(g) Teórico

(1)

$a = f[x_0, x_1, x_2]$

$b = f[x_0, x_1] - (x_0 + x_1)\, f[x_0, x_1, x_2]$

$c = f(x_0) - x_0 f[x_0 - x_1] + x_0 x_1 f[x_0, x_1, x_2]$

↳ Para encontrar estos coeficientes...

↳ Polinomio de Newton: $p(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$

→ En este caso: $f(x) \simeq f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1)$

Interpolación cuadrática de Newton

→ Transformando la expresión de la interpolación cuadrática de Newton a la forma canónica $ax^2 + bx + c$ se obtienen los coeficientes de (1)

Remplazando:

→ $f(x_0) + \dfrac{f_0(x_1) - f_0(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + \dfrac{f_1(x_1, x_2) - f_1(x_0, x_1)}{x_2 - x_0}(x - x_0)(x - x_1)$

→ $f(x_0) + \dfrac{f_0(x_1) - f_0(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + \dfrac{f_1(x_1, x_2) - f_1(x_0, x_1)}{x_2 - x_0}(x^2 - x x_1 - x_0 x + x_0 x_1)$

→ $f(x_0) + \dfrac{x f_0(x_1) - x_0 f_0(x_1) - f_0(x_0) x + f_0(x_0) x_0}{x_1 - x_0} + \ldots$

$$\frac{f_1(x_1,x_2)x^2 - f_1(x_1,x_2)x x_1 - f_1(x_1,x_2)x_0 x + f_1(x_1,x_2)x_0 x_1 - x^2 f_1(x_0,x_1) + f_1(x_0,x_1)x x_1 + f_1(x_0,x_1)x_0 x - f_1(x_0,x_1)x_0 x_1}{x_2 - x_0}$$

Factorizando:

$$x^2 \underbrace{\frac{(f_1(x_1,x_2) - f_1(x_0,x_1))}{x_2 - x_0}}_{a = f[x_0,x_1,x_2]}$$

$$x \underbrace{\left(\frac{(f_0(x_1) - f_0(x_0))}{x_1 - x_0} - \frac{(f_1(x_1,x_2) - f_1(x_0,x_1))(x_0) + (x_1)}{x_2 - x_0}\right)}_{b}$$

$$\underbrace{f(x_0) - x_0 f[x_0,x_1] + x_0 x_1 f[x_0,x_1,x_2]}_{c}$$

$$\to a x^2 + b x + c$$

(i) Teorica

Demostrar que si $b < 0$ el signo es negativo

Demostrar que si $b \geq 0$ el signo positivo

$$x_3 = x_2 + \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \qquad b^2 >> 4ac$$

si elegimos + la diferencia no es grande

Por lo tanto:

$$\frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2}} \quad \text{si } b < 0 \quad \frac{-2c}{-b-b} = -\frac{2c}{-2b} = -\frac{c}{b}$$

si $b \geq 0$

$$\frac{-2c}{b+b} = -\frac{\cancel{2}c}{\cancel{2}b} = -\frac{c}{b}$$

si fuera negativo se restaria y se [illegible]