PROBLEMA 2

- $\bar{Y} \rightarrow$ promedio muestral de una v.a
- variable aleatoria con media μ y varianza σ^2
- dos estimadores de $\mu \rightarrow W_1$, W_2

- $W_1 = \frac{n-1}{n}\bar{Y}$
- $W_2 = \frac{\bar{Y}}{2}$

2a) $\text{sesgo}(\hat{\mu}) = E(\hat{\mu}) - \mu$

$$\text{sesgo}(W_1) = E(W_1) - \mu = E\left(\frac{n-1}{n}\bar{Y}\right) - \mu = \frac{n-1}{n}E(\bar{Y}) - \mu =$$

$$= \frac{n-1}{n}\mu - \mu = \mu\left[\frac{n-1}{n} - 1\right] = \mu\left[\frac{n-1-n}{n}\right] =$$

$$\mu\left[\frac{-1}{n}\right] = -\frac{\mu}{n} \checkmark$$

- $\boxed{\text{sesgo}(W_1) = \mu\left[\frac{-1}{n}\right]} \rightarrow \neq 0 \rightarrow$ sesgado para estimar μ

$$\lim_{n \to +\infty} \text{sesgo}(W_1) = \mu\left[\frac{-1}{n}\right] = 0$$

- El sesgo tiende a cero cuando n tiende a infinito ✓

$$\text{sesgo}(W_2) = E(W_2) - \mu = E\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right) - \mu = \frac{1}{2}E(\bar{Y}) - \mu = \frac{1}{2}\mu - \mu =$$

- $\boxed{\text{sesgo}(W_2) = -\frac{1}{2}\mu} = -\mu/2 \checkmark \rightarrow \neq 0 \rightarrow$ W_2 es sesgado para estimar μ

$$\lim_{n \to +\infty} \text{sesgo}(W_2) = -\frac{1}{2}\mu = \frac{-1}{2\mu}$$

$\rightarrow$ NO se modificó, no depende de n ✓

2b)

Un estimador es consistente si:

$$\lim_{n\to+\infty} P(|\hat{\theta}_n-\theta|<\varepsilon)=1 \quad \forall \varepsilon>0$$

Por Tchebychev: $P(|\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n)|<\varepsilon) \geq 1-\frac{V(\hat{\theta}_n)}{\varepsilon^2}$

$$V(W_1) = V\left(\frac{n-1}{n}\bar{Y}\right) = \frac{(n-1)^2}{n^2}V(\bar{Y}) = \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{\theta^2}{n} = \frac{(n-1)^2\theta^2}{n^3}$$

- como es una probabilidad $\to \leq 1$

$$1-\frac{(n-1)^2\theta^2}{n^3} \leq P(|\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n)|<\varepsilon) \leq 1$$

aplico $\lim_{n\to+\infty}$

$$\lim_{n\to+\infty} 1-\underbrace{\frac{(n-1)^2\theta^2}{\varepsilon^2 n^3}}_{\sim \frac{n^2}{n^3}\sim\frac{1}{n}\sim 0} \leq \lim_{n\to+\infty} P(|\hat{\theta}_n-E(\hat{\theta}_n)|<\varepsilon) \leq \lim_{n\to+\infty} 1$$

$$1 \leq \lim_{n\to+\infty} P(|\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n)|<\varepsilon) \leq 1$$

ES CONSISTENTE W_1

- Consistente en media cuadratica:

$$\lim_{n\to+\infty} ECM(\hat{\theta}_n)=0$$

$$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + [sesgo(\hat{\theta})]^2$$

$$ECM(W_1) = \frac{(n-1)^2\theta^2}{n^3} + \left[\mu\left[\frac{-1}{n}\right]\right]^2$$

$$\lim_{n\to+\infty} ECM(W_1) = 0$$

TEOREMA:

$\{\hat{\theta}_n\}$ es consistente en media cuadratica para estimar $\theta \rightarrow \{\hat{\theta}_n\}$ es consistente para estimar θ

$\rightarrow$ W_1 es consistente en media cuadratica $\rightarrow$ es consistente

$\boxed{W_2}$

$$V(W_2) = V\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right) = \frac{1}{4} V(\bar{Y}) = \frac{1}{4}\frac{\theta^2}{n}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \underbrace{1 - \frac{\theta^2}{\varepsilon^2 4n}}_{\sim 0} \leq \lim_{n \to +\infty} P(|\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n)| < \varepsilon) \leq \lim_{n \to +\infty} 1$$

$$1 \leq \lim_{n \to +\infty} P(|\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n)| < \varepsilon) \leq 1$$

W_2 es consistente

Hicimos esta parte con los apuntes de Estadística I.

Luego lo hicimos de otra manera diferente viendo el libro recomendado por la letra

↳ Les salió bien la jugada.

$$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} w_1 = \operatorname*{plim}_{n\to\infty}$$

$$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} w_2 = \operatorname*{plim}_{n\to}$$

2c)

$$V(W1) = V\left(\frac{n-1}{n}\bar{V}\right) = \frac{(n-1)^2}{n^2} V(\bar{V})$$

$$= \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{\theta^2}{n} = \boxed{\frac{(n-1)^2\,\theta^2}{n^3}}$$ ✓

$$V(W2) = V\left(\frac{\bar{V}}{2}\right) = \frac{1}{4} V(\bar{V}) = \boxed{\frac{\cancel{1}}{4}\frac{\theta^2}{n}}$$ ✓

Scanned with CamScanner

(3) $E(GPA/SAT) = 0.7 + 0.$

a) $E(GPA/SAT = 800) = 1{,}5$

$E(GPA/SAT = 1400) = 2{,}$

Podemos ve como a ma
GPA. Están correlacionad

b) $E(SAT) = 1100 \Rightarrow E(GPA) =$

$E[E(Y/x)] = E(Y) \rightarrow$