

# 数据结构

mcfx

2019 年 7 月 4 日

## Julia the snail

有一个长为  $n$  的杆，上面有  $m$  条绳子，每条绳子可以让你从  $l_i$  爬到  $r_i$ ，保证  $r_i$  各不相同。可以自然下落。

每次询问  $x$  出发，途中高度不能低于  $x$  或高于  $y$ ，问最高能到多高。

$n, m, q \leq 10^5$ 。

## Julia the snail

有一个长为  $n$  的杆，上面有  $m$  条绳子，每条绳子可以让你从  $l_i$  爬到  $r_i$ ，保证  $r_i$  各不相同。可以自然下落。  
每次询问  $x$  出发，途中高度不能低于  $x$  或高于  $y$ ，问最高能到多高。  
 $n, m, q \leq 10^5$ 。

一个做法是参考 CF 题解分块。

## Julia the snail

有一个长为  $n$  的杆，上面有  $m$  条绳子，每条绳子可以让你从  $l_i$  爬到  $r_i$ ，保证  $r_i$  各不相同。可以自然下落。

每次询问  $x$  出发，途中高度不能低于  $x$  或高于  $y$ ，问最高能到多高。

$n, m, q \leq 10^5$ 。

一个做法是参考 CF 题解分块。

一个做法是，扫描线。把绳子和询问挂到  $l$  或  $x$ 。

## Julia the snail

有一个长为  $n$  的杆，上面有  $m$  条绳子，每条绳子可以让你从  $l_i$  爬到  $r_i$ ，保证  $r_i$  各不相同。可以自然下落。

每次询问  $x$  出发，途中高度不能低于  $x$  或高于  $y$ ，问最高能到多高。

$n, m, q \leq 10^5$ 。

一个做法是参考 CF 题解分块。

一个做法是，扫描线。把绳子和询问挂到  $l$  或  $x$ 。

从高到低枚举绳子，然后线段树维护要到  $i$  至少需要多少  $y$ 。

## Julia the snail

有一个长为  $n$  的杆，上面有  $m$  条绳子，每条绳子可以让你从  $l_i$  爬到  $r_i$ ，保证  $r_i$  各不相同。可以自然下落。

每次询问  $x$  出发，途中高度不能低于  $x$  或高于  $y$ ，问最高能到多高。

$n, m, q \leq 10^5$ 。

一个做法是参考 CF 题解分块。

一个做法是，扫描线。把绳子和询问挂到  $l$  或  $x$ 。

从高到低枚举绳子，然后线段树维护要到  $i$  至少需要多少  $y$ 。

绳子会在左端点被加入。加入一条绳子  $l, r$  时，可以把  $[l, r]$  的上述值和  $r$  取  $\min$ 。

## Julia the snail

有一个长为  $n$  的杆，上面有  $m$  条绳子，每条绳子可以让你从  $l_i$  爬到  $r_i$ ，保证  $r_i$  各不相同。可以自然下落。

每次询问  $x$  出发，途中高度不能低于  $x$  或高于  $y$ ，问最高能到多高。

$n, m, q \leq 10^5$ 。

一个做法是参考 CF 题解分块。

一个做法是，扫描线。把绳子和询问挂到  $l$  或  $x$ 。

从高到低枚举绳子，然后线段树维护要到  $i$  至少需要多少  $y$ 。

绳子会在左端点被加入。加入一条绳子  $l, r$  时，可以把  $[l, r]$  的上述值和  $r$  取  $\min$ 。

查询时找到第一个上述值超过  $y$  的点。

还有一个我似乎不会证复杂度的做法：



还有一个我似乎不会证复杂度的做法：

离线，枚举当前最高位置，对每个位置维护能到的最高位置  $f_i$ 。

还有一个我似乎不会证复杂度的做法：

离线，枚举当前最高位置，对每个位置维护能到的最高位置  $f_i$ 。

每次要把  $f_i \geq l_i$  的  $f_i$  全部改成  $r_i$ 。

还有一个我似乎不会证复杂度的做法：

离线，枚举当前最高位置，对每个位置维护能到的最高位置  $f_i$ 。

每次要把  $f_i \geq l_i$  的  $f_i$  全部改成  $r_i$ 。

显然是  $O(n^2)$  的。

还有一个我似乎不会证复杂度的做法：

离线，枚举当前最高位置，对每个位置维护能到的最高位置  $f_i$ 。

每次要把  $f_i \geq l_i$  的  $f_i$  全部改成  $r_i$ 。

显然是  $O(n^2)$  的。

考虑用线段树优化，如果当前区间的  $\max$  小于  $l_i$ ，那么可以退出。

还有一个我似乎不会证复杂度的做法：

离线，枚举当前最高位置，对每个位置维护能到的最高位置  $f_i$ 。

每次要把  $f_i \geq l_i$  的  $f_i$  全部改成  $r_i$ 。

显然是  $O(n^2)$  的。

考虑用线段树优化，如果当前区间的  $max$  小于  $l_i$ ，那么可以退出。

现在复杂度是  $O(n^2 \log n)$ 。

考虑给线段树加一个次大值。

考虑给线段树加一个次大值。  
如果当前区间只有最大值需要改，那么可以直接打标记。

考虑给线段树加一个次大值。  
如果当前区间只有最大值需要改，那么可以直接打标记。  
否则递归下去。



考虑给线段树加一个次大值。  
如果当前区间只有最大值需要改，那么可以直接打标记。  
否则递归下去。  
现在复杂度是  $O(n \log n)$  了。

考虑给线段树加一个次大值。  
如果当前区间只有最大值需要改，那么可以直接打标记。  
否则递归下去。  
现在复杂度是  $O(n \log n)$  了。  
可能需要奇怪的方法证明。

考虑给线段树加一个次大值。  
如果当前区间只有最大值需要改，那么可以直接打标记。  
否则递归下去。  
现在复杂度是  $O(n \log n)$  了。  
可能需要奇怪的方法证明。  
你们可以感性理解一下。

## 圣诞树

给一棵树，每次在一条链  $(u_i, v_i)$  上的每个点上挂上  $a_i$  个种类为  $b_i$  的物品。

一个点的  $k$ -美观度这样计算：把这个点上的所有种类的礼物按照个数从小到大排序，如果个数一样就按照种类从小到大排。它的  $k$ -美观度就是排好序后前  $k$  种礼物种类的  $xor$  值（如果礼物种类不足  $k$  种，就把这个点上所有礼物的种类  $xor$  起来）。

给  $Q$  个询问，给定  $w_i, k_i$ ，求点  $w_i$  的  $k_i$ -美观度。

## 圣诞树

给一棵树，每次在一条链  $(u_i, v_i)$  上的每个点上挂上  $a_i$  个种类为  $b_i$  的物品。

一个点的  $k$ -美观度这样计算：把这个点上的所有种类的礼物按照个数从小到大排序，如果个数一样就按照种类从小到大排。它的  $k$ -美观度就是排好序后前  $k$  种礼物种类的  $xor$  值（如果礼物种类不足  $k$  种，就把这个点上所有礼物的种类  $xor$  起来）。

给  $Q$  个询问，给定  $w_i, k_i$ ，求点  $w_i$  的  $k_i$ -美观度。

原问题等价于在两个端点处挂上  $a_i$  个  $b_i$ ，在端点  $lca$  及  $lca$  的父亲处挂上  $-a_i$  个  $b_i$ ，询问子树的  $k$ -美观度。

## 圣诞树

给一棵树，每次在一条链  $(u_i, v_i)$  上的每个点上挂上  $a_i$  个种类为  $b_i$  的物品。

一个点的  $k$ -美观度这样计算：把这个点上的所有种类的礼物按照个数从小到大排序，如果个数一样就按照种类从小到大排。它的  $k$ -美观度就是排好后前  $k$  种礼物种类的  $xor$  值（如果礼物种类不足  $k$  种，就把这个点上所有礼物的种类  $xor$  起来）。

给  $Q$  个询问，给定  $w_i, k_i$ ，求点  $w_i$  的  $k_i$ -美观度。

原问题等价于在两个端点处挂上  $a_i$  个  $b_i$ ，在端点  $lca$  及  $lca$  的父亲处挂上  $-a_i$  个  $b_i$ ，询问子树的  $k$ -美观度。

做法一：每个点开一棵平衡树对每种物品排序，处理完儿子后进行启发式合并得到这个点的平衡树，合并时需要记一个索引，表示这种物品对应平衡树中的哪个点。这个索引用平衡树或者线段树维护，更新索引时进行平衡树启发式合并或者线段树合并，复杂度  $O(n \log^2 n)$ ，常数较大，可能需要卡常数才能通过。

做法二：把前一个做法的启发式合并改成 dsu on tree，复杂度相同，常数小一些。

做法二：把前一个做法的启发式合并改成 dsu on tree，复杂度相同，常数小一些。

做法三：对 dfs 序分治，处理跨过中间那条线的区间。因为 dfs 序的区间都是相互包含的，只要从中间往外面做就行了。同样用平衡树维护，复杂度  $O(n \log^2 n)$ 。



## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为  $2$  的若干次方。  
 $n \leq 10^5$ ，时限 8s。

## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为 2 的若干次方。

$n \leq 10^5$ ，时限 8s。

先转化成 dfs 序上的区间。

## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为 2 的若干次方。

$n \leq 10^5$ ，时限 8s。

先转化成 dfs 序上的区间。

假设询问是  $[a, b]$  和  $[c, d]$ ， $a \leq c$ 。

## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为 2 的若干次方。

$n \leq 10^5$ ，时限 8s。

先转化成 dfs 序上的区间。

假设询问是  $[a, b]$  和  $[c, d]$ ， $a \leq c$ 。

设  $f(l, r)$  表示在区间  $[l, r]$  中选两个点，他们的异或为 2 的若干次方的方案数。

## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为 2 的若干次方。  
 $n \leq 10^5$ ，时限 8s。

先转化成 dfs 序上的区间。

假设询问是  $[a, b]$  和  $[c, d]$ ， $a \leq c$ 。

设  $f(l, r)$  表示在区间  $[l, r]$  中选两个点，他们的异或为 2 的若干次方的方案数。

如果  $a \leq b < c \leq d$ ，那么答案是

$$f(a, d) + f(b + 1, c - 1) - f(a, c - 1) - f(b + 1, d)。$$

## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为 2 的若干次方。

$n \leq 10^5$ ，时限 8s。

先转化成 dfs 序上的区间。

假设询问是  $[a, b]$  和  $[c, d]$ ， $a \leq c$ 。

设  $f(l, r)$  表示在区间  $[l, r]$  中选两个点，他们的异或为 2 的若干次方的方案数。

如果  $a \leq b < c \leq d$ ，那么答案是

$$f(a, d) + f(b + 1, c - 1) - f(a, c - 1) - f(b + 1, d)。$$

如果  $a \leq c \leq b \leq d$ ，那么答案是  $f(a, d) - f(a, c - 1) - f(b + 1, d)。$

## Powerful Pair in Tree

给一棵树，每次给两个点  $x, y$ ，问在  $x$  子树里选一个点， $y$  子树里选一个点，有多少种方案使得他们的异或为 2 的若干次方。  
 $n \leq 10^5$ ，时限 8s。

先转化成 dfs 序上的区间。

假设询问是  $[a, b]$  和  $[c, d]$ ， $a \leq c$ 。

设  $f(l, r)$  表示在区间  $[l, r]$  中选两个点，他们的异或为 2 的若干次方的方案数。

如果  $a \leq b < c \leq d$ ，那么答案是

$$f(a, d) + f(b + 1, c - 1) - f(a, c - 1) - f(b + 1, d)。$$

如果  $a \leq c \leq b \leq d$ ，那么答案是  $f(a, d) - f(a, c - 1) - f(b + 1, d)$ 。  
然后使用莫队就能求出这些新询问的答案。

## Alex and a TV Show

维护  $n$  个长为 7000 的 bitset, 支持把某个 bitset 设为只有一个 1, xor 两个 bitset, 询问某个 bitset 的某一位, 以及

```
x.clear();for(i)for(j)x[gcd(i,j)]^=y[i]&z[j];
```

$n \leq 10^5, m \leq 10^6$



## Alex and a TV Show

维护  $n$  个长为 7000 的 bitset, 支持把某个 bitset 设为只有一个 1, xor 两个 bitset, 询问某个 bitset 的某一位, 以及

```
x.clear(); for(i) for(j) x[gcd(i, j)] ^= y[i] & z[j];
```

$n \leq 10^5, m \leq 10^6$

如果把一个 bitset 里位置  $i$  变成  $i$  的倍数的异或, 那么 xor 操作仍然是 xor, 而这个奇怪的操作会变成直接 and。

对于设为 1 的操作, 可以预处理出一堆 bitset。

对于求某一位的操作, 可以莫比乌斯反演, 发现只需要把  $j \bmod i = 0$  且  $\mu(\frac{j}{i}) \neq 0$  的  $j$  的值异或起来就是答案。同样预处理 bitset 即可。

## Paired Parentheses

给两个长为  $2n$  的数组  $a$  和  $b$ , 每次修改某个位置的两个值, 并询问, 如果构造两个长为  $2n$  的括号串, 对于位置  $i$ , 如果对应括号相同,  $ans += a_i$ , 否则  $ans += b_i$ , 求最大  $ans$ 。

$n, m \leq 1e5, |a_i|, |b_i| \leq 10^9$

## Paired Parentheses

给两个长为  $2n$  的数组  $a$  和  $b$ , 每次修改某个位置的两个值, 并询问, 如果构造两个长为  $2n$  的括号串, 对于位置  $i$ , 如果对应括号相同,  $ans += a_i$ , 否则  $ans += b_i$ , 求最大  $ans$ 。

$n, m \leq 1e5, |a_i|, |b_i| \leq 10^9$

显然, 首尾只能取  $a_i$ 。

## Paired Parentheses

给两个长为  $2n$  的数组  $a$  和  $b$ , 每次修改某个位置的两个值, 并询问, 如果构造两个长为  $2n$  的括号串, 对于位置  $i$ , 如果对应括号相同,  $ans += a_i$ , 否则  $ans += b_i$ , 求最大  $ans$ 。

$n, m \leq 1e5, |a_i|, |b_i| \leq 10^9$

显然, 首尾只能取  $a_i$ 。  
中间必须选偶数个  $a_i$ 。必要性显然。

## Paired Parentheses

给两个长为  $2n$  的数组  $a$  和  $b$ , 每次修改某个位置的两个值, 并询问, 如果构造两个长为  $2n$  的括号串, 对于位置  $i$ , 如果对应括号相同,  $ans += a_i$ , 否则  $ans += b_i$ , 求最大  $ans$ 。

$n, m \leq 1e5, |a_i|, |b_i| \leq 10^9$

显然, 首尾只能取  $a_i$ 。

中间必须选偶数个  $a_i$ 。必要性显然。

充分性的话, 可以考虑前半部分  $a_i$  均为  $($ , 后半部分均为  $)$ , 两个括号序列的  $b_i$  均为左右交替, 显然满足条件。

## Paired Parentheses

给两个长为  $2n$  的数组  $a$  和  $b$ , 每次修改某个位置的两个值, 并询问, 如果构造两个长为  $2n$  的括号串, 对于位置  $i$ , 如果对应括号相同,  $ans += a_i$ , 否则  $ans += b_i$ , 求最大  $ans$ 。

$n, m \leq 1e5, |a_i|, |b_i| \leq 10^9$

显然, 首尾只能取  $a_i$ 。

中间必须选偶数个  $a_i$ 。必要性显然。

充分性的话, 可以考虑前半部分  $a_i$  均为 (, 后半部分均为), 两个括号序列的  $b_i$  均为左右交替, 显然满足条件。

线段树维护即可。

## Chef at the River

大厨和  $N$  只动物（编号为  $1 \sim N$ ）需要过河。他们都在河的左侧，需要去往河的右侧。一些动物相处不来，因此这些动物不能在无人看管的情况下处于同一侧河岸。

我们用一棵  $N$  个节点的树描述动物之间的关系。如果节点  $u$  和  $v$  之间有边，则意味着动物  $u$  和  $v$  无法和平相处。

大厨和动物们只有一艘船能过河。大厨可以划船过河载着动物过河。当大厨在船上时，除了船上之外的所有动物都是无人看管的。船的载重量代表船在渡河时可以承载的动物与人的数量。假如大厨带一只动物过河，那么船的载重量应当至少为 2。

初始时，树仅包含 1 号节点。之后，节点  $2, 3, \dots, N$  依次被加入这棵树。加入节点时，该节点会与一个已加入的节点（其父节点）相连。

每次加入节点后，你需要计算：要使得大厨和所有动物顺利渡河，船的载重量最少需要是多少。

下面答案都是指能载的动物数量。



下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

最小点覆盖 +1 的做法是把最小点覆盖留在船上，然后每次运一个其他动物过去。

下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

最小点覆盖 +1 的做法是把最小点覆盖留在船上，然后每次运一个其他动物过去。

对于  $N \geq 4$  且不是菊花图，可以做到最小点覆盖。

下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

最小点覆盖 +1 的做法是把最小点覆盖留在船上，然后每次运一个其他动物过去。

对于  $N \geq 4$  且不是菊花图，可以做到最小点覆盖。

可以在最小点覆盖中选出两个点  $x, y$ ，先把  $x$  运过去，然后用上面的办法把不和  $x$  相连的点运过去。

下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

最小点覆盖 +1 的做法是把最小点覆盖留在船上，然后每次运一个其他动物过去。

对于  $N \geq 4$  且不是菊花图，可以做到最小点覆盖。

可以在最小点覆盖中选出两个点  $x, y$ ，先把  $x$  运过去，然后用上面的办法把不和  $x$  相连的点运过去。

接下来把  $x$  放回船上，然后把  $y$  放到原来的河岸。 $x$  和  $y$  最多只有一个公共点，所以可以先把这个点运过去，然后再依次把其他和  $x$  相连的点运过去。

下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

最小点覆盖 +1 的做法是把最小点覆盖留在船上，然后每次运一个其他动物过去。

对于  $N \geq 4$  且不是菊花图，可以做到最小点覆盖。

可以在最小点覆盖中选出两个点  $x, y$ ，先把  $x$  运过去，然后用上面的办法把不和  $x$  相连的点运过去。

接下来把  $x$  放回船上，然后把  $y$  放到原来的河岸。 $x$  和  $y$  最多只有一个公共点，所以可以先把这个点运过去，然后再依次把其他和  $x$  相连的点运过去。

菊花图和  $N \leq 3$  的做法比较显然。

下面答案都是指能载的动物数量。

答案显然不低于最小点覆盖，而也不高于最小点覆盖 +1。

最小点覆盖 +1 的做法是把最小点覆盖留在船上，然后每次运一个其他动物过去。

对于  $N \geq 4$  且不是菊花图，可以做到最小点覆盖。

可以在最小点覆盖中选出两个点  $x, y$ ，先把  $x$  运过去，然后用上面的办法把不和  $x$  相连的点运过去。

接下来把  $x$  放回船上，然后把  $y$  放到原来的河岸。 $x$  和  $y$  最多只有一个公共点，所以可以先把这个点运过去，然后再依次把其他和  $x$  相连的点运过去。

菊花图和  $N \leq 3$  的做法比较显然。

那么只需要动态维护最小点覆盖，可以动态 dp 维护。

## 排兵布阵

平面上  $n$  个点，支持：横坐标等于  $x$  的点横坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值，纵坐标等于  $y$  的点纵坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值。



## 排兵布阵

平面上  $n$  个点，支持：横坐标等于  $x$  的点横坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值，纵坐标等于  $y$  的点纵坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值。

考虑这么一个数据结构：我们对平面里的每一行统计这一行的点数  $nx_i$ ，每一列统计这一列的点数  $ny_i$ 。对于一个点  $(x, y)$ ，如果  $nx_x \geq ny_y$ ，那么它就作为  $y$  列的关键点，否则就作为  $x$  行的关键点。

## 排兵布阵

平面上  $n$  个点，支持：横坐标等于  $x$  的点横坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值，纵坐标等于  $y$  的点纵坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值。

考虑这么一个数据结构：我们对平面里的每一行统计这一行的点数  $nx_i$ ，每一列统计这一列的点数  $ny_i$ 。对于一个点  $(x, y)$ ，如果  $nx_x \geq ny_y$ ，那么它就作为  $y$  列的关键点，否则就作为  $x$  行的关键点。

不难发现每一行每一列的关键点个数都是严格  $O(\sqrt{n})$  的。

## 排兵布阵

平面上  $n$  个点，支持：横坐标等于  $x$  的点横坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值，纵坐标等于  $y$  的点纵坐标  $+=d$ ，值  $+=p$  或求最大值。

考虑这么一个数据结构：我们对平面里的每一行统计这一行的点数  $nx_i$ ，每一列统计这一列的点数  $ny_i$ 。对于一个点  $(x, y)$ ，如果  $nx_x \geq ny_y$ ，那么它就作为  $y$  列的关键点，否则就作为  $x$  行的关键点。

不难发现每一行每一列的关键点个数都是严格  $O(\sqrt{n})$  的。于是思路就是每一个操作，都是关键点上暴力，非关键点打标记，同时对每一行每一列维护非关键点的权值最大值。这样每一次操作都是严格  $O(\sqrt{n})$  的。

这个问题的核心在于把横纵的修改和询问联系起来。在刚才那个结构中，可以定义一个行关键点  $(x, y)$  的权值为它的点权加上列  $y$  上的非关键点加标记。

这个问题的核心在于把横纵的修改和询问联系起来。在刚才那个结构中，可以定义一个行关键点  $(x, y)$  的权值为它的点权加上列  $y$  上的非关键点加标记。

这样在行操作的时候，我们把每一个行关键点的点权修改一下，同时更新这个关键点所在列的非关键点最大值。列操作类似。

在合并两个有标记的行的时候，因为标记是不能下传的（下传要遍历每一个非关键点并修改，复杂度爆炸了）。所以可以对行和列分别维护一个带权并查集，在并查集的每一条边上维护儿子和父亲的标记差。

在合并两个有标记的行的时候，因为标记是不能下传的（下传要遍历每一个非关键点并修改，复杂度爆炸了）。所以可以对行和列分别维护一个带权并查集，在并查集的每一条边上维护儿子和父亲的标记差。

这样对于一个原来坐标是  $(x, y)$  的点，我们要看它列上的标记，只要在列并查集里求它到根的边权和就可以了。

在合并两个有标记的行的时候，因为标记是不能下传的（下传要遍历每一个非关键点并修改，复杂度爆炸了）。所以可以对行和列分别维护一个带权并查集，在并查集的每一条边上维护儿子和父亲的标记差。

这样对于一个原来坐标是  $(x, y)$  的点，我们要看它列上的标记，只要在列并查集里求它到根的边权和就可以了。

接着，因为在合并了两行之后，行的点数变多了，所以一些行关键点会变成列关键点。这个时候我们要遍历所有行关键点，然后看关键点是否会跑到另一边去。因为一次合并之后关键点也是  $O(\sqrt{n})$  的，所以这一步也可以暴力。但是要注意的是行关键点变成列关键点后，这个点的点权要根据行列的标记修改一下以满足我们刚才的定义。



行列的关键点个数是  $O(\sqrt{n})$  的分析建立在没有重点的基础上，但是合并的过程中会出现重点，这个时候我们需要对关键点去重。

行列的关键点个数是  $O(\sqrt{n})$  的分析建立在没有重点的基础上，但是合并的过程中会出现重点，这个时候我们需要对关键点去重。

去重的过程相当于把所有相同位置的关键点变成一个点，且权值为这个位置所有关键点的最大值。

行列的关键点个数是  $O(\sqrt{n})$  的分析建立在没有重点的基础上，但是合并的过程中会出现重点，这个时候我们需要对关键点去重。

去重的过程相当于把所有相同位置的关键点变成一个点，且权值为这个位置所有关键点的最大值。

如果每一次合并都去重的话，去重的复杂度在瓶颈上，必须要写 hash 之类的方法，常数较大。

行列的关键点个数是  $O(\sqrt{n})$  的分析建立在没有重点的基础上，但是合并的过程中会出现重点，这个时候我们需要对关键点去重。

去重的过程相当于把所有相同位置的关键点变成一个点，且权值为这个位置所有关键点的最大值。

如果每一次合并都去重的话，去重的复杂度在瓶颈上，必须要写 hash 之类的方法，常数较大。

实际上可以设一个阈值  $S$ ，例如  $1.5\sqrt{n}$ ，然后在每一次我们要暴力扫关键点集合的时候，如果我们发现关键点数量超过了  $S$ ，那么就进行一次去重。

行列的关键点个数是  $O(\sqrt{n})$  的分析建立在没有重点的基础上，但是合并的过程中会出现重点，这个时候我们需要对关键点去重。

去重的过程相当于把所有相同位置的关键点变成一个点，且权值为这个位置所有关键点的最大值。

如果每一次合并都去重的话，去重的复杂度在瓶颈上，必须要写 hash 之类的方法，常数较大。

实际上可以设一个阈值  $S$ ，例如  $1.5\sqrt{n}$ ，然后在每一次我们要暴力扫关键点集合的时候，如果我们发现关键点数量超过了  $S$ ，那么就进行一次去重。

因为每一次去重都至少删掉了  $O(\sqrt{n})$  个点，而总点数只有  $n$ ，所以去重的复杂度不在瓶颈上，可以用 map 暴力。

行列的关键点个数是  $O(\sqrt{n})$  的分析建立在没有重点的基础上，但是合并的过程中会出现重点，这个时候我们需要对关键点去重。

去重的过程相当于把所有相同位置的关键点变成一个点，且权值为这个位置所有关键点的最大值。

如果每一次合并都去重的话，去重的复杂度在瓶颈上，必须要写 hash 之类的方法，常数较大。

实际上可以设一个阈值  $S$ ，例如  $1.5\sqrt{n}$ ，然后在每一次我们要暴力扫关键点集合的时候，如果我们发现关键点数量超过了  $S$ ，那么就进行一次去重。

因为每一次去重都至少删掉了  $O(\sqrt{n})$  个点，而总点数只有  $n$ ，所以去重的复杂度不在瓶颈上，可以用 map 暴力。

综上，这个算法的时间复杂度是  $O(\sqrt{n})$  的，并查集、去重的时间复杂度都不是瓶颈。可以通过后两个数据集。

## Safe Partition

给一个长为  $n$  ( $n \leq 5 \cdot 10^5$ ) 的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

## Safe Partition

给一个长为  $n$  ( $n \leq 5 \cdot 10^5$ ) 的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。



## Safe Partition

给一个长为  $n$  ( $n \leq 5 \cdot 10^5$ ) 的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

## Safe Partition

给一个长为  $n$  ( $n \leq 5 \cdot 10^5$ ) 的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

$\min \leq \text{len}$  显然在某个  $j$  之前一定满足。

## Safe Partition

给一个长为  $n$  ( $n \leq 5 \cdot 10^5$ ) 的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

$\min \leq \text{len}$  显然在某个  $j$  之前一定满足。

那么只需要考虑  $\text{len} \leq \max$  的限制。

## Safe Partition

给一个长为  $n$  ( $n \leq 5 \cdot 10^5$ ) 的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ , 如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ , 那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间, 使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

$\min \leq \text{len}$  显然在某个  $j$  之前一定满足。

那么只需要考虑  $\text{len} \leq \max$  的限制。

设  $v_j = j$  到  $i$  的  $\max - \text{len}$ 。

## Safe Partition

给一个长为  $n (n \leq 5 \cdot 10^5)$  的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

$\min \leq \text{len}$  显然在某个  $j$  之前一定满足。

那么只需要考虑  $\text{len} \leq \max$  的限制。

设  $v_j = j$  到  $i$  的  $\max - \text{len}$ 。

那么要统计前面  $v_j \geq 0$  的 dp 值之和，而每次  $i$  右移会使所有  $v_j$  减 1。

## Safe Partition

给一个长为  $n (n \leq 5 \cdot 10^5)$  的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

$\min \leq \text{len}$  显然在某个  $j$  之前一定满足。

那么只需要考虑  $\text{len} \leq \max$  的限制。

设  $v_j = j$  到  $i$  的  $\max - \text{len}$ 。

那么要统计前面  $v_j \geq 0$  的 dp 值之和，而每次  $i$  右移会使所有  $v_j$  减 1。

用一个单调栈维护前面  $\max$ ，那么每次还会进行一些区间加。

## Safe Partition

给一个长为  $n (n \leq 5 \cdot 10^5)$  的序列  $A$ 。对于一个区间  $[l, r]$ ，如果  $\min(A_l, \dots, A_r) \leq r - l + 1 \leq \max(A_l, \dots, A_r)$ ，那么这个区间是好的。

你需要求出有多少种方法把  $A$  划分为若干个区间，使得每个区间都是好的。

朴素的  $O(n^2)$  dp 是显然的。

假设要计算  $dp_i = \sum dp_j$ 。

$\min \leq \text{len}$  显然在某个  $j$  之前一定满足。

那么只需要考虑  $\text{len} \leq \max$  的限制。

设  $v_j = j$  到  $i$  的  $\max - \text{len}$ 。

那么要统计前面  $v_j \geq 0$  的 dp 值之和，而每次  $i$  右移会使所有  $v_j$  减 1。

用一个单调栈维护前面  $\max$ ，那么每次还会进行一些区间加。

总的区间加次数是  $O(n)$  的。每个数由负变正的次数可以如下考虑：

每次  $i$  变化时，实际是把  $v_j$  和  $\max - i + j - 1$  取  $\max$ 。

那么一个数要变正，只可能在红色区域内。（图在下一页）

假设有  $x$  个数由负变正，红色区域的面积显然不低于

$1 + 2 + \dots + x = O(x^2)$ 。总的变号次数不超过  $O(n^{1.5})$ ，复杂度不超过  $O(n^{1.5} \log n)$ 。

这个做法虽然特别菜，但是跑的还挺快的（可能实际根本到不了  $\sqrt{n}$  吧，说不定是  $\log$  或者  $\log^2$  的）。



总的区间加次数是  $O(n)$  的。每个数由负变正的次数可以如下考虑：

每次  $i$  变化时，实际是把  $v_j$  和  $\max - i + j - 1$  取  $\max$ 。

那么一个数要变正，只可能在红色区域内。（图在下一页）

假设有  $x$  个数由负变正，红色区域的面积显然不低于

$1 + 2 + \dots + x = O(x^2)$ 。总的变号次数不超过  $O(n^{1.5})$ ，复杂度不超过  $O(n^{1.5} \log n)$ 。

这个做法虽然特别菜，但是跑的还挺快的（可能实际根本到不了  $\sqrt{n}$  吧，说不定是  $\log$  或者  $\log^2$  的）。

几个题解：

<https://www.cnblogs.com/Enceladus/p/9494066.html>

<https://smijake3.hatenablog.com/entry/2018/08/18/181044>

<https://smijake3.hatenablog.com/entry/2018/08/18/181044>

<https://codeforces.com/blog/entry/60982?#comment-454544>

<https://codeforces.com/blog/entry/60982?#comment-454544>

