CSP-S Solution

Luvwgyx

14-10-2019

1 Coins

写出前面几项$i^2+1: 2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, 65$,第一个数$2 = 1^2+1$,考虑后面哪些数是2的倍数，可以看出$(1+2*k)^2+1$ ，其中k是非负整数这些数都是2的倍数，那么，从第一个数开始，每过两个数，都除尽2这个因数。数列就变成了$1, 5, 5, 17, 13, 37, 25, 65,$,然后第二个数5，也按照上面做，得到$(5+5*k)^2+1$，从第二个数开始，每过5个数，都除尽5这个因数。

依次类推我们得到一个做法。

证明枚举到每个数时，剩下的都是质数。

假设枚举到第一个合数，设这个数为x，那么一定可以写成$p*t$(p是指剩下的最小质数)的形式,那么x肯定$>= p$, 那么$x-p>=0$,那么之前在$x-p$这个点就已经把x的p约数给约掉了，因为$(x-p+k*p)^2$。如果在$x-p$剩下不是p这个质数，那么之前肯定有某个数y把这个p给约掉了，就是肯定能写成$(y+k*p)^2+1$,这个数既然约掉了$x-p$，那么肯定也会约掉x这位置上的p。所以x不存在两个质数的情况。证毕。

根据某WF巨佬所说，二次剩余也可以用来做这题，时间复杂度也是$O(nlog(n))$。可惜本蒟蒻至今不会，大佬们可以想想咋写。

2 hby的旅游之都

这里给出一种可行解：

首先将点分成42个组，每组中的点数为$\frac{n}{42}$，在组与组之间连边，颜色为R，因为是一个DAG，所以很显然R连续最多为41。

对于分出来的每个组，再将其分组，那么每组的点数为$\frac{n}{42^2}$，组与组之间连边，颜色为G，同理G连续最多为41。

由于小组内的点数$\frac{n}{42^2} < 42$，因此组内点数连边，颜色为B，B连续最多也不会超过42。

由于$42^3 > n$，所以上述解法正确性显然。

3 键盘游戏

每次每个人都去掉当前自己最不喜欢的键盘，最后剩下的那个就是答案。因为每次都去掉了当前最坏的情况，容易归纳证明，不存在更优的情况。