Regla del Trapecio

Moreno García Paula Janeth

Noviembre 2018

1 Introducción

Daremos un vistazo a la regla del trapezoide com un método que permite aproximar integrales definidas.

Dentro del artículo se presentará un código en FORTRAN para resolver una integral definida de una dada función ya establecida utilizando el método anteriormente mencionado.

2 Regla Trapezoidal

D solución aproximada a las integrales del siguiente tipo:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Y trata de calcular la región debajo de la curva comprendida por el intervalo [a,b], utilizando particiones dentro de dicho intervalo:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{\Delta x}{2}(f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + 2f(x_n))$$

donde:

$$\Delta x = \frac{b-a}{2} \text{ y } x_i = a + i\Delta x$$

Para obtener una mejor aproximación a nuestra integral,conveniene dividir el intervalo de integración de tal manera que se le aplique la regla del trapecio a cada subintervado y sumar los resultados.

Tendremos que x_k pertenece al intervalo $[a, b]$

dado que $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{N-1} < x_N = b$ y $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$

Entonces:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=1}^{N} \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2} \Delta x_k$$

el método anterior se utiliza para los casos de rejilla no uniforme, en los casos de rejilla uniforme queda de la siguiente forma:

$$\Delta x_k = \Delta x = \frac{b-a}{N}$$

Después del desarrollo queda de la siguiente manera:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{\Delta x}{2} \sum_{k=1}^{N} (f(x_{k-1}) + f(x_k))$$

$$= \frac{\Delta x}{2}(f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + \cdots + 2f(x_{N-1}) + 2f(x_N))$$

$$= \frac{\Delta x}{2}\left(f(x_0) + 2\sum_{k=1}^{N-1} f(x_k) + f(x_N)\right)$$

Para este caso se requiere un menor número de evaluciones de la función a calcular.

3 Código en FORTRAN

```
PROGRAM TRAPEZOIDE

  IMPLICIT NONE
  REAL :: a,b

  PRINT*, "[a,b]"
  READ*,a,b

  call trapezoid_integration(a,b)

  contains

    subroutine trapezoid_integration(a,b)
```

```
   IMPLICIT NONE
   REAL ::  a,b
   REAL :: integral,u,h,error,integralo, T
   INTEGER :: i,n

   integral = 0.0
   n=10
   error=2.0
   integralo=0.0


   DO WHILE(error>1.0)


   DO i=0,n
      u = a + ((b-a)*float(i)/float(n))

      IF ((i.eq.0).or.(i.eq.n)) then
         integral = integral+integrand(u)
      ELSE
         integral = integral+(2.0*integrand(u))
      END IF
   END DO


  error=abs(integral-integralo)/integralo

  integralo=integral


   n=n*2
END DO

h=(b-a)/(n)

T=integral*(h/2.0)

 PRINT*,"error=",error
  WRITE(*,*) "Integral=",T
 end subroutine trapezoid_integration

 function integrand(x) result (value)
   IMPLICIT NONE
   REAL :: x
   REAL :: value
```

```
      IF (x .lt. 0.00001) THEN
         x = 0.00001
      END IF

      value = (x**4)*EXP(X)/((EXP(X)-1.0)**2)
    end function integrand

END PROGRAM TRAPEZOIDE
```

4 Conclusion

Se vio el método del trapecio para calcular áreas debajo de una curva en un intervalo definido