

ATP Übungsblatt 3

Tobias Rücker
tobias.ruecker@tu-dortmund.de

Paul Störbrock
paul.stoerbrock@tu-dortmund.de

18. Mai 2020

Abgabegruppe: **Mittw. 10-12 Uhr**



Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabe 7	1
1.1	a)	2
1.2	b)	2
1.3	c)	3
1.4	d)	3
2	Aufgabe 8	3
2.1	a)	4
2.2	b)	5
2.3	c)	7
3	Aufgabe 9	8
3.1	Kernkollapssupernova	8
3.2	Supernova Typ Ia	8
3.3	Akkretierender weißer Zwerg → weniger Neutrinos?	9

1 Aufgabe 7

Aufgabe 7: Cepheiden

5 P.

Cepheiden sind Sterne, die periodisch ihre Leuchtkraft um bis zu 2 mag (Magnituden) ändern, da sich die optische Dichte ihrer Hülle verändert (Kappa-Mechanismus). Grund dafür ist eine periodische Änderung von Druck und Temperatur im Inneren des Sterns, der ähnlich wie bei einer Dampfmaschine eine Ausdehnung und Kontraktion des Sterns bewirkt.

Schätzen Sie mithilfe der Schallgeschwindigkeit die charakteristische Zeitskala ab, auf der ein Cepheid pulsiert. Nehmen Sie dafür an, dass der Stern durch ein ideales Gas konstanter Dichte beschrieben wird, das radial pulsiert. Die Schallgeschwindigkeit ist dann gegeben durch

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P(r)}{\rho}}$$

mit der Dichte $\rho = \text{const.}$, dem Adiabatenexponent γ , welcher hier als $\gamma = 1$ angenommen wird, sowie dem Druck $P(r)$, welcher abhängig von Radius ist.

Gehen Sie wie folgt vor:

- a) Berechnen Sie mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz, wie groß der Druck P in Abhängigkeit vom Abstand zum Zentrum des Sterns r ist (Stichwort: Hydrostatisches Gleichgewicht!).

Kontrollerggebnis: $P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r^2)$

- b) Berechnen Sie mithilfe der oben gegebenen Informationen zu v_s wie lange der Schall von der Sternoberfläche bis zum Zentrum benötigt.
- c) Der Prototyp und Namensgeber dieser Klasse von Sternen ist Delta Cephei mit einer Masse von $M = 4,5 M_\odot$ und einem Radius $R = 44,5 R_\odot$. Schätzen Sie die Periodendauer für Delta Cephei ab.

Tipp: Schätzen Sie die Periodendauer in Analogie zu der Berechnung der Eigenfrequenz einer Orgelpfeife ab.

- d) Die tatsächliche Periodendauer wird in der Literatur mit 5,366 249 Tagen angegeben. Wodurch können die Unterschiede zu der hier gewählten Abschätzung entstehen?

1.1 a)

Aus dem letzten Blatt:

$$\frac{GM\rho}{r^2} = \frac{dp}{dr} \quad (1)$$

Nebenrechnung:

$$M = \rho \cdot V \quad (2)$$

$$= \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (3)$$

Ende Nebenrechnung

$$-\frac{4}{3} \pi G \rho^2 r = \frac{dP}{dr} \Big| \int_r^R dr' \quad (4)$$

$$-\frac{4}{3} \pi G \rho^2 \int_r^R r' dr' = \int_r^R \frac{dP}{dr'} dr' \quad (5)$$

$$-\frac{2}{3} \pi G \rho^2 (R^2 - r^2) = \underbrace{P(R)}_{=0} - P(r) \quad (6)$$

Am Rand der Sonne wirkt keine Kraft wegen dem hydrostatischen Gleichgewicht, daher wird der Druck an der Stelle 0.

$$P(r) = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 (R^2 - r^2) \quad (7)$$

1.2 b)

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P(r)}{\rho}} \quad (8)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{2}{3} \pi \gamma \rho G (R^2 - r^2)} \quad (9)$$

$$\gamma = 1 \quad (10)$$

$$\text{4.1} \quad \frac{dr}{dt} = v_s \quad (11)$$

$$dt = \frac{1}{v_s} dr \Big| \int \text{4.2} \quad (12)$$

$$\int_0^t 1 dt = \int_0^R \sqrt{\frac{3}{2G\rho\pi}} \frac{1}{(R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}} dr \quad (13)$$

$$t = \int_0^R \sqrt{\frac{3}{2G\rho\pi}} \frac{1}{R \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}} dr \quad (14)$$

Substitution

$$\frac{r}{R} = u \quad (15)$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{R} \quad (16)$$

$$dr = duR \quad (17)$$

Weiter

$$= \sqrt{\frac{3}{2G\rho\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du \quad (18)$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2G\rho\pi}} \arcsin(U)|_0^1 \quad (19)$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2G\rho\pi}} \frac{\pi}{2} \quad (20)$$

1.3 c)

1.4 d)

Die Abweichung in der Periodendauer kann daher stammen, dass der Stern als Zylinder angenähert wurde, wobei dieser mehr kugelförmig als zylinderförmig ist.

5.1

5.2



2 Aufgabe 8


Aufgabe 8: *Galaxien*

5 P.


- Erklären Sie, wie und wieso Galaxien im Universum entstehen.
- Skizzieren und erklären Sie, wie Galaxien im Rahmen der Hubble-Klassifikation eingeteilt werden. Worüber trifft diese Klassifikation eine Aussage, und worüber nicht?
- Wo ist unsere Milchstraße in dieser Klassifikation einzuordnen? Skizzieren Sie das Profil der Milchstraße und geben Sie dabei auch Größenordnungen für die auftretenden Strukturen an.

2.1 a)

Neue Galaxien entstehen indem der dark-matter-halo Gas einfängt und dies auf das Zentrum der Galaxie lenkt. Im Inneren der Galaxie kühlt das Gas ab und bildet eine dünne Scheibe. Ist die Gasdichte groß genug, können sich Sterne bilden. Dies ist zum Beispiel der Fall in den Spiralarmen unserer Milchstraße. Sobald die Galaxie groß genug ist, kann diese kleinere Galaxien einfangen und absorbieren, wodurch die Masse der Galaxie ansteigt. Im Laufe der Zeit sterben Sterne, wodurch mehr Materie in Form von Supernovae oder planetarischen Nebeln der Galaxie beigefügt wird. Sterne der Population I befinden sich in der Regel auf der dünnen Scheibe der Galaxie, wohingegen Sterne der Population II eher im Zentrum der Galaxie zu finden sind. Da Sterne aus Population II sehr alt und üblicherweise in Kugelsternhaufen anzutreffen sind, und da die Sterndichte in Richtung Zentrum der Galaxie zunimmt, macht es durchaus Sinn, solche Sterne im Zentrum anzutreffen.




Der Katalysator ist hier die Dunkle Materie. Obwohl sie nicht sichtbar ist, ist die Wechselwirkung mit normaler Materie messbar. Es wird vermutet, dass jede Galaxie einen dark-matter-halo besitzt und in dem Frühstadium für den Materiezuwachs verantwortlich ist. Da das einfallende Gas jedoch nur Strahlungsenergie abgibt und den Drehimpuls beibehält, entstehen die dünne Scheibe und die Spiralarme, wie wir sie von unserer Milchstraße kennen.

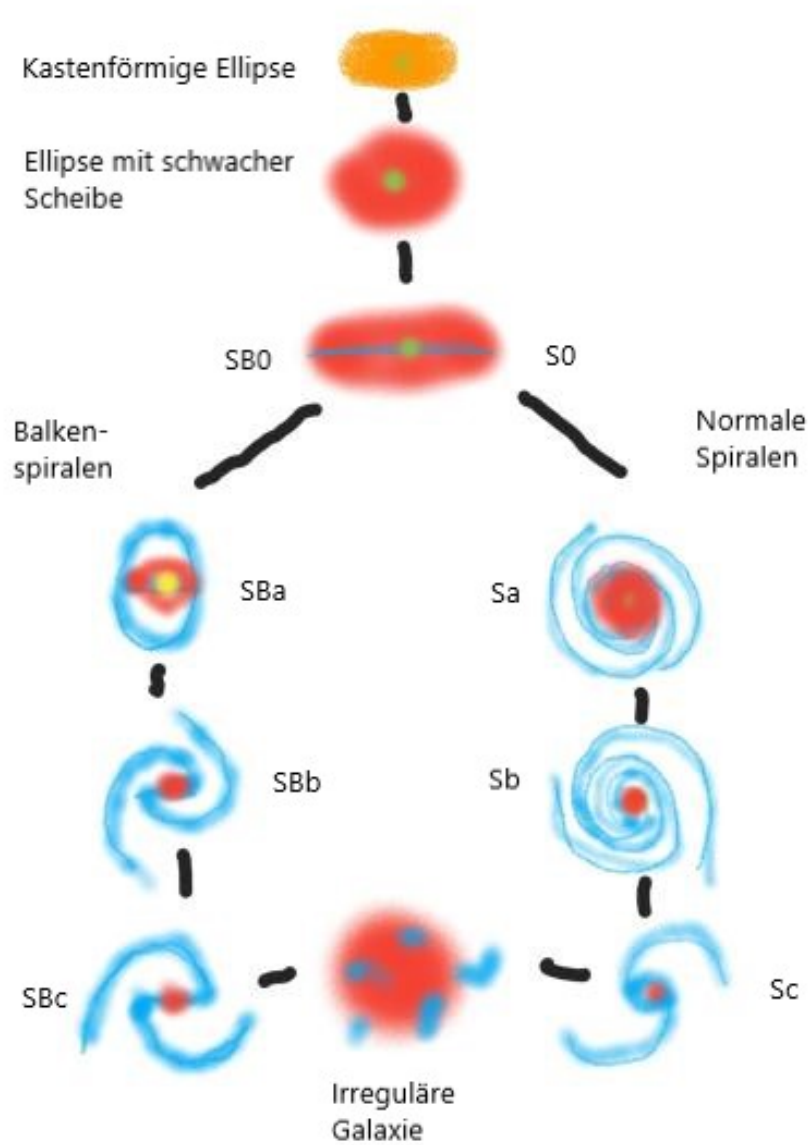


6.1

Neben Spiralgalaxien gibt es aber noch elliptische Galaxien. Diese gewinnen an Masse, indem sie mit anderen Galaxien verschmelzen. Innerhalb einer elliptischen Galaxie entstehen keine neuen Sterne mehr, da elliptische Galaxien sehr massereich sind und eine hohe Schwerkraft besitzen. Unsere Milchstraße ist auf Kollisionskurs mit der Andromedagalaxie, was ebenfalls eine elliptische Galaxie zur Folge haben kann.




2.2 b)




Laut Hubble beginnt jede Galaxie ihren Lebenszyklus als eine kastenförmige (E0) Galaxie. Diese gewinnt allmählich an Form und wird über die nächsten zwei Stadien elliptischer, bis sie im Stadium S0/SB0 angelangt. Dort bildet die Galaxie die ersten Anzeichen einer Scheibe, jedoch haben sich hier noch keine Arme geformt.


Im Zweig der normalen Spiralen, wird zwischen der Lumiosität des Zentrums unterschieden, und wie eng die Spiralarne aneinander hängen. Eine Sa Galaxie zeichnet sich durch eine hohe Leuchtkraft und eng gewobenen Armen aus. Die Leuchtkraft und Enge der Arme nimmt über Sb bis zu Sc ab.




Der Balkenspiralenzweig ist die Klassifizierung ähnlich im Bezug auf normale Spiralen, da auch hier die Leuchtkraft und Enge der Spiralen zur Einteilung beitragen. Jedoch zeichnen sich Balkengalaxien sich durch den prominenten Balken aus, der sich durch das Zentrum der Galaxie zieht. Anders als bei Spiralgalaxien beginnt der Spiralarm nicht direkt im Zentrum, sondern etwas außerhalb. Der Balken besteht aus Sternen, die durch das Galaktische Zentrum hindurch gehen.



Abschließend gibt es noch irreguläre Galaxien. Diese werden in zwei Kategorien unterschieden. Irr I Galaxien sind Galaxien, die trotz einer überwiegend unorganisierten Struktur dennoch ein wenig Ordnung vorweisen können (z.B. kleine Magellanische Wolken). Irr II Galaxien hingegen haben keine organisierte Struktur.

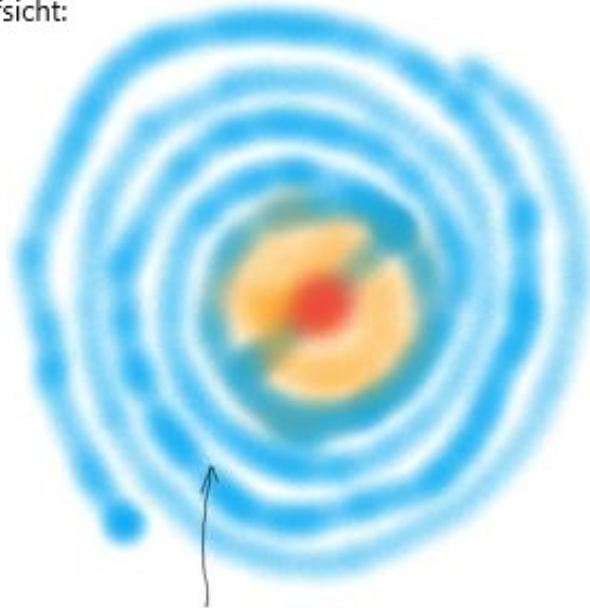


Hubble erstellte dieses Ordnungsschema als Leitfaden für das Alter einer Galaxie. Diese Annahme ist jedoch nicht korrekt. Außerdem trifft diese Klassifizierung keine Aussage über das Wechselwirken von Galaxien, z.B. wenn zwei Galaxien fusionieren. Die Galaxie Messier 82 weist zwei Schwarze Löcher auf, welche eine hohe x-ray Emmissionsrate haben. Es ist noch nicht klar, ob die Schwarzen Löcher seit der Entstehung der Galaxie existieren, oder später hinzugekommen sind. Aber es sind vielversprechende Kandidaten, um die Entstehung von Schwarzen Löchern zu untersuchen, die vergleichbar sind mit dem unserer Milchstraße (Sagittarius A*)

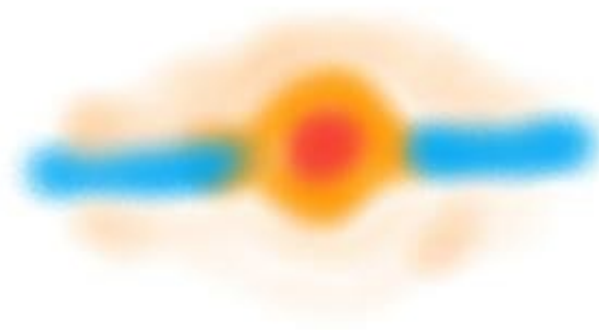


2.3 c)

Aufsicht:



Wir sind hier



Seitenansicht:

Unsere Milchstraße ist eine Balkenspiralgalaxie (SBb). Sie weist einen charakteristischen Balken im Zentrum vor und hat eng liegende Spiralarme. Der Balken hat eine Länge von ca. 15000 Lichtjahren.

Der Durchmesser unserer Milchstraße ist ca. 100000 Lichtjahre. Die Dicke der Scheibe (hier orange) ist ca. 3000 Lichtjahre, nimmt aber im galaktischen Zentrum auf ca. 15000



Lichtjahre zu. Die Sonne befindet sich ca. 26000 Lichtjahre vom Zentrum der Milchstraße entfernt.



10.1

3 Aufgabe 9

Aufgabe 9: *Supernova-Neutrinos*

5 P.

Im wesentlichen werden zwei Explosionsmechanismen für Supernovæ diskutiert:

- Für Supernovæ des Types Ia geht man von weißen Zwergen in einem engen Doppelsternsystem aus, die von ihrem Begleitstern Masse akkretieren, bis ihre Masse die Chandrasekhar-Grenze von $1,4M_{\odot}$ überschreitet.
- Für Supernovæ der Typen Ib, Ic und II ist der meistdiskutierte Mechanismus der Kernkollaps. Dabei kollabiert der innere Teil eines massiven Sterns, nachdem der Brennstoff für die Kernfusion aufgebraucht ist, und bildet einen Neutronenstern bzw. ein schwarzes Loch.

Welche Neutrinoemission erwarten Sie von den verschiedenen Supernovatypen? Gehen Sie dabei insbesondere auf folgende Fragen ein:

Welche Prozesse erzeugen Neutrinos in einer Kernkollapssupernova?

Welche Prozesse erzeugen Neutrinos bei einer Supernova Ia?

Warum erwartet man von akkretierenden weißen Zwergen deutlich weniger Neutrinos?

3.1 Kernkollapssupernova

Bei einer Kernkollapssupernova ist eine Sternmasse von $M > 1.4M_{\odot}$ vonnöten um den Entartungsdruck der Elektronen, also das Chandrasekharlimit, zu überwinden. Diese Supernova wird auch als Supernova Typ II bezeichnet. Beim Kollaps des Kerns wird durch Photodesintegration das Eisen im Kern zu Helium gespalten, welches dann zu Protonen und Elektronen zerfällt. Anschließend zerfallen die Protonen und Elektronen durch inversen β -Zerfall zu Neutronen und Elektronenneutrino:

10.2

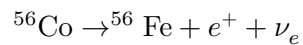
$$p^+ + e^- = n + \nu_e$$



3.2 Supernova Typ Ia

Bei einer Supernova des Typs Ia entsteht, sobald ein weißer Zwerg Materie von einem roten Riesen akkretiert. Dabei muss der weiße Zwerg hauptsächlich aus Sauerstoff und Kohlenstoff bestehen. Hat der weiße Zwerg genügend Masse und Temperatur (Chandrasekharlimit), werden Sauerstoff und Kohlenstoff fusioniert. Dieser Prozess ist schlagartig (wenige Sekunden) und zerstört den Stern. Neutrinos werden hier hauptsächlich in den

folgenden β -Zerfällen freigesetzt:



Hierbei zerfällt $^{56}\text{Nickel}$ zu $^{56}\text{Cobalt}$, einem Proton und einem Elektronneutrino und $^{56}\text{Cobalt}$ zu $^{56}\text{Eisen}$, einem Proton und einem Elektronneutrino.

3.3 Akkretierender weißer Zwerg \rightarrow weniger Neutrinos?

Bei einer Typ II Supernova zerfällt der gesamte Kern zu Neutronen und Neutrinos. Hierbei ist die Voraussetzung, dass die Sternmasse vorher bei $M > 1.4M_\odot$ liegt. Diese kann natürlich auch deutlich drüber liegen. Bei einem akkretierenden weißen Zwerg hingegen wird nur ein Teil der Teilchen fusioniert. Also entstehen bei Sternen gleicher Masse und unterschiedlichem Supernovatyps mehr Neutrinos beim Typ II. Außerdem hat der akkretierende weiße Zwerg Chandrasekhar-masse, was nach oben natürlich begrenzt ist.

11.1

Index der Kommentare

- 1.1 Cool, dass ihr so ne Abgabe macht :D

- 4.1 Beim Toolbox-Workshop wurde so ne LaTeX-Funktion von PeP vorgestellt, durch die man das differentielle d nicht kursiv darstellt (kann vllt. auch in der TeX-Vorlage sein). Der Befehl wurde von PeP `\dif{argument}` genannt, meine ich.

- 4.2 Falls ihr den Strich vor dem Integral größer machen möchtet, könnte das helfen:
`\left| \int \right|`.
Der Punkt ist nur ein Platzhalter und taucht nicht im Dokument auf.

- 5.1 Kann noch durch andere Näherungen kommen, bspw. nicht konstante Dichte.

- 5.2 A.1: 4/5P.

- 6.1 Drehimpulserhaltung führt auch zu stärkere Rotation, da sich Galaxien bei der Entstehung stark verdichtet haben -> kleinerer Radius -> größere Bahngeschwindigkeit

- 10.1 A.2: 5/5P.

- 10.2 Ich finde den Zerfallsbegriff dabei nicht gut gewählt (habt ihr euch ja auch nicht ausgesucht :D), da Kerne zerfallen, aber bei dem Prozess Quarks (und damit Protonen) umgewandelt werden.

- 11.1 A.3: 5/5P.