

# Réponses

---

## Sommaire

- [Réponses](#)
  - [Sommaire](#)
  - [Algorithme discret](#)
    - [Définition](#)
  - [Ex1](#)
    - [Algo Diffie-Hellman](#)
    - [Vulnérabilité](#)
      - [Man in the middle](#)
      - [Meet in the middle](#)
        - [Baby step giant step](#)
        - [Algorithme](#)

## Algorithme discret

### Définition

G un groupe cyclique d'ordre  $n$  engendré par  $g$ . Tous  $x \in G$  peut s'écrire:  $x = g^\alpha$  avec  $0 \leq \alpha < n$   $\alpha$  noté  $\log_g(x)$  est le log discret de  $x$  en base  $g$

Si G est un groupe de point appartenant à une courbe elliptique(courbe non singulière), sur un corp fini, le meilleur algorithme pour calculer le logarythme discret est le pgcd étendu.

En résumé le logarythme discret permet de retrouver  $x$  dans une équation du type:

$$a^x = b \bmod p$$

Il est la base de tous les moyens de cryptage à clé publique aujourd'hui utilisé.

### Ex1

1. Nous allons détailler le protocole Diffie-Hellman. Il permet d'échanger un clé secrète entre deux personnes sans avoir au préalable de secret en commun. Il repose sur le logarithme discret.

### Algo Diffie-Hellman

---

Pers1 et Pers2 génèrent ensemble deux nombres:

- $p$  (un nombre premier)
  - $g$  (un nombre aléatoire  $< p$ )
- 

Pers1 choisit un nombre  $a$  (aléatoire) et calcule  $g^a \bmod p$ . Ce qui donne  $Ax$ .

Pers2 choisit un nombre  $b$  (aléatoire) et calcule  $g^b \bmod p$ . Ce qui donne  $By$ .

---

Ils échangent alors leurs résultats respectifs.

---

Pers1 calcule la clé secrète  $s$ :

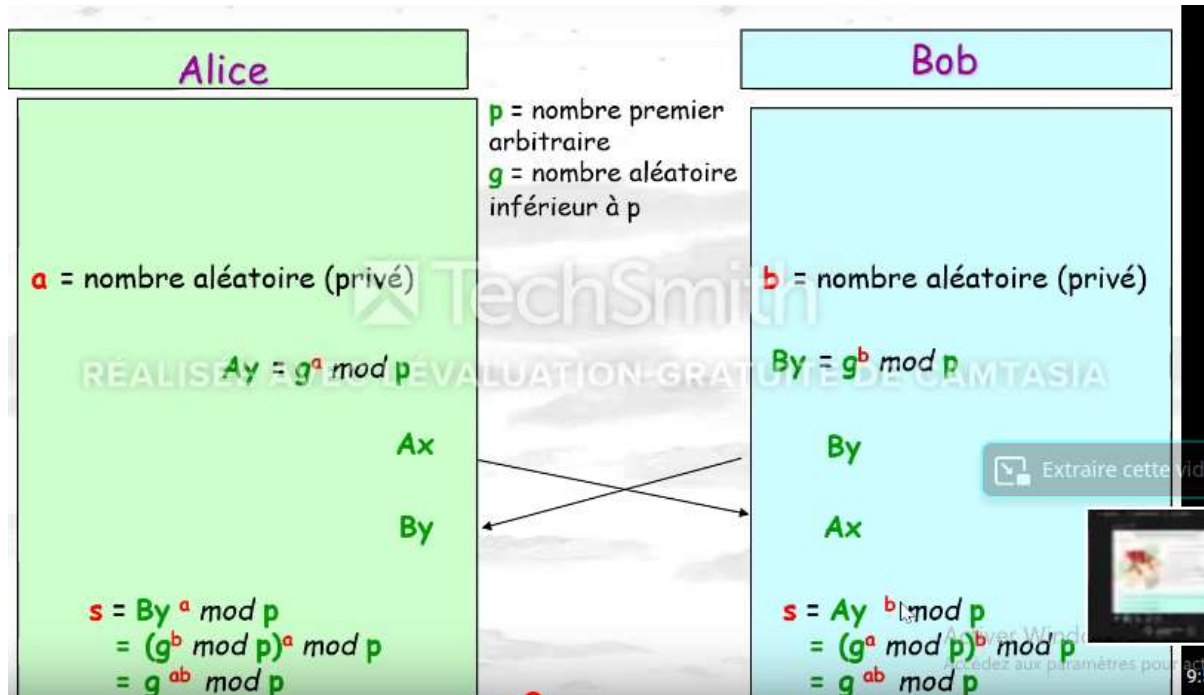
$$s = By^a \bmod p$$

Ce qui est égale à  $(g^{ab}) \bmod p$

Pers2 calcule la clé secrète  $s$ :

$$s = Ax^b \bmod p \quad (g^{ab}) \bmod p$$

Ce qui est égale à  $(g^{ab}) \bmod p$



## Vulnérabilité

Man in the middle

Ce protocole est vulnérable à une attaque man in the middle.

Une personne intercepte le message de Pers1 calcul un  $By$  et l'envoie à Pers1 (il se fait passer pour Pers2).

Puis il envoie le message de Pers1 à Pers2 (il se fait passer pour Pers1).

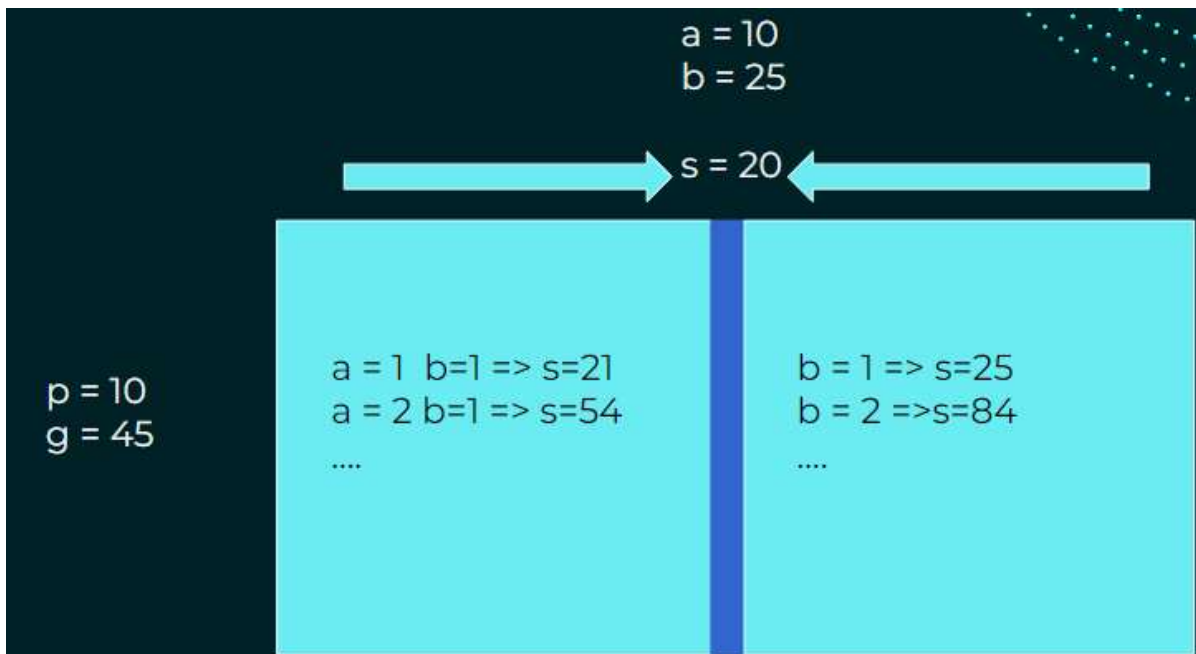
Ils pensent passer directement l'un à l'autre mais en réalité ils passent par l'intermédiaire.

Comme le logarithme discret est difficile à calculer, il est impossible de retrouver  $a$  ou  $b$  à partir de  $Ax$  ou  $By$ .

Il partage le problème du logarithme discret:

si on a la valeur de  $g$ ,  $p$  et  $g^a \bmod p$  on ne peut pas trouver la valeur de  $a$

Meet in the middle



Meet in the middle est une attaque qui consiste à chercher les deux clés secrètes en même temps. Deux tableaux sont construits: - un avec le calcul avec la clé secrète de Pers1 - un avec le calcul avec la clé secrète de Pers2. Une fois ces deux tableaux construits, on cherche l'intersection et on trouve la clé secrète.

Baby step giant step

Algorithme

```

m = ceil(sqrt(p))
baby-step = [ ]
giant_step = [ ]
Pour j de 0 à m-1:
    baby-step.add(aj)
Pour j de 0 à m-1:
    giant_step = a(j+1)
    Si giant_step in baby_step:
        Return (j*m + baby_steps[big_step]) % p

```

Cette attaque est un algorithme de meet in the middle.