

# Моделирование F слоя Земной ионосферы

Останин Павел Антонович

Научный руководитель: Кулямин Дмитрий Вячеславович

## Задачи и актуальность

- Разработка динамической трёхмерной модели F слоя ионосферы;
- Разработка совместной модели термосферы-ионосферы со включением модели ионосферы как вычислительного блока.

Актуальность проблемы и её прикладное значение:

- Задачи космической отрасли;
- Межконтинентальная и спутниковая радиосвязь;
- Радиолокация и навигационные системы: состояние ионосферы определяет характеристики движения низкоорбитальных спутников;

## Используемые приближения; векторное уравнение

Используемые приближения:

- Рассмотрение только F слоя; Динамическое преобладание амбиполярной диффузии;
- Предположение квазинейтральности плазмы;
- Одноионная постановка с рассмотрением иона  $O^+$ ;
- Дипольное приближение магнитного поля Земли;

Уравнение, описывающее эволюцию электронной концентрации (уравнение неразрывности):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial t} = & -\operatorname{div}(n_i \vec{u}_{\parallel}) - \operatorname{div} \left( n_i \frac{1}{B^2} [\vec{E} \times \vec{B}] \right) + \\ & + \operatorname{div} \left( D \left[ \nabla_{\parallel} n_i + n_i \frac{1}{T_p} \nabla_{\parallel} T_p - \frac{n_i m_i}{2kT_p} \vec{g}_{\parallel} \right] \right) + [P - k_i n_i]. \end{aligned}$$

# Уравнение в сферической системе координат (в приближении тонкого сферического слоя)

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = DYZ(n_i) + DTr(n_i) + [P - kn_i].$$

$$DYZ(n_i) = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( D \cos \varphi \left[ \frac{1}{a} \frac{\partial n_i}{\partial \varphi} \cos^2 l - \frac{\partial n_i}{\partial z} \cos l \sin l \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \left[ \frac{\partial n_i}{\partial z} \sin^2 l - \right. \right. \\ \left. \left. - + Tr(n_i) + Tr(n_i) \frac{1}{a} \frac{\partial n_i}{\partial \varphi} \cos l \sin l \right] \right);$$

$$DTr(n_i) = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \left( \frac{1}{a} \frac{1}{T_p} \frac{\partial T_p}{\partial \varphi} \cos^2 l - \frac{1}{T_p} \frac{\partial T_p}{\partial z} \cos l \sin l - \frac{1}{H} \sin l \cos l \right) Dn_i \cos \varphi \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( - \frac{1}{a} \frac{1}{T_p} \frac{\partial T_p}{\partial \varphi} \cos l \sin l + \frac{1}{T_p} \frac{\partial T_p}{\partial z} \sin^2 l + \frac{1}{H} \sin^2 l \right) Dn_i \right].$$

На верхней границе ставится условие третьего рода, в котором полный поток считается известным и близким к нулю:

$$D \left( \frac{\partial n}{\partial z} \sin^2 l - \frac{1}{a} \frac{\partial n}{\partial \varphi} \cos l \sin l + \frac{1}{H} n \cdot \sin^2 l \right) = F_{ub} \approx 0.$$

## Особенности системы уравнений модели ионосферы

Постановка уравнения содержит ряд особенностей:

- Уравнение отражает баланс массы;
- Задача имеет геометрические особенности;
- Характерные значения коэффициента диффузии меняются экспоненциально с высотой на 6 порядков;
- Характерные времена плазмохимических процессов малы; вместе с предыдущим пунктом это обуславливает существенную жёсткость задачи;
- Решение уравнения в силу физического смысла неотрицательно;

Симметричная матрица эффективных коэффициентов диффузии

$S = \begin{pmatrix} K_1^2 & K_1 K_2 \\ K_1 K_2 & K_2^2 \end{pmatrix}$ , где  $K_1 = \sqrt{D} \cos I$ ,  $K_2 = \sqrt{D} \sin I$ , вырождена в каждой точке.

При нулевых  $P$ ,  $k_i$  и краевых условиях интегрирование по всей области даёт соотношение:

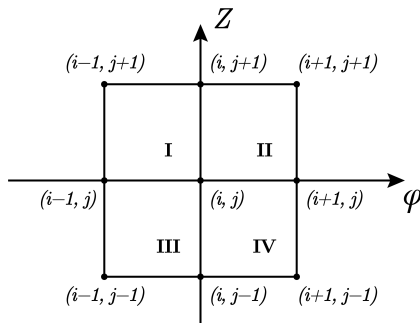
$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\varphi, z} (n_i)^2 \cos \varphi d\varphi dz = - \iint_{\varphi, z} \left( K_1 \frac{\partial n_i}{\partial \varphi} + K_2 \frac{\partial n_i}{\partial z} \right)^2 \cos \varphi d\varphi dz \leq 0.$$

# Пространственная аппроксимация

- Для диффузионных компонент используется стандартная консервативная аппроксимация с помощью центральных разностей:

$$\frac{\partial}{\partial z} D \frac{\partial n}{\partial z} \approx \frac{1}{h_{i+1/2}} \left( \frac{D_{i+1/2}(n_{i+1} - n_i)}{h_i} - \frac{D_{i-1/2}(n_i - n_{i-1})}{h_{i-1}} \right);$$

- Гиперболические слагаемые также аппроксимированы центральными разностями;
- Ключевая особенность: наличие смешанных производных. Используется аппроксимация второго порядка, зависящая от знака  $\sin I$ ;  
*При постоянных коэффициентах аппроксимация удовлетворяет конечно-разностному аналогу интегрального соотношения.*
- Верхнее граничное условие аппроксимировано в соответствии с конечно-разностными формулами для смешанных производных.



## Два способа аппроксимации по времени

В работе сравниваются два подхода к аппроксимации по времени:

- I. Полностью неявная схема (линейная система решается с помощью метода BiCG);
- II. Схема расщепления:
  - Диффузия вдоль оси  $z$ , смешанные производные и фотохимия — первый шаг расщепления;
  - Диффузия вдоль широты — второй шаг расщепления;  
(линейные системы на обоих шагах расщепления решаются одномерными прогонками);

Свойства схем протестированы на модельном стационарном решении:

$$n_{mod}(z, \varphi) = A \cdot e^{-B(z-C)} \cdot (z-C) \cos^2 \frac{\varphi}{2}$$

Форсинг выбран так, чтобы данная функция являлась точным решением.

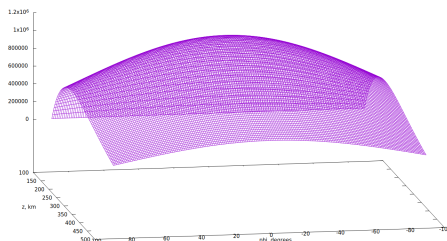


Рис. 1. Модельное решение  $n_{mod}(z, \varphi)$ ,  $z$  меняется от 100 км до 500 км и  $\varphi$  от  $-90^\circ$

# Сравнение аппроксимаций по времени

I. Неявная схема даёт лучшую точность при больших шагах по времени;

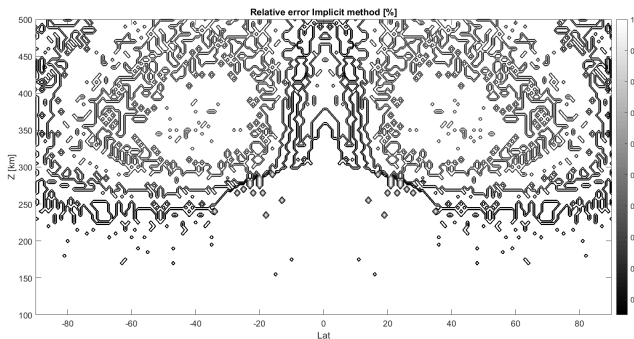


Рис. 2. Ошибка в вычислении стационарного состояния для полностью неявной схемы в задаче с заданным модельным решением.



## Сравнение аппроксимаций по времени

II. При заданном шаге по времени решение по методу расщепления приблизительно в 4 раза быстрее, но дополнительная ошибка вносит существенный вклад;

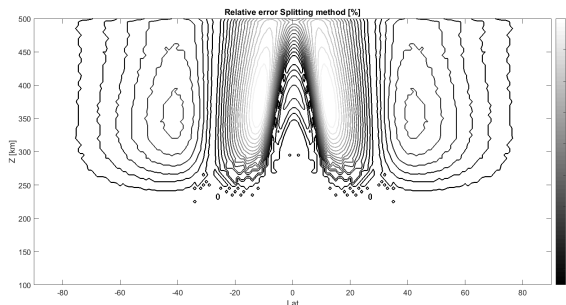


Рис. 3. Ошибка в вычислении стационарного состояния для метода расщепления при шаге по времени  $\tau = 100$  с.

## Заключение

- I. Разработана первая версия двумерной динамической модели F слоя ионосферы ИВМ РАН на основе решения уравнений динамики плазмы в приближении амбиполярной диффузии в сферических геомагнитных координатах, сформулированы основные уравнения модели и предложен алгоритм поэтапной реализации на основе метода расщепления по физическим процессам;
- II. Реализованы два метода численного интегрирования модели, проведено сравнение точности разработанных методов на основе аналитического решения;
- III. Использована аппроксимация смешанных производных, учитывающая диффузию вдоль магнитных силовых линий;

Спасибо за внимание!