Derivación 5:

$$D^4 f(x_j) \cong \frac{f(x_{j+2}) - 4f(x_{j+1}) + 6f(x_j) - 4f(x_{j-1}) + f(x_{j-2})}{h^4}$$

$$(3.23) \Rightarrow f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} - \underbrace{\frac{h^2}{3} f'''(x)}_{O(h^2)}$$

Triángulo de Pascal:

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \rightarrow f^{0}(x) \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \rightarrow f'(x) \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \rightarrow f''(x) \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \rightarrow f'''(x) \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \rightarrow f^{IV}(x) \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \rightarrow f^{V}(x)
\end{array}
$$

$$D^5 f(x_j) \cong \left[f(x_{j+3}) - 5f(x_{j+2}) + 10 f(x_{j+1}) - 10 f(x_j) + 5 f(x_{j-1}) - f(x_{j-2}) \right] \cdot (h^{-5}) = O(h^4)$$

Es decir, O represen el error de un polinomio de grado n que se halla con la derivada $n+1$, en este caso la función tenía los valores correspondientes a la expansión de la 4ta derivada según el triángulo de pascal. Por eso se hizo la 5ta derivada que corresponde al valor de $O(h^4)$.

Derivación _ 8

$O(h^2)$ Conjunto soporte $\Omega = \{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))\}$

a).

Ω

x_0	$f(x_0)$
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$

$$n_1 = \prod_{k=0}^{n-2} x - x_k$$

$n_0 = 1$
$n_1 = (x - x_0)$
$n_2 = (x - x_0)(x - x_1)$

$$[y_0 \dots y_J] = \frac{[y_1 \dots y_J] - [y_0 \dots y_{J-1}]}{x_J - x_0}$$

$$N(x) = \sum_{J=0}^{J-1} n_J a_J$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ /// & b & 0 & 0 \\ /// & /// & c & 0 \\ /// & /// & /// & d \end{bmatrix}$$

a_0, a_1, a_2, a_3

$a_J = [y_0 \dots y_j]$

$a_0 = [y_0] = f(x_0)$

$$a_1 = [y_0, y_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_n}$$

$$a_2 = \frac{[y_1, y_2] - [y_0, y_1]}{x_2 - x_0}$$

$$= \frac{\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$$

$$N(x) = \frac{f(x_0) + f(x_1)}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0) + \frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$$

$$\cdot (x - x_0)(x - x_1) = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$$