.demo.v1.2/>



algorytmu Johnsona jest liniową funkcją ilości zadań do uszeregowania, niezależnie od ilości maszyn, na której zadania mają się wykonywać. Algorytm NEH oraz QNEH nie przyjmują już liniowego charakteru, a układają się w wykres wielomianowej funkcji (ze względu na złożoność obliczeniową można wnioskować, że standardowy NEH w funkcję wyższego stopnia).

W porównaniu czasów wykonywania zadań przy stałej liczbie maszyn, najgorzej wypada standardowy algorytm NEH, w drugiej kolejności NEH po akceleracji, zaś najlepiej radzi się Algorytm Johnsona.

Biorąc pod uwagę zarówno czas wykonywania zadań, jak i obliczoną wartość  $c_{max}$ , za optymalny można uznać algorytm NEH po akceleracji - zawyżają powala na uzyskanie mniejszej wartości  $c_{max}$  niż algorytm Johnsona, a przy tym jest znacznie szybszy od standardowego NEHA.

Zaimplementowana modyfikacja algorytmu NEH nie zawsze polepsza uzyskane wyniki  $c_{max}$ . Na rysunku 3 przedstawiono wykres błędu względnego w zależności od badanej instancji. Wartości pod osią odciętych oznaczają ujemną różnicę  $c_{max_{QNEH}} - c_{max_{MOD}}$ , a więc dla nich wartość  $c_{max}$  wyznaczona przez algorytm jest większa niż dla standardowego algorytmu QNEH.

Czas wyznaczania optymalnej permutacji w modyfikowanym algorytmie przewyższa (dla prawie wszystkich instancji) dwukrotność czasu wykonywania się algorytmu QNEH bez modyfikacji (Rysunek 4, wartości powyżej prostej  $y = 1$ ).

Średni brak polepszenia wyznaczonej wartości  $c_{max}$  (Rysunek 3, wartości oscylują wokół 0) w stosunku do znaczącego wzrostu czasu wykonywania algorytmu po modyfikacji (Rysunek 4, wartości nie spadają poniżej 0, sporadycznie poniżej 1) sprawia, że wykorzystanie zaimplementowanej w ten sposób modyfikacji staje się nieoptymalne.