Universidad de Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales

Física computacional

Actividad 9. Mapeo logístico

Cañez Miranda Paul Donaldo
Profesor: Carlos Lizárraga Celaya

17 de mayo del 2017

Resumen

En la actividad siguiente, exploramos los conceptos de la teoría del caos, una rama de las matemáticas enfocada al estudio del comportamiento de sistemas dinámicos.
Realizamos algunas gráficas del comportamiento de los sistemas caóticos apoyados en el mapeo logístico y en el paquete *pynamical* de *python*. Las gráficas son de bifuraciones y de atractores
El codigo para las gráficas lo obtuvimos del trabajo hecho por Geoff Boeing. Un modelo que muestra la tasa de crecimiento de una población.

Introducción

En la actividad pasada estudiamos los conceptos de lo que es un sistema de Lorenz, teoría del caos/efecto mariposa. Un sistema muy sensible a pequeños cambios en las condiciones iniciales. Donde dos sistemas muy parecidos, después de cierto tiempo se vielven completamente distintos. A pesar de esto, vimos que existen ciertas regularidades en el comportamiento de los sistemas caóticos.

Procedidmiento

Primero instalamos el paquete pynamical desde la terminal, con el comando pip install pynamical. Pynamical es un paquete que sirve para hacer animaciones y gráficas en 3D. Después la importamos a python con el comando

```
import pynamical
```

Para graficar las bifuraciones y los modelos logísticos, usaremos además

```
from pynamical import simulate,
bifurcation_plot, save_fig
```

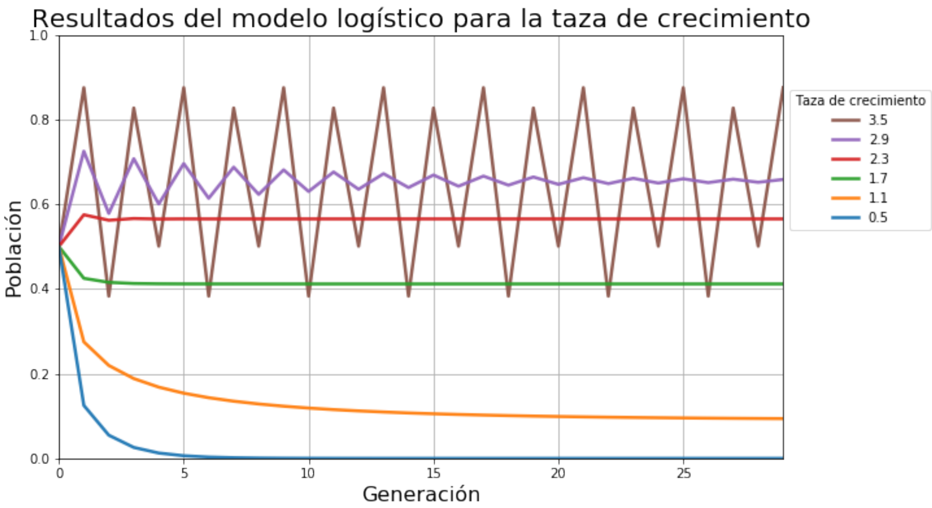
y para los atractores y mapeos logísticos, el comando:

```
from pynamical import simulate, save_f-
ig,phase_diagram, phase_diagram_3d
```

Los comandos fueron obtenidos del trabajo de Geoff Boeing. En el código obtenido de esta persona cambiamos los colores y algunos títulos de las gráficas que en su artículo aparecían.

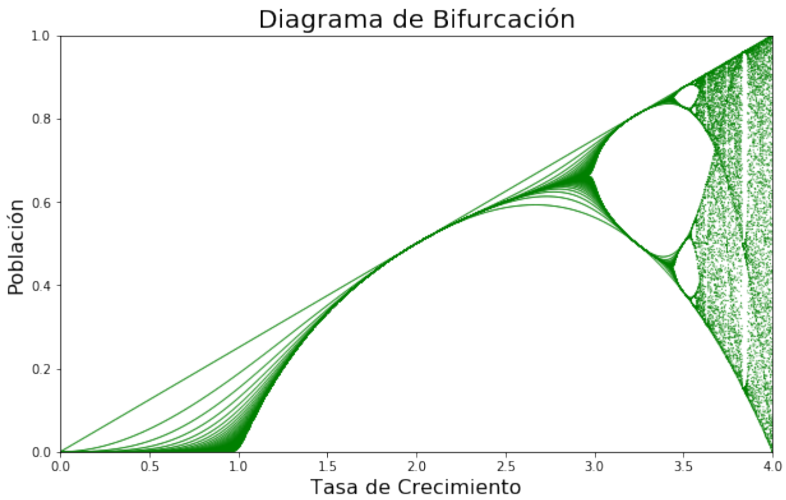
La **bifuración** es el estudio del comportamiento de familias de soluciones matemáticas, como las curvas integrales de un campo vectorial o las familias de soluciones de ecuaciones diferenciales. En sistemas dinámicos, bifuración, se da cuando una pequeña variación en los parámetros de un sistema, genera cambios bruscos en su comportamiento.

En siguiente gráfica se muestra el resultado de un modelo logístico de la tasa de crecimiento de una población, el numero de generaciones que se toman son de 0 a 30 generaciones.

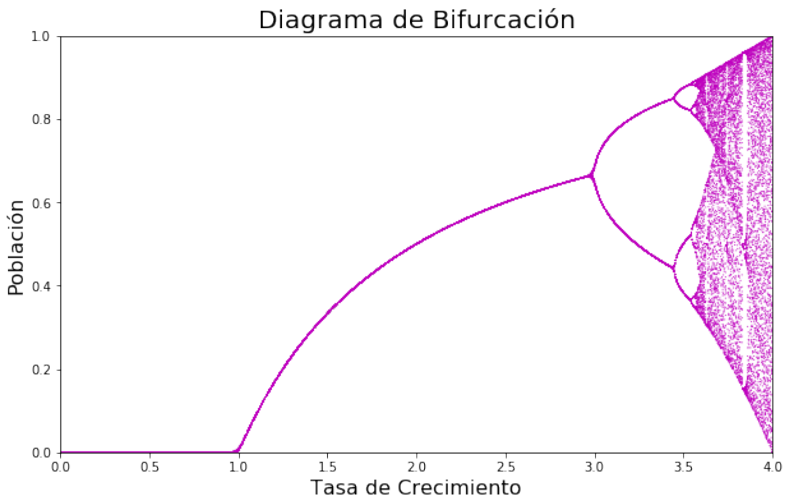


A la derecha de la gráfica se muestra una tabla con la tasa de crecimiento para cada población. Estas tasas van desde 0.5 hasta 3.5.

Si ahora tomamos un número mayor de generaciones, vemos que se forman como bifuraciones, indicando cambios drásticos en la tasa de crecimiento.
La siguiente gráfica muestra el crecimiento en la población en función de la tasa de crecimiento para 100 generaciones:



Las siguientes cuatro son para 200, 300, 400 y 500 generaciones, respectivamente.



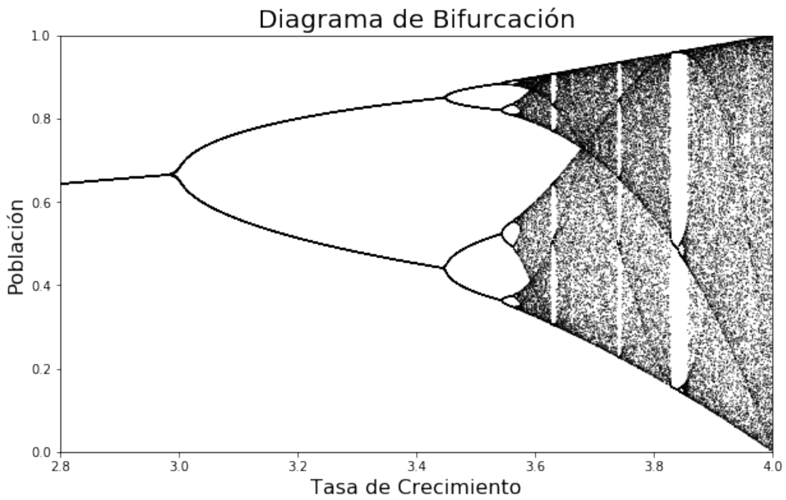


Diagrama de Bifurcación
Población
Tasa de Crecimiento
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
2.8
3.0
3.2
3.4
3.6
3.8
4.0

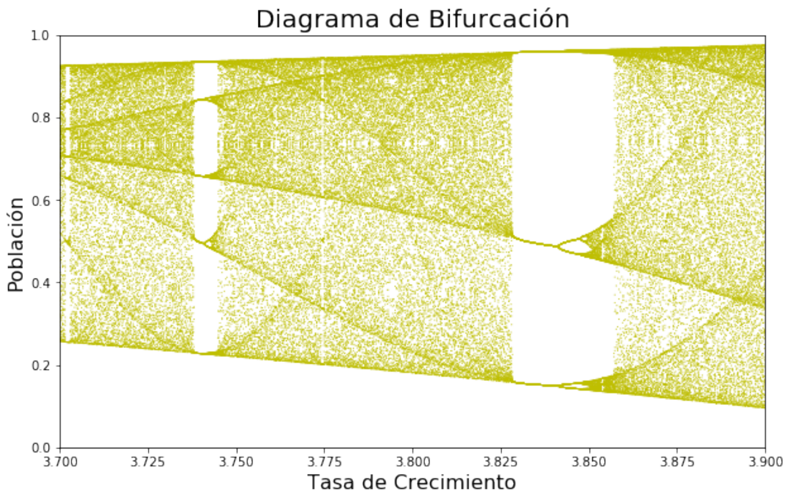
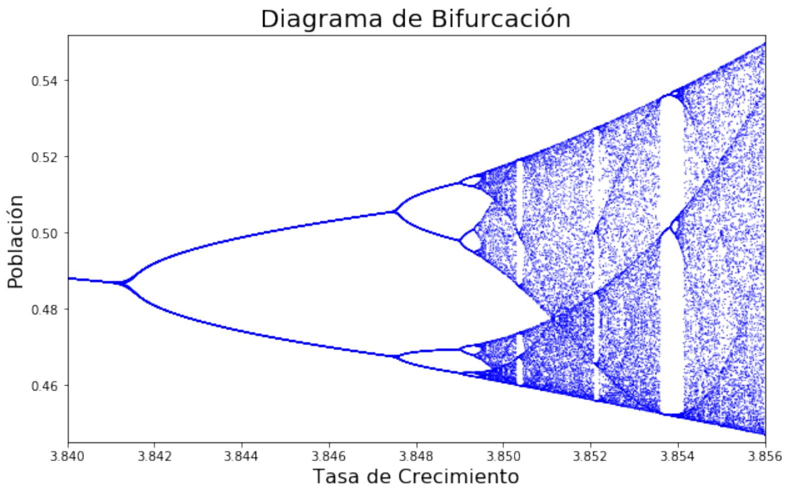
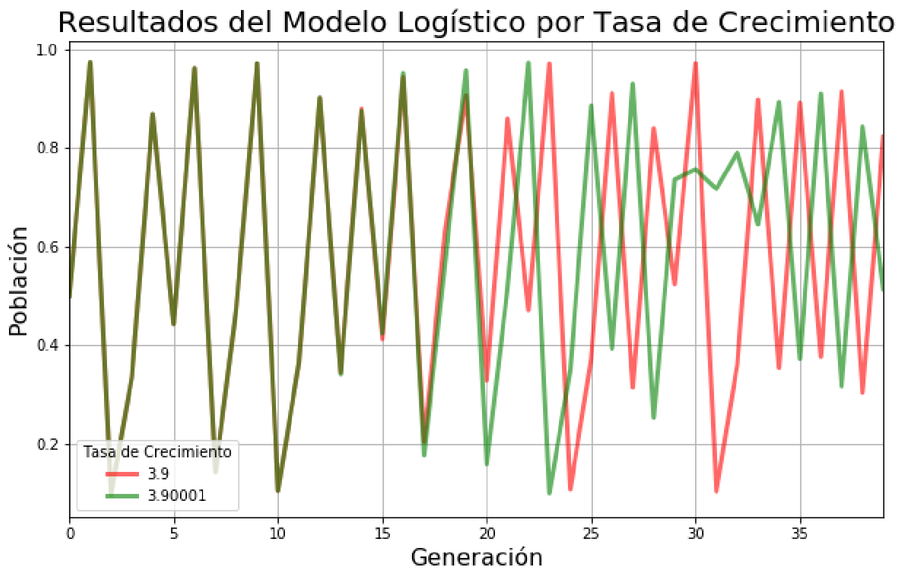


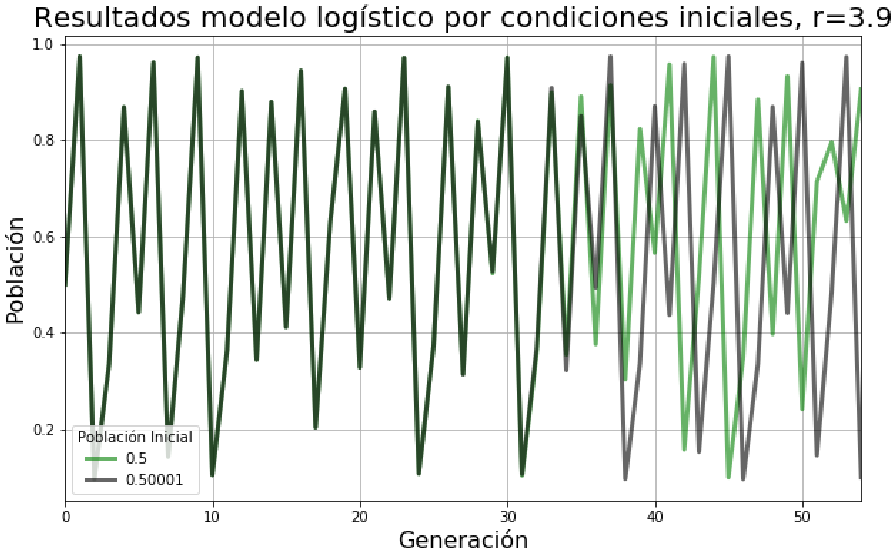
Diagrama de Bifurcación
Población
Tasa de Crecimiento
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
3.700
3.725
3.750
3.775
3.800
3.825
3.850
3.875
3.900



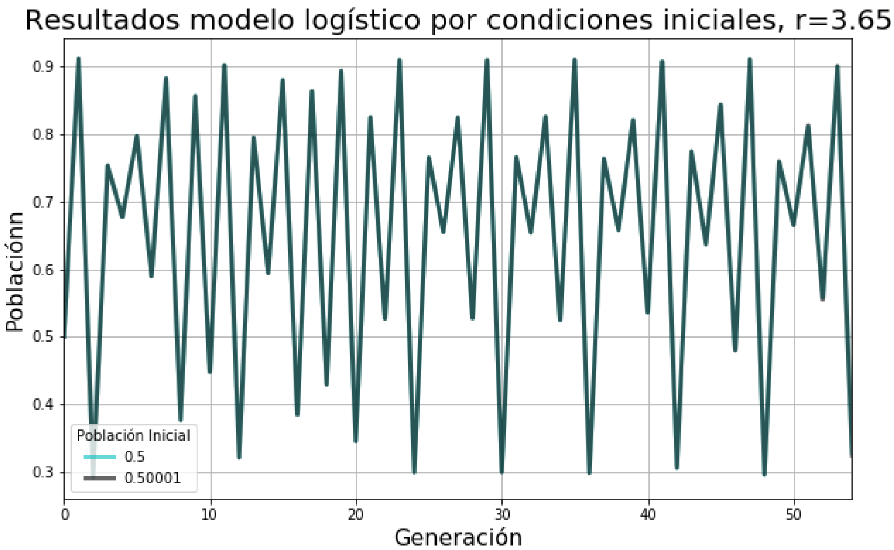
Podemos notar como la tasa de crecimiento llega a un máximo de 4 y después vuelve a disminuir. También vemos ge cuando han pasado 300 y 500 generaciones, el comportamiento del crecimiento en la población es muy similar.

Otra función del paquete pynamical, es graficar dos sistemas empalmados para ver como se comporta su población después de varias generaciones. En las siguientes dos gráficas se observa como dos ejemplos de sistemas que en un principio son prácticamente iguales, y cómo después de varían generaciones difieren significativamente:

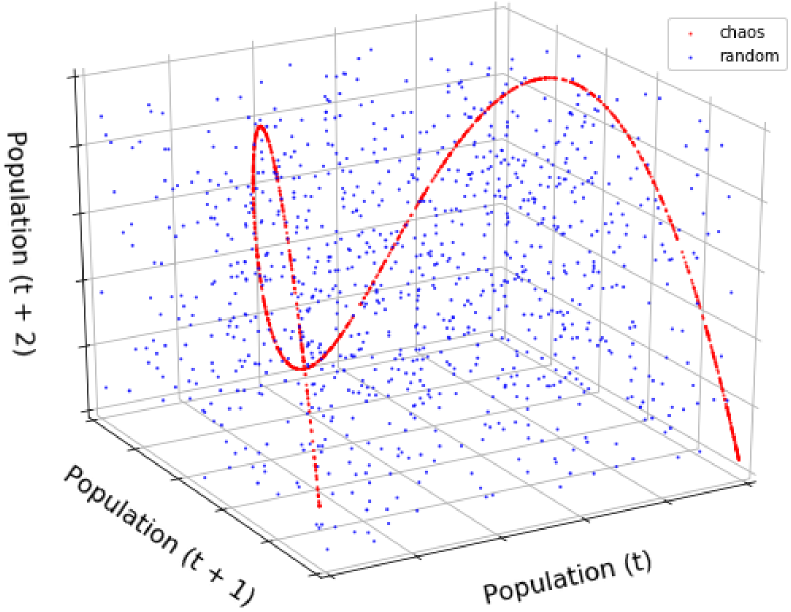


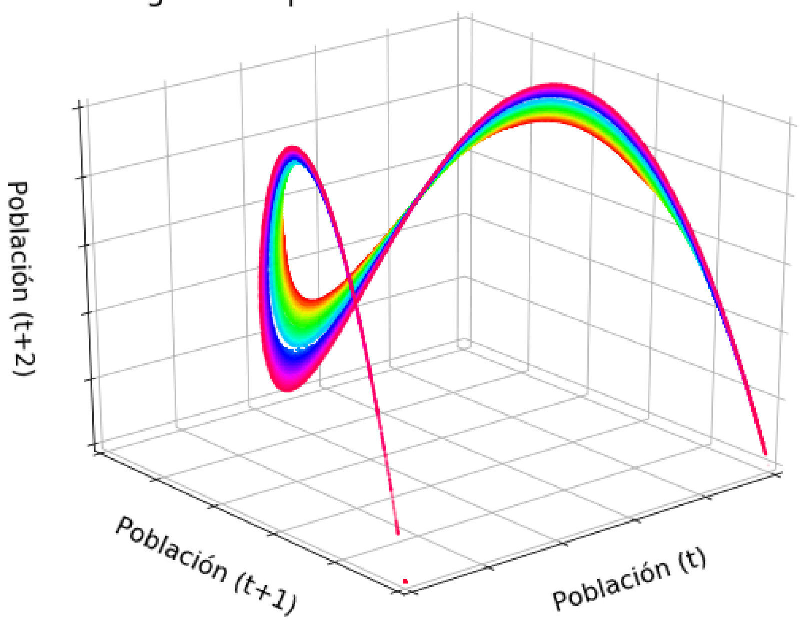


En la grágica que sigue, se muestra un ejemplo de dos sistemas que son psimilares en un principio y después de varias generaciones, siguen siendo similares. Este tipo de casos no se presentan muy a menudo, sin embargo se puede dar.



Por último, visualizaremos los atractores y su influencia en el comportamiento de la población y su tasa de crecimiento. Esto mediante las siguientes gráficas, llamadas "diagramas de fase".


chaos
random
Population (t + 2)
Population (t + 1)
Population (t)


Logistic Map Attractor de r=3.6 a r=4.0
Población (t+2)
Población (t+1)
Población (t)

Conclusiones

El paquete pynamical es muy diverso, se pueden hacer gráficas y animaciones de muchos tipos. También los sistemas caóticos tienen muchas formas de representarse lo que se me hace muy interesante, ya que sólo conocía la "mariposa". Además vimos cómo se puede aplicar la teoría del caos, al igual que en la actividad pasada sólo ahora se aplico crecimientos poblacionales.

Referencias

[1] http://geoffboeing.com/2015/03/chaos-theory-logistic-map/

[2] `https://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory`

[3] `https://en.wikipedia.org/wiki/Bifurcation_theory`

[4] https://github.com/gboeing/pynamical/tree/master/examples

[5] http://geoffboeing.com/2015/04/animated-3d-plots-python/

[6] http://www.mdpi.com/2079-8954/4/4/37/htm