1. Encuentre la expresión del espectro de Fourier (forma exponencial y trigonométrica) para la señal $x(t) = |A\sin(2\pi F o t)|^2$, con $t \in [-\frac{1}{2F_o}, \frac{1}{2F_o}]$, con $A, F_o \in \mathbb{R}^+$.

[redacted]

. Solución:

. tenemos la función

$$x(t) = |A\operatorname{Sen}(2\pi F_o t)|^2 = A^2 \operatorname{Sen}^2(2\pi F_o t) = A^2\left(\frac{1-\operatorname{Cos}(2\cdot 2\pi F_o t)}{2}\right)$$

$$A^2\left(\frac{1-\operatorname{Cos}(4\pi F_o t)}{2}\right) = \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\operatorname{Cos}(4\pi F_o t) = a_0 + \sum_{n=-N}^{N} a_n \operatorname{Cos}(n w_o t)$$

. Ahora por serie trigonométrica tenemos: $x(t) = a_0 + \sum_{n=-N}^{N} a_n \operatorname{Cos}(n w_o t) + a_n \operatorname{Sen}(n w_o t)$

. donde: $a_0 = C_0 = \frac{1}{t_f - t_i}\int_{t_i}^{t_f} x(t)\,dt$. Ademas de:

$$a_n = \frac{2}{t_f - t_i}\int_{t_i}^{t_f} x(t)\operatorname{Cos}(n w_o t) \qquad . \; b_n = \frac{2}{t_f - t_i}\int_{t_i}^{t_f} x(t)\operatorname{Sen}(n w_o t)\,dt$$

. La señal presenta Simetría par, es decir $x(t) = x(-t)$ por tanto tenemos

$$x(t) = |A\operatorname{Sen}(2\pi F_o t)|^2 = \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\operatorname{Cos}(4\pi F_o t) = a_0 + \sum_{n=-N}^{N} a_n \operatorname{Cos}(n w_o t)$$

. $b_n = 0$

. Vamos a Buscar a a_0

$$a_0 = \frac{1}{t_f - t_i}\int_{t_i}^{t_f} x(t)\,dt \quad . \; a_0 = \frac{1}{\left(\frac{1}{2F_o} - \left(-\frac{1}{2F_o}\right)\right)}\int_{-1/2F_o}^{1/2F_o} \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\operatorname{Cos}(4\pi F_o t)\,dt$$

$$a_0 = \frac{1}{\frac{1}{F_o}}\left(\int_{-1/2F_o}^{1/2F_o} \frac{A^2}{2}\,dt - \int_{-1/2F_o}^{1/2F_o} \frac{A^2}{2}\operatorname{Cos}(4\pi F_o t)\,dt\right)$$

$$a_0 = F_o\left(\frac{A^2}{2}t - \frac{A^2 \operatorname{Sen}(4\pi F_o t)}{8\pi F_o}\Bigg|_{-1/2F_o}^{1/2F_o}\right)$$

$$a_0 = \frac{A^2 F_o}{2}\left(t - \frac{\operatorname{Sen}(4\pi F_o t)}{4\pi F_o}\Bigg|_{-1/2F_o}^{1/2F_o}\right) = \frac{A^2 \cancel{F_o}}{2}\left(\frac{1}{2\cancel{F_o}} - 0\right) - \frac{A^2 \cancel{F_o}}{2}\left(-\frac{1}{2\cancel{F_o}} + 0\right)$$

$$a_0 = \frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{4} \qquad \boxed{a_0 = \frac{A^2}{2}}$$

. Ahora vamos a buscar a_n

$$a_n = \frac{2}{t_f - t_i}\int_{t_i}^{t_f} x(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt = \frac{2}{\left(\frac{1}{2F_0} - \left(-\frac{1}{2F_0}\right)\right)}\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\left(\frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos(4\pi F_0 t)\right)\cos(n\omega_0 t)\,dt$$

$$\frac{2}{\frac{1}{F_0}}\left(\underbrace{\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\frac{A^2}{2}\cos(n\omega_0 t)\,dt}_{\text{integral 2}} - \underbrace{\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\frac{A^2}{2}\cos(4\pi F_0 t)\cos(n\omega_0 t)\,dt}_{\text{Integral 1}}\right)$$

. resolvemos la integral 1 por aparte

$$\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\frac{A^2}{2}\cos(4\pi F_0 t)\cos(n\omega_0 t)\,dt = \frac{A^2}{2}\underbrace{\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\cos(4\pi F_0 t)\cos(n\omega_0 t)\,dt}_{\text{Integral 1}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\frac{1}{F_0}}$$

$$\omega_0 = 2\pi F_0$$

$$\frac{A^2}{4}\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\cos(4\pi F_0 t + n\omega_0 t) + \cos(4\pi F_0 t - n\omega_0 t)\,dt$$

$$\frac{A^2}{4}\left(\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\cos((4\pi F_0 + n\omega_0)t)\,dt + \int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\cos((4\pi F_0 - n\omega_0)t)\,dt\right)$$

$$\frac{A^2}{4}\left(\frac{\operatorname{Sen}((4\pi F_0 + n\omega_0)t)}{(4\pi F_0 + n\omega_0)} + \frac{\operatorname{Sen}((4\pi F_0 - n\omega_0)t)}{(4\pi F_0 - n\omega_0)}\Bigg|_{-\frac{1}{2F_0}}^{\frac{1}{2F_0}}\right)$$

evaluamos para $\frac{1}{2F_0}$: $\left(\frac{\operatorname{Sen}(2\pi + n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 + n\omega_0)} + \frac{\operatorname{Sen}(2\pi - n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 - n\omega_0)}\right)$ Restamos ambas evaluaciones

evaluamos para $\frac{-1}{2F_0}$: $\left(\frac{\operatorname{Sen}(-2\pi - n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 + n\omega_0)} + \frac{\operatorname{Sen}(-2\pi + n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 - n\omega_0)}\right)$

$$\frac{A^2}{4}\left(\frac{\operatorname{Sen}(2\pi + n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 + n\omega_0)} + \frac{\operatorname{Sen}(2\pi - n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 - n\omega_0)} + \frac{\operatorname{Sen}(2\pi + n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 + n\omega_0)} + \frac{\operatorname{Sen}(2\pi - n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 - n\omega_0)}\right)$$

$$\frac{A^2}{4}\left(2\frac{\operatorname{Sen}(2\pi + n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 + n\omega_0)} + 2\frac{\operatorname{Sen}(2\pi - n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0 - n\omega_0)}\right)$$

$$\frac{A^2}{2}\left(\frac{Sen(2\pi+n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0+n\omega_0)}+\frac{Sen(2\pi-n\omega_0/2F_0)}{(4\pi F_0-n\omega_0)}\right)=\frac{A^2}{2}\left(\frac{Sen(2\pi+n\pi)}{(4\pi F_0+n2\pi F_0)}+\frac{Sen(2\pi-n\pi)}{(4\pi F_0-n2\pi F_0)}\right)$$

$$\frac{A^2}{4\pi F_0}\left(\frac{Sen(2\pi+n\pi)}{(2+n)}+\frac{Sen(2\pi-n\pi)}{(2-n)}\right)$$

$Sen(x+y)=Sen(x)Cos(y)+Sen(y)Cos(x)$

$$\frac{A^2}{4\pi F_0}\left(\frac{\cancel{Sen(2\pi)}^{0}Cos(n\pi)+Sen(n\pi)\cancel{Cos(2\pi)}^{1}}{(2+n)}+\frac{\cancel{Sen(2\pi)}^{0}Cos(n\pi)-Sen(n\pi)\cancel{Cos(2\pi)}^{1}}{(2-n)}\right)$$

$$\boxed{\frac{A^2}{4\pi F_0}\left(\frac{Sen(n\pi)}{2+n}-\frac{Sen(n\pi)}{2-n}\right)}$$

Resolvemos la integral 2

$$\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\frac{A^2}{2}Cos(n\omega_0 t)dt=\frac{A^2}{2}\frac{Sen(n\omega_0 t)}{n\omega_0}\Bigg|_{-\frac{1}{2F_0}}^{\frac{1}{2F_0}}=\frac{A^2}{4n\pi F_0}\left(Sen(n\pi)-\left(-Sen(n\pi)\right)\right)$$

$$\boxed{\frac{A^2 Sen(n\pi)}{2n\pi F_0}}$$

. Por tanto unimos los resultados de las 2 integrales

$$2F_0\left(\frac{A^2 Sen(n\pi)}{2n\pi F_0}-\frac{A^2}{4\pi F_0}\left(\frac{Sen(n\pi)}{2+n}-\frac{Sen(n\pi)}{2-n}\right)\right)=$$

$$\frac{A^2 Sen(n\pi)}{n\pi}-\frac{A^2}{2\pi}\left(\frac{Sen(n\pi)}{2+n}\right)+\frac{A^2}{2\pi}\left(\frac{Sen(n\pi)}{2-n}\right)$$

. Si buscamos los Valores excluidos tenemos . $n=0$, . $n=-2$, . $n=2$

$$\lim_{n\to -2}\left(-\frac{A^2}{2\pi}\left(\frac{Sen(n\pi)}{2+n}\right)\right)=-\frac{A^2}{2}$$

$$\lim_{n\to 2}\left(\frac{A^2}{4\pi}\left(\frac{Sen(n\pi)}{2-n}\right)\right)=-\frac{A^2}{2}$$

$$\lim_{n\to 0}\left(\frac{A^2 Sen(n\pi)}{n\pi}\right)=A^2$$

. Por tanto podemos definir

$$a_n\begin{cases}-\frac{A^2}{2} & .\ n=-2\\ -\frac{A^2}{2} & .\ n=2\\ A^2 & .\ n=0\\ 0 & \forall n\setminus\{0,2,-2\}\end{cases}$$

$b_n=0 \quad \forall n\in\{0,1,2,3\dots,N\}$

. Para el Caso de la Serie exponencial Compleja: $C_0=a_0=\frac{A^2}{2}$

$$C_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \quad . C_2 = \frac{-\frac{A^2}{2} \cancel{-j0}}{2} = -\frac{A^2}{4} \quad . C_{-2} = \frac{-\frac{A^2}{2} \cancel{-j0}}{2} = -\frac{A^2}{4}$$

$$C_n = \begin{cases} \frac{A^2}{2} & . n = 0 \\ \frac{-A^2}{4} & . n = \{-2, 2\} \\ 0 & \forall n \setminus \{0, -2, 2\} \end{cases} \qquad . x(t) = \sum_{n=-N}^{N} C_n e^{jnt}$$

$$. x(t) = C_{-2} e^{-j4\pi F_0 t} + C_0 e^0 + C_2 e^{j4\pi F_0 t}$$

$$. x(t) = -\frac{A^2}{4}\left(\cos(4\pi F_0 t) - j\,\mathrm{Sen}(4\pi F_0 t)\right) + \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{4}\left(\cos(4\pi F_0 t) + j\,\mathrm{Sen}(4\pi F_0 t)\right)$$

$$x(t) = \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos(4\pi F_0 t)$$

2. Realice las simulaciones respectivas para graficar el espectro de Fourier del ejercicio 1 (magnitud y fase como diagrama de Bode en decibelios), y presente el error relativo y la señal reconstruida para $N = \{1, 2, \ldots, 50\}$.

[redacted]

. el espectro se puede graficar en terminos de magnitud y fase

$$|C_n| = \sqrt{C_n \cdot C_n^*} \qquad . \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}\{C_n\}}{\mathrm{Re}\{C_n\}}\right) \qquad \phi = 0$$

$$|C_{-2}| = \sqrt{\left(-\frac{A^2}{4} + j0\right)\cdot\left(-\frac{A^2}{4} - j0\right)} = \frac{A^2}{4}$$

$$|C_2| = \sqrt{\left(-\frac{A^2}{4} + j0\right)\cdot\left(-\frac{A^2}{4} - j0\right)} = \frac{A^2}{4}$$

. el error relativo se calcula según: $Er\% = \left(1 - \frac{1}{P_x}\sum_{n=-N}^{N} |C_n|^2\right) \cdot 100\%$

. para este caso tenemos

$$. P_x = \frac{1}{T}\int_{t_i}^{t_f} |x(t)|^2\,dt = \frac{1}{\left(\frac{1}{2F_0} - \left(-\frac{1}{2F_0}\right)\right)} \int_{-1/2F_0}^{1/2F_0} \left(\frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos(4\pi F_0 t)\right)^2 dt$$

$$P_x = F_0 \int_{-1/2F_0}^{1/2F_0} \left(\frac{A^2}{2}\left(1 - \cos(4\pi F_0 t)\right)\right)^2 dt = \frac{A^4}{4} F_0 \int_{-1/2F_0}^{1/2F_0} \left(1 - \cos(4\pi F_0 t)\right)^2 dt$$

$$\frac{A^4}{4}F_0\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0} 1-2\cos(4\pi F_0 t)+\cos^2(4\pi F_0 t)\,dt = \frac{A^4}{4}F_0\left(\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0} dt - 2\int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\cos(4\pi F_0 t)dt + \int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\cos^2(4\pi F_0 t)dt\right)$$

$$\frac{A^4}{4}F_0\left(t - \frac{2\,\mathrm{Sen}(4\pi F_0 t)}{4\pi F_0} + \int_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\frac{1-\cos(8\pi F_0 t)}{2}dt\right)$$

$$\frac{A^4}{4}F\left(t - \frac{2\,\mathrm{Sen}(4\pi F_0 t)}{4\pi F_0} + \frac{1}{2}t - \frac{\mathrm{Sen}(8\pi F_0 t)}{8\pi F_0}\Bigg|_{-1/2F_0}^{1/2F_0}\right)$$

. evaluamos para $1/2F_0$

$$\left(\frac{1}{2F_0} - \cancel{\frac{\mathrm{Sen}(2\pi)}{2\pi F_0}} + \frac{1}{4F_0} - \cancel{\frac{\mathrm{Sen}(4\pi)}{8\pi F_0}}\right) = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{4F_0} = \frac{3}{4F_0}$$

Restamos los 2 resultados

. evaluamos para $1/2F_0$

$$\left(-\frac{1}{2F_0} - \cancel{\frac{\mathrm{Sen}(-2\pi)}{2\pi F_0}} - \frac{1}{4F_0} - \cancel{\frac{\mathrm{Sen}(-4\pi)}{8\pi F_0}}\right) = -\frac{1}{2F_0} - \frac{1}{4F_0} = -\frac{3}{4F_0}$$

$$\frac{3}{4F_0} - \left(-\frac{3}{4F_0}\right) = \frac{3}{2F_0}$$

. Por tanto $\frac{A^4\cancel{F_0}}{4}\left(\frac{3}{2\cancel{F_0}}\right) = \boxed{P_x = \frac{3A^4}{8}}$

$$Er\% = \left(1 - \frac{1}{P_x}\sum_{n=-N}^{N}|C_n|^2\right).100\% = \left(1 - \frac{|C_{-2}|^2 + |C_0|^2 + |C_2|^2}{P_x}\right).100$$

$$\left(1 - \frac{\left(\frac{-A^2}{4}\right)^2 + \left(\frac{A^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{-A^2}{4}\right)^2}{\frac{3A^4}{4}}\right).100 = \left(1 - \frac{\frac{A^4}{16} + \frac{A^4}{4} + \frac{A^4}{16}}{\frac{3A^4}{4}}\right).100$$

$$\left(1 - \frac{\cancel{\frac{3A^4}{8}}}{\cancel{\frac{3A^4}{4}}}\right).100 = \left(1 - \frac{1}{2}\right).100 = 50\%$$

3. Sea la señal portadora $c(t) = A_c\sin(2\pi F_c t)$, con $A_c, F_c \in \mathbb{R}$, y la señal mensaje $m(t) \in \mathbb{R}$. Encuentre el espectro en frecuencia de la señal modulada en amplitud (AM), $y(t) = \left(1 + \frac{m(t)}{A_c}\right)c(t)$. Luego, descargue desde youtube 5 segundos de su canción favorita (capturando del segundo 20 al 25). Presente una simulación de modulación por amplitud AM (tomando como mensaje el fragmento de la canción escogida). Grafique las señales en tiempo y frecuencia (magnitud y fase) de la señal mensaje, portadora y modulada. Reproduzca los fragmentos de audio del mensaje, portadora y señal modulada. *Nota: se sugiere utilizar un canal de señal de audio para el desarrollo del ejercicio. El usuario debe poder escoger el índice de modulación deseado.*

. Podemos encontrar la Señal de la transformada de Fourier de la Señal modulado Como

$$y(w) = \mathcal{F}\{y(t)\} = \mathcal{F}\left\{\left(1 + \frac{m(t)}{A_c}\right)c(t)\right\} = \mathcal{F}\{c(t)\} + \frac{1}{A_c}\mathcal{F}\{m(t)c(t)\}$$

. Usando tablas de fourier tenemos

$$. C(w) = F\{C(t)\} = F\{A_c \operatorname{Sen}(2\pi F_c t)\} = A_c F\left\{\frac{e^{j2\pi F_c t} - e^{-j2\pi F_c t}}{2j}\right\}$$

$$\frac{A_c F}{2j}\left\{e^{j2\pi F_c t} - e^{-j2\pi F_c t}\right\} = \frac{A_c}{2j}\left(F\{e^{j2\pi F_c t}\} - F\{e^{-j2\pi F_c t}\}\right)$$

. teniendo en Cuenta que : $F\{e^{\pm j w_0 t}\} = 2\pi\delta(w \mp w_0)$ tenemos

$$\frac{A_c}{2j}\left(2\pi\delta(w - 2\pi F_c) - 2\pi\delta(w + 2\pi F_c)\right)$$

$$. C(w) = \frac{A_c.\pi}{j}\left(\delta(w - 2\pi F_c) - \delta(w + 2\pi F_c)\right)$$

. de la misma forma tenemos

$$\frac{1}{A_c} F\{m(t)\, c(t)\} = \frac{1}{2j}\left(M(w - 2\pi F_c) - M(w + 2\pi F_c)\right)$$

. finalmente

$$y(w) = \frac{A_c\pi}{j}\left(\delta(w - 2\pi F_c) - \delta(w + 2\pi F_c)\right) + \frac{1}{2j}\left(M(w - 2\pi F_c) - M(w + 2\pi F_c)\right)$$

4. Consulte en qué consiste la distorsión total de armónicos (*Total Harmonic Distortion*-(THD)) y el factor de potencia en un circuito eléctrico. Cómo puede calcularse el THD desde la FFT?. Cómo puede calcularse la distorsión del factor de potencia con base al THD?. Genere un ejemplo ilustrativo para el cálculo del THD y la distorsión del factor de potencia para un rectificador de onda completa con carga: i) netamente resistiva y ii) carga RC en serie. Establezca las condiciones necesarias para las simulaciones. El usuario podrá escoger diferentes valores de R y C. Discuta los resultados obtenidos.

. distorsión total de armónicos : mide la Cantidad de distorsión de una Señal debido a los armónicos presentes en ella en Comparación con la Componente fundamental. En Sistemas eléctricos. los armónicos son frecuencias multiplos de la frecuencia fundamental, Su presencia puede Causar problemas como el Calentamiento de Componentes y Perdidas Adicionales

. el TDH se define Como la relación entre la suma de las potencias de todos los armónicos

. V_1 = Componente fundamental

$$. THD = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots V_n^2}}{V_1}$$

. $V_2, V_3, \dots V_n$ = magnitudes de armonicos

. Para Calcular el THD desde la transformada rapida de fourier

1) realizamos la transformada de la señal para tener el espectro de frecuencias

2) identifica la Componente fundamental (frecuencia mas baja)

3) Suma magnitudes de Armónicos Superiores

4) uso la formula del THD

. el factor de potencia y el THD

el FP es la relación entre la potencia real que realiza un trabajo util y la potencia aparente suministrada al circuito en presencia de armonicos. el FP se ve afectado

la distorsión del factor de potencia por armónicos se puede calcular como $fp_{dist} = \frac{1}{\sqrt{1+THD^2}}$. este factor muestra cuanto se ve reducido el factor de potencia ideal debido a la presencia de armónicos

. Preguntas:

. Puedo filtrar con fourier o SLIT que resalte las frecuencias deseadas

. diferencia entre streamlit y ngrok

. Como se transforma de la transformada de laplace a la transformada Z = es la transformada de laplace de una función discretizada

Puedo llegar desde Fourier a la transformada Z? = Si

. wav. mp3 = Codec

. Convolución en SLIT = forma que evalua un slit a una entrada

112 = filas 120001 =