Gestion de Portefeuille

TP-41: Modèle de Treynor Black

Paul Giraud , Kouamé YAO & Loïc Turounet

Version: 26 fév 2022

```
library(xts)
library(hornpa)
library(lubridate)
library(xtable)
library(PerformanceAnalytics)
library(TTR)
library(lubridate)
library(roll)
library(Hmisc)
library(nFactors)
library(kableExtra)
library(broom)
library(quadprog)
```

Données

Séries de rendement mensuel pour 11 valeurs:

```
monthly.ret.file <- "./monthly.ret.rda"
load(monthly.ret.file)
index(monthly.ret) <- floor_date(index(monthly.ret), "month")
```

Matrice de covariance des rendements:

```
kable(cov(monthly.ret), "latex", booktabs=T) %>%
kable_styling(latex_options=c("scale_down", "HOLD_position"))
```

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO
AAPL	0.0079015	0.0035933	0.0028724	0.0036506	0.0021193	0.0033242	0.0012183	0.0019158	0.0012159	0.0009073	0.0009576
AMZN	0.0035933	0.0097937	0.0026625	0.0025940	0.0020258	0.0030033	0.0011468	0.0016726	0.0016066	0.0003831	0.0013968
MSFT	0.0028724	0.0026625	0.0044949	0.0032132	0.0017774	0.0022969	0.0009976	0.0012898	0.0015753	0.0007414	0.0011363
F	0.0036506	0.0025940	0.0032132	0.0226257	0.0032869	0.0034954	0.0017697	0.0034663	0.0032642	0.0014660	0.0014993
SPY	0.0021193	0.0020258	0.0017774	0.0032869	0.0017549	0.0019207	0.0012159	0.0016906	0.0015105	0.0008284	0.0009008
QQQ	0.0033242	0.0030033	0.0022969	0.0034954	0.0019207	0.0025159	0.0010479	0.0016973	0.0016125	0.0007561	0.0008650
XOM	0.0012183	0.0011468	0.0009976	0.0017697	0.0012159	0.0010479	0.0025213	0.0015076	0.0008121	0.0006409	0.0007365
MMM	0.0019158	0.0016726	0.0012898	0.0034663	0.0016906	0.0016973	0.0015076	0.0032027	0.0016559	0.0009968	0.0008642
HD	0.0012159	0.0016066	0.0015753	0.0032642	0.0015105	0.0016125	0.0008121	0.0016559	0.0037458	0.0005615	0.0005566
PG	0.0009073	0.0003831	0.0007414	0.0014660	0.0008284	0.0007561	0.0006409	0.0009968	0.0005615	0.0018508	0.0009004
KO	0.0009576	0.0013968	0.0011363	0.0014993	0.0009008	0.0008650	0.0007365	0.0008642	0.0005566	0.0009004	0.0019550

Rendement moyen mensuel

```
kbl(colMeans(monthly.ret), format="latex", booktabs=T,
    col.names=c("Rendement"), caption="Rendement moyen mensuel") %>%
    kable_styling(latex_options="HOLD_position")
```

Table 1: Rendement moyen mensuel

	Rendement
AAPL	0.0254037
AMZN	0.0298355
MSFT	0.0151864
F	0.0115177
SPY	0.0075856
QQQ	0.0122593
XOM	0.0016595
MMM	0.0079299
HD	0.0151356
PG	0.0073821
KO	0.0100164

Taux sans risque

Le taux sans risque mensuel est obtenu de la Réserve Fédérale US. A diviser par 12 pour être cohérent avec les rendement des titres.

```
tmp <- read.csv("DP_LIVE_01032020211755676.csv", header=TRUE, sep=";")[, c("TIME", "Value")]
dt <- ymd(paste(tmp$TIME, "-01", sep=""))
rf_rate <- xts((tmp$Value/100.0)/12, dt)
colnames(rf_rate) <- "Rf"
monthly.ret.2 <- merge.xts(monthly.ret, rf_rate, join="inner")
```

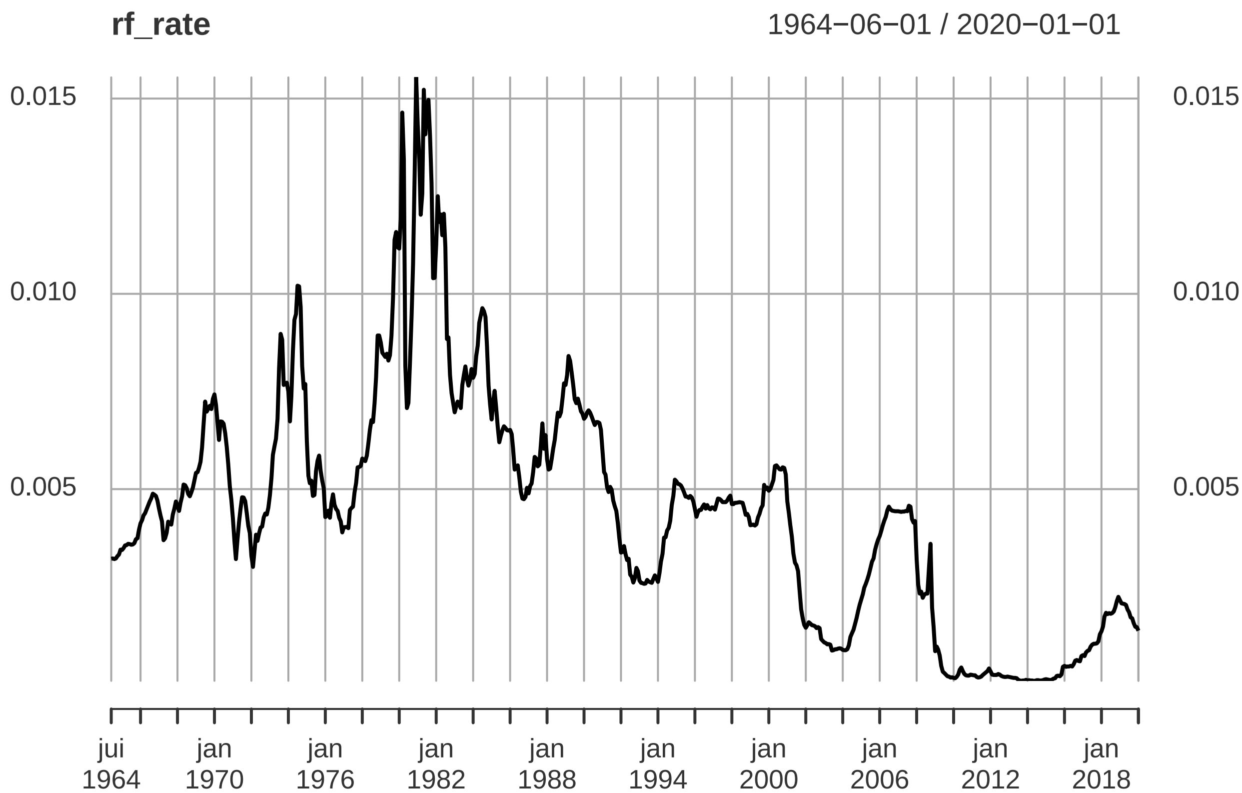
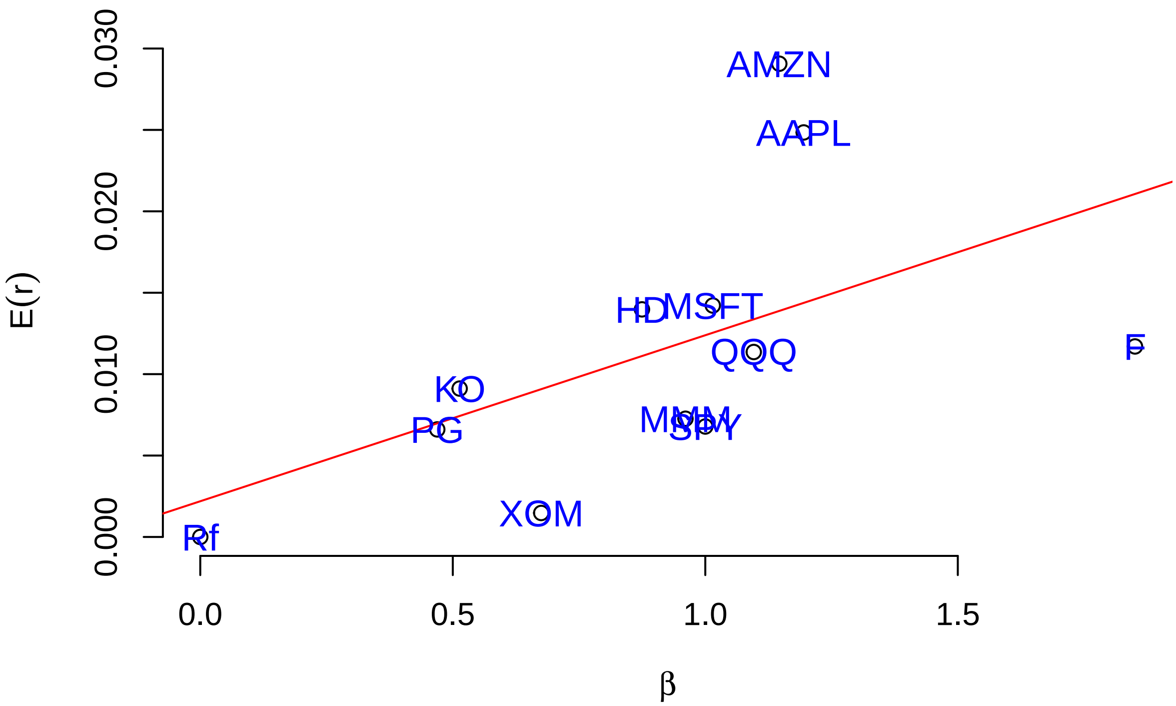


Figure 1: taux sans risque mensuel

Rappel du TP3:

Table 2: Alpha and Beta for each asset

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO	Rf
alpha	0.0167401	0.0212874	0.0073307	-0.0008543	0	0.0039254	-0.0031066	0.0007451	0.0080456	0.0034204	0.0056304	0
beta	1.1948376	1.1465481	1.0148488	1.8508513	1	1.0959372	0.6751296	0.9608010	0.8746106	0.4693130	0.5136098	0



Modèle de Treynor-Black

Le modèle de Treynor-Black a pour objectif d'exploiter les informations calculées en première partie. L'idée étant de constituer un portefeuille "actif" avec les titres qui semblent mal valorisés par le marché, et allouer le reste de sa richesse au portefeuille de marché.

Selection des titres à inclure dans le portefeuille actif.

C'est l'étape délicate de la méthode de Treynor-Black. A partir de l'évaluation d'un modèle à un facteur, déterminez quels titres méritent de figurer dans le portefeuille actif. En théorie, on a envie d'acheter les titres sous-cotés ($\alpha_i > 0$) mais cette anomalie n'est peut être qu'apparente! Il faut également apprécier la qualité de l'estimation statistique.

En testant diverses combinaisons de titres à mettre dans le portefeuille actif, vous pourrez mesurer la sensibilité de modèle de Treynor-Black aux données.

Ainsi, comme expliqué ci-dessus, les titres qui vont nous intéressés pour composer notre portefeuille d'actifs sont les titres avec des $\alpha > 0$ c'est-à-dire des titres sous-cotés. En effet, nous comptons sur le marché pour réguler cet écart et donc avoir un profit. Cependant, nous pouvons aussi profiter des actifs avec des $\alpha < 0$ (sur-évalué) et les shorter, toujours dans le but de faire une plus-value.

Nous allons donc composé notre portefeuille d'actifs dont les α sont différents de 0. Malheuresement, tous les actifs présents sur le marché (les 11 que nous étudions) ont un α différent de 0, nous allons donc choisir un deuxième critère de selection.

Nous allons ensuite composer notre portefeuille d'actifs à notre portefeuille de marché, ainsi, nous allons vouloir choisir des actifs décorrélés du marché. Ainsi, sachant :

$$\beta_i = \frac{\sigma_{Mi}}{(\sigma_m)^2}$$

Nous allons choisir des actifs décorrélés au marché, c'est-à-dire des actifs dont le *beta* est le plus éloigné de 1. Voici la table qui présente les actifs selectionnés:

Table 3: Alpha and Beta for asset in portfolio assets

	KO	HD	XOM
alpha	0.0056304	0.0080456	-0.0031066
beta	0.5136098	0.8746106	0.6751296

Détermination du portefeuille actif

Ayant choisi les titres à inclure dans le portefeuille actif, on rappelle que le poids de chaque titre dans le portefeuille actif est proportionnel au ratio $\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)$:

$$w_i = \frac{\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}{\sum_i \alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}$$

Calculer les poids des actifs dans le portefeuille actif. Justifier votre choix d'inclure ou d'exclure tel ou tel instrument.

Calculez les valeurs suivantes concernant le portefeuille actif:

R_A Excess de rendement

α_A alpha du portefeuille actif

β_A beta du portefeuille actif

σ_A ecart-type du portefeuille actif

$\sigma^2(e_A)$ variance résiduelle du portefeuille actif

Table 4: Alpha and Beta for asset in portfolio asset

	KO	HD	XOM
alpha	0.0056304	0.0080456	-0.0031066
beta	0.5136098	0.8746106	0.6751296
weight	0.7285937	0.6443480	-0.3729418
sigma.e^2	0.0015006	0.0024247	0.0016176

Table 5: Portfolio assets

	Portefeuille actif
alpha_a	0.01044498
beta_a	0.6859825
sigma(e_a)^2	0.2 %
Return_a	1.58 %
Sigma_a	21.42 %

Détermination de la pondération entre le portefeuille actif et le portefeuille de marché.

On rappelle l'allocation de richesse au portefeuille actif:

$$w_A = \frac{\alpha_A \sigma_M^2}{\alpha_A \sigma_M^2 (1 - \beta_A) + R_M \sigma^2(e_A)}$$

Avec:

$$\begin{aligned} R_A &= \alpha_A + \beta_A R_M \\ \sigma_A^2 &= \beta_A^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_A) \end{aligned}$$

```
## [1] "L'allocation de richesse au portefeuille actif est :  84.71 %"
```

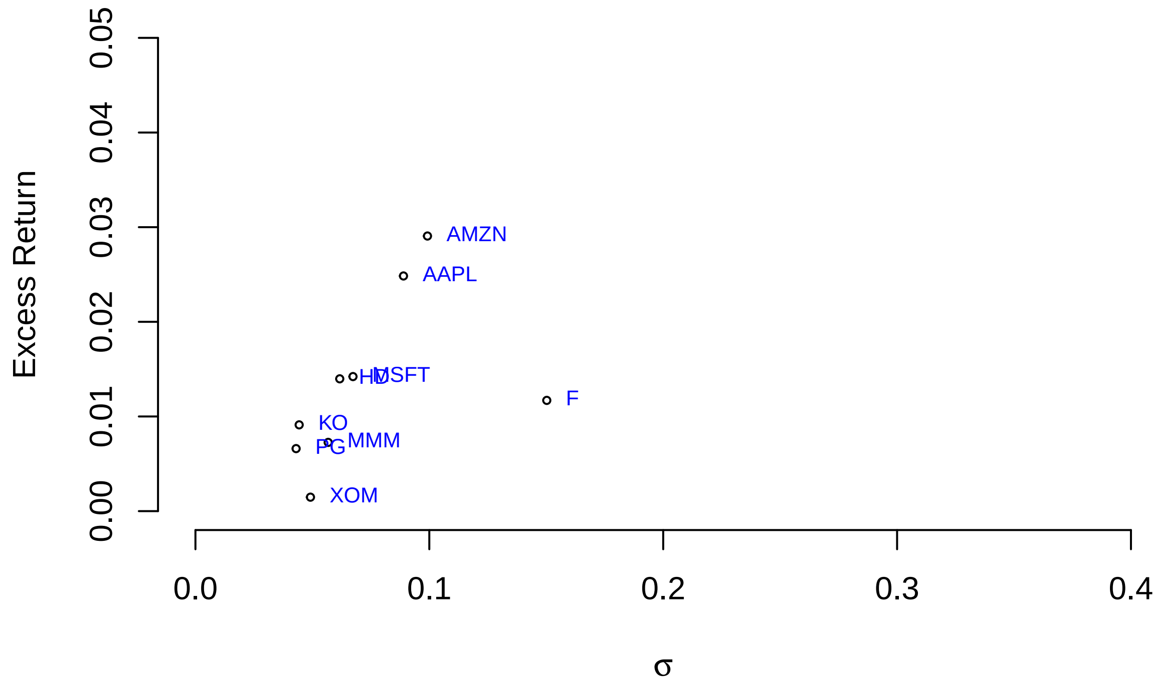
Capital Allocation Line

Calculez l'espérance de rendement et le risque de quelques portefeuilles situés sur la "Capital Allocation Line" qui joint l'actif sans risque et le portefeuille tangent. Placez la solution du modèle de Treynor-Black, le portefeuille actif et le portefeuille de marché sur le graphique ci-dessous.

```
Assets <- c("AAPL", "AMZN", "MSFT", "F",  "XOM", "MMM",  "HD",   "PG",   "KO")
plot.data <- monthly.ret.2[, c(Assets, "Rf")]
for(a in Assets) {
  plot.data[, a] <- plot.data[, a] - plot.data$Rf
  }

res <- data.frame(Mean=apply(plot.data[, Assets],2,mean),
                  Sd = apply(plot.data[, Assets],2,sd))
rownames(res) <- Assets
```

```
plot(Mean ~ Sd, data=res, xlim=c(0, 0.4), ylim=c(0, .05), xlab=expression(sigma),
     ylab="Excess Return", cex=.5, bty="n", cex.lab=1)
with(res, text(Mean ~ Sd, labels=row.names(res), pos=4, cex=0.7, col="blue"))
```


Excess Return
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
AMZN
AAPL
HD
MSFT
F
KO
MMM
PG
XOM
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
σ