NOI模拟赛题解

Day 1

2019年

车

车

容斥，问题变为每次强制一些位置有棋子，求方案数。

车

容斥，问题变为每次强制一些位置有棋子，求方案数。再容斥一下，先不考虑对角线上有棋子的条件，算出行和列上都有棋子的方案数，然后强制一条对角线为空，减去这样的方案数，再加上两条对角线都为空的方案数。

车

容斥，问题变为每次强制一些位置有棋子，求方案数。再容斥一下，先不考虑对角线上有棋子的条件，算出行和列上都有棋子的方案数，然后强制一条对角线为空，减去这样的方案数，再加上两条对角线都为空的方案数。不考虑对角线上限制很简单，答案是 $k!$。

车一条对角线为空

考虑容斥。强制对角线上一些格子有棋子，然后计算剩下的行、列方案数。

车一条对角线为空

考虑容斥。强制对角线上一些格子有棋子，然后计算剩下的行、列方案数。
剩下行列的方案数为 $k!$。

车一条对角线为空

考虑容斥。强制对角线上一些格子有棋子，然后计算剩下的行、列方案数。
剩下行列的方案数为 $k!$。
强制对角线上一些格子有棋子就是组合数 $\binom{k}{i}$。

车两条对角线为空

仍然考虑容斥。强制对角线上一些格子有棋子，然后计算剩下的行、列方案数。

车两条对角线为空

仍然考虑容斥。强制对角线上一些格子有棋子，然后计算剩下的行、列方案数。
剩下行列的方案数为 $k!$。

车两条对角线为空

仍然考虑容斥。强制对角线上一些格子有棋子，然后计算剩下的行、列方案数。
剩下行列的方案数为 $k!$。
强制对角线上一些格子有棋子的方案数不再是组合数了。考虑 $(i,\ i)$, $(i,\ n-1-i)$, $(n-1-i,\ i)$,$(n-1-i,\ n-1-i)$ 这四个格子放了多少个棋子。可以对每个 $i<\frac{n}{2}$ 求出这四个格子放置 k 个棋子的方案数，然后背包就行了。时间复杂度 $O(2^m\ n^2)$，可以用FFT优化。

因数分解

因数分解

考虑没有 b_i 不同的限制怎么做。把 $n!$ 质因数分解一下，对每个质因数 p^q 的 q，dp出 $\sum a_i \cdot x_i = q$ 的解的个数，然后乘起来。dp时对每一堆相同的 a_i 求一下方案数，然后跑个背包就是分解 q 的方案数。

因数分解

考虑没有 b_i 不同的限制怎么做。把 $n!$ 质因数分解一下，对每个质因数 p^q 的 q，dp出 $\sum a_i \cdot x_i = q$ 的解的个数，然后乘起来。dp时对每一堆相同的 a_i 求一下方案数，然后跑个背包就是分解 q 的方案数。

有 b_i 不等的限制就容斥一下，强制要求一些 b_i 相等，类似于搜集合划分。然后将这些强制要求相等的 $b_i^{a_i}$ 合并成一个整体，用 $A_i = \sum a_i$ 来表示新的 a。计算出在这之下没有 b_i 不同的限制的划分方案数，再乘上容斥系数并求和就是最终答案。

签到

签到

首先考虑 m 个质数的条件。1 到 n 有几个数是 m 个质数中某个的倍数？取补集就是问有几个数不是 m 个质数中任何一个的倍数。定义积性函数 $g(x)$，若 p 是 m 个质数之一，则 $g(p^c)=0$；否则 $g(p^c)=1$。 $\sum_{i=1}^{n} g(i)$ 就是补集的大小。可以用 min_25 筛求。

签到

现在问题变成了，有几个数 x 是 b 的倍数或 $f(x)=1$，并且 x 不是 m 个质数中任何一个的倍数。定义积性函数 $h(x)$，若 p 是 m 个质数之一，则 $h(p^c)=0$；否则 $h(p^c)=f(p^c)$。直接求 $h(x)$ 的前缀和会在 b 的倍数时出现问题，可以用递归版的 min_25 筛，算答案时稍微判断一下就可以了。

祝大家 NOI 取得好成绩!