1 相遇

测试点1。和样例一样。

测试点2。答案是0。

测试点 3。终点在起点的左侧,只能倒着走,答案是 N。

测试点4。向右走一格,答案是1。

测试点 5。每次移动有 3 种方式,由于答案不超过 8,爆搜即可,搜索次数不超过 3^8 。

测试点 1~10。将爆搜改为 BFS 即可,注意对状态的处理,由于限制了 N和 K都在 0 到 10^5 之间,因此在 BFS 时候可以只保留一个区间[L, R]内的状态,比如 $L=-10^6$, $R=10^6$ 。当然,存在更紧的上下界 L、R,取 $\pm 10^6$ 已经足够了。

2 秘密邮件

算法一: 当n=2时,只需要判断 A 和 B 是否一样然后输出 0 或者 1 即可。期望得分 10 分。

算法二: 把 A 串的每个状态看成一个节点,共 n!个节点。然后进行 BFS,计算答案。期望得分 20 分。

算法三: 对于 40%的数据,每种大写字母最多只出现一次。我们考虑一个例子: 当 A 串为 ACBD,B 串为 CDBA 的时候,我们把 A 串的字母顺次标记为 1,2,3,4。对于 B 串的每个字母我们将它标记为它在 A 串中的位置,比如字母 C 在 A 串中是第 2 个字母,因此把 C 标记为 2。这样标记以后我们得到的 B 串就为 2,4,3,1。

我们考虑这个问题的另一种形式:每次可以交换 B 串相邻的两个字母问最少交换 B 多少次可以变成 A 串,易知这个问题和原问题答案相等。我们可以发现每次交换 B 串相邻的两个字母,要么导致标号序列逆序对减一,要么导致标号序列逆序对加一,而最终的 A 序列是不含逆序对的。因此我们只要每次都让 B 的逆序对减一即可得到最优策略,因此 B 序列中的逆序对对数就是答案。期望得分 40 分。

算法四: 当只出现两种字母的时候,我们不妨设其中一种为字母 x,我们记 x 在 A 串的位置依次为 $a_1,a_2,...,a_m$; 在 B 串中的位置依次为 $b_1,b_2,...,b_m$ 。根据贪心,我们需要让每个 a_i 在结束时对应到位置 b_i 。因此答案为 $\sum_{i=1}^m |a_i - b_i|$ 。期望得分 30 分,结合算法二后期望得分 70 分。

算法五: 我们只需要在算法三的基础上进行改进即可,同样是将 A 串顺次标记为 1,2,3,4,...,n。接下来我们对每种字母分别在 B 串中按照它们在 B 串中的出现位置从小到大进行标号。如 A=CDDGF,B=DGDFC。则我们将 B 串标记为 2,4,3,5,1。接下来只要统计 B 串标号的逆序对数即可,使用 $O(n\log n)$ 复杂度的算法统计,期望得分 100 分。

3 小乔

测试点 1~2。简单计算就可以知道答案,期望得分 10 分。

测试点 1~6。我们可以把坐标系划分成 $m \times r$ 块,对于一个扇形,将它覆盖到的每一块的覆盖次数加 1,最后统计有哪些块的覆盖次数不小于 k,计算面积即可。复杂度 O(nmr),期望得分 30 分。

测试点 $7\sim12$ 。这部分测试点所有扇形的半径都相同,这样我们可以把扇形"拉直"成线段,覆盖的区域就成了数轴上的区间。那么问题就转化成了经典的区间覆盖问题。我们把每个区间拆成左端点和右端点两个位置,然后把所有位置按照坐标排序。从左到右扫,遇到左端点则将覆盖次数加 1,遇到右端点则减 1。当覆盖次数不小于 k 时,把这个区间的面积加入答案。复杂度 $O(n\log n)$,结合前面的算法可以得到 60 分。

测试点 1~20。我们把每个扇形的左右段对应的角度都提出来排序,将圆周划分成O(n)个部分。我们考虑一个区间,取出所有覆盖了这个区间的扇形。在这个区间内,半径较大的扇形一定完全覆盖了半径较小的扇形。那么这里被覆盖了至少 k 次的面积就是半径第 k 大的扇形在这个区间内的面积。

如果我们按照角度顺序依次处理每个区间,那么我们就需要一种数据结构来帮助我们快速查找第k大的元素,还需要支持插入和删除一个数。一个可行的,也是标程采用的数据结构是平衡树。当然这不是唯一的做法。另外,还有 20 分的数据 k=1,可以直接用堆维护。使用平衡树的算法复杂度 $O(n\log n)$,期望得分 100 分。