Aula 12/01:

① Todos são cantores.

$P_1(x)$: x é cantor (INTENSIONAL, pois não tem domínio)

$((\forall x) P_1(x))$

② Todos são cantores e escritores.

$P_1(x)$: x é cantor

$P_2(x)$: x é escritor

$((\forall x)(P_1(x) \wedge P_2(x))$

③ Todos os cantores são escritores.

$((\forall x)(P_1(x) \rightarrow P_2(x)))$

④ Se todos são cantores, todos são escritores.

$((\forall x)\ (P_1(x) \rightarrow P_2(x)))$ ⤳ eu fiz

$((\forall x)\ P_1(x) \rightarrow (\forall x) P_2(x))$ ⤳ corrigido

⑤ Se alguém é cantor, todos são ~~poetas~~ escritores.

$(\exists x)\ P_1(x) \rightarrow (\forall x)(P_2(x) \wedge P_3(x))$

⑥ Nenhum escritor é cantor.

$\neg((\exists x)(P_1(x) \wedge P_2(x)))$

ou

$((\forall x)(P_1(x) \rightarrow \neg P_2(x))$

ou

$((\forall x))(\neg(P_1(x) \wedge P_2(x)))$

(7) Nem todo escritor é cantor.

$(\exists x)\ (P_1(x) \wedge \neg P_2(x))$

$\neg((\forall x)\ (P_1(x) \to P_2(x)))$

↳ usa-se implicação ($\to$) quando é 'para todo' ($\forall$).

→ usa-se "e" ($\wedge$) quando é 'existe' ($\exists$).

ou

$((\exists x)(\neg(P_1(x) \to P_2(x)))$

(8) Todo mundo ama todo mundo.

$P(x,y)$: x ama y

$((\forall x)\ ((\forall y)\ P(x,y))$

(9) Todo mundo ama a si mesmo.

$P(x,y)$: x ama y

$((\forall x)\ P(x,x))$

(*) Paulinha ama Nenis

a: Paulinha

b: Nenis

$P(x,y)$: x ama y

$((\forall x)\ P(a,b))$

(10) Nem todo mundo ama alguém

$P(x,y)$: x ama y

$\neg((\forall x)((\exists y)\ P(x,y)))$

ou

$((\exists x)((\exists y)(\neg(P(x,y)))$

(11) Não é verdade que maria ama todo mundo

a: maria

$P(x,y)$: x ama y

$\neg((\forall x)\ P(a,x))$

(12) Existe um inteiro maior do que todos os inteiros.

$P_1(x)$: x é inteiro

$P_2(x,y)$: $x > y$

$((\exists x) P_1(x) \wedge ((\forall y)(P_1(y) \rightarrow P_2(x,y))))$

(13) A soma de 2 inteiros é sempre maior do que ambos.

$P_1(x)$: x é inteiro

$P_2(x,y)$: $x > y$

$f(x,y) = x + y$

$((\forall x)((\forall y)((P_1(x) \wedge P_1(y)) \rightarrow (P_2(f(x,y),x) \wedge P_2(f(x,y),y))$

(14) Toda pessoa persistente pode aprender lógica.

$P_1(x)$: x é pessoa

$P_2(x)$: x é persistente

$P_3(x,y)$: x pode aprender y

a: lógica

$((\forall x)(P_2(x) \wedge P_1(x)) \rightarrow (P_3(x,a)))$

(15) Se ninguém pode cantar, Jonas pode.

a: Jonas

$P_1(x)$: x pode cantar

$(\neg(\exists x) P_1(x)) \rightarrow P_1(a))$

(16) Qualquer que seja o inteiro, há pelo menos um inteiro maior do que ele:

$P_1(x)$: x é inteiro

$P_2(x,y)$: $x > y$

$(\forall x)(P_1(x)) \longrightarrow (\exists y)(P_2(y,x) \wedge P_1(y))$

17) A soma de 2 inteiros é sempre maior do que ambos.

$P_1(x)$: x é inteiro

$P_2(x,y)$: $x > y$

$f(x,y) = x + y$

$$(\forall x)((\forall y)((P_1(x) \wedge P_1(y)) \rightarrow (P_2(f(x,y)),x) \wedge (P_2(f(x,y),y))))$$

18) O sucessor de 1 inteiro nunca é par.

$P_1(x)$: x é inteiro;

$P_2(y)$: x é par

$f(x)$: $x + 1$

$$((\forall x)(P_1(x) \rightarrow (\neg P_2(f(x)))))$$

19) A soma de dois pares é sempre par.

$P(x)$: x é par

$f(x,y)$: $x + y$

$$((\forall x)((\forall y)((P(x) \wedge P(y)) \rightarrow P(f(x,y)))))$$

$D = \{$João, Pedro, Maria$\}$

$P_1(x,y)$: x é pai y

$P_2(x)$: x é músico

a_1: Pedro

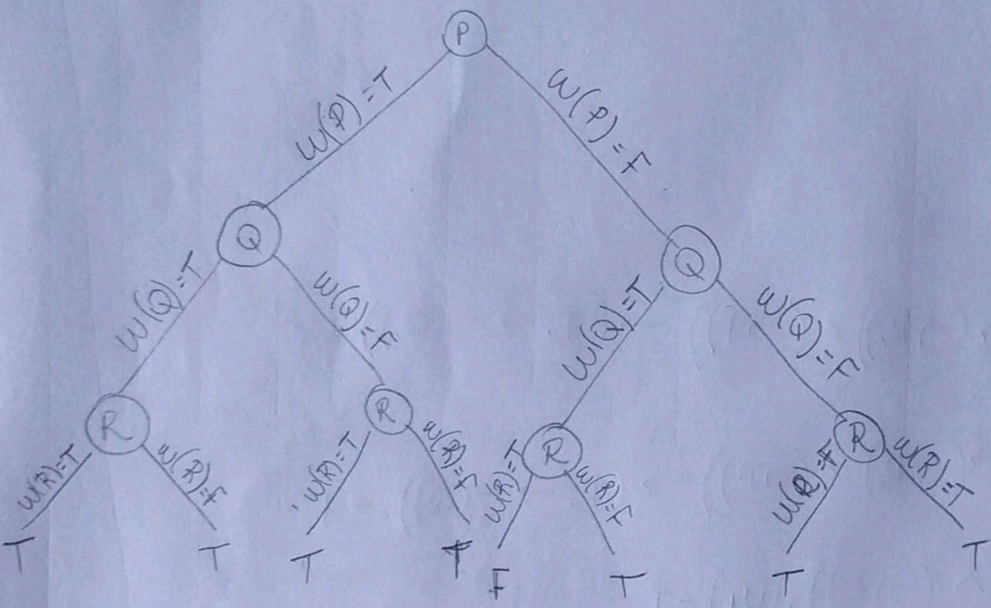
$\rightarrow (\neg((\exists x)(P_1(a_1,x) \wedge (P_2(y)))))$: Nenhum filho de Pedro é músico

$\rightarrow ((\forall x)(P_1(a_1,x) \rightarrow P_2(x)))$: Todo filho de Pedro é músico

b) $((((P \wedge Q) \rightarrow (\neg R)) \wedge (\neg P)) \rightarrow (R \rightarrow (\neg Q)))$

P	Q	R	¬P	¬Q	¬R	P ∧ Q	(P∧Q) → (¬R)	R → (¬Q)	((P∧Q) → (¬R)) ∧ (¬P)	F
T	T	T	F	F	F	T	F	F	F	T
T	T	F	F	F	T	T	T	T	F	T
T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	F	F	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	T	F	T	T	F	T
F	T	F	T	F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	F	T	T	T	T

c)



d)

$(\forall x) P_1(f(g(x)))$

$D = \{2\}$

$P_1(x) = \{2\}$

$f(x) = \{(2,2)\}$

$g(x) = \{(2,2)\}$

$((\exists x)(P_2(x) \wedge ((\forall y) P_1(x,y))))$

$D = \{1,2\}$

$P_2 = \{2\}$

$P_1(x,y) = \{(1,1),(1,2)\}$

(

(II) $E1: (P \wedge Q) \rightarrow (\neg R)$

$E2: (\neg P)$

$E3: (R \rightarrow \neg Q)$

- $(E1 \wedge E2) \rightarrow E3$

a) $\forall w$, $eval((((P \wedge Q) \rightarrow (\neg R)) \wedge (\neg P)) \rightarrow (R \rightarrow \neg Q)) = T$

$\neg H: \exists w \mid eval(((P \wedge Q) \rightarrow (\neg R) \wedge (\neg P)) \rightarrow (R \rightarrow \neg Q)) = F$

1 - $eval((((P \wedge Q) \rightarrow (\neg R)) \wedge (\neg P)), w_1) = T$

2 - $eval((R \rightarrow \neg Q), w_1) = F$

De 2,

$\boxed{3 - eval(Q, w_1) = T}$

$\boxed{4 - eval(R, w_1) = T}$

De 1,

5 - $eval(((P \wedge Q) \rightarrow (\neg R), w_1) = T$

6 - $eval(\neg P) = T$

De 6,

$\boxed{7 - eval(P, w_1) = F}$

Logo, não se chegou a um absurdo, pois encontrou-se a interpretação w_1 que torna $\neg H$ verdadeiro.

IV

1) $D = \{1,2,3,4,5\}$

$P_1(x) = \{2\}$

$f(x) = \{(2,2)\}$

$g(x) = \{(2,2)\}$

1) $f(x) = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$

$f(x) = x+1$

2) $D = \{$ João, Pedro, Maria $\}$

$f(x) = \{($maria, Pedro$)\}$

$P(x) = x$ é cantora

VII

$P_1(x) = x$ é cantor

1.

$((\forall x)\, P_1(x))$

2. $P_1(x) = x$ é cantor

$P_2(x) : x$ é escritor

$((\forall x)\,(P_1(x) \wedge P_2(x)))$

3. $((\forall x)\, P_1(x) \rightarrow P_2(x))$

6. $((\forall x)\, P_1(x) \rightarrow (\forall x)\, P_2(x))$

7. $((\exists x)\, P_1(x) \rightarrow (\forall x)\,(P_2(x) \wedge P_3(x)))$

14. $P(x_1) \longrightarrow (P_2(x) \vee P_2(x_2))$

47. $P_1(x,y) = x > y$

$f(x,y) = x + y$

$P_2(x) =$ é um inteiro

$((\forall x)((\forall y)(P_1(x) \wedge P_1(y)) \rightarrow$

$((P_2(f(x,y),x) \wedge P_2(f(x,y),y))$

49.

$a =$ João

$P_1(x,y) = x$ é filho de y

$P_2(x,y) = x$ ama y.

$((\forall x)\,(P_1(x,a) \rightarrow P_2(x,a)))$

(VIII) $D = \{$João, Pedro, Maria$\}$

$P_1(x, y) = x$ é pai de y

$P_2(x) = x$ é músico

$a_1 =$ Pedro

1. $((\forall x)(P_1(a_1, x) \rightarrow P_2(x)))$

Todo filho de Pedro é músico

2. $(((\forall x) P_1(a_1, x)) \rightarrow ((\forall x) P_2(x)))$

Todos os filhos de Pedro são músicos

3. $(((\forall x) P_1(a_1, x) \rightarrow P_2(y)))$

Todo filho de Pedro é irmão de um músico

4. $(\neg((\exists x)(P_1(a_1, x) \wedge P(y)))$

Nenhum filho de Pedro é irmão de um músico.

5. $((\forall x) P_1(a_1, x)$

Todos são filhos de Pedro.

6. $((\forall x)(P_2(x) \rightarrow ((\exists y) P_1(y, x))))$

Todo músico é filho de alguém

7. Todo músico é pai de alguém

8. Alguns músicos são pais.