Rozwiązanie 1

Aby lewa strona równania była równa 0 to dowolny z jego czynników musi być równy 0, zatem:

$I\ x^2 + 3x - 4 = 0$ lub $II\ x - 2 = 0$ lub $III\ x + 3 = 0$

I Pierwsze równanie jest równaniem kwadratowym. W celu jego rozwiązania wyznaczmy wartość delty.

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25,\ \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

$x_1 = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$

$x_2 = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$

II Drugie rozwiązanie:

$x - 2 = 0$

$x = 2$

III Trzecie równanie

$x + 3 = 0$

$x = -3$

Zbieramy wszytkie rozwiązanie i otrzymujemy ostatecznie odpowiedź:

$x \in \{-4, -3, 1, 2\}$

Rozwiązanie 2

Przekształcamy następująco:

$n^3 + 3n^2 + 2n = n\left(n^2 + 3n + 2\right)$

Liczbę $n^2 + 3n + 2$ zapiszmy w postaci iloczynowej. W tym celu wyznaczmy pierwiastki równania

$n^2 + 3n + 2 = 0$

$\Delta_n = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1,\ \sqrt{\Delta} = 1$

$n_1 = \frac{-3-1}{2} = -2$

$n_2 = \frac{-3+1}{2} = -1$

$n^2 + 3n + 2 = (n+1)(n+2)$

$n^3 + 3n^2 + 2n = n\left(n^2 + 3n + 2\right) = n(n+1)(n+2)$

Zauważmy, że liczba ta składa się z iloczynu trzech koejnych liczb, zatem conajmniej jedna z tych liczb jest podzielna przez 2 i jedna podzielna przez 3. Cała liczba ta więc jest podzielna przez 6 co dowodzi naszą tezę.

Rozwiązanie 3

Niech bok kwadratu ma długość a. Oczywiście odcinek BD to przekątna tego kwadratu więc $|BD| = a\sqrt{2}$ oraz $\angle ABD = \angle DBB' = 45^\circ$. Podobnie wyznaczamy miarę kąta $\angle DCD' = 45^\circ$. Wtedy jestśli kąt BCD jest prosty otrzymujemy, że $\angle BB'C = 90^\circ$. Trójkąt $BB'C$ jest prostokątny i równoramienny. Wyznaczmy długość odcinka CB'. Zachodzi

$\frac{|CB'|}{|BC|} = sin45^\circ$

$\frac{|CB'|}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Mnożąc na krzyż

$2|CB'| = a\sqrt{2} \quad |:2$

$|CB'| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Podobnie otrzymujemy, że $|CD'| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Wtedy $|B'D'| = a\sqrt{2}$

Pole szukanego prostokąta jest więc równe $P = a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = a^2$. Szukane pole jest równe polu kwadratu $ABCD$.

Rozwiązanie 4

Jeśli trzywyrazowy ciąg $(a, b, 5)$ tworzy ciąg arytmetyczny to otrzymujemy, że $b = \frac{a+5}{2}$ dzięki zależności między sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego. Jeśli $a + b = 10$ to $a = 10 - b$. Podstawiając otrzymujemy:

$b = \frac{a+5}{2}$

$b = \frac{10 - b + 5}{2} \quad | \cdot 2$

$2b = 15 - b$

$3b = 15 \quad |:3$

$b = 5$

Wtedy $a = 10 - b = 10 - 5 = 5$

Ostatecznie szukane liczby: $a = 5,\ b = 5$.

Rozwiązanie 5

Przestawmy dwa sposoby rozwiązania tej nierówności

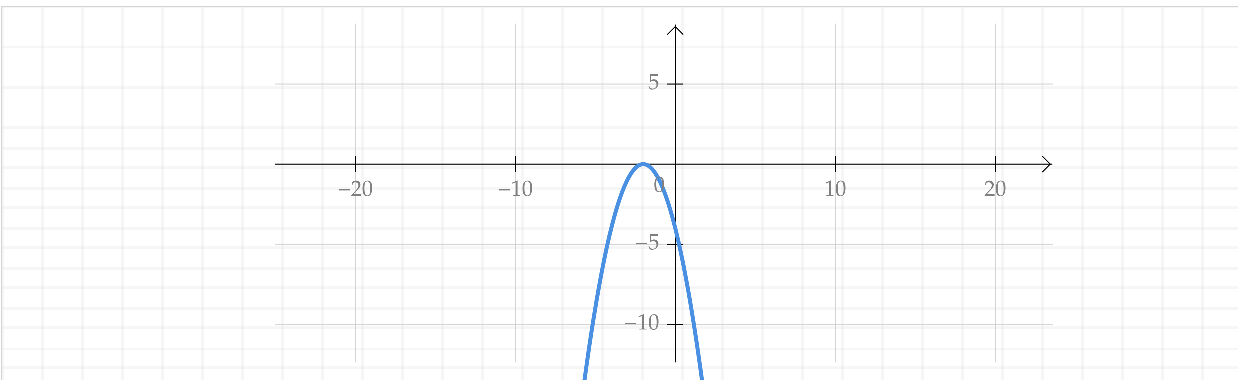
Sposób 1:
W celu rozwiązania tej nierówności wyznaczmy pierwiastki tej liczb. Aby tego dokonać rozwiązujemy równanie:

$-x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 4 - 4 = 0$ Jedno miejsce zerowe:

$x = \frac{-(-2)}{-2} = -1$ Postać iloczynowa: $-(x+1)^2 \geq 0$

Przestawiamy sytuację na wykresie:



Symbol: $\geq$ mówi, że nierówność spełniają wysztkie liczby na i nad osią OX. Nad osią oczywiście punktów nie ma. Na osi jest tylko jeden jest to oczywiście $x = -1$.

Odpowiedź: $x \in \{-1\}$

Sposób 2
Skorzystajmy ze wzoru skróconego mnożenia $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$-x^2 - 2x - 1 = -\left(x^2 + 2x + 1\right) = -(x-1)^2$

Ostatecznie jak poprzednio otzymujemy rozwiązanie $x \in \{-1\}$.