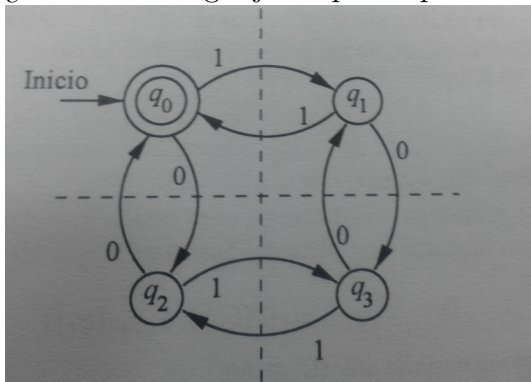


Trabajo Práctico N°2: Autómatas Finitos

Parte I: Autómatas Finitos Deterministas

1. Defina afd. Defina cadena aceptada por un afd. Muestre la generalización de la definición para cadenas w . Defina lenguaje aceptado por un afd.
2. ¿Cuál de estas cadenas 0001, 01001, 0000110 es aceptada por el siguiente autómata?
 ¿Cuál es el lenguaje aceptado por este afd?



3. Diseñar un afd sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que reconozca cadenas con:
 - (a) La cantidad de a's sean exactamente 3.
 - (b) Paridad de la cantidad de a's sea igual a la paridad de la cantidad de b's
4. Para el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ construir un afd que acepte:
 - (a) cadenas con exactamente una a
 - (b) cadenas con al menos una a
 - (c) cadenas con un número par de a
 - (d) cadenas con exactamente una a y al menos dos b
 - (e) cadenas donde la subcadena ab tenga una cantidad impar de ocurrencias
 - (f) $L = \{x \in \Sigma^* / \text{toda } a \text{ en } x \text{ está entre dos } b\}$:
5. Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, p, r\}$:
 - (a) Construir un afd que acepte cadenas que **terminen** con la palabra *para*.
 - (b) Construir un afd que acepte cadenas que **contengan** la palabra *para*.
 - (c) Construir un afd que acepte cadenas que **inician** la palabra *para*.
6. Para cada uno de los siguientes lenguajes:

$L = \{w \in \Sigma^* : w = uT, T \in \{ma, mala, ala, la, loma, lomo, lama, mo\} \wedge u \in \Sigma^*\}$ (termina)

$L = \{w \in \Sigma^* : w = uCu, C \in \{elsa, ella, sale, ale, sal, sella\} \wedge u \in \Sigma^*\}$ (contiene)

$L = \{w \in \Sigma^* : w = Iu, I \in \{ama, rama, amar, ramal, mal, mala\} \wedge u \in \Sigma^*\}$ (inicia)

- (a) Determinar el menor alfabeto posible para cada uno de los lenguajes.
- (b) Diseñar un afd para cada lenguaje ¿Podría descartar del análisis algunas de las palabras del conjunto?. Justifique
7. Construir un afd sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que acepte números divisibles por 5.
8. Construir afd's sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ para los siguientes lenguajes:
- (a) $L = \{w : |w| \bmod 3 = 0\}$
- (b) $L = \{w : |w| \bmod 5 \neq 0\}$
- (c) $L = \{w : n_a(w) \bmod 3 > 1\}$
- (d) $L = \{w : n_a(w) \bmod 3 > n_b(w) \bmod 3\}$
9. Muestre que el lenguaje $L = \{v w v : v \in \{0, 1\}^*, w \in \{a, b\}^*, |v| = 2\}$ es regular.
10. Muestre que $L = \{a^n : n \geq 4\}$ es regular.

Parte II: Autómatas Finitos no Deterministas

1. Defina afnd. Identifique las diferencias con un afd. Defina lenguaje aceptado para un afnd.

2. Dado el afnd $M = (Q, \Sigma, \delta, p_0, F)$, donde:

$$Q = \{p, q, r, s\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

La relación δ definida por la siguiente tabla:

$$q_0 = p$$

$$F = \{s\}$$

	Σ	
Q	0	1
p	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r\}$	$\{r\}$
r	$\{s\}$	\emptyset
s	$\{s\}$	$\{s\}$

- (a) Determinar si las cadenas 11000, 1000, 000 1001 son aceptadas por el afnd
- (b) ¿Cuál es el lenguaje aceptado por el afnd?
- (c) Construir el afd equivalente
3. Dado el afnd $A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde

$$Q = \{p_0, p_1, p_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

La relación δ definida por la siguiente tabla:

$$q_0 = p_0$$

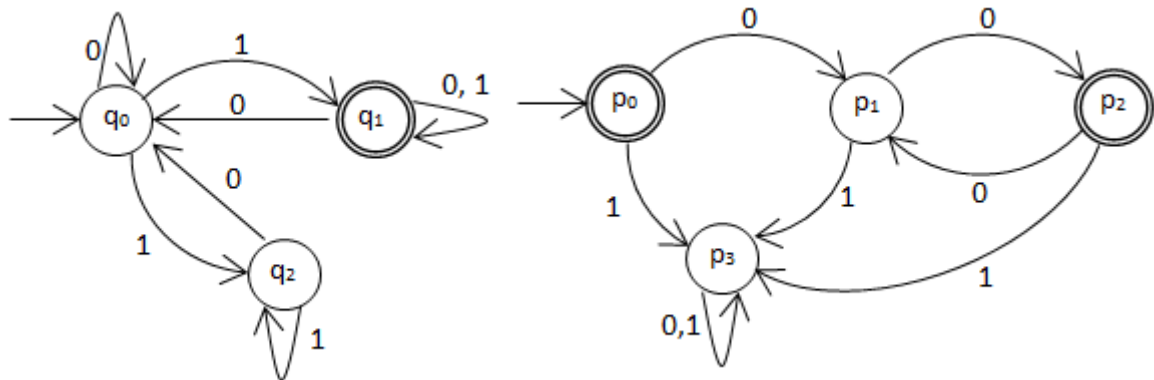
$$F = \{p_2\}$$

	a	b	c
p_0	$\{p_1\}$	$\{p_0, p_2\}$	\emptyset
p_1	$\{p_0, p_1\}$	\emptyset	$\{p_1\}$
p_2	\emptyset	$\{p_0, p_1\}$	$\{p_1\}$

Obtener el afd equivalente.

4. Demuestre que la unión, concatenación, intersección, estrella de Kleene y complemento de lenguajes regulares es un lenguaje regular.

5. Para los siguientes DTE mostrar los DTE resultantes de realizar la unión, cocatenación e intersección. Para ambos DTE mostrar el complemento y la estrella de Kleene.



6. Construir un afd sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que acepte cadenas interpretadas como números binarios que sean divisibles por 3 o divisibles por 5 siguiendo los siguientes pasos:
- construir dos afd por separado que acepten números divisibles por 3 y por 5
 - realizar la unión de ambos afd
 - convertir el afnd obtenido en un afd equivalente
7. Construir un afd sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que acepte cadenas que contengan la secuencia **101** y no contengan la secuencia **010** siguiendo los siguientes pasos:
- construya un af que acepte cadenas que contengan la secuencia **101**,
 - construya un af que acepte cadenas que contengan la secuencia **010**
 - construya el af complemento del cosntruído en el punto (b)
 - realice la intersección de los afs de los puntos (a) y (c)
 - si obtuvo un afnd convertirlo en un afd equivalente.
8. Construir un af sobre el alfabeto $\Sigma = \{x, y, z\}$ que acepte cadenas que empiezan con la secuencia *yy* y contienen la secuencia *zx*. A partir del af anterior, construir un af que acepte las cadenas invertidas. Finalmente, convertir el afnd en un afd equivalente.
9. Construir los afd que acepten las cadenas invertidas del ejercicio 8 de la Parte I.

Parte III: Ejercicios de Aplicación

Para cada uno de los siguientes ejercicios plantee el AF que permita resolver la situación problemática.

1. El Castillo Encantado. El problema es el expuesto en esta carta, que debe resolverse utilizando la teoría de autómatas finitos:

“Querido Amigo: al poco tiempo de comprar esta vieja mansión tuve la desagradable sorpresa de comprobar que está hechizada con dos sonidos de ultratumba que la hacen prácticamente inhabitable: un canto picaresco y una risa de ultratumba.

Aún conservo, sin embargo, cierta esperanza, pues la experiencia me ha demostrado que su comportamiento obedece a ciertas leyes, oscuras pero infalibles, y que puede modificarse

tocando el órgano y quemando el incienso. En cada minuto, cada sonido está presente o ausente. Lo que cada uno de ellos hará en el minuto siguiente depende de lo que pasa en el minuto actual, de la siguiente manera:

El canto conservará el mismo estado (presente o ausente) salvo si durante el minuto actual no se oye la risa y toca el órgano, en cuyo caso el canto toma el estado opuesto.

En cuanto a la risa, si no quemó incienso, se oirá o no según que el canto esté presente o ausente (de modo que la risa imita el canto con un minuto de retardo). Ahora bien, si quemó incienso la risa hará justamente lo contrario de lo que hacía el canto.

En el momento en que le escribo estoy oyendo a la vez la risa y el canto. Le quedaré muy agradecido si me dice qué manipulaciones de órgano e incienso debo seguir para restablecer definitivamente la calma”.

Ayuda: ¿Cuál sería y qué representaría el alfabeto? ¿Cuál sería el conjunto de estado y qué representaría cada uno?

2. Existe una fábula que nos cuenta de un hombre que vivía a la orilla de un río y tenía que atravesarlo para ir a la ciudad. En una ocasión, debía llevar un lobo, un cordero y un repollo, por lo que debía cruzar varias veces el río para pasar a todos ellos al otro lado. Sin embargo, no podía dejar el lobo con el cordero por que se lo comería, por lo mismo, tampoco podría dejar el cordero con el repollo.
3. Una puerta blindada dispone de una única cerradura. Para abrirla es necesario hacer girar en ella tres llaves diferentes (denominadas a, b y c), en un orden predeterminado, que se describe a continuación; si no se respeta este orden, la puerta se bloquea, y es imposible su apertura. Una vez abierta la puerta, la introducción de las llaves en su cerradura, en cualquier orden, no afecta al mecanismo de cierre (la puerta permanece abierta)
 - (a) Llave a, seguida de llave b, seguida de llave c,
 - (b) Llave b, seguida de llave a, seguida de llave c

Parte IV: Máquinas Secuenciales

1. Defina Máquina de Mealy y Moore. Identifique sus diferencias. Enuncie los lemas de minimización.
2. Para cada uno de los siguientes lenguajes:
$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ representa números divisibles por tres}\}$$
$$L = \{w \in \{a, m, r\}^* \mid w \text{ contiene la palabra rama}\}$$
$$L = \{w \in \{a, l, r\}^* \mid w \text{ termine la palabra ralar}\}$$
 - (a) Obtener la máquina de Mealy y Moore que acepte el lenguaje L
3. Convierta el afd del ejercicio 9 de la Parte I en una máquina de Moore, con alfabeto de salida $\Delta = \{0, 1\}$, interpretando 1 como aceptación y 0 como no aceptación, y minimícela.
4. Convierta el afd obtenido en el ejercicio 3 de la Parte II en una Máquina de Mealy y minimícelas.
5. Convierta los afd del ejercicio 6 de la Parte I en una máquinas de Moore y Mealy, que contesten **S** si la cadena ingresada termina en alguna de las palabras del conjunto y **N** en caso contrario. Tenga en cuenta de no eliminar las palabras, una vez construida las máquinas minimicelas.