

# NOI信心赛题解

Xuandi Ren  
EECS, PKU

# 猫(miao)

- 把接每只猫的最早时间排个序，每个工作人员肯定是接走一段区间的猫。
- 于是可以Dp：  $F[i][j]$  表示前  $i$  只猫，  $j$  个工作人员的最小等待时间总和。
- 枚举最后一个工作人员的区间，从  $F[k][j-1]$  转移。
- 复杂度  $O(m^2p)$ 。
- 期望得分40。

# 猫(miao)

- 打表或者由后面证明得它有决策单调性。
- 于是对每一层分治即可。即暴力求出 $F[mid][j]$ 的最优决策点， $i < mid$ 的决策点肯定在它左边， $i > mid$ 的决策点肯定在它右边。
- 复杂度 $O(mp \log m)$ 。
- 期望得分80。



# 猫(miao)

- 把式子展开来，相当于每个决策是一条斜率负且递减的直线 $kx+b$ ，每次要求所有直线在一个点上的最小值。询问点 $x$ 坐标递增。
- 那么明显有决策单调性。维护一个上凸壳，加入决策的时候在右边单调弹下，求决策点的时候在左边单调弹下即可。
- 复杂度 $O(mp)$ 。
- 期望得分100。

# 生成树(tree)

- 暴力枚举生成树check。
- 复杂度 $O(n^{(n-2)})$ 。
- 期望得分30。

# 生成树(tree)

- 考虑多边形环上的 $n$ 条边。
  - 如果颜色全都相同，那么直接做完了。
  - 否则的话一定有一个点 $x$ ，一侧是黑边，一侧是白边。
  - 把 $x$ 删去，对剩下的点求解原问题。
  - 如果解出来一棵黑树就把 $x$ 用黑边连进去，否则用白边连进去。
- 
- 复杂度 $O(n \log n)$ 或 $O(n)$ 。
  - 期望得分100。

# 打地鼠(board)

- BFS
- 复杂度 $O(2^{nm} \cdot nm)$ 。
- 期望得分20。



# 打地鼠(board)

- 用黑色表示缩下去，白色表示冒出头。
- 每次操作相当于选一个白的变成黑的，但这行这列都会变成白的。
- 考虑倒着做。用灰色表示可能是黑也可能是白。
- 那么操作就变成了：选一个黑色或灰色的，必须满足这行这列除了它没有黑色，把它变成白色并把这行这列变成灰色。
- 注意到要操作一个黑色时，这行这列除了它就没有黑色了，所以操作之间不会干扰，直接能做就做就行了。



# 打地鼠(board)

- 最后判下灰色的行列的交界处必须至少有一个白色（要进行第一步操作）。其它位置必须对应相等。
- 还要特判下如果一开始两个状态就相等输出1。
- 复杂度 $O(nm)$ 。
- 期望得分100。