Sèrie 1

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. *Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.*
2. *Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, els processos, els passos a seguir, les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.*
3. *En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de manera lògica la resposta, analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.*
4. *Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Es valorarà un raonament correcte tot i que el resultat sigui erroni. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.*
5. *Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior i aquest resultat és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric i tenir en compte el procediment de resolució.*
6. *Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requisits de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.*
7. *Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Es consideren errors d'unitats els següents: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient en què numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat* a) *val 1,25 punts i només hi ha un error en les unitats, s'haurà de puntuar amb 1 punt.*
8. *Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat* a) *val 1,25 punts i només hi ha un error en els càlculs, s'haurà de puntuar amb 1 punt.*
9. *Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.*
10. *Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.*
11. *Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (sis xifres significatives) o molt petit (una xifra significativa) es penalitzarà amb 0,1 punts.*

P1)

a)

Per trobar l'expressió de la velocitat orbital

0,10 p. Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre el satèl·lit degut a l'atracció de Mercuri és:

$$F = G\,\frac{M_{MPO}M_M}{r^2}$$

0,10 p. La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = M_{MPO}\vec{a}$

0,15 p. D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de Mercuri, la seva acceleració és l'acceleració centrípeta: $a = v^2/r$

0,15 p. Com que sobre el satèl·lit sols actua la força de la gravetat:

$$G\,\frac{M_{MPO}M_M}{r^2} = M_{MPO}v^2/r \Rightarrow v = \sqrt{G\,\frac{M_M}{\mathrm{r}}}$$

0,25 p. Utilitzant l'expressió obtenim el valor de la velocitat orbital per la MPO:

$$v_{MPO} = \sqrt{G\,\frac{M_M}{\mathrm{r}}} = \sqrt{6{,}67\times10^{-11}\,\frac{3{,}285\times10^{23}}{3{,}36\times10^{6}}} = 2{,}55\times10^3\ \mathrm{m/s}$$

0,25 p. Per saber el nombre de voltes que fa la MPO durant un any terrestre hem de comparar els dos temps.

El període de la MPO: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\,3{,}36\times10^6}{2{,}55\times10^3} = 8{,}28\times10^3\ s$

0,25 p. I un any amb segons: $t_{any} = 365{,}25\ dies\,\frac{24h}{1\ \mathrm{dia}}\,\frac{3600\ s}{1\mathrm{h}} = 3{,}16\ \times10^7\ s$

$$n_{voltes/any} = \frac{t_{any}}{T} = \frac{3{,}16\ \times10^7}{8{,}28\times10^3} = 3816\ voltes$$

***b*)**

0,5 p. L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i la potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}M_{MPO}v^2 - G\ \frac{M_{MPO}M_M}{r} = \frac{1}{2}M_{MPO}G\ \frac{M_M}{\mathrm{r}} - G\ \frac{M_{MPO}M_M}{r} = -\frac{GM_{MPO}M_M}{2r}$$

Càlcul de la massa:

0,5 p. Per escapar del camp gravitatori de Mercuri, l'energia mecànica final ha de ser nul·la. Per tant, l'increment d'energia necessari és:

$$\Delta E_m = E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = 0 + \frac{GM_{MPO}M_M}{2r}$$

0,25 p. El màxim increment d'energia mecànica possible és l'energia que pot proporcionar el combustible, per tant: $\Delta E_m = 4{,}5\ \times 10^9\ J = \frac{GM_{MPO}M_M}{2r}$

i la massa màxima d'MPO: $M_{MPO} = \frac{\Delta E_m 2r}{GM_M} = 1{,}38\ \times 10^3\ kg$

O alternativament:

0,25 p. El treball fet pels motors amb el combustible és igual a l'increment d'energia mecànica $W_{motors} = \Delta E_m$ i, per tant, $W_{motors} = E_{m\,final} - E_{m\,inicial}$

0,5 p. Per tant, $W_{motors} = 4{,}5\ \times 10^9\ J = 0 + \frac{GM_{MPO}M_M}{2r}$

I la massa màxima d'MPO és $M_{MPO} = \frac{W_{motors}\,2r}{GM_M} = 1{,}38\ \times 10^3\ kg$

P2)

***a*)**

0,25 p. L'equació de la posició vertical és la component del vector posició de la massa respecte del centre del disc que podem escriure en funció de l'angle θ respecte de l'eix vertical *y*. L'angle augmenta linealment amb el temps i proporcionalment a la velocitat angular $\theta = \omega t + \varphi_0$. I, per tant: $y(t) = A\cos(\theta) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ o alternativament amb el sinus: $y(t) = Asin(\theta) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

0,25 p. Per escriure l'equació necessitem l'amplitud, que és el radi A=0,19 m, la velocitat angular ω =6,41 rad/s i la fase inicial l'obtenim de l'instant inicial t=0 en què la posició és -A

0,25 p. Càlcul de la posició:

Si es considera el sentit positiu cap amunt:

$y(0) = -A = A\cos(\varphi_0)$ i $-1 = \cos(\varphi_0)\,, \varphi = \arccos(-1) = \pi\, rad$

I, per tant, $y(t) = 0{,}19\cos(6{,}41\, t + \pi)\, m$ i t en segons,

o també $y(t) = -0{,}19\cos(6{,}41\, t)\, m$ i t en segons.

Si es considera el sentit positiu cap avall:

$y(0) = A = A\cos(\varphi_0)$ i $1 = \cos(\varphi_0)\,, \varphi = \arccos(1) = 0\, rad$

I, per tant, $y(t) = 0{,}19\cos(6{,}41\, t)\, m$ i t en segons,

o també $y(t) = -0{,}19\cos(6{,}41\, t + \pi)\, m$ i t en segons.

0,25 p. Les velocitats angulars de les dues masses són iguals; per tant, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ i $k = \omega^2 m = 6{,}41^2 \cdot 0{,}5 = 20{,}54\, N/m$.

0,25 p. L'energia mecànica és $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = 0{,}5 \cdot 20{,}54 \cdot 0{,}19^2 = 0{,}371\, J$

***b*)**

0,25 p. Càlcul de la velocitat:

Si es considera el sentit positiu cap amunt:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}19 \cdot 6{,}41 \sin(6{,}41\ t + \pi) = -1{,}218 \sin(6{,}41\ t + \pi)\ m/s$$i

Si es considera el sentit positiu cap avall:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}19 \cdot 6{,}41 \sin(6{,}41\ t) = -1{,}218 \sin(6{,}41\ t)\ m/s$$

0,25 p. L'energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 1{,}218^2\ sin^2(6{,}41\ t + \pi)\ = 0{,}371\ sin^2(6{,}41\ t + \pi)\ \ J$$

o bé $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 1{,}218^2\ sin^2(6{,}41\ t)\ = 0{,}371\ sin^2(6{,}41\ t)\ \ J$

Gràfica:

$E_m = 0{,}371\ J$, $\quad E_p = \frac{1}{2}ky^2 = 10{,}27y^2\ J$,

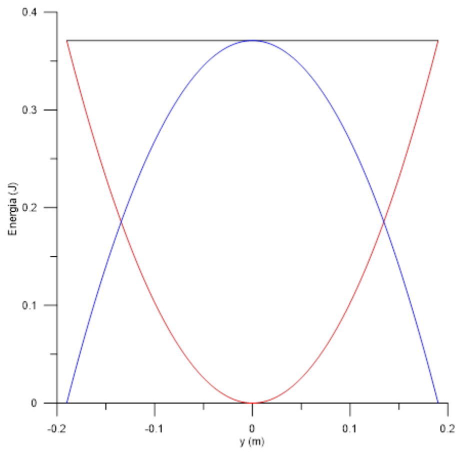
$E_c = E_m - E_p = 0{,}371 - 10{,}27y^2\ J$

0,25 p. Representació de l'Em

0,25 p. Representació de l'Ep

0,25 p. Representació de l'Ec

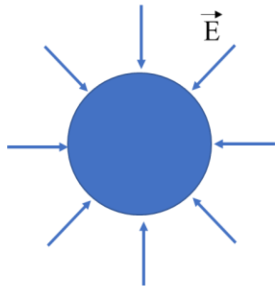
Si l'escalatge no és correcte, s'han de restar 0,25 punts.



P3)

***a*)**

0,5 p. Dibuix: el camp elèctric està dirigit cap a càrregues negatives i radial per la geometria esfèrica:



0,5 p. L'enunciat ens diu que el camp elèctric és el generat per tota la càrrega al centre de l'esfera. Sabem que el mòdul de camp elèctric en aquest cas és:

$$|\vec{E}| = k\frac{q}{r^2}$$

0,15 p. Per tant, la càrrega és: $|q| = \frac{|E|r^2}{k} = \frac{150\cdot(6{,}37\ 10^6)^2}{8{,}99\ 10^9} = 6{,}77 \cdot 10^5\ C$

0,10 p. Per considerar que la càrrega és negativa: $q = -6{,}77 \cdot 10^5\ C$

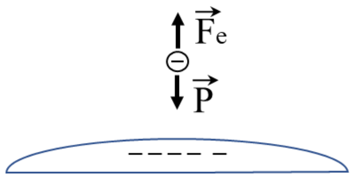
***b*)**

0,25 p. El seu mòdul serà: $|\vec{F_e}| = q|E| = 1{,}602\ 10^{-19} \cdot 150 = 2{,}403\ 10^{-17} N$

0,5 p. El pes de la gota d'aigua ha de ser igual a la força elèctrica creada pel camp ja calculada:

$|\vec{F_e}| = |\vec{P}| = mg$ i, per tant, $m = \frac{|\vec{F_e}|}{g} = \frac{2{,}403\ 10^{-17}}{9{,}81} = 2{,}45\ \ 10^{-18}\ kg$

0,25 p. Esquema: la força elèctrica, contrària al camp elèctric. S'oposa al pes.



0,25 p. Per calcular el diàmetre de la gota, sabem que la massa de la gota és el seu volum per la densitat de l'aigua $m = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$ i trobem el radi:

$r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 2{,}45\ \ 10^{-18}}{4\pi\cdot 10^3}} = 0{,}836 \cdot 10^{-7}\ m$. El diàmetre és dues vegades el radi,

$d = 1{,}67 \cdot 10^{-7}\ m = 0{,}167\mu m = 167nm$

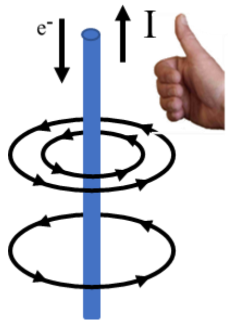
P4)

***a*)**

0,5 p. El camp magnètic màxim a 10 cm = 0,1 m el calculem a partir de la intensitat màxima 10^5 A i l'expressió del mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit:

$$B_{max} = \frac{\mu_0 I_{max}}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{2\pi \cdot 0{,}1} = 0{,}2 \text{ T}$$

Dibuix:



0,10 p. La transferència de càrrega negativa del núvol cap a terra.

0,20 p. La direcció de la intensitat de corrent cap amunt.

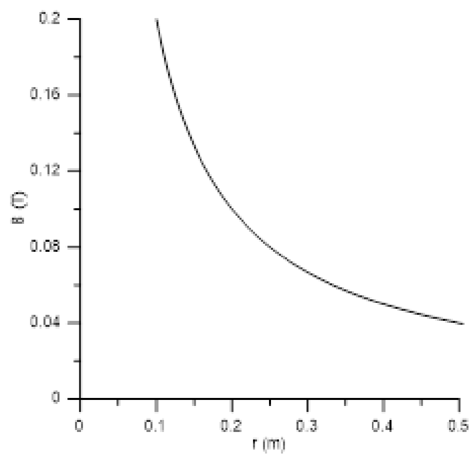
0,20 p. Les línies de camp són línies concèntriques al voltant d'un fil infinit.

0,25 p. El sentit de les línies de camp magnètic al voltant del parallamps ens el dona la regla de la mà dreta o equivalent.

***b*)**

0,75 p. Gràfica. Calculem alguns punts del camp per representar-lo.

Per exemple: (B(0,1m)=0,2T, B(0,2m)=0,1T, B(0,3m)=0,0667T, B(0,4m)=0,05T, B(0,5m)=0,04T)

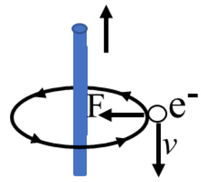


No incloure títol en l'eix resta 0,1 p.

No incloure unitats en l'eix resta 0,2 p.

0,25 p. La força magnètica sobre l'electró és $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. El camp magnètic i la velocitat són perpendiculars i, per tant, el mòdul de la força magnètica serà $|\vec{F}| = qvB = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 = 3{,}2 \cdot 10^{-17}\ N$

0,25 p. La regla de la mà dreta (o equivalent) i el signe de la càrrega ens indica que la força serà en direcció i sentit cap al parallamps.



P5)

***a*)**

0,5 p. A partir del nivell d'intensitat sonora obtenim la intensitat de l'ona: $\beta = 10\log(\frac{I}{I_0})$, $100 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$, $I = 10^{10} \cdot 10^{-12} = 10^{-2} W/m^2$.

0,5 p. La potència emesa pel petard suposant que el so es reparteix en una superfície esfèrica: $P = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-2} 4\pi \cdot 50^2 = 314{,}16\, W$.

0,25 p. L'energia sonora alliberada: $E = P \cdot t = 314{,}16 \cdot 0{,}03 = 9{,}42\, J$.

***b*)**

0,25 p. A partir del nivell d'intensitat sonora obtenim la intensitat de l'ona: $\beta = 10\log(\frac{I}{I_0})$, $90 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$, $I = 10^{9} \cdot 10^{-12} = 10^{-3} W/m^2$.

Càlcul de l'alçada:

0,25 p. Els coets són iguals i, per tant, la potència emesa també. Es reparteix en una superfície esfèrica i obtenim la distància a la qual es trobava el petard utilitzant la mateixa relació:

$$P = I \cdot 4\pi r^2,\ r^2 = \frac{P}{4\pi \cdot I} = \frac{314{,}16}{4\pi \cdot 10^{-3}} = 25000\, m^2\ ,\ r = 158{,}11\, m$$

0,25 p. Utilitzant el teorema de Pitàgores obtenim l'alçada a la qual esclata el coet:

$$h = \sqrt{158{,}11^2 - 50^2} = 150\, m$$

O alternativament:

0,5 p. Els coets són iguals i, per tant, la potència emesa també. Es reparteix en una superfície esfèrica i, per tant, entre les intensitats i les distàncies hi ha la relació següent:

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ per tant $\frac{10^{-3} W/m^2}{10^{-2} W/m^2} = 0{,}1 = \frac{50^2}{h^2 + 50^2}$ i per tant $h^2 + 50^2 = 10 \cdot 50^2$,

$h^2 = 9 \cdot 50^2$, $h = 3 \cdot 50 = 150 m$

0,5 p. La intensitat sonora generada per dos coets pot ser calculada sabent que la potencia i la intensitat del so es doblaran. Per tant: $\beta = 10\log\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}}\right) = 93\, dB$.

P6)

***a*)**

0,5 p. Si imposem la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica tenim:

$${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$$

0,25 p. Per trobar l'activitat després d'una setmana, utilitzem l'equació de l'activitat $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$, en què l'activitat inicial és: $A_0 = 1{,}66 \cdot 10^{14} \frac{Bq}{g} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\, g = 8{,}3 \cdot 10^{11}\, Bq$

0,25 p. Necessitem el coeficient de desintegració λ, que obtenim del temps de semidesintegració:

$A(t) = \frac{A_0}{2} = A_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$ i per tant, $t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$.

Directament obtenim $\lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}} = \frac{ln2}{138} = 5{,}023 \cdot 10^{-3} dies^{-1}$

0,25 p. L'activitat després de set dies és: $A = A_0\, e^{-\lambda t} = 8{,}3 \cdot 10^{11}\, e^{-5{,}023 \cdot 10^{-3} \cdot 7} = 8{,}01 \cdot 10^{11} Bq$

b)

0,25 p. El treball realitzat pel camp elèctric és menys l'increment d'energia potencial:

$$W = -\Delta U = -q \cdot \Delta V$$

0,25 p. En portar el primer electró des de l'infinit (distància molt gran), el camp elèctric i potencial elèctric existents són els creats per la partícula alfa. El potencial inicial és nul $V_i = 0$ i el final serà $V_{f1} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_\alpha}{\mathrm{r}}$, en què *r* és la distància final, r=0,6 × 10^{-10} m; per tant: $\Delta V_1 = 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{0{,}6 \cdot 10^{-10}} = 48{,}006\, V$ i el treball fet pel camp elèctric durant el desplaçament del primer electró és $W_{e1} = -\mathrm{q}_e \cdot \Delta V_1 = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 48{,}006 = 7{,}69 \cdot 10^{-18}\, J$.

0,25 p. En portar el segon electró des de l'infinit, el potencial elèctric existent és el creat per la partícula alfa i l'electró. El potencial inicial és nul i el final serà $V_{f2} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_\alpha}{\mathrm{r}} + \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_e}{2\mathrm{r}}$, per tant: $\Delta V_2 = 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{0{,}6 \cdot 10^{-10}} - 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-10}} = 36{,}005\, V$, i el treball pel segon electró és $W_{e2} = -\mathrm{q}_e \cdot \Delta V_2 = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 36{,}005 = 5{,}77 \cdot 10^{-18}\, J$.

L'energia potencial final:

0,50 p. L'energia potencial de la configuració final és menys el treball total fet pel camp, ja que l'energia potencial inicial era nul·la:

$$W_{total} = W_{e1} + W_{e2} = 7{,}69 \cdot 10^{-18} + 5{,}77 \cdot 10^{-18} = 1.346 \cdot 10^{-17}\ J$$

$\Delta U = U_f - U_i = -W$, i, per tant, l'energia potencial final és $U_f = -1.346 \cdot 10^{-17}\ J$

O alternativament:

0,50 p. Calculem l'energia potencial electroestàtica del sistema final com a suma dels termes d'energia potencial per parelles:

$$U_{Sistema} = U_{e-He} + U_{e-He} + U_{e-e} = 2U_{e-He} + U_{e-e}$$

$$U_{Sistema} = 2\mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_\alpha \mathrm{q}_e}{\mathrm{r}} + \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_e \mathrm{q}_e}{2\mathrm{r}} = 2 \cdot 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot (-1{,}602 \cdot 10^{-19})}{0{,}6 \cdot 10^{-10}} + 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-1{,}602 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-10}} = -1.346 \cdot 10^{-17}\ J$$

P7)

***a*)**

0, 25 p. La longitud d'ona llindar $\lambda_0 = 650 \cdot 10^{-9}\ m$ és la longitud d'ona més alta per la qual tenim efecte fotoelèctric. Correspon a una freqüència: $f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{650 \cdot 10^{-9}} = 4{,}62 \times 10^{14}$ Hz.

0, 25 p. El treball d'extracció del metall és l'energia mínima per extreure l'electró: $hf = E_C + W_0$, per tant, per E_c=0, $W_0 = hf_0$ i fent el càlcul obtenim:

$$W_0 = hf_0 = 6{,}626 \times 10^{-34} \cdot 4{,}62 \times 10^{14} = 3{,}06 \cdot 10^{-19}\ J = 1{,}91\ eV$$

0, 25 p. El potencial de frenada és el voltatge que necessitem aplicar per frenar els electrons amb més energia cinètica: $\Delta U = |\,e|\Delta V = Ec$

0, 25 p. Calculem l'energia cinètica amb què surten els electrons per 300 nm. Primer, calculem la freqüència corresponent: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 1{,}00 \times 10^{15}$ Hzi. I, seguidament, l'energia cinètica amb què surten és:

$$E_C = hf - W_0 = 6{,}626 \times 10^{-34} \cdot 1{,}00 \times 10^{15} - 3{,}06 \cdot 10^{-19} = 3{,}57 \cdot 10^{-19}\ J$$

0, 25 p. L'energia cinètica es contraresta amb una energia potencial elèctrica d'igual mòdul: $\Delta U = q \cdot \Delta V$ i, per tant, el potencial de frenada ha de ser $\Delta V = \frac{Ec}{|\,e|} = \frac{3{,}57 \cdot 10^{-19}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 2{,}23\ V$.

***b*)**

0,5 p. A partir de l'equació de l'energia cinètica ja utilitzada tenim $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = hf - W_0$, i posant la freqüència en funció de la longitud d'ona s'obté: $v = \sqrt{\frac{2}{m}(\frac{hc}{\lambda} - W_0)}$.

Introduint els valors corresponents: $v(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}(\frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda} - 3{,}06 \cdot 10^{-19})}\ \frac{m}{s}$, per tant, l'expressió és $v(\lambda) = \sqrt{\frac{4{,}36 \cdot 10^5}{\lambda} - 6{,}72 \cdot 10^{11}}\ \frac{m}{s}$

0,25 p. La velocitat per 500 nm: $v(500nm) = \sqrt{\frac{4{,}36 \cdot 10^5}{500 \cdot 10^{-9}} - 6{,}72 \cdot 10^{11}} = 4{,}47 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$

0,5 p. La longitud d'ona de De Broglie la calculem a partir de la quantitat de moviment de l'electró i la relació de De Broglie: $p = mv = \frac{h}{\lambda}$.

Per tant, $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 4{,}47 \cdot 10^5} = 1{,}63 \cdot 10^{-9} m = 1{,}67\ nm$.

SÈRIE 5

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. *Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.*
2. *Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.*
3. *En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.*
4. *Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.*
5. *Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.*
6. *Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.*
7. *Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.*
8. *Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en els càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.*
9. *Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.*
10. *Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.*
11. *Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) o molt petit (1 xifra significativa) es penalitzarà amb 0,1p.*

P1)

a)

0,2 p Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre el telescopi degut a la atracció del Sol és:

$$F_{Sol} = G\frac{mM_{Sol}}{r_{Sol}^2} = 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{6161 \times 1{,}99 \times 10^{30}}{(1{,}511 \times 10^{11})^2} = 35{,}82\ \mathrm{N}$$

0,2 p Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre el telescopi degut a la atracció de la Terra és:

$$F_{Terra} = G\frac{mM_T}{r_T^2} = 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{6161 \times 5{,}98 \times 10^{24}}{(1{,}5 \times 10^{9})^2} = 1{,}092\ \mathrm{N}$$

0,2 p I com tots tres objectes estan alineats, les dues forces tenen la mateixa direcció i sentit, per tant, en aquest cas el mòdul de la força total és al suma dels mòduls de les dues forces:

$$F = F_{Sol} + F_{Terra} = 36{,}91\ \mathrm{N}$$

0,4 p I la segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = m\vec{a}$

D'altra banda, com el telescopi descriu un moviment circular uniforme al voltant del sol, la seva acceleració centrípeta és:

$$a = \omega^2 r_{Sol} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_{Sol}$$

Substituint la força total a la segona llei de Newton tenim:

$$F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_{Sol}$$

0,25 p I si aïllem el període obtenim:

$$T = 2\pi\sqrt{r_{Sol}\frac{m}{F}} = 2\pi\sqrt{1{,}511 \times 10^{11}\frac{6161}{36{,}91}} = 3{,}16 \times 10^{6}\ \mathrm{s} = 365{,}2\ \mathrm{dies}$$

b)

0,75 p La constant de Kepler és segons la tercera llei de Kepler:

$$C_K = \frac{r^3_{Sol-Terra}}{T^2}$$

$$r_{Sol-Terra} = 1{,}511 \times 10^{11} - 1{,}5 \times 10^9 = 1{,}496 \times 10^{11}\ \mathrm{m}$$

$$C_K = \frac{r^3_{Sol-Terra}}{T^2} = \frac{(1{,}496 \times 10^{11})^3}{(3{,}16 \times 10^7)^2} = 3{,}35 \times 10^{18}\ \mathrm{m^3/s^2}$$

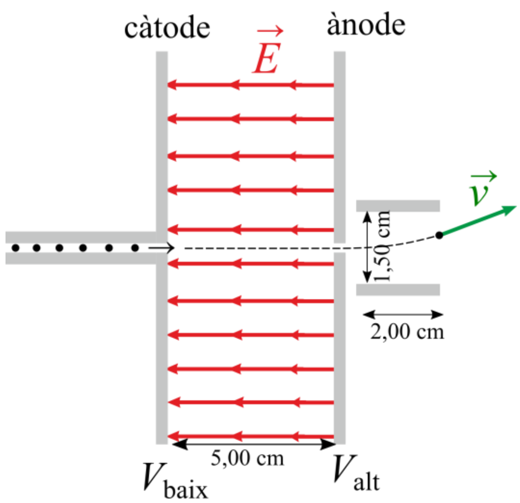
Alternativament:

$$C_K = \frac{r^3_{Sol-Terra}}{T^2} = \frac{GM_{Sol}}{(2\pi)^2} = 3{,}35 \times 10^{18}\ \mathrm{m^3/s^2}$$

Si es dona com a resultat l'invers, és a dir, $C'_K = \frac{T^2}{r^3_{Sol-Terra}} = 2{,}98 \times 10^{-19}\ \mathrm{s^2/m^3}$, també es considerarà correcte atès que en alguns llibres també s'utilitza aquesta definició per a la constant de Kepler.

0,5 p La tercera Llei de Kepler ens permet determinar el període orbital d'un objecte que orbita al voltant del Sol en el supòsit que la única força que actua sobre l'objecte és la atracció del Sol, és a dir, negligim la influència de tercers cossos. La tercera Llei de Kepler només s'aplica a un sistema de dos cossos. En canvi en aquest problema la força que aplica la Terra no és negligible i per tant quan determinem la força gravitatòria aplicada sobre el telescopi tenim la contribució de dos cossos, el Sol i la Terra, per tant ja no és pot aplicar la tercera Llei de Kepler. De fet, segons la tercera Llei de Kepler el període orbital del telescopi hauria de ser més gran que el de la Terra atès que està més allunyat del Sol, però degut a la contribució de l'atracció gravitatòria de la Terra aquest període acaba sent igual al de la Terra.

Comentari pel lector: La característica del punt L_2 és que el període orbital és igual al de la Terra i això fa que sigui un bon lloc per situar observatoris espacials atès que el telescopi sempre mantindrà la mateixa orientació respecte al Sol i la Terra.



P2)

a)

0,2 p Les línies de camp són perpendiculars a les plaques, és a dir, horitzontals, com s'indica a la figura. Alternativament, sabem que $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$, perquè no es desviïn l'acceleració ha de ser paral·lela a la velocitat, tangent a la trajectòria, és a dir horitzontal. Per tant la força i el camp elèctric han de ser horitzontals.

0,1 p La intensitat del camp elèctric és proporcional a la densitat de línies de camp, per aquesta raó les línies són equidistants, la densitat de línies de camp és la mateixa en tot l'espai entre plaques.

0,2 p $\vec{F} = q\vec{E}$, com la càrrega és negativa el sentit de $\vec{F}$ és l'oposat al de $\vec{E}$. Si la gota accelera, la força ha d'anar dirigida d'esquerra a dreta, per tant, el sentit del camp elèctric és l'oposat, com s'indica al dibuix.

0,2 p Les línies de camp indiquen la direcció en la que el potencial disminueix, per tant, la placa de la dreta està connectada al potencial alt i la placa de l'esquerra està connectada al potencial baix.

0,1 p Les línies de camp surten de les càrregues positives i convergeixen cap a les càrregues negatives, per tant, la placa de la dreta, la que està connectada al potencial alt, és l'ànode i la placa de l'esquerra, la que està connectada al potencial baix, és el càtode.

0,45 p

Segons el teorema de les forces vives, el treball total, que és el treball fet pel camp elèctric és igual a la variació d'energia cinètica (també es pot plantejar a partir d'imposar la conservació de l'energia mecànica):

$$\Delta E_c = W_{camp} = -q\Delta V = 9{,}00 \times 10^{-9}\ \text{C} \times 50\ \text{V} = 4{,}5 \times 10^{-7}\ \text{J}$$

Com que l'energia cinètica inicial és pràcticament nul·la:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

I finalment el mòdul de la velocitat és:

$$v = \sqrt{2\,\frac{E_c}{m}} = \sqrt{2\,\frac{4{,}5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-9}}} = 17{,}3\ \mathrm{m/s}$$

Alternativament és pot fer per forces.

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{50}{0{,}05} = 1000\ \mathrm{V/m}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{|qE|}{m} = \frac{9{,}00 \times 10^{-9} \cdot 1000}{3 \times 10^{-9}} = 3000\ \mathrm{m/s^2}$$

I per un MRUA:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2ad \Rightarrow v_f = \sqrt{2ad} = \sqrt{2 \cdot 3000 \cdot 0{,}05} = 17{,}3\ \mathrm{m/s}$$

b)

0,3 p En aquesta zona el camp és perpendicular a les plaques per tant és vertical. Atès que com indica el dibuix la gota es desvia cap amunt l'acceleració apunta cap a dalt i com les gotes estan carregades negativament el camp elèctric apunta cap avall.

El mòdul del camp és:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{30}{0{,}015} = 2.000\ \mathrm{V/m}$$

0,7 p I el mòdul de l'acceleració és:

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{|qE|}{m} = \frac{9{,}00 \times 10^{-9} \cdot 2000}{3 \times 10^{-9}} = 6.000\ \mathrm{m/s^2}$$

0,25 p Atès que l'acceleració només té component vertical, la gota descriu una trajectòria parabòlica o tir parabòlic.

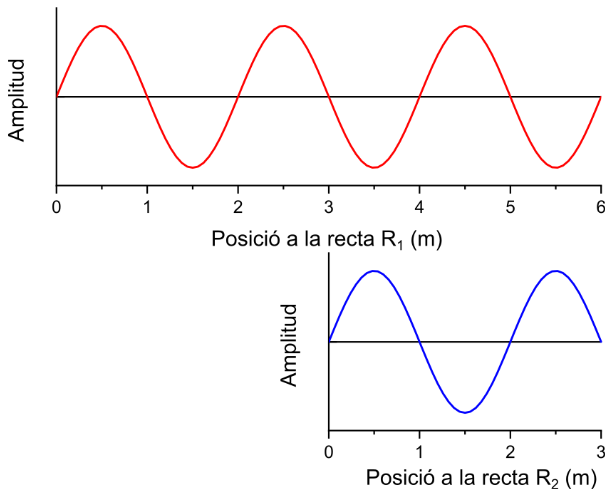
P3)

a)

0,25 p Per dibuixar l'ona cal primer determinar la longitud de l'ona:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} = 2 \text{ m}$$

0,5 p En la representació s'ha de veure que durant el recorregut per R1 hi ha 3 longituds d'ona mentre que en el de R2 n'hi han 1,5 longituds d'ona



0,5 p En el punt 1, l'ona que ha fet el recorregut R1 i l'ona que ha fet el recorregut R2 arriben en oposició de fase per tant es crea una interferència destructiva i no se sent res si les amplituds són iguals. És a dir, una ona ha recorregut 3λ mentre que l'altre ha recorregut 1,5 λ. Per tant arriben en oposició de fase atès que hi ha una diferència en el camí recorregut per les dues ones de 1,5 λ.

b)

0,4 p i) Si un dels altaveus deixa de funcionar no hi haurà interferència en el Punt 1 i per tant passarem de no sentir res a sentir el so que s'emet per un altaveu. El so tindrà una freqüència de 170 Hz i l'amplitud de l'ona sonora que genera un altaveu.

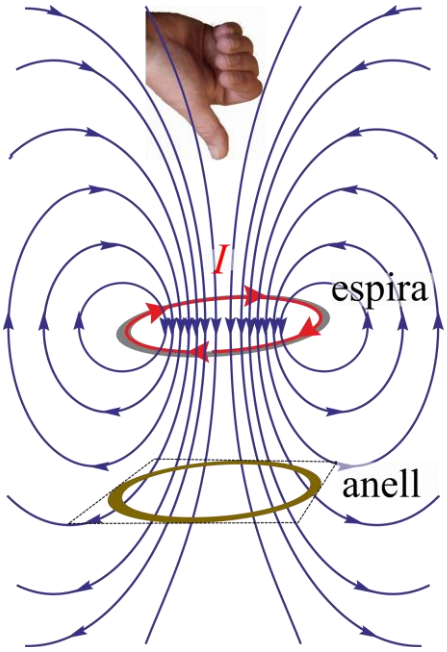
0,4 p ii) Si el recorregut a través de R1 s'escurça en un metre, és a dir en λ/2, llavors quan arriben al Punt 1, una ona ha recorregut 2,5 λ i l'altre ona 1,5 λ, és a dir la diferència és λ, per tant arriben en fase, la interferència és constructiva. El so tindrà una freqüència de 170 Hz i l'amplitud de l'ona sonora serà la suma de les amplituds generades per cada altaveu.

0,45 p iii) Si ens posicionem en un punt equidistant als dos altaveus, la distància que han de recórrer les dues ones és la mateixa i per tant també arribaran en fase produint-se una interferència constructiva. El so tindrà una freqüència de 170 Hz i l'amplitud de l'ona sonora serà la suma de les amplituds generades per cada altaveu.

P4)

a)

0,25 p Cal representar correctament tant les línies de camp com el sentit de les mateixes en funció del sentit del corrent que circula per la espira. Com que el corrent és altern, es pot triar el sentit que es vulgui. El sentit de les línies de camp ens el dona la regla de la mà dreta.



0,25 p Atès que el corrent és altern, el camp magnètic que travessa l'espira és variable en el temps.

0,25 p Per tant el flux de camp magnètic a través de l'anell també serà variable i segons la **llei de Faraday**, s'induirà una força electromotriu i per tant, segons la llei d'Ohm, es generarà un corrent elèctric a través de l'anell.

0,25 p Finalment, si per l'anell circula un corrent, llavors es generarà un camp magnètic, que segons la llei de Lenz s'oposarà la cavi, és a dir, si la intensitat a l'espira disminueix, el camp magnètic induït serà paral·lel al generat per l'espira, si en canvi, la intensitat a l'espira augmenta el camp magnètic induït serà oposat al generat per l'espira.

Finalment, la diferència de camp magnètic degut al corrent induït que circula per l'anell serà detectat per l'aparell i generarà un senyal acústic degut.

0,25 p Si el corrent que circula per la espira és continu, el camp magnètic i el flux que travessen l'anell són constants en el temps, i per tant segons la Llei de Faraday no hi haurà força electromotriu induïda, atès que aquesta és igual a la derivada temporal del flux magnètic a través de l'anell. Per tant, no s'induirà cap camp magnètic.

b)

0,75 p Correspon a la gràfica (a), quan l'imant s'acosta a la bobina, el camp magnètic dins la bobina augmenta i això fa que s'indueixi una tensió que creix monòtonament. Quan l'imant es mou dins de la bobina el camp magnètic pràcticament no varia, de manera que la tensió disminueix fins fer-se nul·la quan l'imant s'atura. Quan l'imant recula, el camp a l'interior de la bobina s'afebleix, per tant l'efecte de la inducció és l'oposat, intenta evitar l'afebliment del camp dins la bobina, per tant, la polaritat de la tensió s'inverteix. A mesura que l'imant s'allunya de la bobina, la variació del camp magnètic s'afebleix i per tant, la tensió induïda tendeix a zero. **Només en el gràfic (a) reprodueix aquest comportament, noteu que és l'únic on hi ha un canvi de polaritat de la tensió**.

0,25 p Si la velocitat és duplica, segons la llei de Faraday també es duplicarà la tensió (la derivada temporal serà el doble de gran), per tant el senyal tindrà una amplitud de 4 Volts enlloc de 2 Volts.

0,25 p Si triga la meitat l'escala de temps també es reduirà a la meitat, anirà de 0 a 100 s.

P5)

a)

1,0 p $^{87}_{37}Rb \rightarrow {}^{87}_{38}Sr + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}_e$

Si no s'inclou $\bar{\nu}_e$ cal restar **0,5 p**.

Alternativament es pot escriure ${}^{0}_{-1}\beta^{-}$ enlloc de ${}^{0}_{-1}e^{-}$.

0,25 p Es tracta d'una desintegració β^{-}.

b)

Trobem la constant de desintegració:

0,2 p $m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$

0,3 p $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Longrightarrow \lambda = -\frac{\ln 0{,}5}{T_{1/2}} = 1{,}41 \times 10^{-11}\ \text{anys}^{-1}$

0,3 p Si s'han format 0,0048 mols de Sr per cada mol que ens queda de $^{87}_{37}Rb$, llavors originàriament hi havien 1,0048 mols de $^{87}_{37}Rb$:

$$\frac{m(t)}{m_0} = \frac{1}{1{,}0048}$$

0,45 p $\frac{1}{1{,}0048} = e^{-\lambda t} \Longrightarrow t = \frac{\ln 1{,}0048}{\lambda} = 3{,}40 \times 10^{8}\ \text{anys} = 340\ \text{milions d'anys}$

Alternativament

0,25 p $\left.\begin{array}{l} \frac{1}{1{,}0048} = e^{-\lambda t} \\ \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{\ln 1{,}0048}{\ln 0{,}5} = \frac{t}{T_{1/2}}$

0,2 p $t = T_{1/2} \frac{\ln \frac{1}{1{,}0048}}{\ln 0{,}5} = 3{,}40 \times 10^{8}\ \text{anys}$

P6)

a)

Del gràfic tenim

0,1 p A = 100 nm = 10^{-7} m .

0,1 p $T = \pi\ \mu s = \pi \times 10^{-6}$ s

0,1 p $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2{,}0 \times 10^{6}$ rad/s

Primera opció

0,2 p Equació del MHS: $y(t) = A\ sin(\omega t + \varphi_0)$

0,2 p Inicialment $y_0 = y(t = 0) = A$

$$A = A\ sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$y(t) = 10^{-7}\ sin\left(2{,}0 \times 10^{6}\ t + \frac{\pi}{2}\right)$, y en m i t en s.

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS: $y(t) = A\ cos(\omega t + \varphi_0)$

0,2 p Inicialment $y_0 = y(t = 0) = A$

$$A = A\ cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$y(t) = 10^{-7}\ cos(2{,}0 \times 10^{6}\ t)$, y en m i t en s.

0,3 p L'acceleració màxima es pot determinar a partir de l'expressió de l'acceleració:

$$a(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} = -A\ \omega^2 sin(\omega t + \varphi_0)$$

Llavors: $a_{max} = A\ \omega^2 = 4{,}0 \times 10^{5}$ m/s^2

O a partir de la segona llei de Newton:

$$F_{max} = m\ a_{max} = kA \Rightarrow a_{max} = \frac{k}{m}A = A\ \omega^2 = 4{,}0 \times 10^{5} \text{ m/s}^2$$

b)

0,65 p Per un objecte de massa *m* unit a una molla que descriu un MHS tenim:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = 2{,}0 \times 10^{-12}\ \mathrm{kg}$$

0,6 p Si el període augmenta, llavors la freqüència angular disminueix: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

I com $m = \frac{k}{\omega^2}$, si la freqüència angular disminueix llavors la massa ha augmentat.

P7)

a)

0,25 p Si imposem la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica tenim:

$$ {}^{238}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{239}_{92}U + \gamma $$

0,75 p En una desintegració β⁻ un neutró es transforma en un protó, un electró i un l'antineutrí. Si s'omet l'electró cal restar 0,5 p, si s'omet l'antineutrí o es dona un neutrí enlloc de l'antineutrí cal restar 0,25 p.

0,15 p Si imposem la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica tenim:

$$ {}^{239}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{93}Np + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}_e $$

0,1 p Si imposem la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica tenim:

$$ {}^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{94}Pu + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}_e $$

No es penalitzarà l'omissió del fotó.

b)

0,25 p Si imposem la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica tenim:

$$ {}^{239}_{94}Pu \rightarrow {}^{235}_{92}U + {}^{4}_{2}He + \gamma $$

No es penalitzarà l'omissió del fotó.

La disminució de massa és:

0,6 p $\Delta m = m({}^{239}_{94}Pu) - \left(m({}^{235}_{92}U) + m({}^{4}_{2}He)\right) = 1{,}116 \times 10^{-29}$ kg

0,4 p I l'energia alliberada és

$$ E = \Delta m c^2 = 1{,}116 \times 10^{-29} \times (3{,}00 \times 10^{8})^2 = 1{,}005 \times 10^{-12} \mathrm{J} $$