28/08/2021

PRÁCTICO 1

Juan Cruz Cardozo

(1) Datos. 300 / 550 / 350 / 1100 / 640 / 480
450 / 700 / 670 / 600 / 1900 / 5200

a) $\bar{x} = \frac{300 + 550 + \ldots + 5200}{12} = 1078{,}33$ → promedio

Ordeno los datos de menor a mayor:

300, 350, 450, 480, 550, 600, 640, 670, 700, 1100, 1900, 5200

$\Rightarrow \frac{600 + 640}{2} = 620$ → mediana.

b) Utilizo los valores ordenados del punto anterior:

$Q_1 = 12\,(0{,}25) = 3 \Rightarrow \frac{450 + 480}{2} = 465$

$Q_3 = 12\,(0{,}75) = 9 \Rightarrow \frac{700 + 1100}{2} = 900$

Rango $= 900 - 465 = 435$

$\bar{x} = \frac{3235}{3} \simeq 1078{,}33$

$$S^2 = \frac{(300 - 1078{,}33)^2 + (550 - 1078{,}33)^2 + \ldots + (5200 - 1078{,}33)^2}{(12 - 1)}$$

$$S^2 = \frac{(-2335/3)^2 + (-528{,}33)^2 + \ldots + (4121{,}66)^2}{11}$$

$$S^2 = \frac{20562766{,}7}{11} = 1869342{,}42$$ → $S = \sqrt{1869342{,}42}$

$S = 1367{,}23$

c) $12 \to 5200 \to \uparrow 50\%$

dato $12 \Rightarrow 5200 \cdot 1{,}5 = 7800$

$\to \bar{x} = \dfrac{300 + 550 + \ldots + 7800}{12} = 1295$

$\text{mediana} = \dfrac{600 + 640}{2} = 620$

$Q_1 = 12(0{,}25) = 3 \to \dfrac{450 + 480}{2} = 465$

$Q_3 = 12(0{,}75) = 9 \to \dfrac{700 + 1100}{2} = 900$

$\text{Rango} = 900 - 465 = 435$

→ la mediana y el rango no se ve alterado debido a que solo se modificó el dato 12, último.

$$S^2 = \frac{(300 - 1295)^2 + (550 - 1295)^2 + \ldots + (7800 - 1295)^2}{12 - 1}$$

$$S^2 = \frac{48192100}{11} = 4381100 \to S = \sqrt{4381100} = 2093{,}11$$

d) La media difiere para en ambas situaciones debido a que toma en cuenta los valores, es decir el gasto mensual en vivienda. A diferencia de la mediana, no difiere dado que no se modificó el número total de viviendas o los datos utilizados para la mediana. Por lo tanto, la gran diferencia entre ambas es que la media toma en cuenta los valores y la mediana la distribución de los valores.

(2)

$W_1 = \frac{n-1}{n} \cdot \bar{Y}$ $\qquad W_2 = \frac{\bar{Y}}{2}$

$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{nY}{n} = Y$

a)

$\rightarrow E(W_1) = E\left(\frac{n-1}{n} \bar{Y}\right) = \frac{n-1}{n} \cdot E\left(\frac{\cancel{n}Y}{\cancel{n}}\right) = \frac{n-1}{n} \cdot \mu$

$E(W_1) = \frac{n-1}{n} \mu \neq \mu \rightarrow$ sesgado

. $\text{Sesgo}(W_1) = E(W_1) - \mu = \frac{n-1}{n} \mu - \mu = \frac{\mu(n-1-n)}{n}$

$\text{Sesgo}(W_1) = \frac{-\mu}{n}$

$\rightarrow E(W_2) = E\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot E(\bar{Y}) = \frac{1}{2} \cdot E\left(\frac{\cancel{n}Y}{\cancel{n}}\right)$

$E(W_2) = \frac{1}{2} \mu \rightarrow$ sesgado $(\neq \mu)$

. $\text{Sesgo}(W_2) = E(W_2) - \mu = \frac{1}{2} \mu - \mu = -\frac{1}{2} \mu$

El sesgo de (W_1) Tiende a ser 0 a medida que aumenta el tamaño de la muestra. El sesgo de (W_2) tiende a ser constante.

b) $\lim_{n \to +\infty} W_1 = \lim_{n \to +\infty} \frac{n-1}{n} \cdot \bar{Y} = \lim_{n \to +\infty} \frac{n-1}{n} \cdot \mu = \mu$

$\lim_{n \to +\infty} W_2 = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2} \cdot \bar{Y} = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2} \cdot \frac{n\mu}{n} = \frac{\mu}{2}$

c)

$\rightarrow \ Var(W_1) = V\left(\frac{n-1}{n} \cdot \bar{y}\right) = \frac{n-1}{n} \cdot V(\bar{y})$

$Var(W_1) = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 \cdot 6^2$

$\rightarrow \ Var(W_2) = V\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 6^2$

3

$E(GPA \mid SAT) = 0{,}7 + 0{,}001 \cdot SAT$

a)

$E(GPA) = E[E(GPA \mid SAT)]$

$= E[0{,}7 + 0{,}001 \cdot SAT]$

$= 0{,}7 + 0{,}001 \ E(SAT)$

$= 0{,}7 + 0{,}001 \cdot E(800) = 1{,}5$

$E(GPA) = E[E(GPA \mid SAT)]$

$= E[0{,}7 + 0{,}001 \cdot SAT]$

$= 0{,}7 + 0{,}001 \cdot E(1400)$

$= 0{,}7 + 1{,}4 = 2{,}1$

$\rightarrow$ la diferencia entre ambas esperanzas es que a medida que aumenta el valor de SAT, aumenta 0,001 la esperanza de GPA

b) $E(GPA) = E[E(GPA \mid 1100)] = 0{,}7 + 0{,}001 \cdot 1100 = 1{,}8$