SET de PROBLEMAS 1:

① **a.** Promedio $ 1078,3

Los familias gastan en promedio $1078 por mes

Mediana $ 620.

El 50% de los familias gastan por lo menos $620 al mes.

CUARTILES

b. Rango intercuartil: 25% → 472,5

327,5 50% → 620

75% → 800

Desv. estandar : $ 1309

varianza : 1713563,9

c. Promedio $ 1295. Los familias gastan en promedio $1295.

Mediana $ 620 El 50% de los familias gastan por lo menos $620. al mes.

CUARTIL : 25% → 472,5 RI : 327,5

50% → 620

75% → 800

Desv est $ 2004

varianza $ 4.016.008,3

a. como la media es el promedio de las observaciones, esta es más sensible a los cambios en los datos o a la presencia de outliers mientras que la mediana no.

La mediana revela el valor que acumula el 50% de las observaciones, es decir, deja a su izquierda el 50% de las observaciones inferiores y a su derecha el 50% superior.

Estas medidas difieren significativamente con la presencia de outliers.

2

$Y \sim \mu, \theta^2 \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$

Estimador de μ = W_1 y W_2

$W_1 = \frac{n-1}{n} \bar{y}$

$W_2 = \frac{\bar{y}}{2}$

a) Demuestre que W_1 y W_2 son sesgados:

$$E(W_1) = E\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right) = \frac{n-1}{n} E\left(\frac{\sum y_i}{n}\right) = \frac{n-1}{n^2} E(\sum y_i) =$$

$$\frac{n-1}{n^2} \sum (E(y_i)) = \frac{n-1}{n^2} \sum E(y) = \frac{n-1}{n^2} \sum \mu = \frac{n-1}{n^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{n}\mu =$$

$$= \frac{n-1}{n} \mu .$$

$$\text{sesgo}: \quad E(W_1) - \mu = \frac{n-1}{n}\mu - \mu = \mu\left(\frac{n-1}{n} - 1\right) = -\frac{1}{n}\mu$$

cuando $n \to \infty$, el sesgo tiende a cero.

$$E(w_2) = E\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \frac{1}{2}E\left(\frac{\sum y_i}{n}\right) = \frac{1}{2n}E\left(\sum y_i\right) = \frac{1}{2n}\sum E(y_i)$$

$$= \frac{1}{2n}\sum \mu = \frac{1}{2\cancel{n}}\cancel{n}\cdot\mu = \frac{\mu}{2}$$

sesgo: $\frac{\mu}{2} - \mu = \mu\left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{1}{2}\mu$

cuando $n \to \infty$, el sesgo del estimador no varía.

b. 1 $\operatorname{plim}_{n\to\infty} w_1 = \operatorname{plim}_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right)$

como $\operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1$ y $\operatorname{plim}_{n\to\infty} \bar{y} = \mu$

por lema

por plim 2: si $\operatorname{plim}(T_n) = \alpha$ y $\operatorname{plim}(U_n) = \beta \Rightarrow$

$\operatorname{plim}(T_n U_n) = \alpha\beta$.

$\operatorname{plim}\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right) = 1 \cdot \mu = \mu \Rightarrow w_1$ es consistente.

② $\text{plim}\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \text{plim}\left(\frac{1}{2}\cdot y\right) = \frac{1}{2}\cdot\mu$ $\Rightarrow$ no consistente.

y como $\text{plim}\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ y $\text{plim}\ \bar{y} = \mu$

C. $var(w_1)$ y $var(w_2)$

$$var(w_1) = var\left(\frac{n-1}{n}\bar{y}\right) = var\left(\frac{n-1}{n}\frac{\Sigma y_i}{n}\right) = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 var\left(\frac{\Sigma y_i}{n}\right)$$

$$= \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^2}var(\Sigma(y_i)) \underset{\text{indep}}{=} \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^2}\Sigma(var(y_i)) = \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^2}\Sigma\, var(y)$$

$$\underset{\text{id}}{=} \frac{(n-1)^2}{n^2}\frac{1}{n^{\cancel{2}}}\cancel{n}\cdot\theta^2 = \frac{(n-1)^2}{n^3}\theta^2$$

$$var(w_2) = var\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 var\left(\frac{\Sigma y_i}{n}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n^2}var(\Sigma y_i) =$$

$$\underset{\text{indep}}{=} \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n^2}\Sigma(var(y_i)) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n^2}\Sigma\, var(y) \underset{\text{id.}}{=} \frac{1}{4n^2}\Sigma\,\theta^2 = \frac{1}{4n^2}\cdot n\cdot\theta^2 =$$

$$\frac{1}{4n}\cdot\theta^2$$

3 $E(GPA \mid SAT) = 0{,}7 + 0{,}001\, SAT$

a) $E(GPA \mid SAT = 800) = 0{,}7 + 0{,}001\,(800) = 1{,}5$

$E(GPA \mid SAT = 1400) = 0{,}7 + 0{,}001\,(1400) = 2{,}1$

$E(GPA \mid SAT)$ está positivamente correlacionado con el valor de SAT ya que $\beta = 0{,}001$. Esto quiere decir que cuando SAT aumenta 100 puntos, la $E(GPA \mid SAT)$ aumenta 0,1%.

En este caso, el cambio en SAT fue de 600 puntos y por lo tanto la $E(GPA/SAT)$ aumentó 0,6 puntos.

b. Propiedad $E[E(y \mid x)] = E(x)$

$E[E(GPA \mid SAT)] = E(0{,}7 + 0{,}001\, SAT) = E(0{,}7) + E(0{,}001\, SAT)$

$= 0{,}7 + 0{,}001\, E(SAT) = 0{,}7 + 0{,}001\,(1100) = 1{,}8$