

Paul Tragus

Étude de la formule de Black- Scholes

Une approche step-by-step

De nouvelles hypothèses

**Université de Lorraine,
CentraleSupélec**

Sommaire

01

Rappel du contexte

Rappel de la première partie

02

Calcul de la volatilité

A quel point un actif est volatile ?

03

Mouvement brownien géométrique

Son impact sur les estimations

04

Conclusion

01



1

Rappel

Comment nous avons tenté d'approcher Black-Scholes

Nos précédentes hypothèses

Processus stochastique

Processus suivi par un phénomène aléatoire

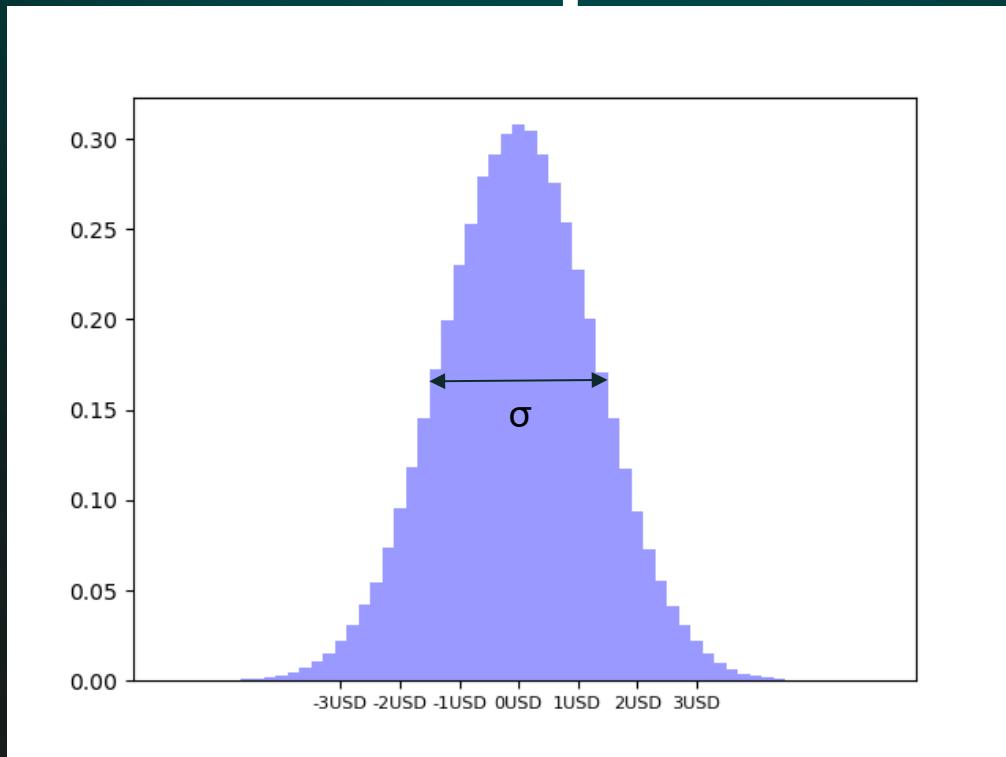
Mouvement brownien

Mouvement caractéristique d'un processus stochastique

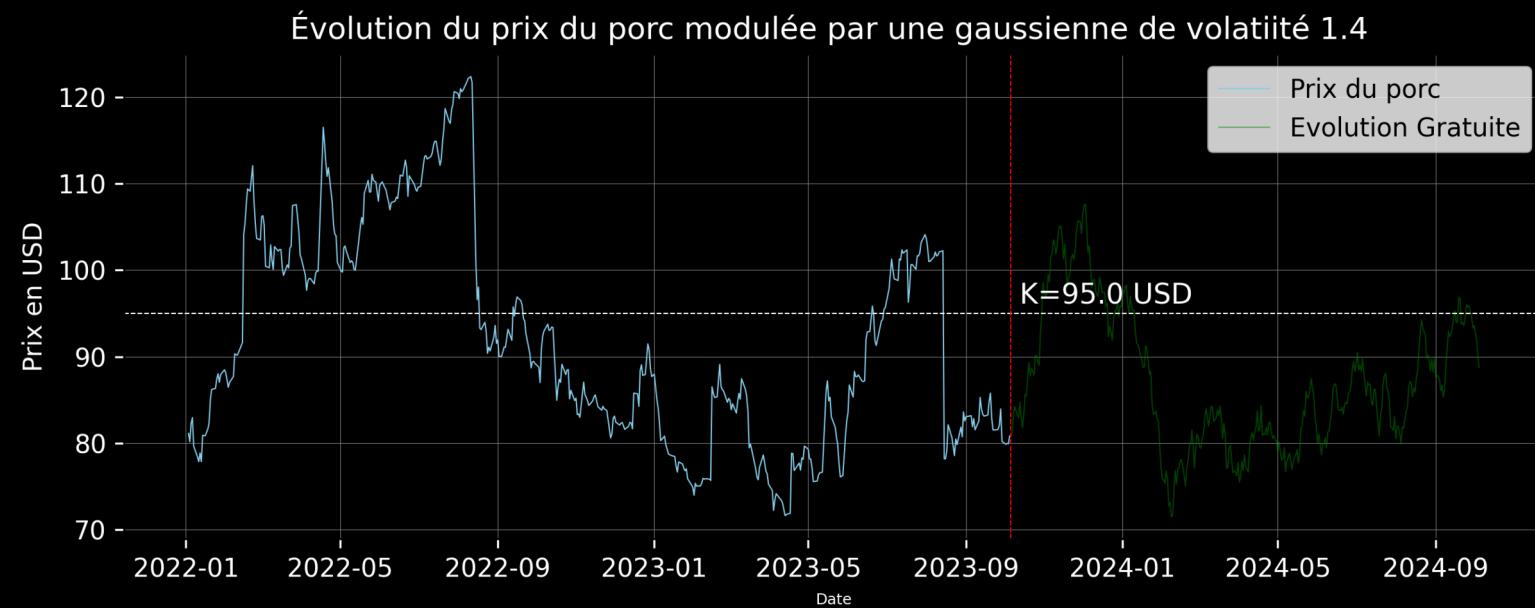
Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul

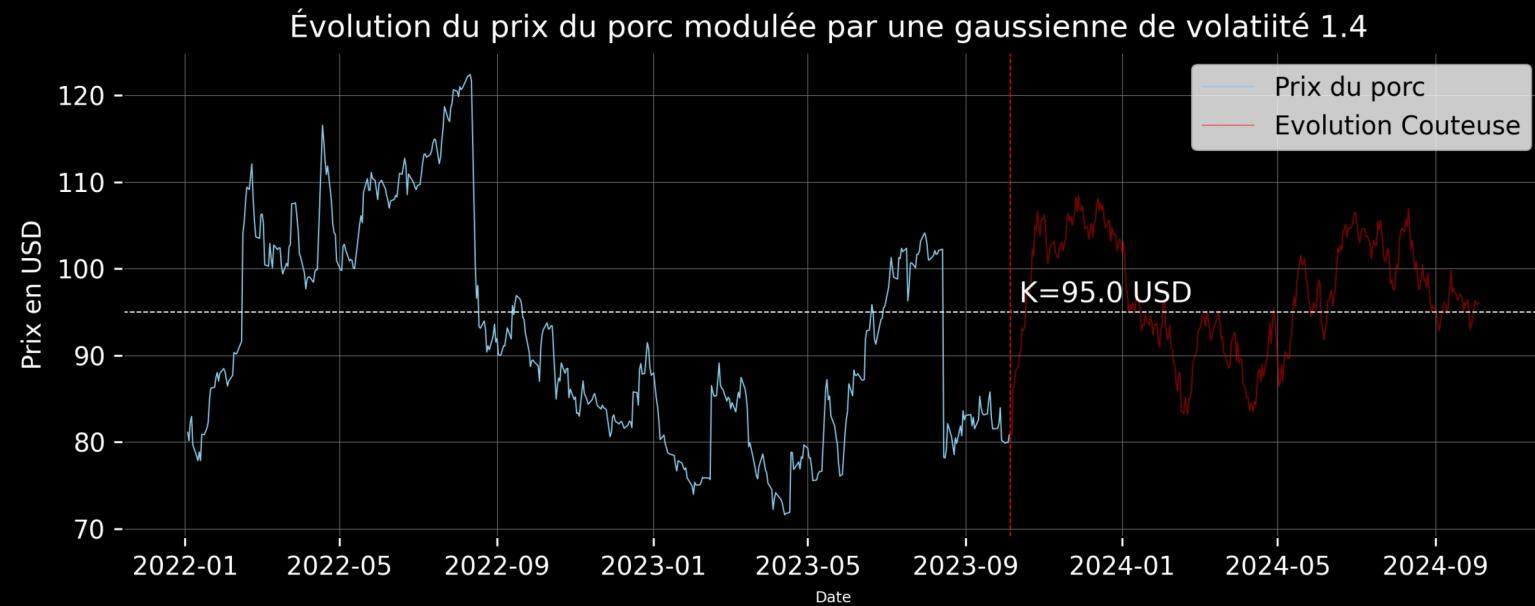
Modulation des variations par une



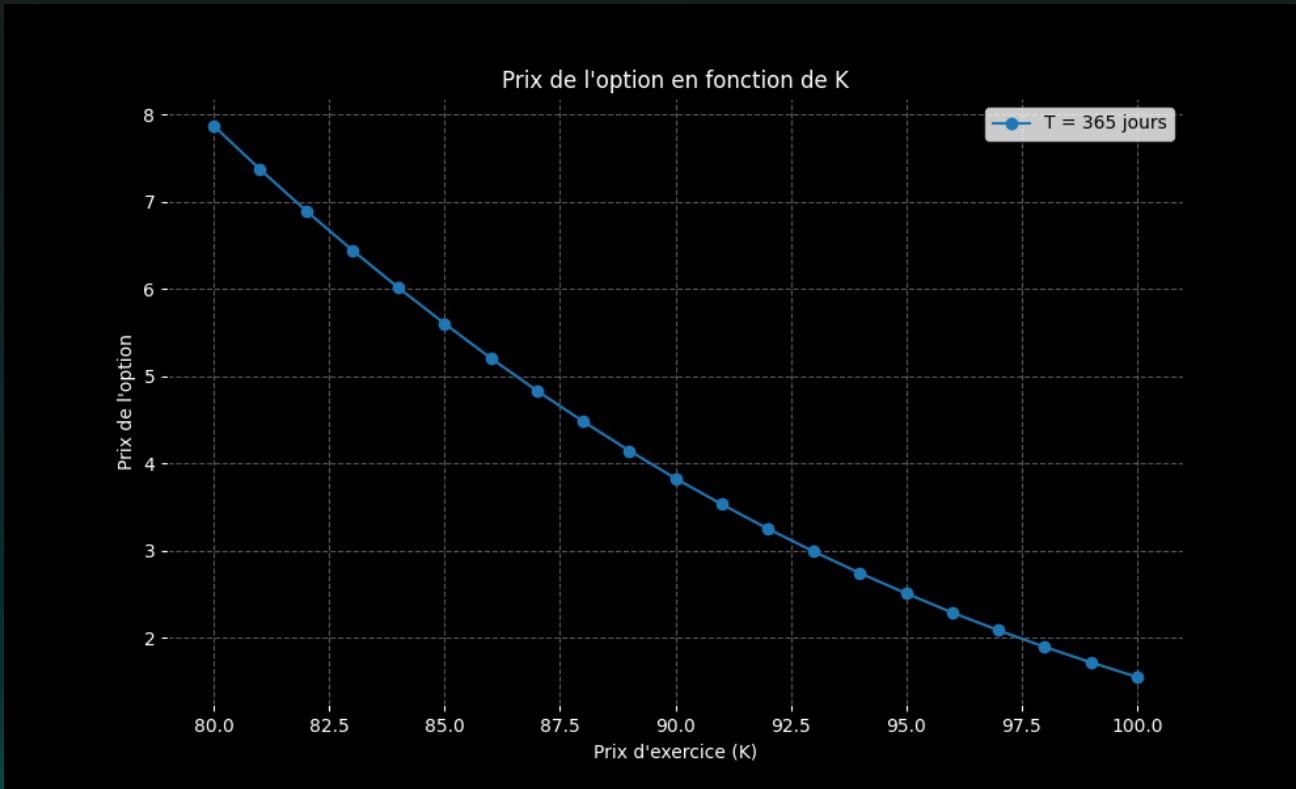
Moyennage sur les évolutions possibles



Moyennage sur les évolutions possibles



Relation remarquable



Hypothèses mises à jour

Processus stochastique

Processus suivi par un phénomène aléatoire

Mouvement brownien

Mouvement caractéristique d'un processus stochastique

Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul

Hypothèses mises à jour

Processus stochastique



Processus suivi par un phénomène aléatoire

Mouvement brownien

Mouvement caractéristique d'un processus stochastique

Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul

Hypothèses mises à jour

Processus stochastique



Processus suivi par un phénomène aléatoire

Mouvement brownien



Mouvement caractéristique d'un processus stochastique

Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul

Hypothèses mises à jour

Processus stochastique

Processus suivi par un phénomène aléatoire



Mouvement brownien géométrique

Basé sur les différences relatives



Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul

Hypothèses mises à jour

Processus stochastique

Processus suivi par un phénomène aléatoire



Mouvement brownien géométrique

Basé sur les différences relatives



Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul



Hypothèses mises à jour

Processus stochastique

Processus suivi par un phénomène aléatoire



Mouvement brownien géométrique

Basé sur les différences relatives



Volatilité constante

Déterminée par l'observation, pas de calcul



Hypothèses mises à jour

Processus stochastique

Processus suivi par un phénomène aléatoire



Mouvement brownien géométrique

Basé sur les différences relatives



Volatilité constante

Par le calcul
Volatilité historique



02



Calcul de la volatilité

A quel point un actif est volatile ?



2 possibilités



Calcul (brut) de la volatilité historique

Calcul de la volatilité implicite (dépendant de Black-Scholes)

Volatilité historique

La volatilité historique est l'écart à la moyenne des variations d'un actif financier. C'est un calcul d'écart-type classique

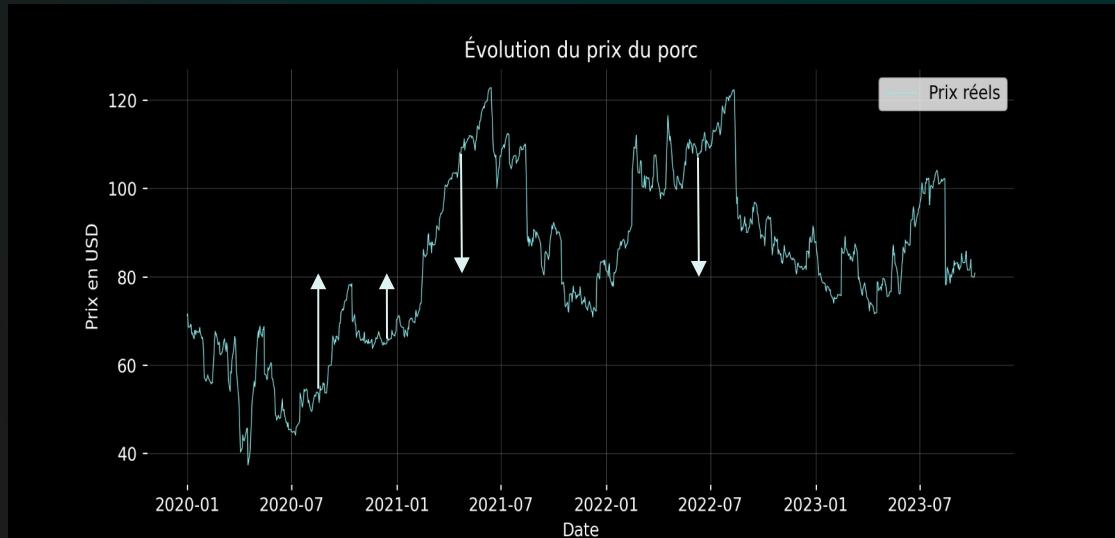
Volatilité historique

La volatilité historique est l'écart à la moyenne des variations d'un actif financier. C'est un calcul d'écart-type classique



Volatilité historique

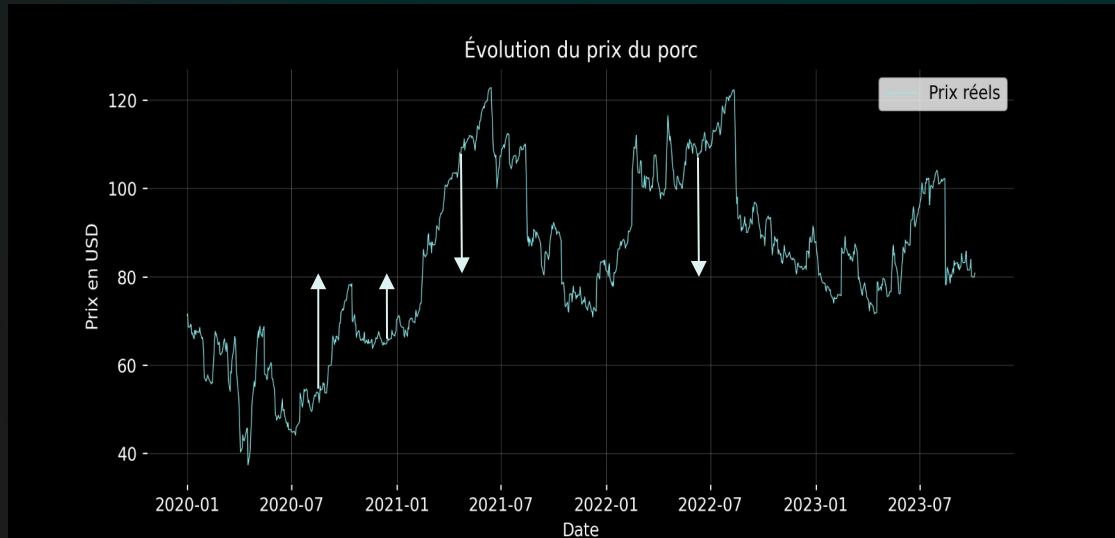
La volatilité historique est l'écart à la moyenne des variations d'un actif financier. C'est un calcul d'écart-type classique



On a désormais un nouveau paramètre de volatilité pour la génération de nos variations

Volatilité historique

La volatilité historique est l'écart à la moyenne des variations d'un actif financier. C'est un calcul d'écart-type classique



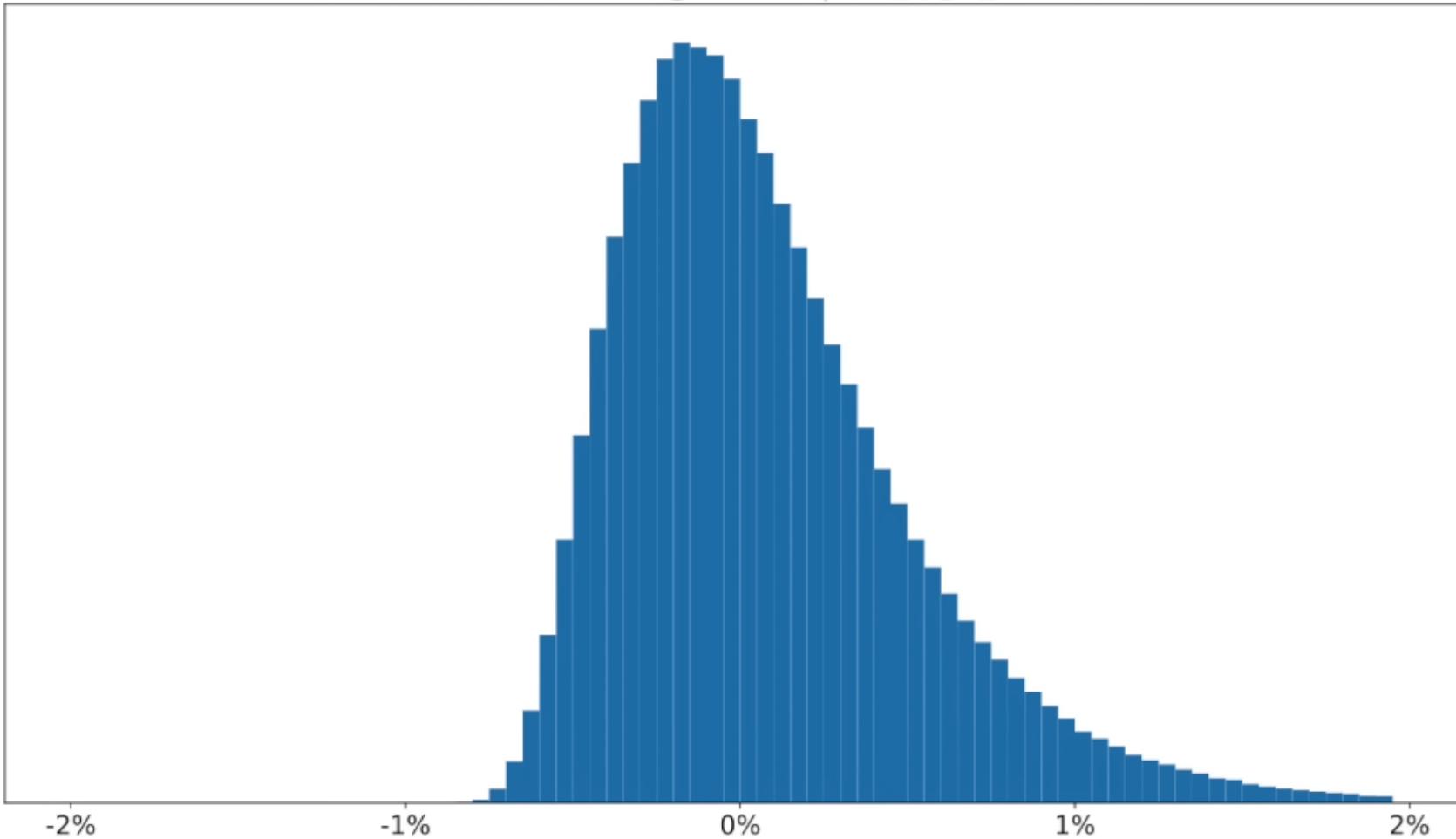
On a désormais un nouveau paramètre de volatilité pour la génération de nos variations
 $\sigma = 0,53$

03

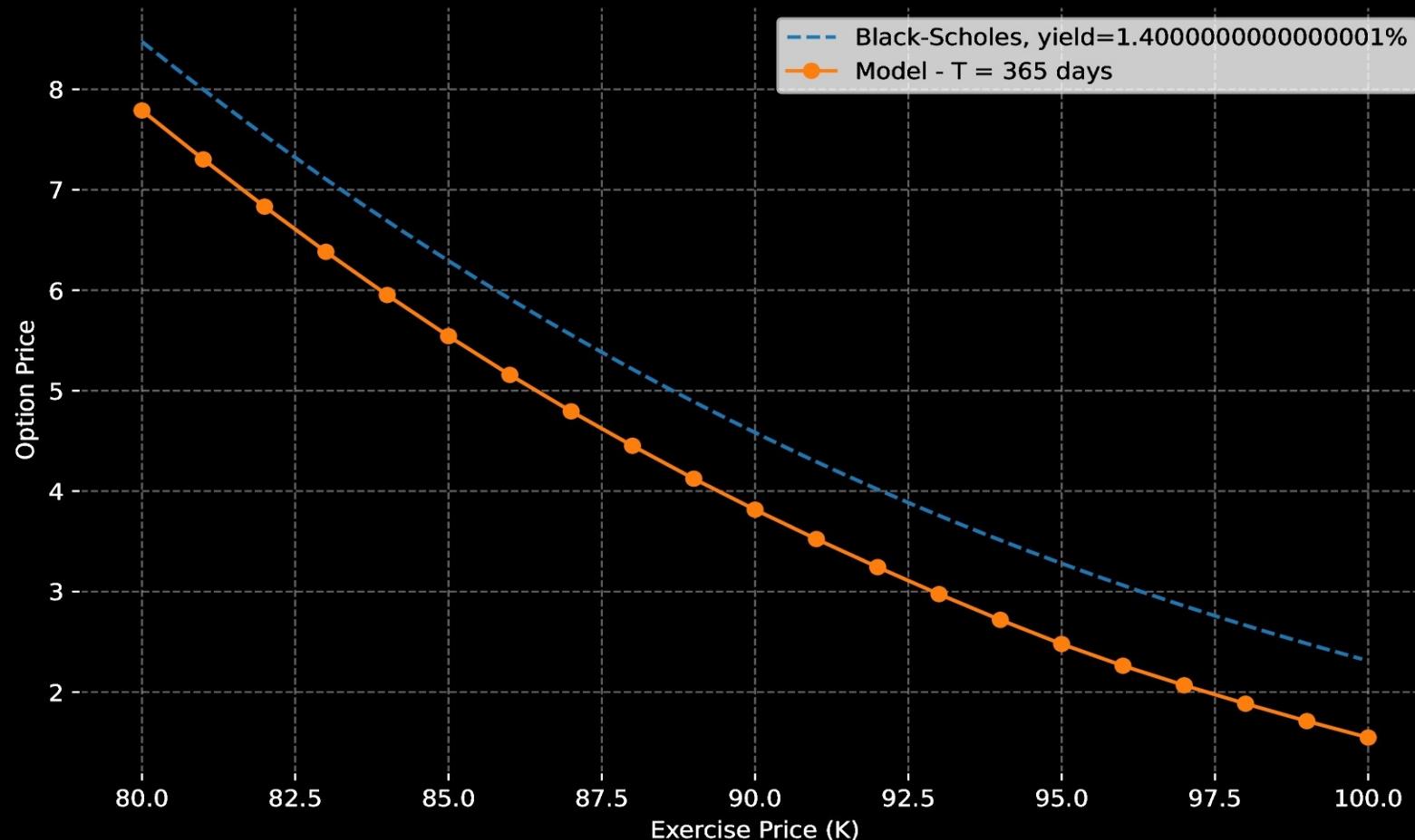
Mouvement Brownien Géométrique (GBM)

Son impact sur les estimations

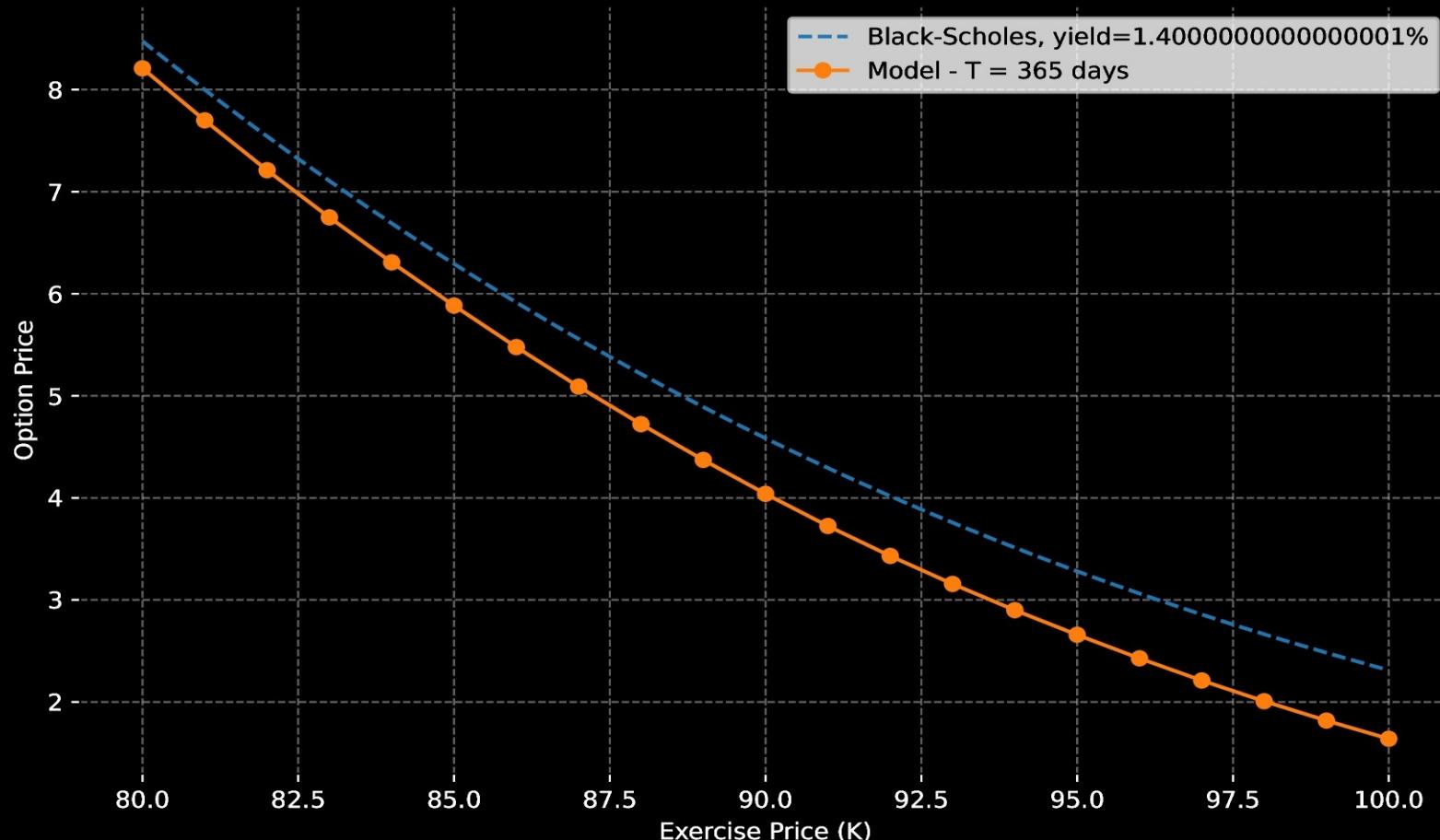
Mouvement brownien géométrique $x_{n+1}/x_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$



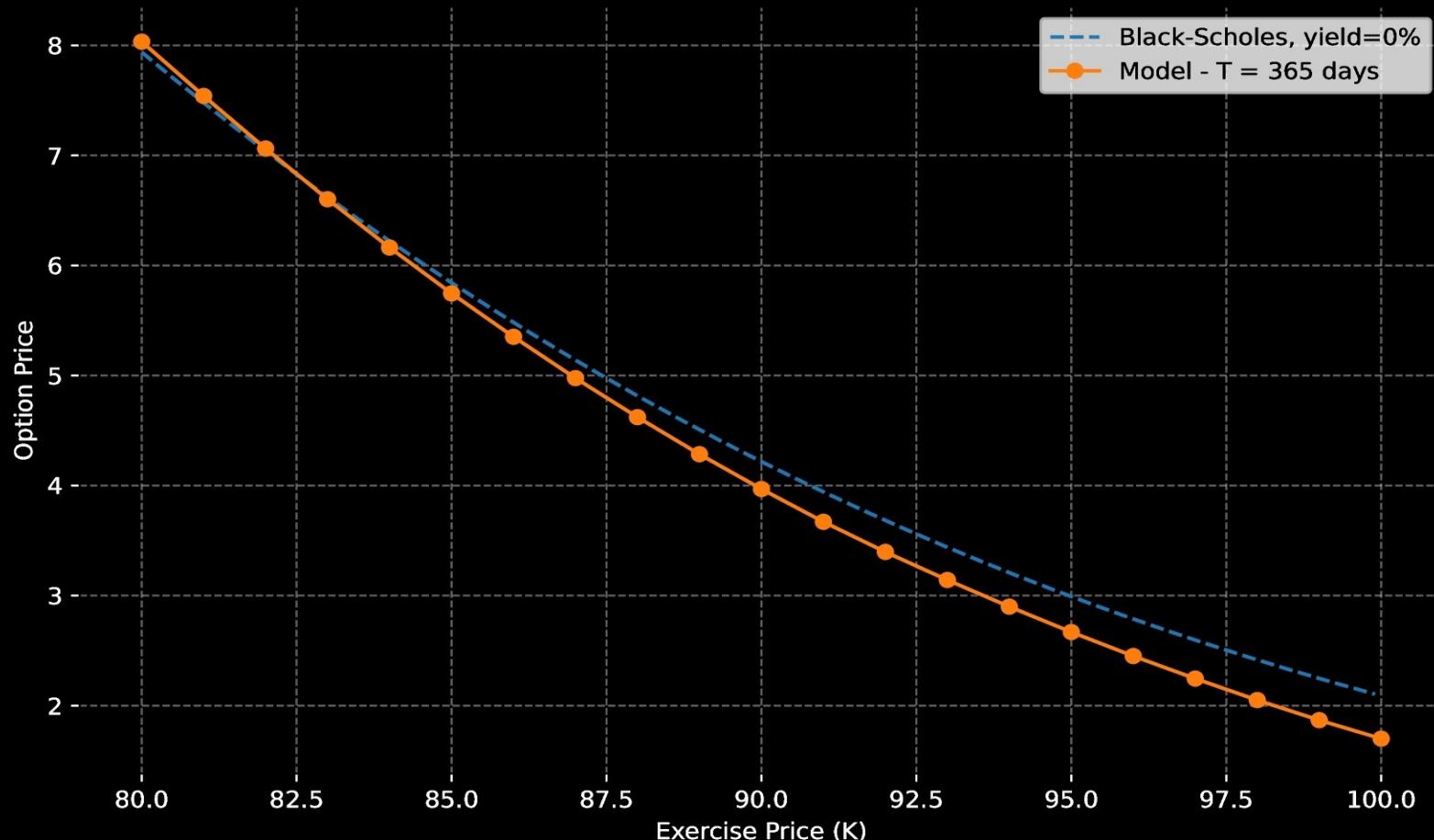
Comparison between Black-Scholes and hand-built model with brownian motion



Comparison between Black-Scholes and hand-built model with geometrical brownian motion



Comparison between Black-Scholes and hand-built model with geometrical brownian motion



Imperfection de cette extrapolation

Mouvement brownien pas suffisant

Imperfection de cette extrapolation

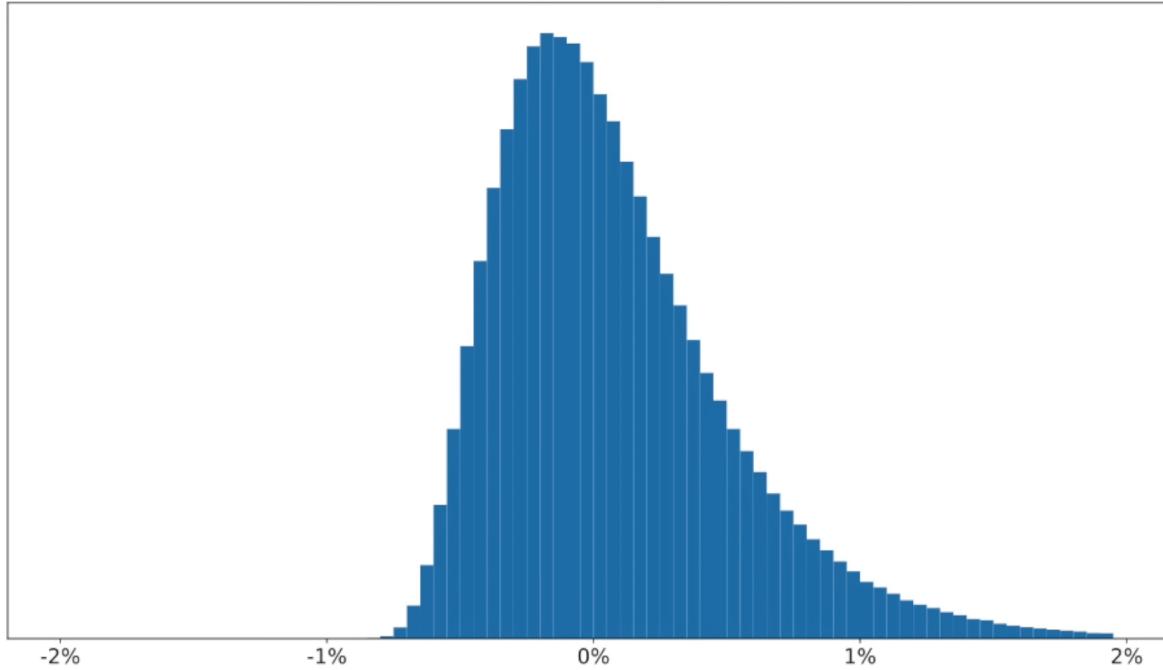
Mouvement brownien géométrique
suffisant pour approximer Black-Scholes

Imperfection de cette extrapolation

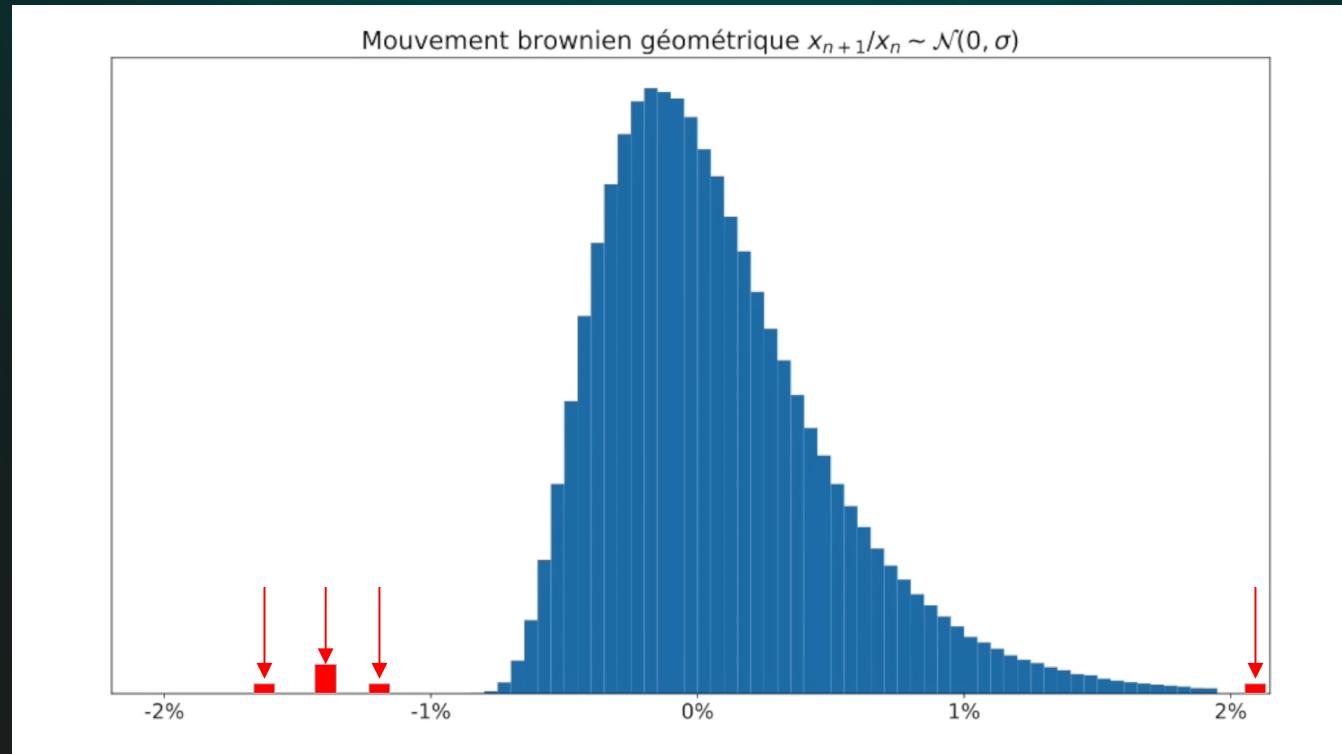
Mouvement brownien géométrique suffisant pour approximer Black-Scholes, **mais pas suffisant pour un cours financier réel !**

Modulation des variations

Mouvement brownien géométrique $x_{n+1}/x_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$



Modulation des variations



04

Conclusion

Un modèle satisfaisant mais incomplet

2 critiques adressées au modèle BS

- Volatilité considérée comme constante sur une longue période
- Krachs boursiers omis

Toujours le modèle le plus utilisé

- Perfectible mais satisfaisant pour l'utilisation qu'on en fait

Merci !

CREDITS: This presentation template was created by [Slidesgo](#), and includes icons by [Flaticon](#) and infographics & images by [Freepik](#)