

DOMINOES

- 有 $N*(N-1)/2$ 张牌，每张牌分别写上 $(1,1)$, $(2,1)$, $(2,2)$, ..., $(n,1)$, ..., (n,n) 。
- 将这些牌放置在一个无限格点平面上，一张牌占据两个格子，要求有相同数字的牌必须相邻，求一种可行的摆放方法。
- 多组数据 ≤ 50 , $N \leq 10^3$

HASH

- ▶ HAIKU字符串是一个长度最多50，包含小写英文字母的字符串，对于一个HAIKU字符串你可以这样计算他的HASH值。
- ▶ $h = 0$
- ▶ for $i = 0, \dots, |s| - 1$
 - ▶ $h = (h * a + (s[i] - 'a' + 1)) \% b$
- ▶ 给定a和b，给出100个HAIKU字符串使得他们HASH值相同
- ▶ $26 \leq a < b, b \leq 10^9$

SHORTEST PATH QUERY

- ▶ 一个 $W \times H$ 的方格，每个方格有非负权重 A_{xy} ， Q 组询问，每次询问两个方格的最短路（路径权值之和最小）是多少
- ▶ $W \leq 10$ $H \leq 10^4$ $Q \leq 10^5$

博弈论

ENDGAME

- ▶ 黑方剩一个国王，白方剩一个国王和一个车先手。保证至多50步白方可以将军，白方想最小化步数，黑方想最大化步数，求白方多少步能将军。
- ▶ 给定三个棋子的坐标，输出最少步数。

ALICE & BOB

- ▶ Alice和Bob两人玩游戏。两人各有一个棋子，开始时在有向图 ($n \leq 100$) 中不同的点上。Bob先手，两人轮流移动棋子，每次只能将棋子移到相邻的点上（沿着图上的有向边），不断重复这样的过程，当那人无法移动时，他就输了（规则1）。
- ▶ 还有两条附加规则：任何时候，当两个棋子到达同一点时，Alice胜出（规则2）。如果游戏永远无法结束，Bob胜出（规则3）。
- ▶ 两人都遵循最优策略，轮流移动棋子，问最终谁会赢。图中没有自环和重边。

HDU 2147

- ▶ 给定一个 $N * M$ 的棋盘，一个棋子从左上角出发，Alice和Bob分别移动这个棋子，每次可以向右、向下、向右下移动一格，谁将棋子移动到右下角谁就获胜，问胜负情况。
- ▶ $N, M \leq 10^6$

[SOURCE UNKNOWN]

- ▶ 给定一个 $N * M$ 的棋盘，一个棋子从左上角出发，Alice和Bob分别移动这个棋子，每次可以向右、向下、向右下移动任意格，谁将棋子移动到右下角谁就获胜，问胜负情况。
- ▶ $N, M \leq 10^6$
- ▶ 30% : $N, M \leq 10^3$

BASH GAME

- ▶ 只有一堆 n 个物品，两个人轮流从这堆物品中取物，规定每次至少取一个，最多取 m 个。最后取光者得胜

BASH GAME

- ▶ 只有一堆n个物品，两个人轮流从这堆物品中取物，规定每次至少取一个，最多取m个。最后取光者得胜
- ▶ $n = k * (m+1) + s \ (s \leq m)$

WYTHOFF GAME

- ▶ 有两堆各若干个物品，两个人轮流从某一堆或同时从两堆中取同样多的物品，规定每次至少取一个，多者不限，最后取光者得胜。

WYTHOFF GAME

- ▶ 有两堆各若干个物品，两个人轮流从某一堆或同时从两堆中取同样多的物品，规定每次至少取一个，多者不限，最后取光者得胜。
- ▶ (A_k, B_k) 记录两堆的状态
- ▶ 必败态 $(0, 0)$ $(1, 2)$ $(3, 5)$ $(4, 7)$ $(6, 10)$

WYTHOFF GAME

- ▶ 有两堆各若干个物品，两个人轮流从某一堆或同时从两堆中取同样多的物品，规定每次至少取一个，多者不限，最后取光者得胜。
- ▶ (A_k, B_k) 记录两堆的状态
- ▶ 必败态 $(0, 0)$ $(1, 2)$ $(3, 5)$ $(4, 7)$ $(6, 10)$
- ▶ 必败态规律 $B_k = A_k + k$; $A_k = (\text{int})((1+\sqrt{5}) / 2 * k)$

NIM GAME

- ▶ 有任意堆物品，每堆物品的个数是任意的，双方轮流从中取物品，每一次只能从一堆物品中取部分或全部物品，最少取一件，取到最后一件物品的人获胜。

NIM GAME

- ▶ 有任意堆物品，每堆物品的个数是任意的，双方轮流从中取物品，每一次只能从一堆物品中取部分或全部物品，最少取一件，取到最后一件物品的人获胜。
- ▶ 堆中情况记录为 A_1, A_2, \dots, A_n
- ▶ $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n = 0$

FIBONACCI GAME

- ▶ 有一堆物品，两人轮流取物品，先手最少取一个，至多无上限，但不能把物品取完，之后每次取的物品数不能超过上一次取的物品数的二倍且至少为一件，取走最后一件物品的人获胜。

FIBONACCI GAME

- ▶ 有一堆物品，两人轮流取物品，先手最少取一个，至多无上限，但不能把物品取完，之后每次取的物品数不能超过上一次取的物品数的二倍且至少为一件，取走最后一件物品的人获胜。
- ▶ 先手胜当且仅当 n 不是斐波那契数（ n 为物品总数）

博弈的核心思想

- ▶ 先手 & 后手
- ▶ 必胜 & 必败

博弈的核心思想

- ▶ 先手 & 后手
- ▶ 必胜 & 必败
- ▶ 当前状态 \rightarrow 所有转移状态中有先手必败 \rightarrow 先手必胜
- ▶ 当前状态 \rightarrow 所有转移状态中均先手必胜 \rightarrow 先手必败
- ▶ 搜索

SG FUNCTION

- ▶ 给定一个有向无环图和一个起始顶点上的一枚棋子，两名选手交替的将这枚棋子沿有向边进行移动，无法移动者判负。

SG FUNCTION

- ▶ 给定一个有向无环图和一个起始顶点上的一枚棋子，两名选手交替的将这枚棋子沿有向边进行移动，无法移动者判负。
- ▶ 对于一个给定的有向无环图，定义关于图的每个顶点的函数 g 如下： $g(x) = \text{mex}\{ g(y) \mid y \text{ 是 } x \text{ 的后继 } \}$ 。
- ▶ mex 函数表示最小的不属于这个集合的非负整数

SG FUNCTION

- ▶ 给定一个有向无环图和一个起始顶点上的一枚棋子，两名选手交替的将这枚棋子沿有向边进行移动，无法移动者判负。
- ▶ 对于一个给定的有向无环图，定义关于图的每个顶点的函数 g 如下： $g(x) = \text{mex}\{ g(y) \mid y \text{ 是 } x \text{ 的后继 } \}$ 。
- ▶ mex 函数表示最小的不属于这个集合的非负整数
- ▶ 后手必胜态为 $g(x) = 0$ （是否满足搜索的条件？）

SG FUNCTION

- ▶ $sg(x)$ 表示 x 经过转移不能到达的状态
- ▶ 必胜状态 等价于 $sg(x) = 0$
- ▶ 如果针对多组同时游戏，必胜态等价于：
 - ▶ $sg(x_1) \wedge sg(x_2) \wedge \dots \wedge sg(x_n) = 0$

SG FUNCTION

▶ 性质：

▶ $SG(x) \neq 0$: 必有后继 $SG(y) = 0$

▶ $SG(x) = 0$: 所有后继 $SG(y) \neq 0$

▶ 搜索时状态的决策：

▶ x 的所有后继都是先手必胜： x 必败

▶ x 的一个后继先手必败： x 必胜

HDU2149

- ▶ 虽然不想，但是现实总归是现实，Lele始终没有逃过退学的命运，因为他没有拿到奖学金。现在等待他的，就是像FarmJohn一样的农田生涯。要种田得有田才行，Lele听说街上正在举行一场别开生面的拍卖会，拍卖的物品正好就是一块20亩的田地。于是，Lele带上他的全部积蓄，冲往拍卖会。后来发现，整个拍卖会只有Lele和他的死对头Yueyue。
- ▶ 通过打听，Lele知道这场拍卖的规则是这样的：刚开始底价为0，两个人轮流开始加价，不过每次加价的幅度要在 $1 \sim N$ 之间，当价格大于或等于田地的成本价 M 时，主办方就把这块田地卖给这次叫价的人。
- ▶ Lele和Yueyue虽然考试不行，但是对拍卖却十分精通，而且他们两个人都十分想得到这块田地。所以他们每次都是选对自己最有利的方式进行加价。
- ▶ 由于Lele字典序比Yueyue靠前，所以每次都是由Lele先开始加价，请问，第一次加价的时候，Lele要出多少才能保证自己买得到这块地呢？

HDU 1847

- ▶ 作为计算机学院的学生，Kiki和Cici打牌的时候可没忘记专业，她们打牌的规则是这样的：
- ▶ 1、 总共 n 张牌；
- ▶ 2、 双方轮流抓牌；
- ▶ 3、 每人每次抓牌的个数只能是2的幂次（即：1，2，4，8，16...）
- ▶ 4、 抓完牌，胜负结果也出来了：最后抓完牌的人为胜者；
- ▶ 假设Kiki和Cici都是足够聪明（其实不用假设，哪有不聪明的学生~），并且每次都是Kiki先抓牌，请问谁能赢呢？

HDU1517

- ▶ $p=1$ ，每次可以 $\times 2 \sim 9$ ，先把 p 乘到 $\geq n$ 的人就赢了。
- ▶ 先手 Stan；后手 Ollie
- ▶ sg函数

HDU1517

- ▶ $p=1$ ，每次可以 $\times 2 \sim 9$ ，先把 p 乘到 $\geq n$ 的人就赢了。
- ▶ 转换：
 - ▶ 有一堆石子 n 个
 - ▶ 每次只能取 上一次取得石子的 $2 \sim 9$ 倍， 如果石子不够就全部取走
 - ▶ 取走最后一颗石子的玩家算赢
 - ▶ 相当于 bash 博弈

HDU1517

- ▶ [2, 9] Stan
- ▶ [10, 18] Ollie
- ▶ [19, 162] Stan
- ▶ [163, 324] Ollie
- ▶

HDU1536

- ▶ 取石子游戏。
- ▶ 先给你一个数组长度 k ，然后是长度为 k 的数组。表示合法的取石子个数 S_i 。
- ▶ 然后是 n ，表示 n 个询问。
- ▶ 每个询问有一个 m ， m 堆石子，每堆 m_i 个。每次操作允许在某一堆石子中取出 S_i 个石子。问你当前状态谁最后赢。

POJ2425

- ▶ 有N个点，这些点之间有一些单向边，每一次从一个点到另一个点之间的移动只能通过单向边进行。图上没有环。给出若干个起始位置，两人轮流移动，无法移动者输。问先手有无必胜策略。

POJ2425

- ▶ 有N个点，这些点之间有一些单向边，每一次从一个点到另一个点之间的移动只能通过单向边进行。图上没有环。给出若干个起始位置，两人轮流移动，无法移动者输。问先手有无必胜策略。
- ▶ $SG[x] = \text{mex}\{ SG[\text{chd}[x][i]] \} \ i = 0, 1, ..$

POJ2599

- ▶ 有一棵无向树，有 N 个节点 ($1 \leq N \leq 1000$)，从1开始编号。一开始在点 K ，两个人轮流移动，不能移动到已经走过的点上，谁无法移动谁算输。问先手是否必胜，如果是的话第一步要移动到哪个点上。

POJ 3480

- ▶ John和Little John有一盒MM豆，每次他们轮流挑选一种颜色的MM豆并吃掉至少一个，谁吃掉最后一颗MM豆谁就输了，并要重新一盒MM豆，John先手并且两人都采取最优策略，谁会获胜
- ▶ 输出：N种颜色的豆子 $A_1 A_2 \dots A_N$ 每种颜色的豆子的个数
- ▶ 输出：John / Little John
- ▶ $N \leq 10^6$ $A_i \leq 10^6$

ANTI-NIM GAME

- ▶ 有任意堆物品，每堆物品的个数是任意的，双方轮流从中取物品，每一次只能从一堆物品中取部分或全部物品，最少取一件，取到最后一件物品的人失败。

ANTI-NIM GAME

- ▶ 有任意堆物品，每堆物品的个数是任意的，双方轮流从中取物品，每一次只能从一堆物品中取部分或全部物品，最少取一件，取到最后一件物品的人失败。
- ▶ 先手必胜的条件：
 - ▶ 每堆石子数目 = 1 ; $SG = 0$
 - ▶ 存在石子数目 > 1 ; $SG \neq 0$

ANTI-NIM GAME

- ▶ 所有堆中石子数目 = 1 : N 奇偶性决定
- ▶ 存在堆石子 > 1 :
 - ▶ $SG \neq 0$
 - ▶ 一堆 > 1 : 先手保证奇数个1
 - ▶ 多堆 > 1 : 将SG变成0即可
 - ▶ $SG = 0$: 至少两堆数目 > 1 , 且先手决策完变成上一种情况

NOI 2011 兔兔和蛋蛋的游戏

- ▶ 这些天,兔兔和蛋蛋喜欢上了一种新的棋类游戏。
- ▶ 这个游戏是在一个 n 行 m 列的棋盘上进行的。游戏开始之前,棋盘上有一个格子是空的,其它的格子中都放置了一枚棋子,棋子或者是黑色,或者是白色。 每一局游戏总是兔兔先操作,之后双方轮流操作,具体操作为:
 - ▶ 兔兔每次操作时,选择一枚与空格相邻的白色棋子,将它移进空格。
 - ▶ 蛋蛋每次操作时,选择一枚与空格相邻的黑色棋子,将它移进空格。

NOI 2011 兔兔和蛋蛋的游戏

- ▶ 最近兔兔总是输掉游戏,而且蛋蛋格外嚣张,于是兔兔想请她的好朋友——你——来帮助她。
- ▶ 她带来了一局输给蛋蛋的游戏的实录,请你指出这一局游戏中所有她“犯错误”的地方。
- ▶ $N, M \leq 40$
- ▶ $K \leq 1000$

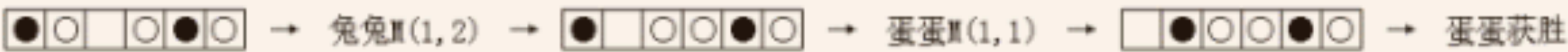


图 1

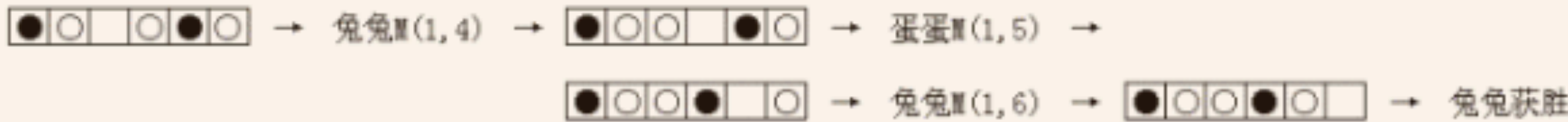
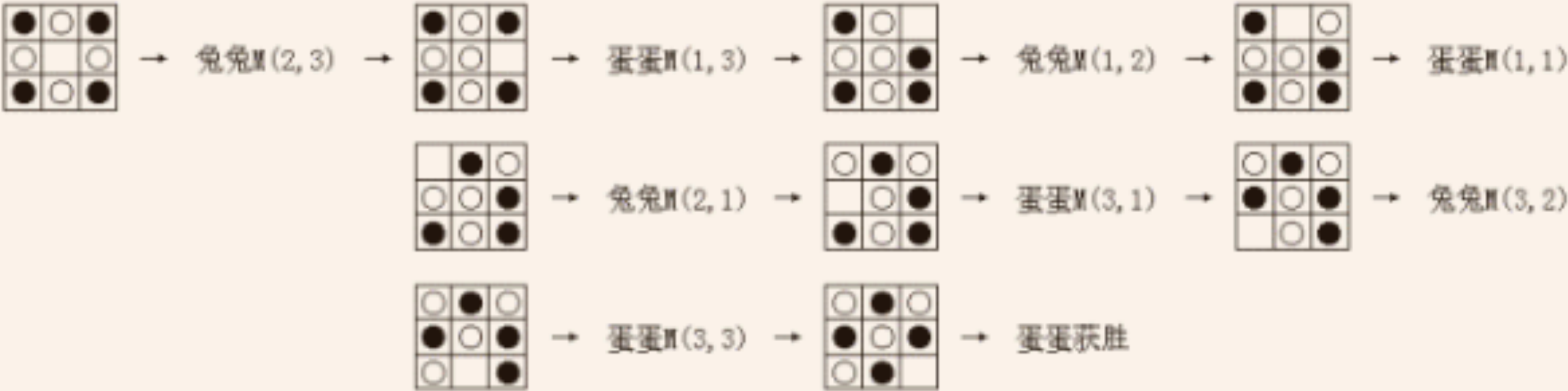


图 2



NOI 201

- ▶ 最近兔好朋友
- ▶ 她带来所有她
- ▶ $N, M <$
- ▶ $K \leq 1$

所有测试数据的范围和特点如下表所示

测试点编号	n 的规模	m 的规模
1	$n = 1$	$1 \leq m \leq 20$
2		
3	$n = 3$	$m = 4$
4	$n = 4$	$m = 4$
5		
6	$n = 4$	$m = 5$
7		
8	$n = 3$	$m = 7$
9	$n = 2$	$1 \leq m \leq 40$
10		
11		
12		
13		
14		
15	$1 \leq n \leq 16$	$1 \leq m \leq 16$
16		
17	$1 \leq n \leq 40$	$1 \leq m \leq 40$
18		
19		
20		

兔想请她的

一局游戏中

NOI 2011 兔兔和蛋蛋的游戏

- ▶ 搜索

- ▶ 是否会成环?

- ▶ 不回成环

- ▶ 75%

NOI 2011 兔兔和蛋蛋的游戏

- ▶ 更巧妙的思想，移动的格子是黑白相间的 —— 二分图
- ▶ 最大匹配的点必须点，别的为非必须点，走到必须点是必胜，否则是必败
- ▶ 怎么判断这个点是否必须？