Mathe-Notizen für Selbstudium

1. Auflage

vom 18. Februar 2017

Jens Kallup

Langensalzer Str. 30
99817 Eisenach
Tel.: 03691 /
E-Mail: jkallup@web.de

Inhalt:
Eigene Gedanken
zu: de.sci.mathematik

1 Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Vorwort

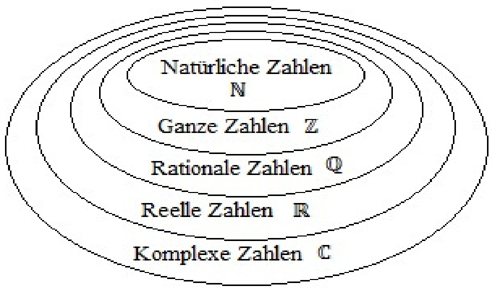
mit diesen Posting will ich versuchen, eine Zusammenfassung dessen zu geben, was hier seit Monaten Diskutiert wird. Falls was falsch sein sollte, bitte Feedback geben. Kann auch passieren das ich aus versehen eine falsche Taste beim schreiben drcke, und der Inhalt fehlt, ich bemhe mich durchgngig zu schreiben und im Zusammenhang zu posten. Ok, let's go...

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Zeichen und Symbole

$\mathbb{C}$ = komplexe Zahl
$\mathbb{I}$ = irrationale Zahl
$\mathbb{N}$ = natrliche Zahl
$\mathbb{Q}$ = rationale Zahl
$\mathbb{R}$ = reelle Zahl
$\mathbb{Z}$ = ganze Zahl



Kapitel 3

Zahlen und Zahlenbereiche

3.1 Natürliche Zahlen

1. Natürliche Zahlen N sind **positive** Zahlen, die durch 0 bis 9 symbolisiert dargestellt werden. Natürliche Zahlen können gepaart werden, indem man an den Zahlen 1 bis 9 weitere natrliche Zahlen anfügt (zum Bsp.: 12, 34, 22). Bei der Aufstellung der natürlichen Zahlen ist wie in der mathelogie üblich eine einheitliche Form einzuhalten. So kann/darf man bei einer Definition nicht einfach: 12, 1 33 schreiben !!! Es ist zwar keine feste Regel dafr manifestiert, aber der Übersichtlichkeit ist eine gewisse Disziplin der Ordnung nicht falsch.

   Die Menge der natürlichen **positiven** Zahlen werden wie folgt definiert:
   $N = \{0; 1; 2; 3; \ldots\}$

   Natürliche Zahlen sind nur innerhalb eines mehr oder weniger großen Bereichs abzählbar, da sie unendlich sind. Jede natürliche Zahl $\mathbf{n}$ hat immer einen unmittelbaren Nachfolger $\mathbf{n+1}$ hat.

2. ganze Zahlen Z erweitern die natürlichen Zahlen N.

3. rationale Zahlen Q entsprechen dem Verhltnis zweier ganzer Zahlen Z (siehe Bruchrechnen).

3.1. gebrochene Zahlen $Q+$ oder $Q*$ sind eine Erweiterung der natürlichen Zahlen N, die gestattet, uneingeschrnkt zu dividieren. Dazu werden natürliche Zahlen um den **negativen** Zahlenbereich von N sowie um Brüche (rationale Zahlen Q) ergänzt.

3.2. Addition und Maltiplikation können als "abgeschlossene Operationen" betrachtet werden. Die Summe zweier natürlicher Zahlen ergibt immer eine weitere natürliche Zahl:
$3 + 5 = 8 \quad | \ 3 \in \mathbb{N};\ 5 \in \mathbb{N};\ 8 \in \mathbb{N}$
$3 * 5 = 15$

Minus und Division gelten als "nicht abgeschlossene Operationen". Die

Differenz zweier natürlicher Zahlen muss nicht immer eine natürliche ergeben:

$3-5= \ -2 \ \ | 3 \in \mathbb{N};\ 5 \in \mathbb{N}\ -2 \notin \mathbb{N}$
$3\ :5\ =\ 0,6\ | 3 \in \mathbb{N};\ 5 \in \mathbb{N}\ 0.6 \notin \mathbb{N}$

Bonus:

Im Internet habe ich ein etwas verunglücktes Beispiel zu unendliche N gefunden, das ich hier vorstellen, aber auch Kommentieren will.

- man denke sich ein kosmisches Hotel mit unendlich vielen Zimmern vor.
- das Hotel ist *voll* belegt.
- Nun kommt noch ein Gast.

Frage: Kann er in einen voll belegten Hotel noch untergebracht werden?
Antwort: = JA!

- da es unendlich viele Zimmer gibt, rckt jeder Gast nur ein Zimmer weiter und das erste wird frei.
- nach dem selben Prinzip können natürlich auch weitere 10 Gäste untergebracht werden.

Kommentar von mir dazu:
Der Sichtwinkel ist hierbei wichtig! Logisch ist es, wenn man von einen *vollen* Hotel spricht, das alle Betten belegt sind. Da aber der Begriff "unendlich", kein Ende oder *voll* definiert ist, könnnen auch "unendlich" viele Betten/Zimmer bezogen werden.

Anders ausgedrückt kann die Zahl unendlich, kann an die Zahl unendlich angeknüpft werden, um wieder eine Menge von unendlich und nicht abzählbaren Zahlen zu bekommen.

4. reelle Zahlen $\mathbb{R}$ erweitern den Zahlenbereich der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ sowie den Zehlenbereich der Brüche.

4.1. reelle Zahlen umfassen auch den Zahlenbereich der irrationalen Zahlen $\mathbb{I}$.

5. komplexe Zahlen $\mathbb{C}$ erweitern den Zahlenbereich des reellen Zahlenbereichs.
Beispiel solcher Zahlen sind: $i, 7+3i, 3-4i$

Mit fortschreitender Erlangung von neuen Kenntnissen (z. Bsp. auch geprägt von der Nutzung elektronischer Einheiten; womit ich die Einführung des mathematische Binärsystems - n^2 andeuten will), wurde man dadurch motiviert, komplexe Zahlen einzuführen.
Man erkannte, das Gleichungen wie $x^2 = -1$ nicht lösbar sind. Da es nun aber auch die Zahl -1 (gesprochen: minus eins) in der Zahlentheorie

gibt, wurde eine **imaginre Einheit** eingeführt, die mit **i** - als Definition: $i^2 = -1$ manifestiert wurde. Mit komplexen Zahlen wurde somit das Problem behoben.

3.1.1 Beispiel aus de.sci.mathematik

Gegeben ist folgende Gleichung:

$\sqrt[n]{(e^{(i\phi)}) = e^{i*(\frac{\phi}{n}+k*2*\frac{\pi}{n})}}$ mit $k = 0, 1, 2, ..., n-1$.

Hier die einfache Herleitung:
Für n = 2 und k = 0 aus der Gleichung:

e entspricht der Eulerzahl 1
i entspricht der imaginren Zahl: $i^2 = -1$
dann ergibt sich aus e und i: $1^2 = -1$
ϕ entsprich 1 * phi
$\frac{\pi}{2}$ entsprich die Hälfte der Kreiszahl π: $\frac{3.14}{2} = 1.57$

1. $\sqrt[2]{1^{-1*\phi} = 1^{-1*(\frac{\phi}{2}+0*2*\frac{\pi}{2})}}$
2. $\sqrt[2]{1^{-1*\phi} = 1^{-1*(\frac{\phi}{2}+0*2*1.57)}}$
3. $\sqrt[2]{1^{-\phi} = \frac{1*2}{1} * \frac{\phi}{2}}$ $\mid 2\, und\, 2\, k\ddot{u}rzt\, sich\, weg.\, (\phi = 1)$
4. $\sqrt[2]{1^{-1} = 1 * 1}$
5. $\sqrt[2]{1 = 1} = \sqrt[2]{1} = \sqrt[2]{1}$
6. $1 = 1$

Gegeben ist:

1. $-1 = (e^{2*i*\pi})^{\frac{1}{2}} = (1 * e^{2*i*\pi})^{\frac{1}{2}} = (e^{2*i*\pi} * e^{2*i*\pi})^{\frac{1}{2}} = (e^{4*i*\pi})^{\frac{1}{2}} = 1$

2. $-1 = (e^{2*i*\pi})^{\frac{1}{2}} = (e^{4*i*\pi})^{\frac{1}{2}}$
3. $-1 = (1^{2*-1*\pi})^{\frac{1}{2}} = (1^{4*-1*\pi})^{\frac{1}{2}}$
4. $-1 = (1^{2*-\pi})^{\frac{1}{2}} = (1^{4*-\pi})^{\frac{1}{2}}$
5. $-1 = (-3.14)^{\frac{1}{2}} = (-3.14)^{\frac{1}{2}}$
6. $-1 = -1.57 = -1.57$
7. $-1 = ((-1.57 \implies -1.57) = wahr = 1) = 1$
8. $-1 = 1 = 1$

nun wird jedes Glied mit -1 multipliziert:

9. $-1 * -1 = 1 \left\{ \underbrace{\begin{matrix} 1 * -1 = -1 \\ 1 * -1 = -1 \end{matrix}}_{= 0, \text{ krzt sich weg}} \right\} = 1 * -1 = -1$

Ergebnis: $-1 = 1 = richtig$!

Kapitel 4

Mengen

Mengen können auf zwei verschiedene weisen dargestellt werden:

1. **aufzählende Schreibweise:**
   Alle Elemente einer Menge in geschweifter Klammer: $M = \{1; 2; 3\}$

   Wenn in einer Menge ein längeres Intervall existiert, kann man sich durch Schreibweise ... bedienen. Diese Schreibweise kennzeichnet Elemente, die in der Menge *M* vorkommen können, jedoch aus Platzgrnden nicht mit aufgeschrieben werden - man könnte es auch als Platzhalter verstehen. Und hier noch die Schreibweise: $M = \{1; 2; 3; \ldots; 10; 11\}$

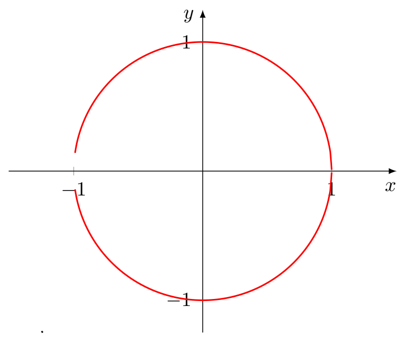
2. **die beschreibende Schreibweise:**
   Mit dieser Schreibweise wird versucht, Elemente einer Menge mit mathematischen Aussagen zu beschreiben. Erfüllt ein Element eine Aussage, so ist dieses Element der Menge:
   $M = \{\, p \,|\, ''p\, ist\, eine\, Primzahl'' \,\}$

   Sei Menge M eine mathematisch beschreibende Aussage:
   $M = \{z \in N\}$

   dann spricht man von einer Menge M, in der "z Element von N ist".
   Wenn gilt: $M = \{z \leq 17\}$

   dann spricht man von einer Menge, in der nur das Element z kleiner gleich 17 enthalten sein darf/ (oder alle Elemente von z kleiner gleich 17 sind).

Mengendiagramme sind Diagramme, die Elemente in einer geschlossener Umgebung enthalten.



y
1
−1
1
x
−1