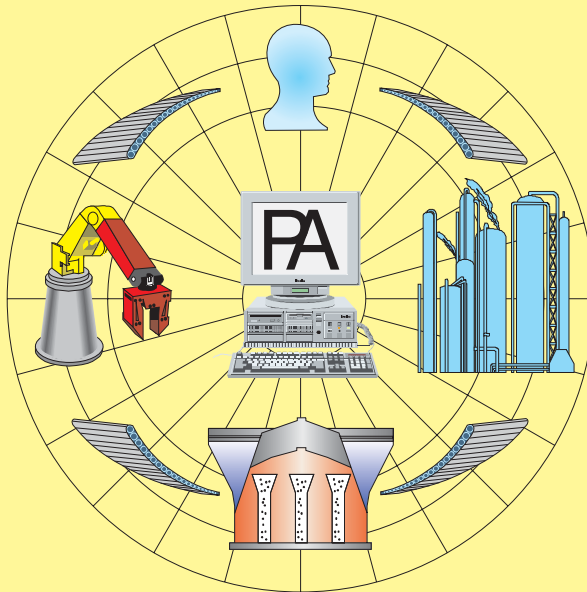




Mathematik - Vorkurs

(Aufgaben & Lösungen)



Angewandte Informatik /

Prozessautomatisierung

Inhaltsverzeichnis

Fachliteratur zur Mathematik	3
Lehrinhalte Mathematik	4
Aufgaben zu „Lineare und quadratische Gleichungen“	5
Aufgaben zu „Wurzeln, Logarithmen und Funktionen“	6
Aufgaben zu „Trigonometrische Funktionen“	8
Aufgaben zu „Integral- und Differentialrechnung“	9
Aufgaben zur „Vektorrechnung“	10
Lösungen	11
„Lineare und quadratische Gleichungen“	12
„Wurzeln, Logarithmen und Funktionen“	13
„Wurzeln, Logarithmen und Funktionen“	14
„Trigonometrische Funktionen“	15
„Integral- und Differentialrechnung“	16
„Vektorrechnung“	18
Fachstudienberatung „Angewandte Informatik“	19
Übersicht über den Standort Emden	20

- (1) Papula, Lothar
Mathematik für Ingenieure, Band 1, 2 und 3.
Vieweg-Verlag, 1994.
- (2) Papula, Lothar
Übungen zur Mathematik für Ingenieure.
Vieweg-Verlag, 1992.
- (3) Papula, Lothar
Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler.
Vieweg-Verlag, 1994
- (4) Smirnow, W. S.
Lehrgang der höheren Mathematik, Band 1 - 5.
Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1960.
- (5) Bronstein, I. N. und Semendjajew, K. A.
Taschenbuch der Mathematik.
Teubner-Verlagsgesellschaft, 1960.
- (6) Mangoldt, Hans / Knopp, Konrad
Eine Einführung für studierende und zum Selbststudium, Band 1- 4.
S. Hirzel , 1990.

Lehrinhalte Mathematik

Dozenten: Prof. Dr. Kleemann
Prof. Dr. Bartning
Prof. Dr. Boisch

Inhalt:

Teil I:

1. Funktionen mit einer Variable
 - Eigenschaften von Funktionen
 - Darstellung von Funktionen in verschiedenen Koordinatensystemen
2. Differentialrechnung für Funktionen mit einer Variable
 - Regeln zum Differenzieren von Funktionen
 - Kurven Untersuchungen
3. Integralrechnung für Funktionen mit einer Variable
 - Integrationsmethoden
 - Anwendung der Integralrechnung
4. Vektoralgebra
 - Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar
 - Skalarprodukt von Vektoren
 - Vektorprodukt von Vektoren

Teil II

1. Komplexe Zahlen und Funktionen
2. Lineare Algebra, Matrizen, Determinanten, Lösung linearer Gleichungssysteme
 - Matrizen
 - Determinanten
 - Lösung linearer Gleichungssysteme
3. Differentiation von Funktionen mit mehreren Variablen
4. Integration von Funktionen mit mehreren Variablen

Teil III

1. Vektoranalysis
2. Fourier-Transformation
3. Laplace-Transformation
4. Differentialgleichungen

Lehrmethoden: Vorlesungen und Übungen

Prüfung: Klausuren

Aufgaben zu „Lineare und quadratische Gleichungen“

1. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{2}{9}$

b) $17m + [6n - (3m + 4n)] - \{(8m - n) - [5m + (3n - 6m)]\}$

c) $\frac{14m}{9K^2} : \frac{7mn}{6K}$

d) $\frac{18s - 18t}{\mu} : (12s^2 - 12t^2)$

e) $\frac{\frac{1}{m^2} + \frac{2}{mn} + \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{m} + \frac{3}{n}}$

2. Lösen Sie folgende lineare Gleichungen und überprüfen Sie die Ergebnisse. Geben Sie die Wertebereiche von a, b usw. an, für die die Gleichungen genau eine oder keine Lösung bzw. unendlich viele Lösungen haben!

a) $2 [x (2x + a) - a^2] = (2x - 1) (2x - a)$

b) $\frac{bx}{a} - \frac{a}{b} (a - bx) - \frac{b}{a} (bx - a) = 1$

c) Von drei parallelgeschalteten elektrischen Leitern, an denen eine Spannung von 25 V anliegt, hat jeder einen elektrischen Widerstand, der doppelt so groß ist wie der vorhergehende. Der Gesamtwiderstand betrage 100 Ω. Wie groß sind bei unveränderten Bedingungen die

1.) Einzelwiderstände

2.) Zweigstromstärken ?

2. Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen:

a) $\frac{10x - 1}{9} + \frac{6x - 1}{5} = \frac{1}{x} + 2x - 1$

b) $x^2 + (a^2 - x)^2 = (a^2 - 2x)^2$

Aufgaben zu „Wurzeln, Logarithmen und Funktionen“

1. Vereinfachen Sie folgende Wurzelausdrücke:

a) $\sqrt{\frac{9(a^2 - 2ab + b^2)}{25(a^2 + 2ab + b^2)}}$

b) $\sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}} * \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}$

c) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

d) $3\sqrt{2x - 1} - \sqrt{8x + 17} = \frac{2(x - 3)}{\sqrt{2x - 1}}$

e) $\frac{\sqrt[5]{a^{(n+5)}}}{\sqrt[5]{a^{(n-5)}}}$

f) $\sqrt[3]{\frac{u}{v}} * \sqrt{\frac{v^2}{u}} * \sqrt{\frac{1}{u}}$

2. Logarithmen:

a) $64^x = 64$

b) $5^x = 0,008$

c) $\frac{1}{2} \lg(a^2 - ab + b^2) + \frac{1}{2} \lg(a + b)$

d) $2\lg x = 3\lg 4$

3. Funktionen:

a) Ermitteln Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen:

1.) $y = \pm \sqrt{3x + 1}$

mit $x \geq -\frac{1}{3}$

2.) $y = 2x^2 - 3$

b) Zeichnen Sie die Funktionen und ermitteln Sie grafisch die Schnittpunkte.

c) Ermitteln Sie die Schnittpunkte rechnerisch.

Aufgaben zu „Trigonometrische Funktionen“

1. Darstellung im Bogenmaß bzw. Gradmaß:

- a) 435° b) $\frac{3\pi}{4}$ rad c) $33'$ d) $0,02$ rad

2. Berechnen Sie jeweils die drei anderen Winkelfunktionen, wenn $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, und $\cot \alpha$ gegeben sind.

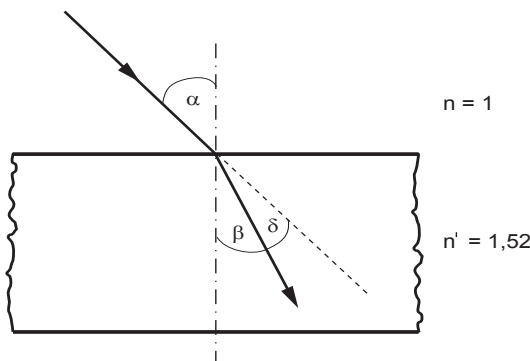
- a) $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ b) $\cot \alpha = \frac{5}{12}$

3. Für welche Werte gilt die Gleichung:

$$2 \sin x = \sqrt{2} * \tan x$$

4. Anwendungen:

- a) Um die Breite eines Flusses zu bestimmen, wird auf einem der beiden parallel verlaufenden Ufer eine Strecke von 38,35 m abgemessen und von deren Endpunkten aus, ein an dem gegenüberliegenden Ufer befindlichen Pfeiler unter einem Winkel von $22^\circ 50'$ bzw. $31^\circ 10'$ angepeilt. Berechnen Sie die Breite des Flusses.
- b) Ein auf eine Glasplatte fallender Lichtstrahl wird z.T. durch diese gebrochen und dadurch von seiner ursprünglichen Richtung um $\delta = 15^\circ$ abgelenkt. Wie groß ist der Einfallswinkel α , wenn der Brechungsindex des Glases 1,52 ist?



Aufgaben zu „Integral- und Differentialrechnung“

1. Differenzieren Sie:

a) $y = 3x^7 + 4x^2 + 7x^{-1} + 8$

b) $y = ax^n + b(x^m + x^2) + c \frac{1}{x^3}$

c) $y = 4e^x$

d) $y = 7e^{2x} + \ln x$

e) $y = 5\sin(3x)$

f) $y = a\sin(bx) + c\cos(dx)$

2. Berechnen Sie von der Funktion $y = \sin(2x)$ die erste Ableitung $\frac{dy}{dx} = y'$

und die zweite Ableitung $\frac{d}{dx} \left[\frac{dy}{dx} \right] = \frac{dy'}{dx} = y''$. Zeichnen Sie y, y', y'' .

3. Berechnen Sie Extremwerte und Wendepunkte der Funktion:

$$y = x^3 - 3x^2 - x + 3.$$

4. Berechnen Sie die Fläche unter der Kurve $y = ax + b$ in den Grenzen von a bis x :

a) direkt aus der geometrischen Form der Fläche.

b) unter der Benutzung der Integralrechnung

Aufgaben zur „Vektorrechnung“

1. Berechnen Sie:

a) $\vec{x} = 2\vec{x}_1 + 3\vec{x}_2 - 4\vec{x}_3$

b) $\vec{x} = 5\vec{x}_1 - (\vec{x}_2 - 2\vec{x}_3)$

mit $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

2. Die drei Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} mit $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$ haben als Summe den Nullvektor. Geben Sie für die drei Seitenhalbierenden des erhaltenen Dreiecks Vektorgleichungen an (Angriffspunkt in A,B bzw. C)!

3. Berechnen Sie den Vektor \vec{a} der zu \vec{x} parallel ist und die Länge 1 hat.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Gegeben sind die beiden Vektoren \vec{g} und \vec{f} , welche die Diagonalen eines Parallelogramms bilden. Bestimmen Sie die Seitenvektoren des Parallelogramms!

5. Gegeben seien die beiden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 13 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{sowie} \quad \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie \vec{a} als Summe der drei Vektoren \vec{x}_1 , \vec{x}_2 , \vec{x}_3 dar, für die gilt:
 $\vec{x}_1 \parallel \vec{a}_1$, $\vec{x}_2 \parallel \vec{a}_2$ und $\vec{x}_3 \parallel \vec{a}_3$.

Lösungen

„Lineare und quadratische Gleichungen“

Übung 1:

a) $\frac{113}{180}$

b) $5m + 6n$

c) $\frac{4}{3k * n}$

d) $\frac{3}{2\mu(s + t)}$

e) $\frac{1}{3m} + \frac{1}{3n}$

Übung 2:

a) $x = \frac{a}{2}$

b) $x = \frac{a}{b}$

c) $R_1 = 175 \Omega$ $I_1 = \frac{1}{7} \text{ A}$
 $R_2 = 350 \Omega$ $I_2 = \frac{1}{14} \text{ A}$
 $R_3 = 700 \Omega$ $I_3 = \frac{1}{28} \text{ A}$

Übung 3:

a) $x_1 = 1$ $x_2 = -\frac{45}{14}$

b) $x_1 = 0$ $x_2 = a^2$

„Wurzeln, Logarithmen und Funktionen“

Übung 1:

- a) $\frac{3}{5} * \frac{a-b}{a+b}$ b) b c) $\sqrt[8]{a^2}$ d) $x = 13$
- e) a^2 e) 1

Übung 2:

- a) $x = 1$ b) $x = -3$ c) $\lg \sqrt{a^3 + b^3}$
- d) $x_1 = 8$ $x_2 = -8$
 $x_2 = \text{keine Lösung (Einsetzen)}$

Übung 3:

Nullstellen von $y = 2x^2 - 3$:

$$x_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Nullstellen von $y = \pm \sqrt{3x + 1}$:

$$x = -\frac{1}{3}$$

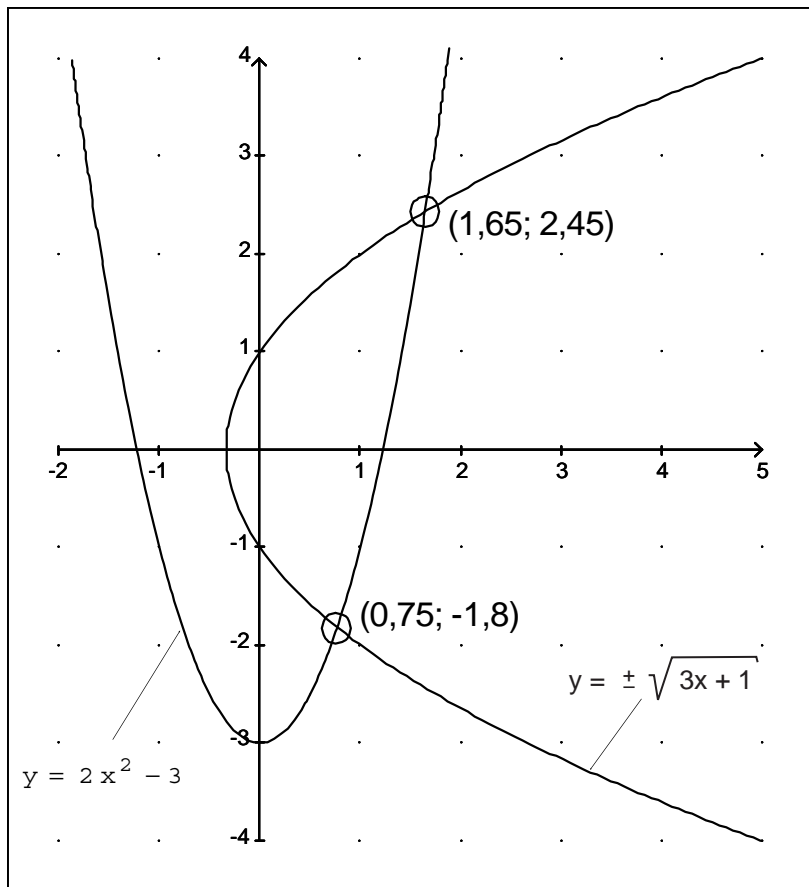
Schnittpunkte:

$$x_1 = 0,77 \quad y_1 = -1,82$$

$$x_2 = 1,65 \quad y_2 = 2,44$$

„Wurzeln, Logarithmen und Funktionen“

Übung 3 (grafisch):



„Trigonometrische Funktionen“

Übung 1:

- a) 7,592 rad b) 135° c) 0,0095 rad d) 1,1459°

Übung 2:

$$\text{a) } \cos \alpha = \pm \frac{7}{25} \qquad \tan \alpha = \pm \frac{24}{7} \qquad \cot \alpha = \pm \frac{7}{24}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = \pm \frac{5}{13} \qquad \tan \alpha = \frac{12}{5} \qquad \sin \alpha = \pm \frac{12}{13}$$

Übung 3:

$$2 \sin x = \sqrt{2} \qquad \tan x = \sqrt{2} \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\text{a) } \sin x = 0 \qquad \rightarrow \qquad x = 0 \qquad x = 180^\circ \qquad x = 360^\circ$$

$$\text{b) } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \qquad x = 45^\circ \qquad x = 360^\circ$$

Übung 4:

a) Die Breite des Flusses beträgt 9,5 m.

b) $\alpha = 45^\circ$

„Integral- und Differentialrechnung“

Übung 1:

a) $y' = 26x^6 + 8x + (-1) 7 x^{-2}$

b) $y' = a n x^{n-1} + b m x^{m-1} + 2bx - (3c / x^4)$

c) $y' = 4 e^x$

d) $y' = 14 e^{2x} + (1 / x)$

e) $y' = 15 \cos 3x$

f) $y' = a b \cos bx - c d \sin dx$

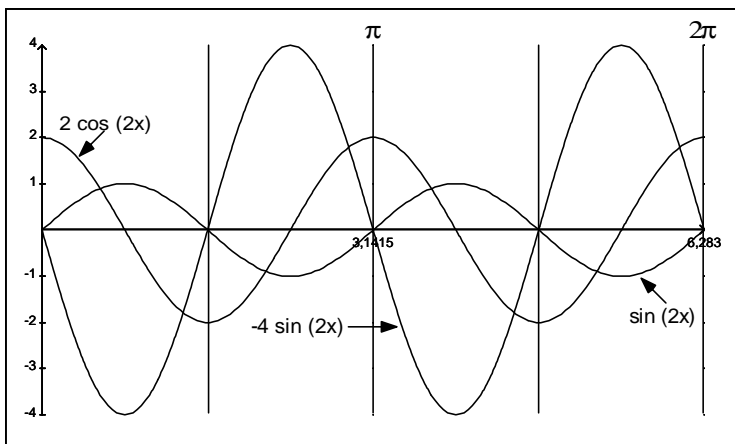
Übung 2:

$y = \sin 2x$

$y' = 2 \cos 2x$

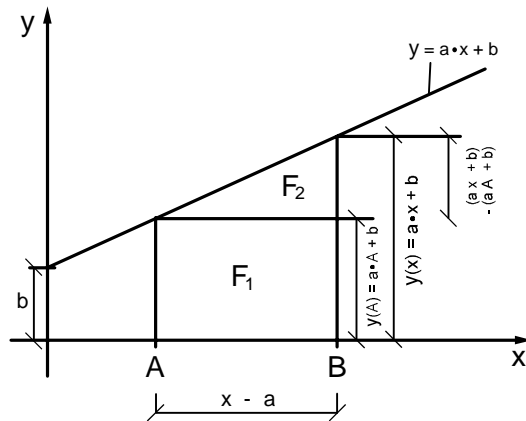
$y'' = -4 \sin 2x$

Übung 3:



Übung 4:

a) grafisch:



b) rechnerisch:

$$1.) \quad F = F_1 + F_2$$

$$F_1 = (aA + b) (x - A)$$

$$F_2 = [(aA + b) - (aA + b)] \frac{(x - A)}{2}$$

$$F = \frac{a x^2}{2} + bx - \frac{a A^2}{2} - bA$$

$$2.) \quad \int_A^x (ax + b) dx = \int_A^x x dx + b \int_A^x dx$$

$$F = a \left[\frac{x^2}{2} \right] + b[x]$$

$$F = a \frac{x^2}{2} - a \frac{A^2}{2} + bx - bA$$

„Vektorrechnung“

Übung 1:

$$\text{a) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -11 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Übung 2:

$$\vec{s}_a = \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a} \quad \vec{s}_b = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \quad \vec{s}_c = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

Übung 3:

$$a = \frac{x}{\sqrt{157}}$$

Übung 4:

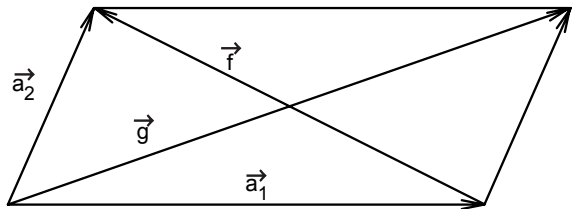
$$\vec{g}, \vec{f} \quad |\vec{g}| \quad |\vec{f}|$$

$$2\vec{a}_2 = \vec{g} + \vec{f}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{2} (\vec{g} + \vec{f})$$

$$2\vec{a}_1 = \vec{g} - \vec{f}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2} (\vec{g} - \vec{f})$$



Übung 5:

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -4 \quad x_3 = 7$$

Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Engelmann

Fachhochschule
Oldenburg/Ostfriesland/Wilhelmshaven
Fachbereich Technik
Constantiaplatz 4
26723 Emden

Tel: 0180 567 807 - 1511 bzw. -1515

Fax: 0180 567 807 - 1593

Email: hans.engelmann@fho-emden.de

Büro: Gebäude N, Erdgeschoß, Raum T 1012

Prof. Dr.-Ing. G. Kleemann

Tel.: 0180 567 807 - 1519

Fax: 0180 567 807 - 1593

Email: kleemann@nwt.fho-emden.de

Büro: Gebäude N, Erdgeschoß, Raum T 1018

Prof. Dr. K. H. Weiler

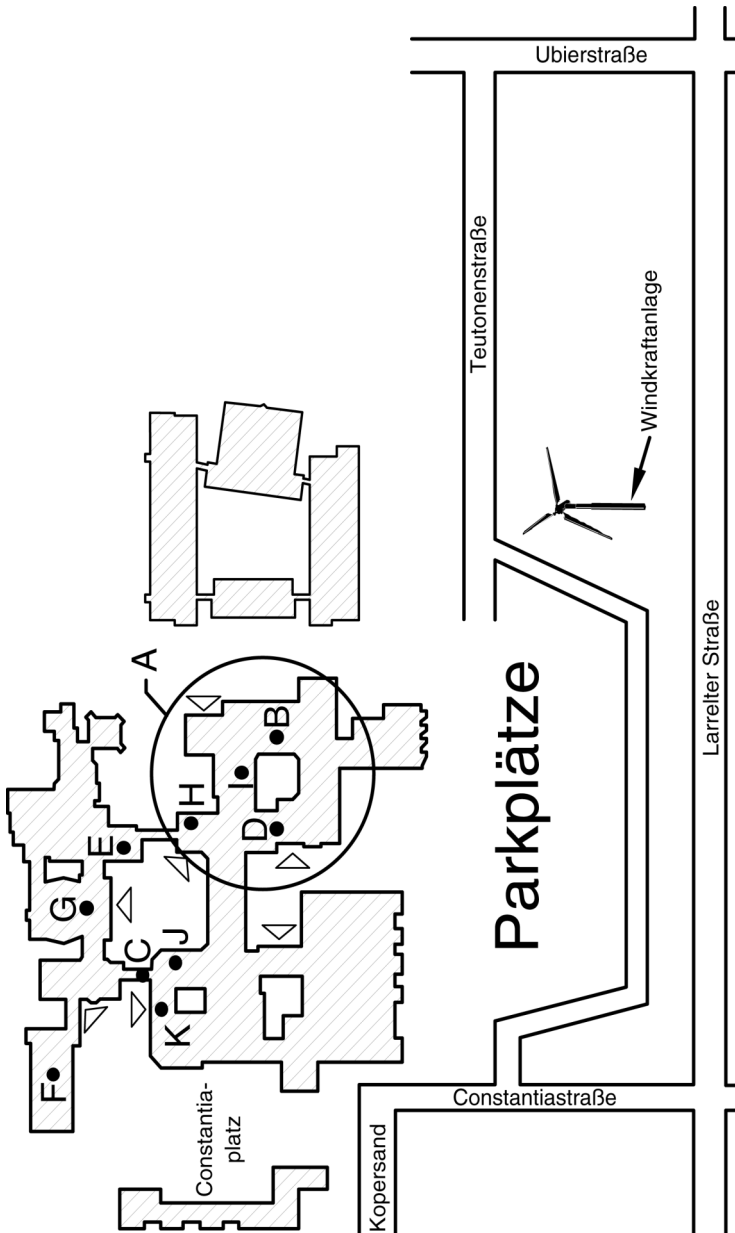
Tel.: 0180 567 807 - 1521

Fax: 0180 567 807 - 1593

Email: weiler@nwt.fho-emden.de

Büro: Gebäude N, Erdgeschoß, Raum T 1019

Übersicht über den Standort Emden



- | | | |
|--|--|--|
| A : Abteilung Naturwissenschaftliche Technik | E : Studentenwerk, 1. Etage, Raum G108 | J : Immatrikulations- und Prüfungsamt, |
| B : Fachstudienberatung, Erdgeschöß, | F : Mensa | T-Foyer, Raum T 002 |
| C : Fachschaftsrat , Raum T103 | G : Bibliothek | K : Räume T 76 - T 80 |
| D : Bafög-Beaufragter, 1. Etage, Raum T1104 | H : Cafeteria | |
| | I : Dekanat, 1. Etage, Raum T1120 | ▷ = Eingänge |