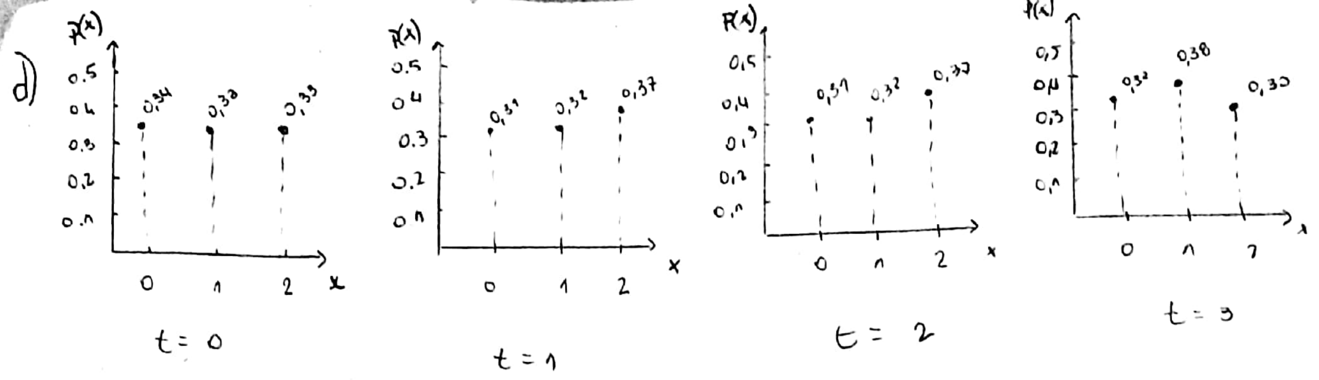
d)



Em $t=0$ os estados foram inicializados com probabilidade uniforme. Porém, vemos que a distribuição de probabilidade se mantém próxima a uniforme para os t's seguintes; o que faz sentido, uma vez que ela deve convergir para seu vetor $\pi = [1/3 \ 1/3 \ 1/3]^T$.

(2)

a) • $1 \to 2$: $\Delta J = -0.3 \Rightarrow \underbrace{P(\text{aceitar } 2 \mid \text{sortear } 2)}_{1}\underbrace{P(\text{sortear } 2)}_{1/4} = 1/4$

• $1 \to 3$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$ • $1 \to 4$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$ • $1 \to 5$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$

• $2 \to 1$: $\Delta J = 0.3 \Rightarrow e^{-0.3/0.1} \cdot 1/4 = e^{-3}/4$ • $2 \to 4$: $\Delta J < 0 = 1/4$

• $2 \to 3$: $\Delta J = 0.1 \Rightarrow e^{-1}/4$ • $2 \to 5$: $\Delta J = 0.2 \Rightarrow e^{-2}/4$

• $4 \to 3$: $\Delta J = 0.2 \Rightarrow e^{-2}/4$ • $4 \to 5$: $\Delta J = 0.3 \Rightarrow e^{-3}/4$

• $3 \to 1$: $\Delta J = 0.2 \Rightarrow e^{-2}/4$ • $3 \to 2$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$ • $3 \to 4$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$

• $3 \to 5$: $\Delta J = 0.1 \Rightarrow e^{-1}/4$ • $5 \to 1$: $\Delta J = 0.1 \Rightarrow e^{-1}/4$ • $5 \to 2$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$

• $5 \to 3$: $\Delta J < 0$: $1/4$ • $5 \to 4$: $\Delta J < 0 \Rightarrow 1/4$ • $4 \to 1$: $\Delta J = 0.4 \Rightarrow e^{-4}/4$
• $4 \to 2$: $\Delta J = 0.1 \Rightarrow e^{-1}/4$

M)

	1	2	3	4	5
1	0	$e^{-3}/4$	$e^{-2}/4$	$e^{-4}/4$	$e^{-1}/4$
2	$1/4$	$(3/4 - e^{-3}/4 - e^{-1}/4 - e^{-2}/4)$	$1/4$	$e^{-1}/4$	$1/4$
3	$1/4$	$e^{-1}/4$	$(1/2 - e^{-2}/4 - e^{-1}/4$	$e^{-2}/4$	$1/4$
4	$1/4$	$1/4$	$1/4$	$(1 - e^{-4}/4 - e^{-1}/4 - e^{-2}/4 - e^{-3}/4)$	$1/4$
5	$1/4$	$e^{-2}/4$	$e^{-1}/4$	$e^{-3}/4$	$(1/4 - e^{-1}/4)$

b) $X[0] = 1$

$t=1: M[:,0] \cong [0, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25]$ $\quad$ rand() = 0,885 $\quad$ $X[1] = 5$

$t=2: M[:,5] \cong [0.092, 0.25, 0.25, 0.25, 0.158]$ $\quad$ rand() = 0,527 $\quad$ $X[2] = 3$

$t=3: M[:,3] = [0.034, 0.25, 0.374, 0.25, 0.092]$ $\quad$ rand() = 0,581 $\quad$ $X[3] = 3$

$t=4: M[:,3] = [0.034, 0.25, 0.374, 0.25, 0.092]$ $\quad$ rand() = 0,689 $\quad$ $X[4] = 4$

c) Devemos encontrar o autovetor associado ao autovalor 1. Utilizando a função "np. linalg. eig(M)" o vetor invariante encontrado foi:

$$P = [0.0117, 0.2341, 0.0861, 0.6364, 0.0317]^T$$

↳ normalizado

d)

$x = 1 \rightarrow e^{-5} \approx 0,0067$

$x = 2 \rightarrow e^{-2} \approx 0,1353$

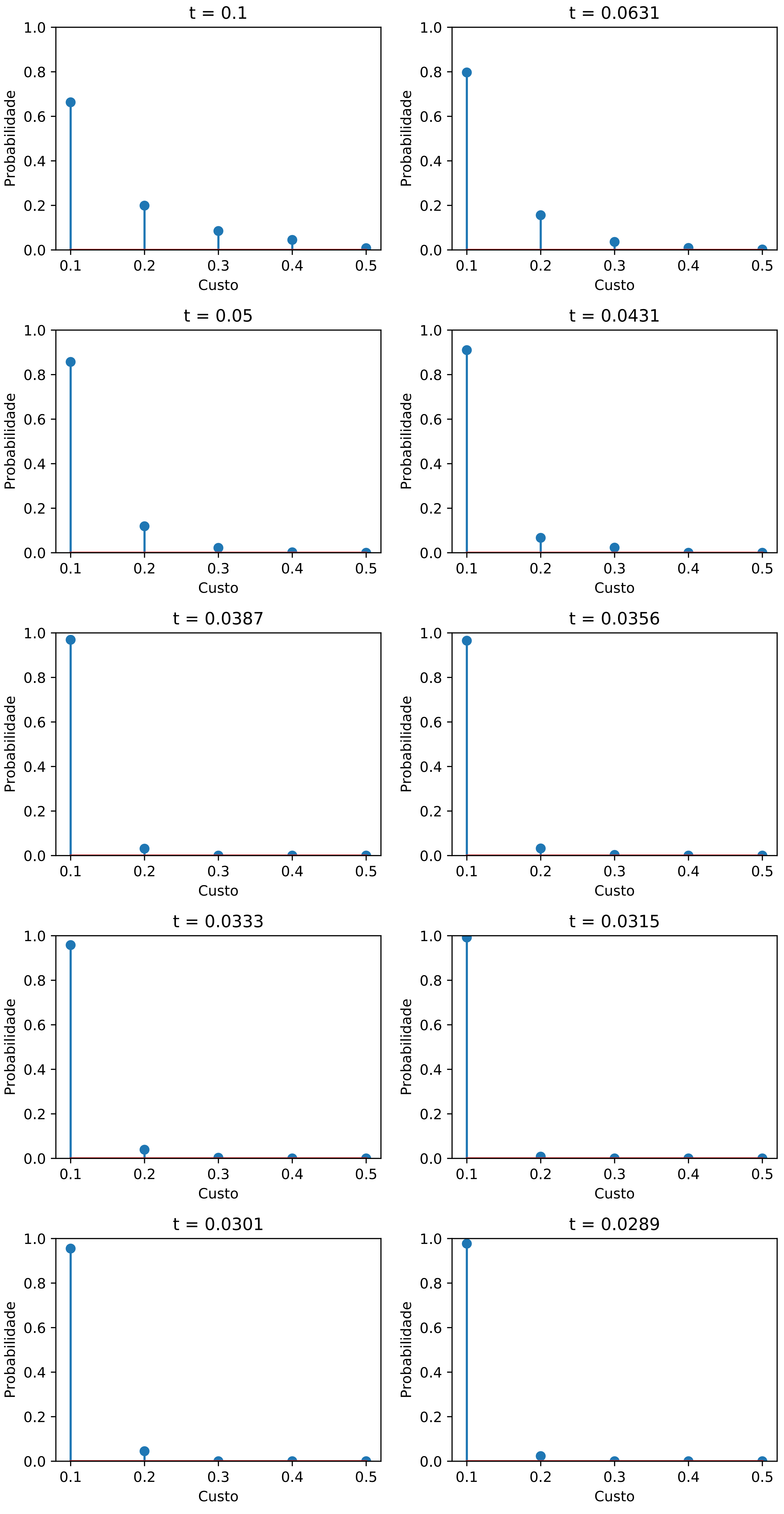
$x = 3 \rightarrow e^{-3} \approx 0,04979$

$x = 4 \rightarrow e^{-1} \approx 0,3679$

$x = 5 \rightarrow e^{-4} \approx 0,0183$

Dividindo-se o vetor P pelo vetor formado pelos fatores de Boltzmann calculados encontra-se uma razão de aproximadamente $\boxed{2,528}$ entre eles. Isso mostra que a distribuição de probabilidade para os estados deste problema segue uma distribuição de Boltzmann.

e) Nos gráficos da página seguinte, temos a distribuição de probabilidade para os valores gerados em uma determinada temperatura. Vemos que quanto menor a temperatura maior a probabilidade dos estados de menor energia.


t = 0.1
t = 0.0631
t = 0.05
t = 0.0431
t = 0.0387
t = 0.0356
t = 0.0333
t = 0.0315
t = 0.0301
t = 0.0289
Probabilidade
Custo
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5