

# Gestion de Portefeuille

## TP-3: Modèle à un facteur

Paul Giraud , Kouamé YAO & Loïc Turounet

Version: 28 fév 2022

### Données

Séries de rendement mensuel pour 11 valeurs:

```
monthly.ret.file <- "./monthly.ret.rda"
load(monthly.ret.file)
index(monthly.ret) <- floor_date(index(monthly.ret), "month")
```

Matrice de covariance des rendements:

```
kable(cov(monthly.ret), "latex", booktabs=T) %>%
kable_styling(latex_options=c("scale_down", "HOLD_position"))
```

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO
AAPL	0.0079015	0.0035933	0.0028724	0.0036506	0.0021193	0.0033242	0.0012183	0.0019158	0.0012159	0.0009073	0.0009576
AMZN	0.0035933	0.0097937	0.0026625	0.0025940	0.0020258	0.0030033	0.0011468	0.0016726	0.0016066	0.0003831	0.0013968
MSFT	0.0028724	0.0026625	0.0044949	0.0032132	0.0017774	0.0022969	0.0009976	0.0012898	0.0015753	0.0007414	0.0011363
F	0.0036506	0.0025940	0.0032132	0.0226257	0.0032869	0.0034954	0.0017697	0.0034663	0.0032642	0.0014660	0.0014993
SPY	0.0021193	0.0020258	0.0017774	0.0032869	0.0017549	0.0019207	0.0012159	0.0016906	0.0015105	0.0008284	0.0009008
QQQ	0.0033242	0.0030033	0.0022969	0.0034954	0.0019207	0.0025159	0.0010479	0.0016973	0.0016125	0.0007561	0.0008650
XOM	0.0012183	0.0011468	0.0009976	0.0017697	0.0012159	0.0010479	0.0025213	0.0015076	0.0008121	0.0006409	0.0007365
MMM	0.0019158	0.0016726	0.0012898	0.0034663	0.0016906	0.0016973	0.0015076	0.0032027	0.0016559	0.0009968	0.0008642
HD	0.0012159	0.0016066	0.0015753	0.0032642	0.0015105	0.0016125	0.0008121	0.0016559	0.0037458	0.0005615	0.0005566
PG	0.0009073	0.0003831	0.0007414	0.0014660	0.0008284	0.0007561	0.0006409	0.0009968	0.0005615	0.0018508	0.0009004
KO	0.0009576	0.0013968	0.0011363	0.0014993	0.0009008	0.0008650	0.0007365	0.0008642	0.0005566	0.0009004	0.0019550

Rendement moyen mensuel

```
kbl(colMeans(monthly.ret), format="latex", booktabs=T,
col.names=c("Rendement"), caption="Rendement moyen mensuel") %>%
kable_styling(latex_options="HOLD_position")
```

Table 1: Rendement moyen mensuel

	Rendement
AAPL	0.0254037
AMZN	0.0298355
MSFT	0.0151864
F	0.0115177
SPY	0.0075856
QQQ	0.0122593
XOM	0.0016595
MMM	0.0079299
HD	0.0151356
PG	0.0073821
KO	0.0100164

## Taux sans risque

Le taux sans risque mensuel est obtenu de la Réserve Fédérale US. A diviser par 12 pour être cohérent avec les rendement des titres.

```
tmp <- read.csv("DP_LIVE_01032020211755676.csv", header=TRUE, sep=";")[, c("TIME", "Value")]
dt <- ymd(paste(tmp$TIME, "-01", sep=""))
rf_rate <- xts((tmp$Value/100.0)/12, dt)
colnames(rf_rate) <- "Rf"
monthly.ret.2 <- merge.xts(monthly.ret, rf_rate, join="inner")
```

## Estimation d'un modèle à un facteur

- Utiliser l'indice SPY comme proxy pour le marché et estimer pour chaque titre le modèle:

$$R_i(t) - R_f(t) = \alpha + \beta(R_M(t) - R_f(t)) + \epsilon(t)$$

en utilisant la fonction `lm`. - Placer chaque titre sur un diagramme rendement/beta et calculer par regression la droite de marché des titres risqués. - En déduire les titres qui, selon ce modèle, *semblent* chers et ceux qui semblent sous-évalués.

```
names <- colnames(monthly.ret.2)
df <- data.frame(setNames(rep(list(0), length(names)), names))
number.assets = dim(monthly.ret.2)[2]

ret.proxy.spy <- monthly.ret.2$SPY - monthly.ret.2$Rf
for (i in 1:number.assets){
  ret <- monthly.ret.2[,i] - monthly.ret.2$Rf
  linear_model <- lm(ret ~ ret.proxy.spy)
  df[1:2,i] <- linear_model$coefficients
}
row.names(df) <- c("alpha", "beta")
```

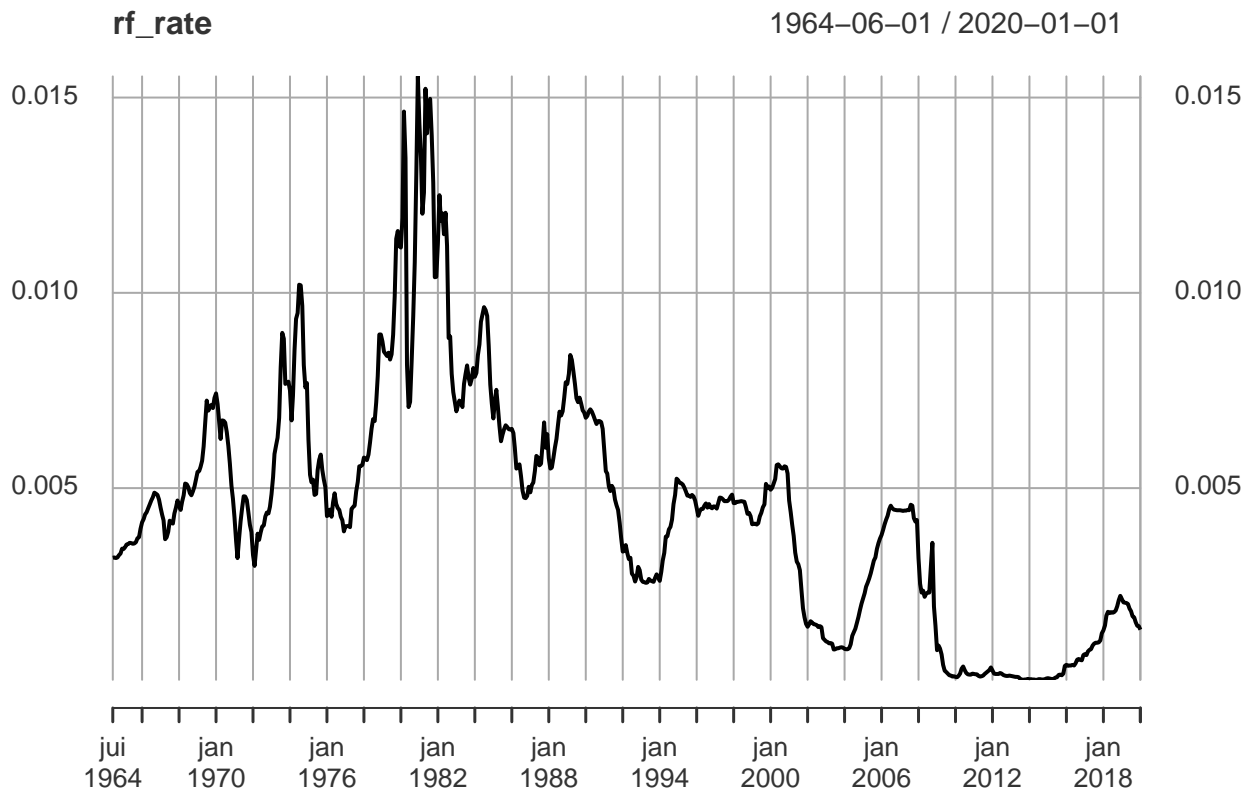


Figure 1: taux sans risque mensuel

```
kable(df, "latex", booktabs=T, caption="Alpha and Beta for each asset") %>%
kable_styling(latex_options=c("scale_down", "HOLD_position"))
```

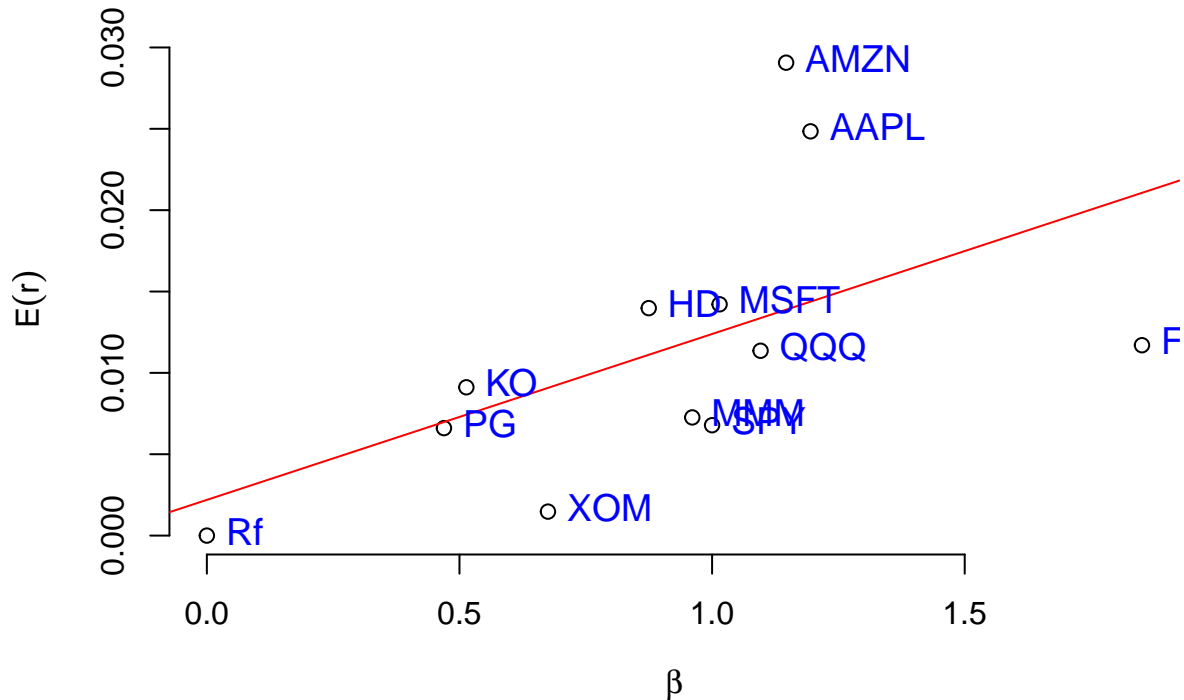
Table 2: Alpha and Beta for each asset

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO	Rf
alpha	0.0167401	0.0212874	0.0073307	-0.0008543	0	0.0039254	-0.0031066	0.0007451	0.0080456	0.0034204	0.0056304	0
beta	1.1948376	1.1465481	1.0148488	1.8508513	1	1.0959372	0.6751296	0.9608010	0.8746106	0.4693130	0.5136098	0

Nous obtenons bien  $\alpha = 0$  et  $\beta = 1$  pour SPY car c'est cet indice que nous utilisons comme proxy pour le marché ( $R_M$ ).

Ainsi, nous pouvons observer d'après la Table 2, que le alpha du SPY est nul et que son beta est égale à 1. Cela nous permet de valider nos calculs de alpha et beta, en effet, le SPY a été choisi comme proxy pour le marché.

```
##
## Call:
## lm(formula = df.ret.beta$return ~ df.ret.beta$beta)
##
## Coefficients:
##      (Intercept)  df.ret.beta$beta
##      0.002194      0.010195
```



- Les actifs AMZN et AAPL ont des  $\beta$  significativement supérieurs à 1. Cela signifie que qu'ils évoluent dans la même direction que le marché mais que leurs variations sont plus importante. Un marché haussier implique une forte hausse du cours AMZN et AAPL. Au contraire, un marché baissier implique une forte baisse. Ces deux actifs ont des rendements espérés très au-dessus de la droite de marché des titres risqués ce qui indique qu'AMZN et AAPL sont donc largement sous-évalués.
- Un autre actif avec un  $\beta$  supérieur à 1, dans une bien plus grande mesure qu'AMZN et AAPL, est l'action Ford (F). Ainsi, cet actif connaît des variations de même sens que le marché mais avec des amplitudes bien plus grandes. Cependant, l'excès de rendement associé à cet actif est très négatif (en comparant le rendement de F et la droite de marché), son rendement est très inférieur au rendement attendu pour un tel risque. L'action Ford est donc très largement sur-évaluée.
- De même, les actifs MMM et XOM sont sur-évalués, selon ce modèle, car situés sous la droite de marché des titres risqués, à une distance significative de celle-ci. Même l'indice SPY est considéré comme sur-côté selon ce modèle. Il ne se trouve pas sur la droite car cette droite a été construite par régression linéaire à partir de seulement 11 valeurs et sans prendre en considération les poids différents de chaque actif (ces poids étant pris en compte dans la valorisation du rendement de l'indice).
- Enfin, selon cette droite de marché des titres risqués, les actions HD, MSFT, KO, PG et QQQ sont presque correctement évaluées (les actions HD, MSFT et KO sont légèrement sous-évaluées et QQQ et PG sont légèrement sur-évaluées). Cependant, les actions KO et PG ont un  $\beta \approx 0.5$  alors que les actions MSFT, HD et QQQ ont un  $\beta \approx 1$ . Cela signifie que toutes varient dans le même sens que le marché mais que l'amplitude de variation du cours des premières est moins importante que celle des deuxièmes qui varient dans les mêmes proportions que le marché.
- Pour résumer:
  - les titres AMZN et AAPL sont très sous-évalués
  - les titres MSFT, HD et KO sont légèrement sous-évalués, presque correctement évalués
  - les titres PG et QQQ sont légèrement sur-évalués, presque correctement évalués
  - les titres F, XOM et MMM semblent très sur-évalués

Est-ce que ces mesures de cherté relative vous semble correctes? Essayez de mesurer la robustesse de ce calcul en estimant le modèles sur des sous-intervalles de temps.

Présentez vos résultats de manière synthétique.

- Comme nous évaluons la cherté des titres par rapport à une droite tracée par régression sur seulement 11 titres, cette cherté peut être remise en question. En effet, par exemple, par rapport à la droite, on peut considérer que l'action QQQ est trop chère (elle est située sous la droite de marché des titres risqués) alors que le calcul de son alpha (lors de la régression entre les rendements QQQ et les rendements du marché) est positif, ce qui montrerait que l'action serait peu chère.
- Enfin, il est possible de remettre en cause la robustesse de notre estimation de la cherté des titres en modifiant la durée sur laquelle la droite de marché des titres risqués est calculée. En effet, elle était jusqu'à présent calculée sur 157 mois de données. En la calculant sur seulement 5 ans puis sur 2 ans, nous obtenons des résultats différents.
  - Sur 5 ans de données, on relève que le titre AAPL est beaucoup moins sous-évalué (car beaucoup plus proche de la droite de marché des titres risqués) alors que le titre MSFT est beaucoup plus sous-côté.
  - Sur 2 ans de données, on remarque que le marché est quasiment situé sur la droite, ce qui correspond à un modèle plus "sensé". Le titre MSFT est à nouveau très sous-évalué. Les titres PG et QQQ sont désormais sur-évalués alors que sous-évalués lors de l'approche initiale.
- Ainsi, la cherté de certains titres est très changeante suivant la plage de temps de données choisie. Nous pouvons en conclure que cette estimation de la cherté des titres n'est pas robuste.