

Übungsblatt 13

Von: Paul Gnädig
Tim Duske

Aufgabe 2a:

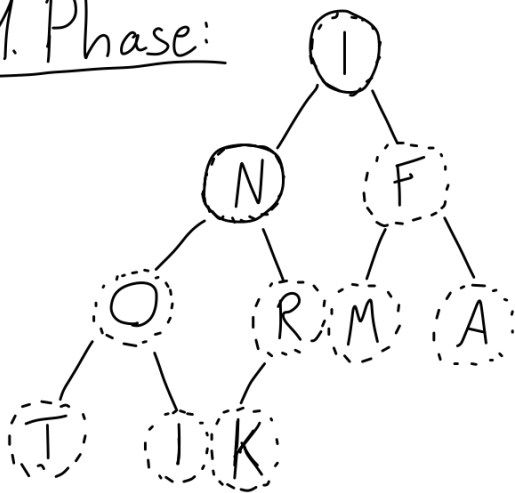
gegebene Liste:

I	N	F	O	R	M	A	T	I	K
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

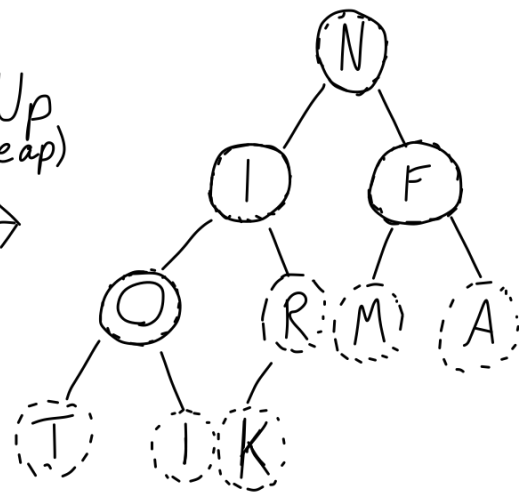
○ = gehört zum Heap (sortierter Teil der Liste)

○ = gehört (noch) nicht zum Heap

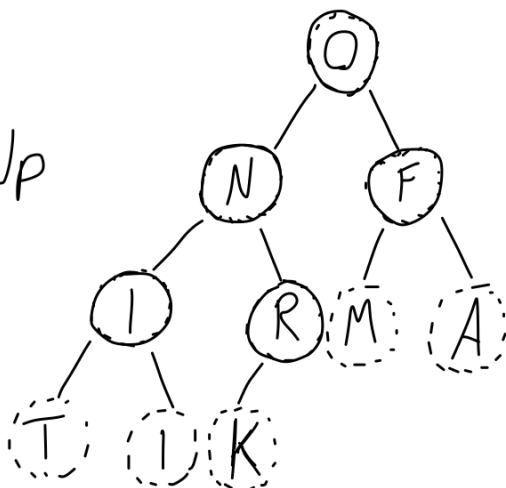
1. Phase:



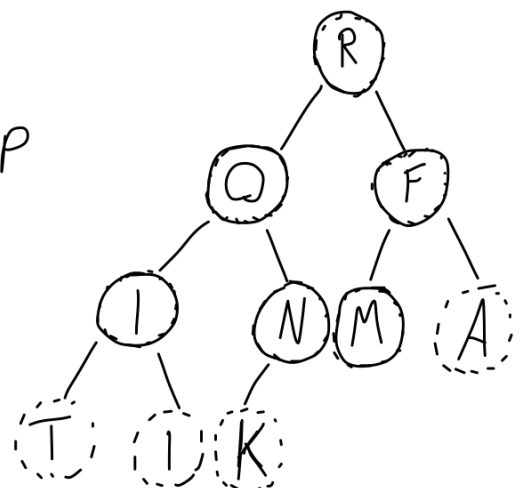
bubbleUp
(für MaxHeap)



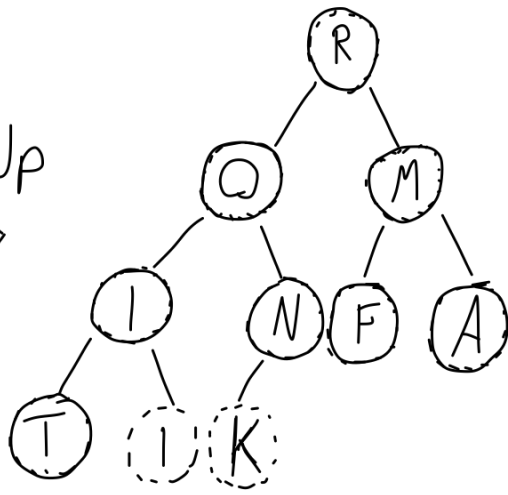
bubbleUp



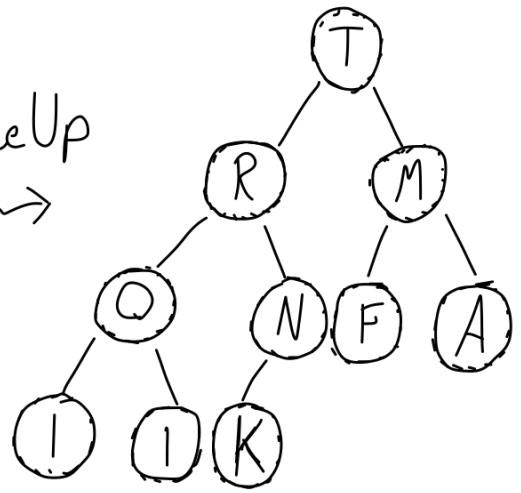
bubbleUp



bubbleUp
~>



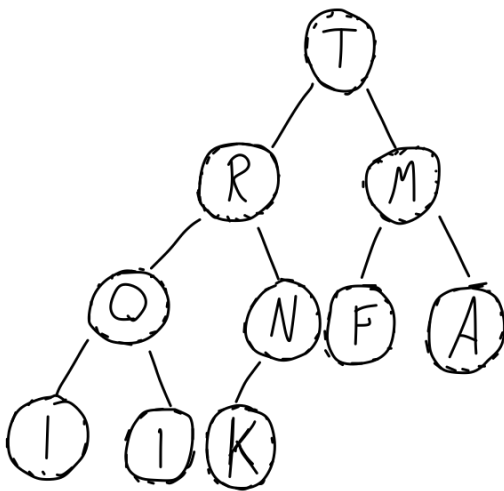
bubbleUp
~>



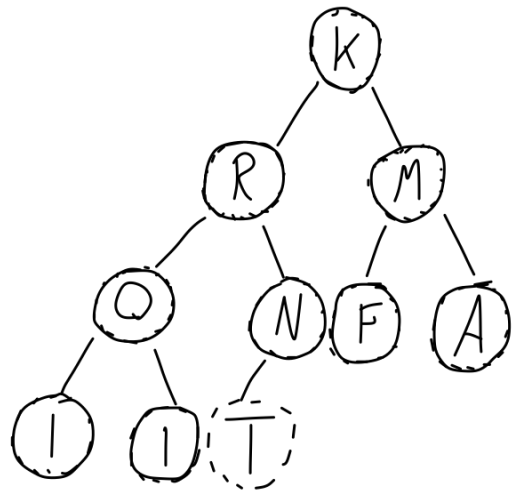
Liste sieht nun wie folgt aus:



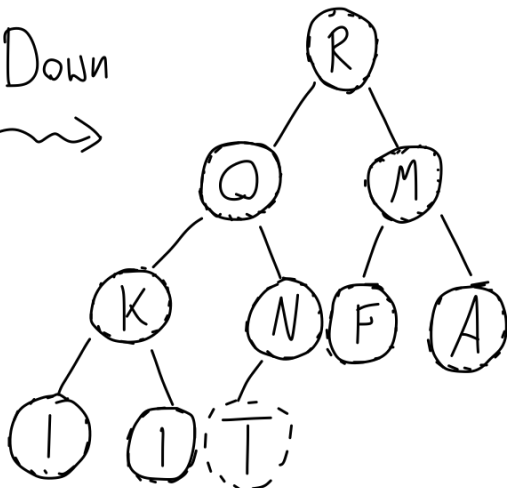
2. Phase:



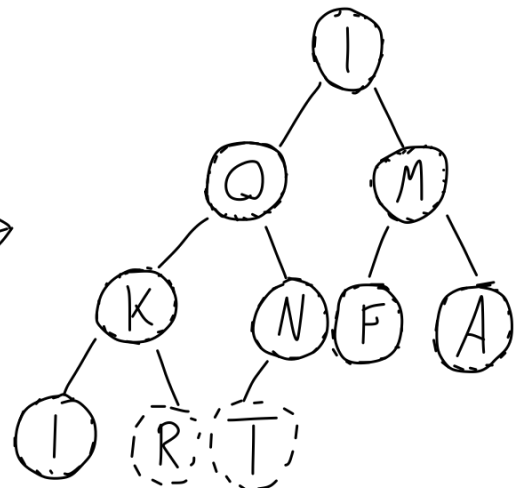
swap
~>



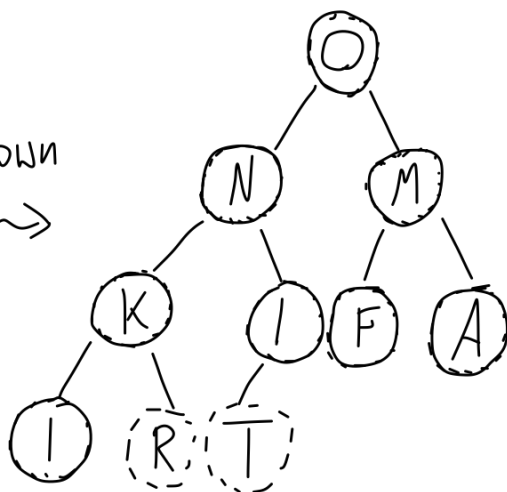
bubbleDown
~>



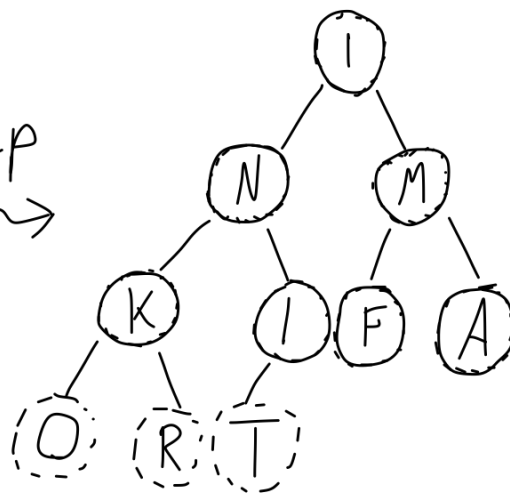
swap
~>



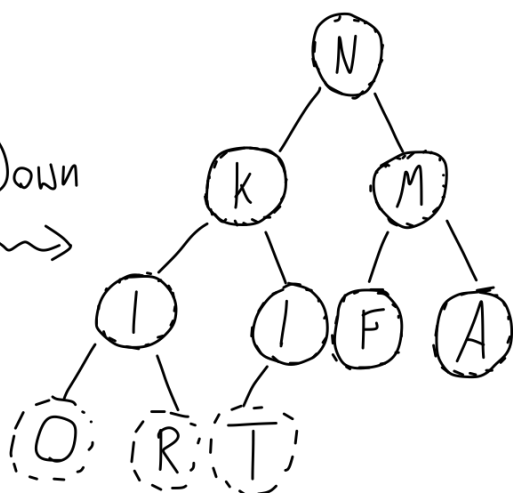
bubble Down
~~~~~>



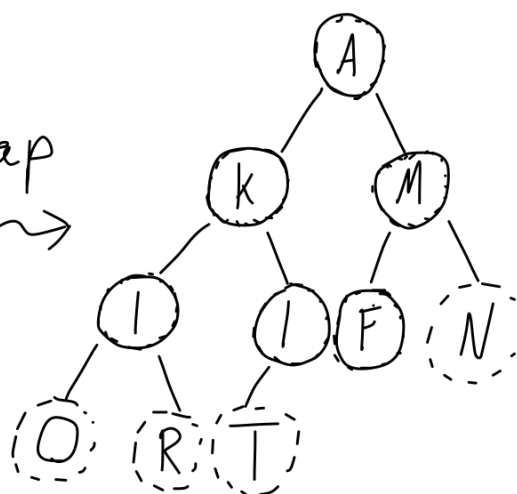
swap  
~~~~~>



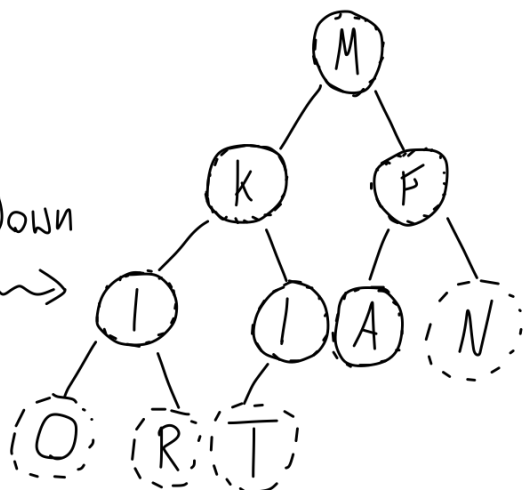
bubble Down
~~~~~>



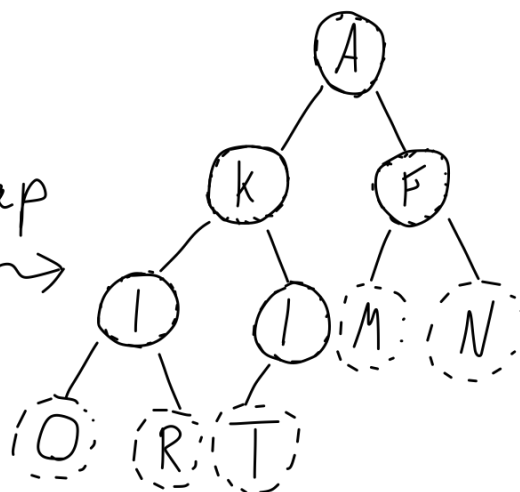
swap  
~~~~~>



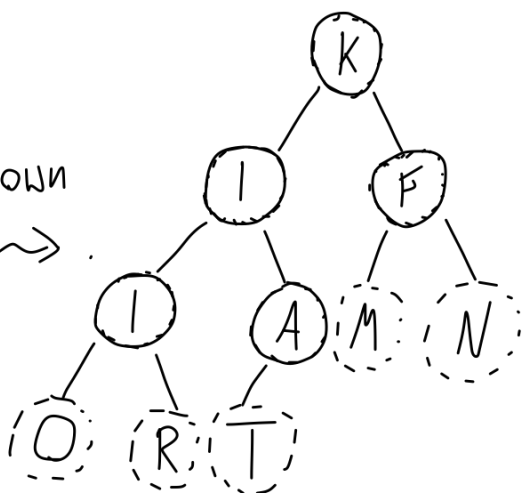
bubble Down
~~~~~>



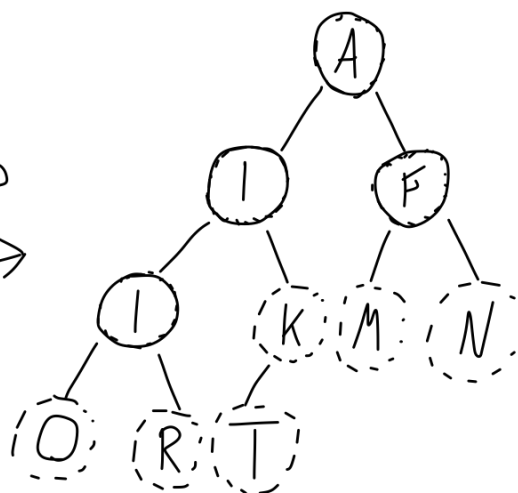
swap  
~~~~~>

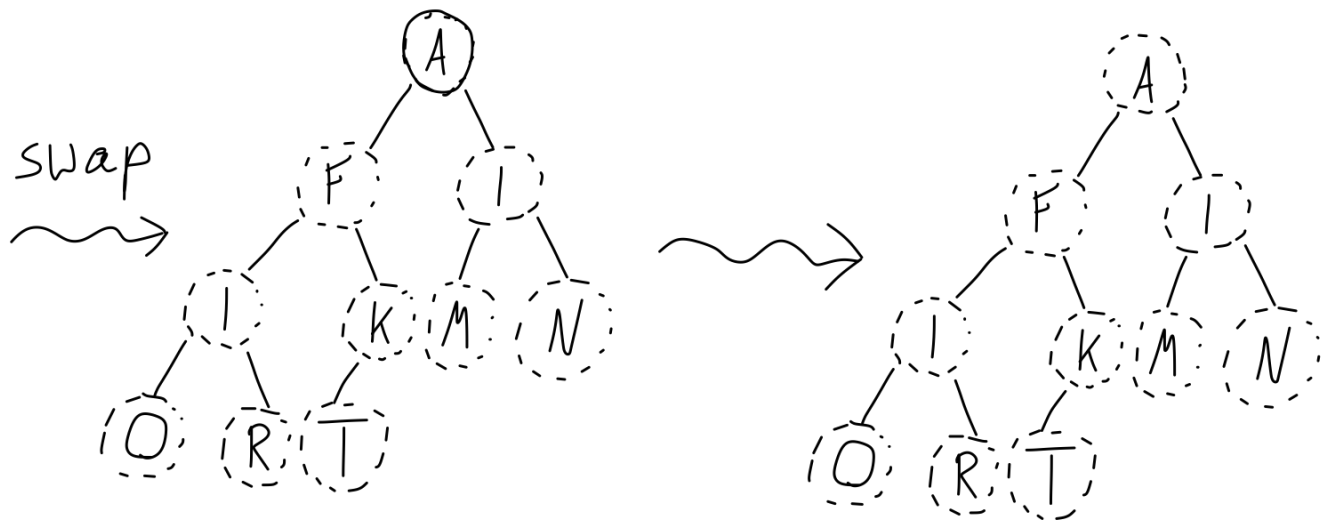
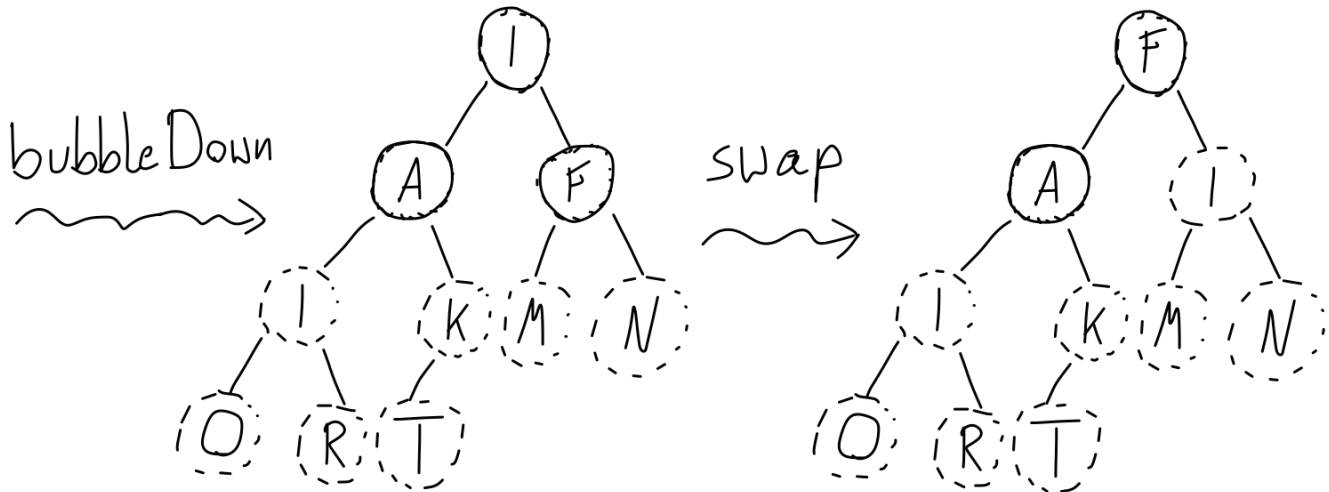
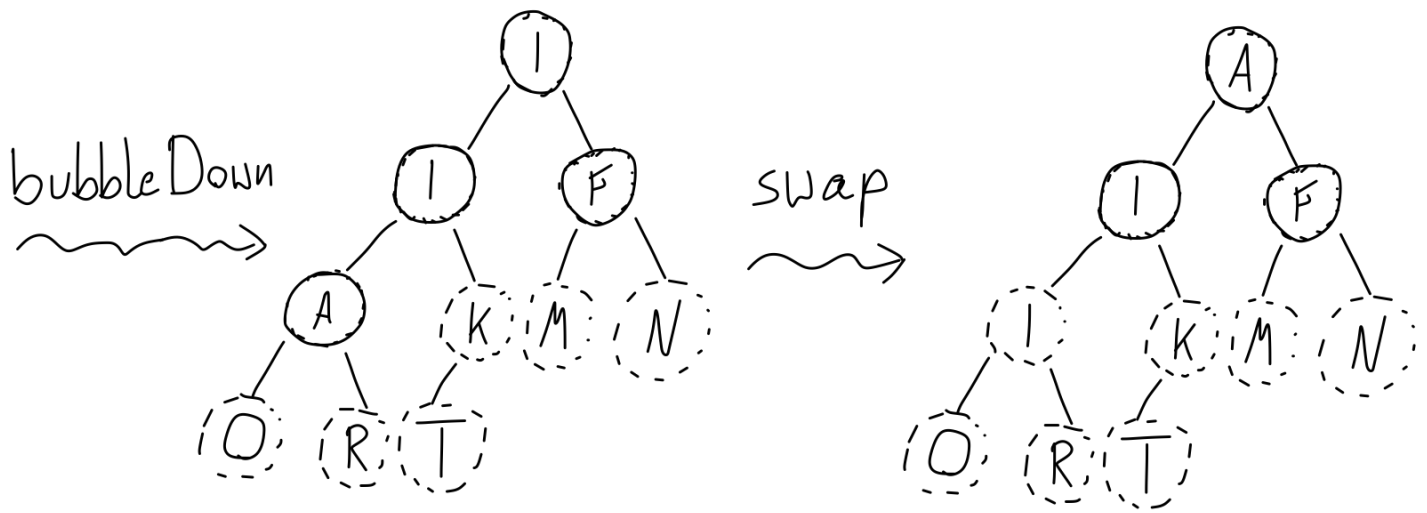


bubble Down
~~~~~>



swap  
~~~~~>





Liste sieht nun wie folgt aus:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | F | I | I | K | M | N | O | R | T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Der Algorithmus
⇒ terminiert.

Aufgabe 2b:

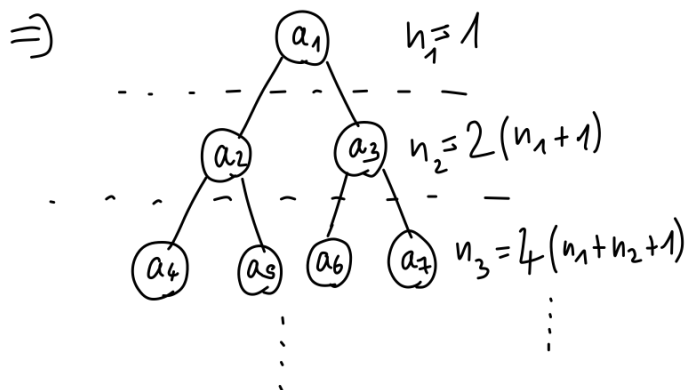
Aussage (3):

Angenommen T ist ein Heap mit n Elementen und Höhe h . Außerdem gelten die Aussagen (1) und (2) und die letzte Ebene des Heap (h) ist vollständig mit Elementen gefüllt.

$\Rightarrow n$ kann als Summe dargestellt werden, da nach (1) die Anzahl der Elemente einer Ebene i mit 2^i berechnet werden können.

$$n = \sum_{i=0}^h 2^i \Rightarrow 2^h \leq n$$

$$n = \sum_{i=0}^{h-1} 2^i + 2^h \Rightarrow 2^h \leq n \text{ gilt}$$



Da sich die Anzahl der Elemente einer Ebene aus der Anzahl der Elemente aller darüber liegenden Ebenen + 1 zusammensetzt und nach (2) gilt, dass eine Ebene mind. 1 Element besitzt gilt:

$$n \leq 2^{h+1} - 1$$

(4)

1. Ungleichung:

$$2^h \leq n \quad (\text{nach } h \text{ umformen})$$

$$2^h \leq n \quad | \log_2()$$

$$h \leq \log_2(n)$$

2. Ungleichung:

$$n \leq 2^{h+1} - 1 \quad | \log_2()$$

$$\log_2(n) \leq h+1 - \log_2(2) - 1$$

$$\log_2(n) - 1 \leq h$$