SET de PROBLEMAS 1:

Si bien, en general, está bien*, este ejercicio era para hacer en R.

(*) σ y σ² no.

1. **a.** Promedio $ 1078,3 ✓

Las familias gastan en promedio $1078 por mes

Mediana $ 620. ✓

El 50% de las familias gastan por lo menos $620 al mes.

b. Rango intercuartil: 327,5 ✓

CUARTILES

25% → 472,5

50% → 620

75% → 800

Desv. estandar : $ 1309 ✗ 1367

varianza : 1713563,9 ✗ 1869342

c. Promedio $ 1295 ✓. Las familias gastan en promedio $1295.

Mediana $ 620 ✓. El 50% de las familias gastan por lo menos $620. al mes.

CUARTIL:

25% → 472,5

50% → 620

75% → 800

RI : 327,5 ✓

Desv. est $ 2004 ✗ 2.093

varianza $ 4.016.008,3 ✗ 4.381.100

a. como la media es el promedio de las observaciones, esta es más sensible a los cambios en los datos o a la presencia de outliers mientras que la mediana no.

La mediana revela el valor que acumula el 50% de las observaciones, es decir, deja a su izquierda el 50% de las observaciones inferiores y a su derecha el 50% superior. ✓

Estas medidas difieren significativamente con la presencia de outliers.

2. $Y \sim \mu, \theta^2$ $\quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$

Estimador de $\mu = W_1$ y W_2

$W_1 = \frac{n-1}{n}\bar{y}$ ✓

$W_2 = \frac{\bar{y}}{2}$ ✓

μ

a) Demuestre que W_1 y W_2 son sesgados:

$$E(W_1) = E\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right) = \frac{n-1}{n}E\left(\frac{\sum y_i}{n}\right) = \frac{n-1}{n^2}E(\sum y_i) =$$

$$\frac{n-1}{n^2}\sum(E(y_i)) = \frac{n-1}{n^2}\sum E(y) = \frac{n-1}{n^2}\sum\mu = \frac{n-1}{n^2}\cdot \cancel{n}\mu =$$

$$= \frac{n-1}{n}\mu.$$

sesgo: $E(W_1) - \mu = \frac{n-1}{n}\mu - \mu = \mu\left(\frac{n-1}{n} - 1\right) = -\frac{1}{n}\mu = -\frac{\mu}{n}$ ✓

cuando $n \to \infty$, el sesgo tiende a cero.

$$E(w_2) = E\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \frac{1}{2} E\left(\frac{\sum y_i}{n}\right) = \frac{1}{2n} E\left(\sum y_i\right) = \frac{1}{2n} \sum E(y_i)$$

$$= \frac{1}{2n} \sum \mu = \frac{1}{2\cancel{n}} \cdot \cancel{n} \cdot \mu = \frac{\mu}{2}$$

sesgo: $\frac{\mu}{2} - \mu = \mu\left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{1}{2}\mu = -\frac{\mu}{2}$

cuando $n \to \infty$, el sesgo del estimador no varía.

b. 1 $\text{plim}_{n\to\infty} w_1 = \text{plim}_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right)$

como $\text{plim}_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1$ y $\text{plim}_{n\to\infty} \bar{y} = \mu$

por lema

por plim 2: si $\text{plim}(T_n) = \alpha$ y $\text{plim}(U_n) = \beta \Rightarrow$

$\text{plim}(T_n U_n) = \alpha\beta$.

$\text{plim}\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right) = 1 \cdot \mu = \mu$ ✓ $\Rightarrow w_1$ es consistente.

② $\text{plim}\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \text{plim}\left(\frac{1}{2}\cdot y\right) = \frac{1}{2}\cdot\mu$ ✓ $\Rightarrow$ no consistente.

y como $\text{plim}\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ y $\text{plim}\ \bar{y} = \mu$

c. $var(w_1)$ y $var(w_2)$

$var(w_1) = var\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right) = var\left(\frac{n-1}{n}\frac{\sum y_i}{n}\right) = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 var\left(\frac{\sum y_i}{n}\right)$

$= \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^2}var\left(\sum(y_i)\right) \underset{\text{indep}}{=} \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^2}\sum(var(y_i)) = \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^2}\sum var(y)$

$\underset{\text{id}}{=} \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{\cancel{n^2}}\cancel{n}\cdot\theta^2 = \frac{(n-1)^2}{n^3}\theta^2$ ✓

parece un tita y no un sigma

$var(w_2) = var\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 var\left(\frac{\sum y_i}{n}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n^2}var(\sum y_i) =$

same

$\underset{\text{indep}}{=} \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n^2}\sum(var(y_i)) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n^2}\sum var(y) \underset{\text{id.}}{=} \frac{1}{4n^2}\sum\theta^2 = \frac{1}{4n^2}\cdot n\cdot\theta^2 =$

$\frac{1}{4n}\cdot\theta^2$ ✓.

(3) $E(GPA \mid SAT) = 0{,}7 + 0{,}001\ SAT$

a) $E(GPA \mid SAT = 800) = 0{,}7 + 0{,}001\,(800) = 1{,}5$ ✓

$E(GPA \mid SAT = 1400) = 0{,}7 + 0{,}001\,(1400) = 2{,}1$ ✓

$E(GPA \mid SAT)$ está positivamente correlacionado con el valor de SAT ya que $\beta = 0{,}001$. Esto quiere decir que cuando SAT aumenta 100 puntos, la $E(GPA \mid SAT)$ aumenta 0,1%.

En este caso, el cambio en SAT fue de 600 puntos y por lo tanto la $E(GPA/SAT)$ aumentó 0,6 putos.

b. Propriedad $E[E(y|x)] = E(x)$

$E[E(GPA \mid SAT)] = E(0{,}7 + 0{,}001\ SAT) = E(0{,}7) + E(0{,}001\,SAT)$

$= 0{,}7 + 0{,}001\ E(SAT) = 0{,}7 + 0{,}001\,(1100) = 1{,}8$ ✓