Gestion de Portefeuille

TP-4: Modèle de Treynor Black

Paul Giraud , Kouamé YAO & Loïc Turounet

Version: 26 fév 2022

```
library(xts)
library(hornpa)
library(lubridate)
library(xtable)
library(PerformanceAnalytics)
library(TTR)
library(lubridate)
library(roll)
library(Hmisc)
library(nFactors)
library(kableExtra)
library(broom)
library(quadprog)
```

Données

Séries de rendement mensuel pour 11 valeurs:

```
monthly.ret.file <- "./monthly.ret.rda"
load(monthly.ret.file)
index(monthly.ret) <- floor_date(index(monthly.ret), "month")
```

Matrice de covariance des rendements:

```
kable(cov(monthly.ret), "latex", booktabs=T) %>%
kable_styling(latex_options=c("scale_down", "HOLD_position"))
```

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO
AAPL	0.0079015	0.0035933	0.0028724	0.0036506	0.0021193	0.0033242	0.0012183	0.0019158	0.0012159	0.0009073	0.0009576
AMZN	0.0035933	0.0097937	0.0026625	0.0025940	0.0020258	0.0030033	0.0011468	0.0016726	0.0016066	0.0003831	0.0013968
MSFT	0.0028724	0.0026625	0.0044949	0.0032132	0.0017774	0.0022969	0.0009976	0.0012898	0.0015753	0.0007414	0.0011363
F	0.0036506	0.0025940	0.0032132	0.0226257	0.0032869	0.0034954	0.0017697	0.0034663	0.0032642	0.0014660	0.0014993
SPY	0.0021193	0.0020258	0.0017774	0.0032869	0.0017549	0.0019207	0.0012159	0.0016906	0.0015105	0.0008284	0.0009008
QQQ	0.0033242	0.0030033	0.0022969	0.0034954	0.0019207	0.0025159	0.0010479	0.0016973	0.0016125	0.0007561	0.0008650
XOM	0.0012183	0.0011468	0.0009976	0.0017697	0.0012159	0.0010479	0.0025213	0.0015076	0.0008121	0.0006409	0.0007365
MMM	0.0019158	0.0016726	0.0012898	0.0034663	0.0016906	0.0016973	0.0015076	0.0032027	0.0016559	0.0009968	0.0008642
HD	0.0012159	0.0016066	0.0015753	0.0032642	0.0015105	0.0016125	0.0008121	0.0016559	0.0037458	0.0005615	0.0005566
PG	0.0009073	0.0003831	0.0007414	0.0014660	0.0008284	0.0007561	0.0006409	0.0009968	0.0005615	0.0018508	0.0009004
KO	0.0009576	0.0013968	0.0011363	0.0014993	0.0009008	0.0008650	0.0007365	0.0008642	0.0005566	0.0009004	0.0019550

Rendement moyen mensuel

```r
kbl(colMeans(monthly.ret), format="latex", booktabs=T,
    col.names=c("Rendement"), caption="Rendement moyen mensuel") %>%
    kable_styling(latex_options="HOLD_position")
```

Table 1: Rendement moyen mensuel

	Rendement
AAPL	0.0254037
AMZN	0.0298355
MSFT	0.0151864
F	0.0115177
SPY	0.0075856
QQQ	0.0122593
XOM	0.0016595
MMM	0.0079299
HD	0.0151356
PG	0.0073821
KO	0.0100164

Taux sans risque

Le taux sans risque mensuel est obtenu de la Réserve Fédérale US. A diviser par 12 pour être cohérent avec les rendement des titres.

```r
tmp <- read.csv("DP_LIVE_01032020211755676.csv", header=TRUE, sep=";")[, c("TIME", "Value")]
dt <- ymd(paste(tmp$TIME, "-01", sep=""))
rf_rate <- xts((tmp$Value/100.0)/12, dt)
colnames(rf_rate) <- "Rf"
monthly.ret.2 <- merge.xts(monthly.ret, rf_rate, join="inner")
```

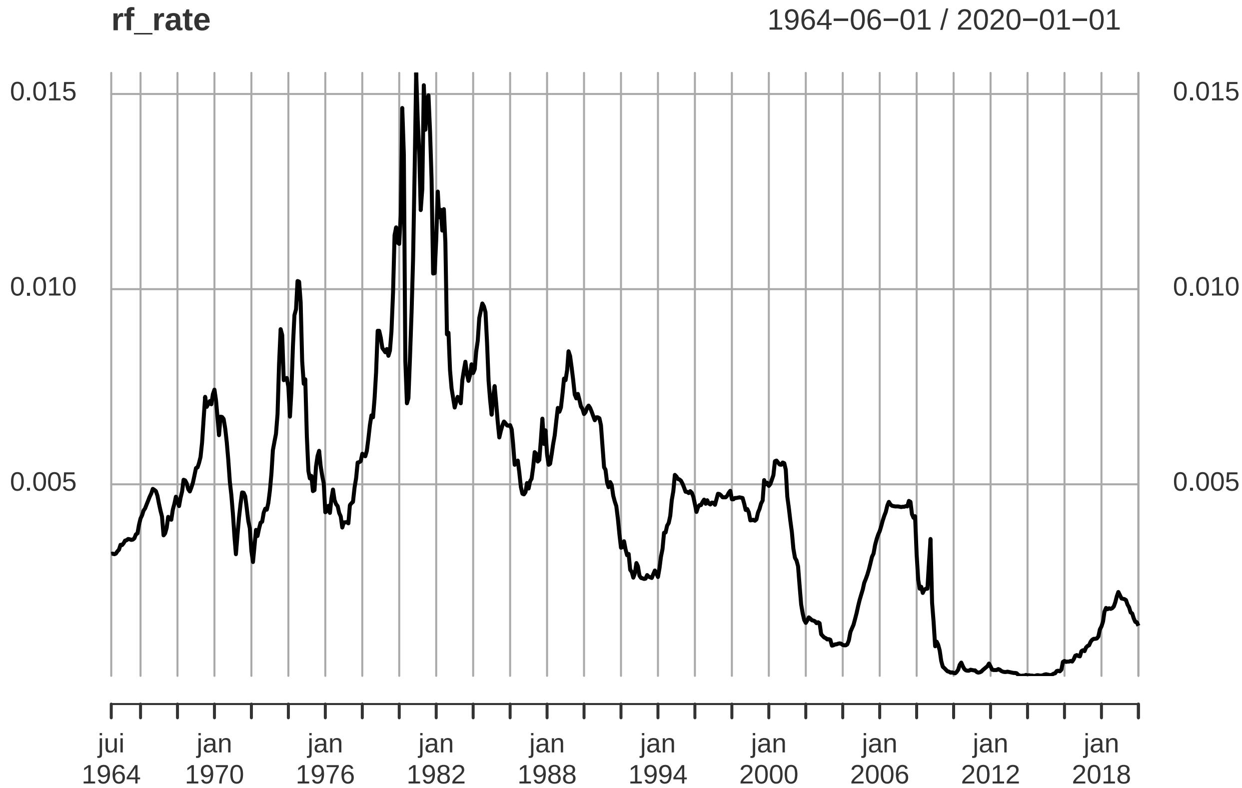
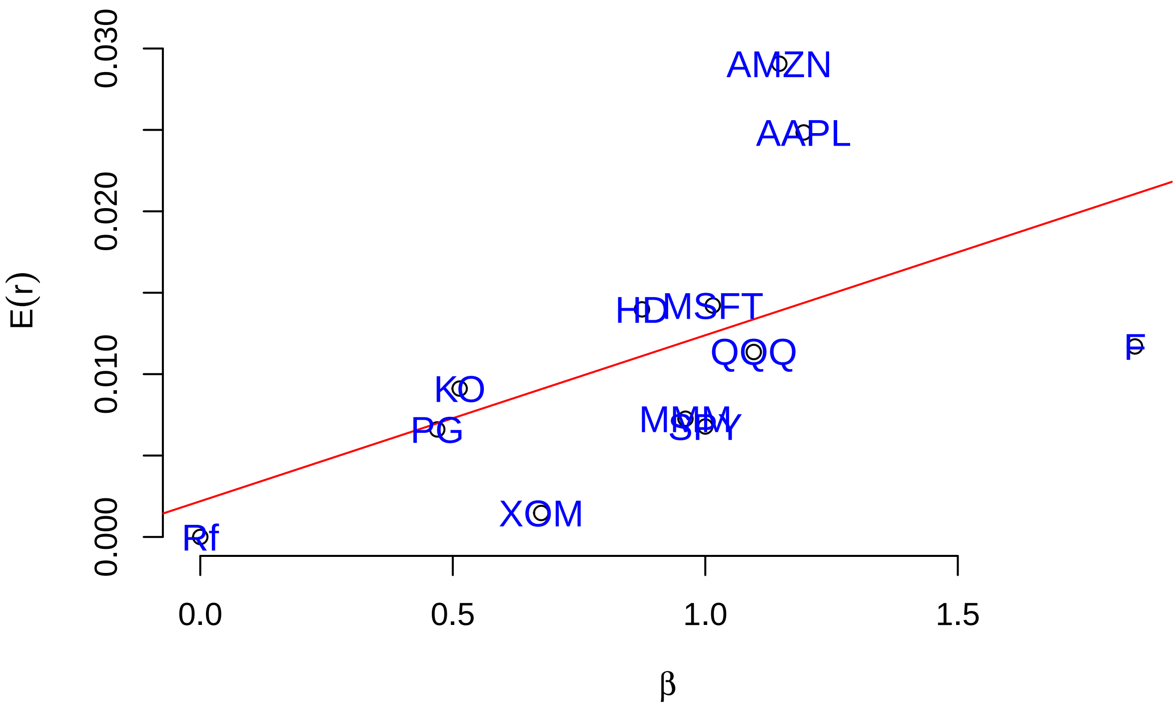


Figure 1: taux sans risque mensuel

Rappel du TP3:

Table 2: Alpha and Beta for each asset

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO	Rf
alpha	0.0167401	0.0212874	0.0073307	-0.0008543	0	0.0039254	-0.0031066	0.0007451	0.0080456	0.0034204	0.0056304	0
beta	1.1948376	1.1465481	1.0148488	1.8508513	1	1.0959372	0.6751296	0.9608010	0.8746106	0.4693130	0.5136098	0



Modèle de Treynor-Black

Le modèle de Treynor-Black a pour objectif d'exploiter les informations calculées en première partie. L'idée étant de constituer un portefeuille "actif" avec les titres qui semblent mal valorisés par le marché, et allouer le reste de sa richesse au portefeuille de marché.

Selection des titres à inclure dans le portefeuille actif.

C'est l'étape délicate de la méthode de Treynor-Black. A partir de l'évaluation d'un modèle à un facteur, déterminez quels titres méritent de figurer dans le portefeuille actif. En théorie, on a envie d'acheter les titres sous-cotés ($\alpha_i > 0$) mais cette anomalie n'est peut être qu'apparente! Il faut également apprécier la qualité de l'estimation statistique.

En testant diverses combinaisons de titres à mettre dans le portefeuille actif, vous pourrez mesurer la sensibilité de modèle de Treynor-Black aux données.

Ainsi, comme expliqué ci-dessus, les titres qui vont nous intéresser pour composer notre portefeuille d'actifs sont les titres avec des $\alpha > 0$ c'est-à-dire des titres sous-cotés. En effet, nous comptons sur le marché pour réguler cet écart et donc avoir un profit. Cependant, nous pouvons aussi profiter des actifs avec des $\alpha < 0$ (sur-évalués) et les shorter, toujours dans le but de faire une plus-value.

Nous allons donc composé notre portefeuille d'actifs dont les α sont différents de 0. Malheureusement, tous les actifs présents sur le marché (les 11 que nous étudions) ont un α différent de 0, nous allons donc choisir un deuxième critère de sélection.

Nous allons ensuite composer notre portefeuille d'actifs à notre portefeuille de marché, ainsi, nous allons vouloir choisir des actifs décorrélés du marché. Ainsi, sachant :

$$\beta_i = \frac{\sigma_{Mi}}{(\sigma_m)^2}$$

Nous allons choisir des actifs décorrélés au marché, c'est-à-dire des actifs dont le *beta* est le plus éloigné de 1. Voici la table qui présente les actifs sélectionnés :

Table 3: Alpha and Beta for asset in portfolio assets

	KO	HD	XOM
alpha	0.0056304	0.0080456	-0.0031066
beta	0.5136098	0.8746106	0.6751296

Détermination du portefeuille actif

Ayant choisi les titres à inclure dans le portefeuille actif, on rappelle que le poids de chaque titre dans le portefeuille actif est proportionnel au ratio $\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)$:

$$w_i = \frac{\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}{\sum_i \alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}$$

Calculer les poids des actifs dans le portefeuille actif. Justifier votre choix d'inclure ou d'exclure tel ou tel instrument.

Calculez les valeurs suivantes concernant le portefeuille actif:

R_A Excess de rendement

α_A alpha du portefeuille actif

β_A beta du portefeuille actif

σ_A ecart-type du portefeuille actif

$\sigma^2(e_A)$ variance résiduelle du portefeuille actif

Sachant:

$$\begin{aligned}
R_A &= \alpha_A + \beta_A R_M \\
\sigma_A^2 &= \beta_A^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_A) \\
\alpha_A &= \sum w_{Ai} * \alpha_i \\
\beta_A &= \sum w_{Ai} * \beta_i \\
\sigma^2(e_A) &= \sum w_{Ai}^2 * \sigma^2(e_i)
\end{aligned}$$

Table 4: Alpha and Beta for asset in portfolio asset

	KO	HD	XOM
alpha	0.0056304	0.0080456	-0.0031066
beta	0.5136098	0.8746106	0.6751296
weight	0.7285937	0.6443480	-0.3729418
sigma.e^2	0.0015006	0.0024247	0.0016176

Table 5: Portfolio assets

	Portefeuille actif
alpha_a	0.01044498
beta_a	0.6859825
sigma(e_a)²	0.2 %
Return_a	1.58 %
Sigma_a	5.34 %

Détermination de la pondération entre le portefeuille actif et le portefeuille de marché.

On rappelle l'allocation de richesse au portefeuille actif:

$$w_A = \frac{\alpha_A \sigma_M^2}{\alpha_A \sigma_M^2 (1 - \beta_A) + R_M \sigma^2(e_A)}$$

Avec:

$$R_A = \alpha_A + \beta_A R_M$$
$$\sigma_A^2 = \beta_A^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_A)$$

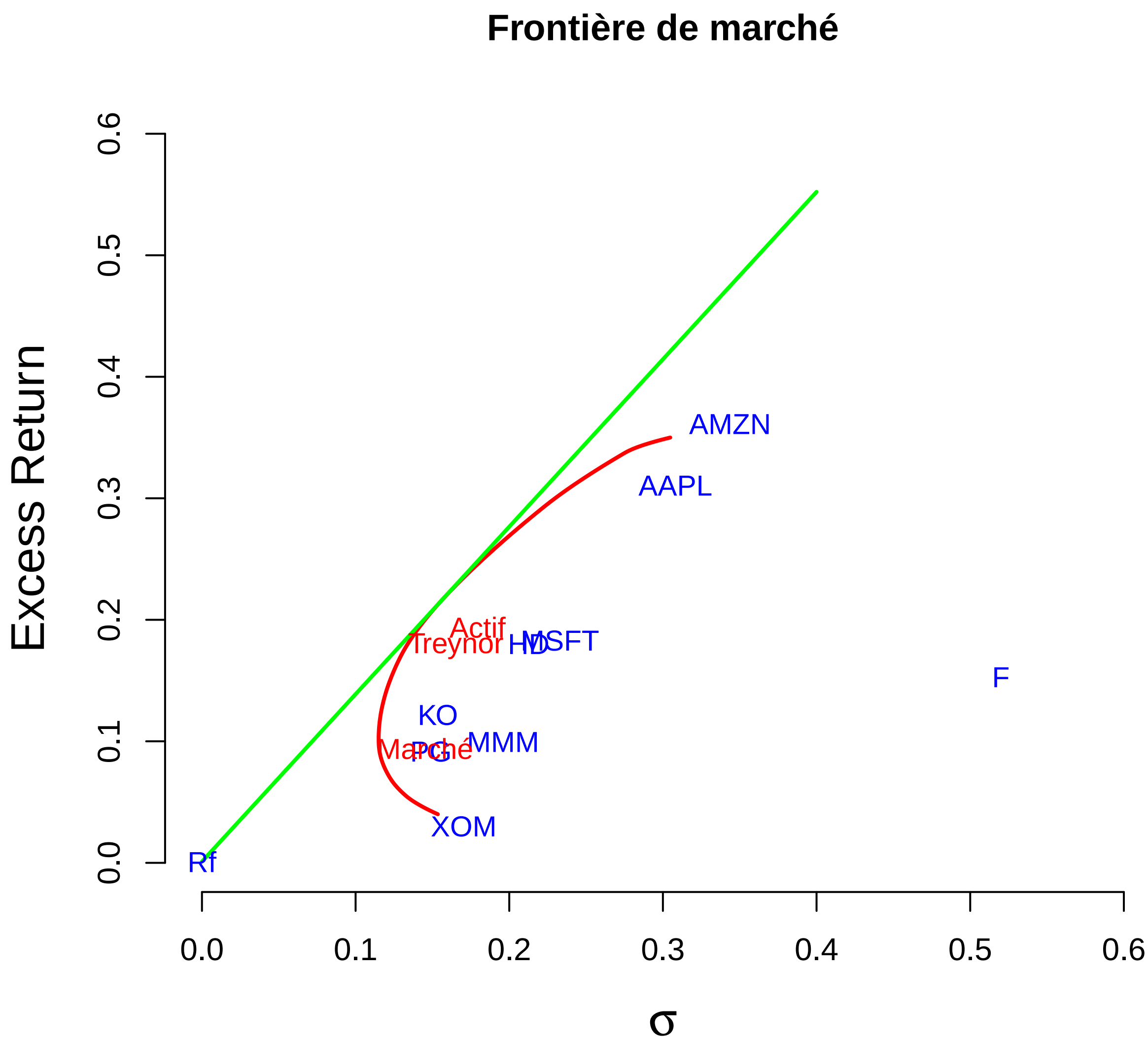
```
## [1] "L'allocation de richesse au portefeuille actif est :  84.71 %"
```

Capital Allocation Line

Calculez l'espérance de rendement et le risque de quelques portefeuilles situés sur la "Capital Allocation Line" qui joint l'actif sans risque et le portefeuille tangent. Placez la solution du modèle de Treynor-Black, le portefeuille actif et le portefeuille de marché sur le graphique ci-dessous.

```
Assets <- c("AAPL", "AMZN", "MSFT", "F",  "XOM", "MMM",  "HD",   "PG",   "KO")
plot.data <- monthly.ret.2[, c(Assets, "Rf")]
for(a in Assets) {
  plot.data[, a] <- plot.data[, a] - plot.data$Rf
  }

res <- data.frame(Mean=apply(plot.data[, Assets],2,mean),
                  Sd = apply(plot.data[, Assets],2,sd))
rownames(res) <- Assets
```



Nous pouvons donc voir que le portefeuille actif est très proche du portefeuille tangent, tout comme le portefeuille de Treynor. En effet, celui-ci est composé à 84% du portefeuille d'actifs et 16% du portefeuille de marché. Cependant, le portefeuille tangent reste optimal, car il procure un rendement plus élevé pour un même risque.

Test du modèle de Treynor-Black pour des actifs différents

Ajoutons l'actif MMM:

Table 6: Alpha and Beta for asset in portfolio assets

	KO	HD	XOM	MMM
alpha	0.0056304	0.0080456	-0.0031066	0.0007451
beta	0.5136098	0.8746106	0.6751296	0.9608010

Table 7: Alpha and Beta for asset in portfolio asset

	KO	HD	XOM	MMM
alpha	0.0056304	0.0080456	-0.0031066	0.0007451
beta	0.5136098	0.8746106	0.6751296	0.9608010
weight	0.6674108	0.5902395	-0.3416243	0.0839741
sigma.e²	0.0015006	0.0024247	0.0016176	0.0015784

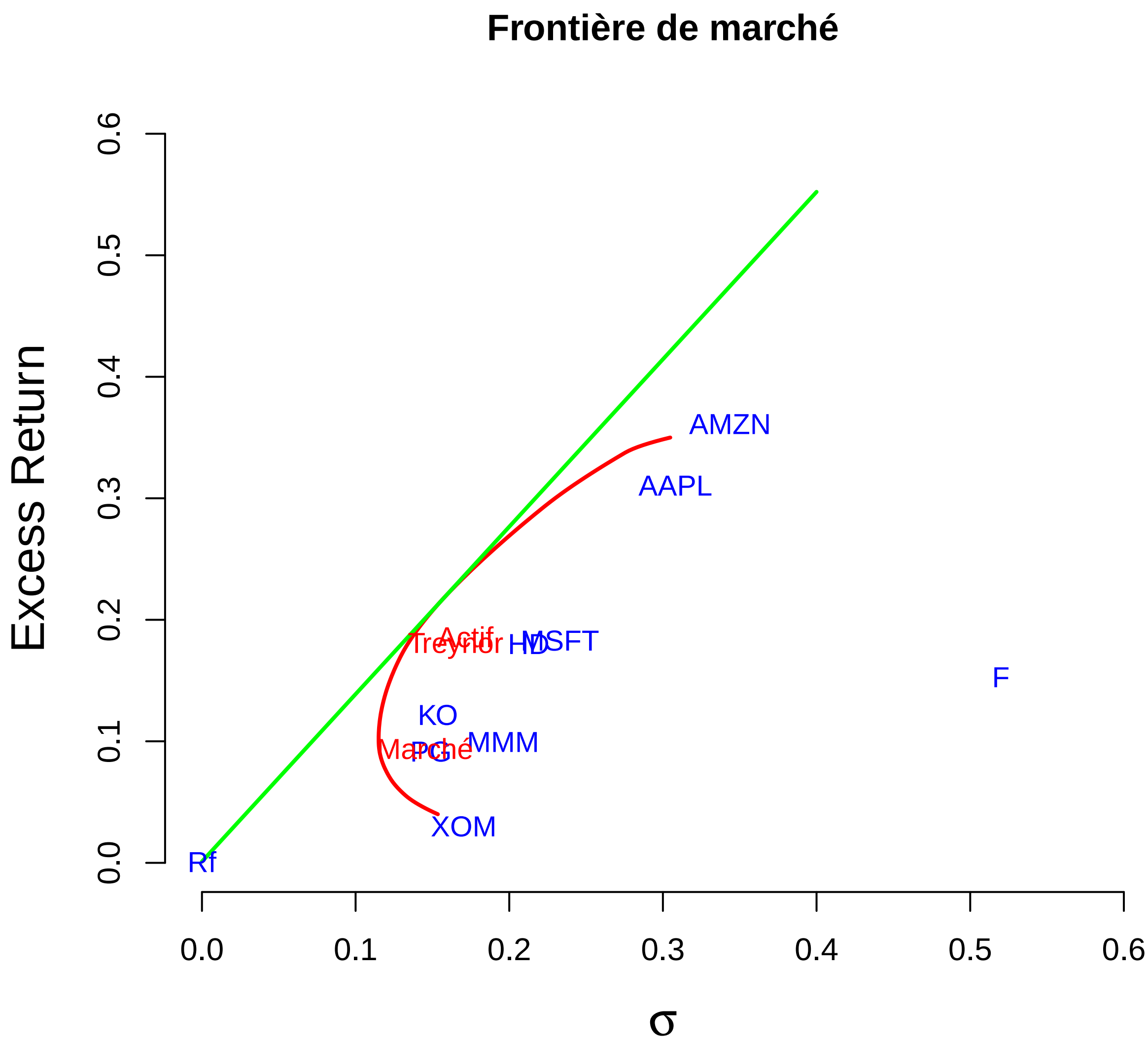
Table 8: Portfolio assets

	Portefeuille actif
alpha_a	0.009630441
beta_a	0.7090601
sigma(e_a)²	0.17 %
Return_a	1.52 %
Sigma_a	5.1 %

```
## [1] "L'allocation de richesse au portefeuille actif est :  92.19 %"
```

```
Assets <- c("AAPL", "AMZN", "MSFT", "F",  "XOM", "MMM",  "HD",   "PG",   "KO")
plot.data <- monthly.ret.2[, c(Assets, "Rf")]
for(a in Assets) {
  plot.data[, a] <- plot.data[, a] - plot.data$Rf
  }

res <- data.frame(Mean=apply(plot.data[, Assets],2,mean),
                  Sd = apply(plot.data[, Assets],2,sd))
rownames(res) <- Assets
```



Ainsi, nous nous rapprochons du portefeuille tangent, cependant, plus nous allons rajouter de titre plus nous allons nous rapprocher du portefeuille de marché.

Nous pouvons maintenan essayer de composer notre portefeuille d'actif seulement des actifs avec le plus grand α sans prendre en compte le β:

Test du modèl de Treynor-Black pour les actifs ayants le plus grand alpha

Table 9: Alpha and Beta for asset in portfolio assets

	AAPL	HD	AMZN
alpha	0.0167401	0.0080456	0.0212874
beta	1.1948376	0.8746106	1.1465481

Table 10: Alpha and Beta for asset in portfolio asset

	AAPL	HD	AMZN
alpha	0.0167401	0.0080456	0.0212874
beta	1.1948376	0.8746106	1.1465481
weight	0.3351335	0.3591162	0.3057502
sigma.e^2	0.0054061	0.0024247	0.0075353

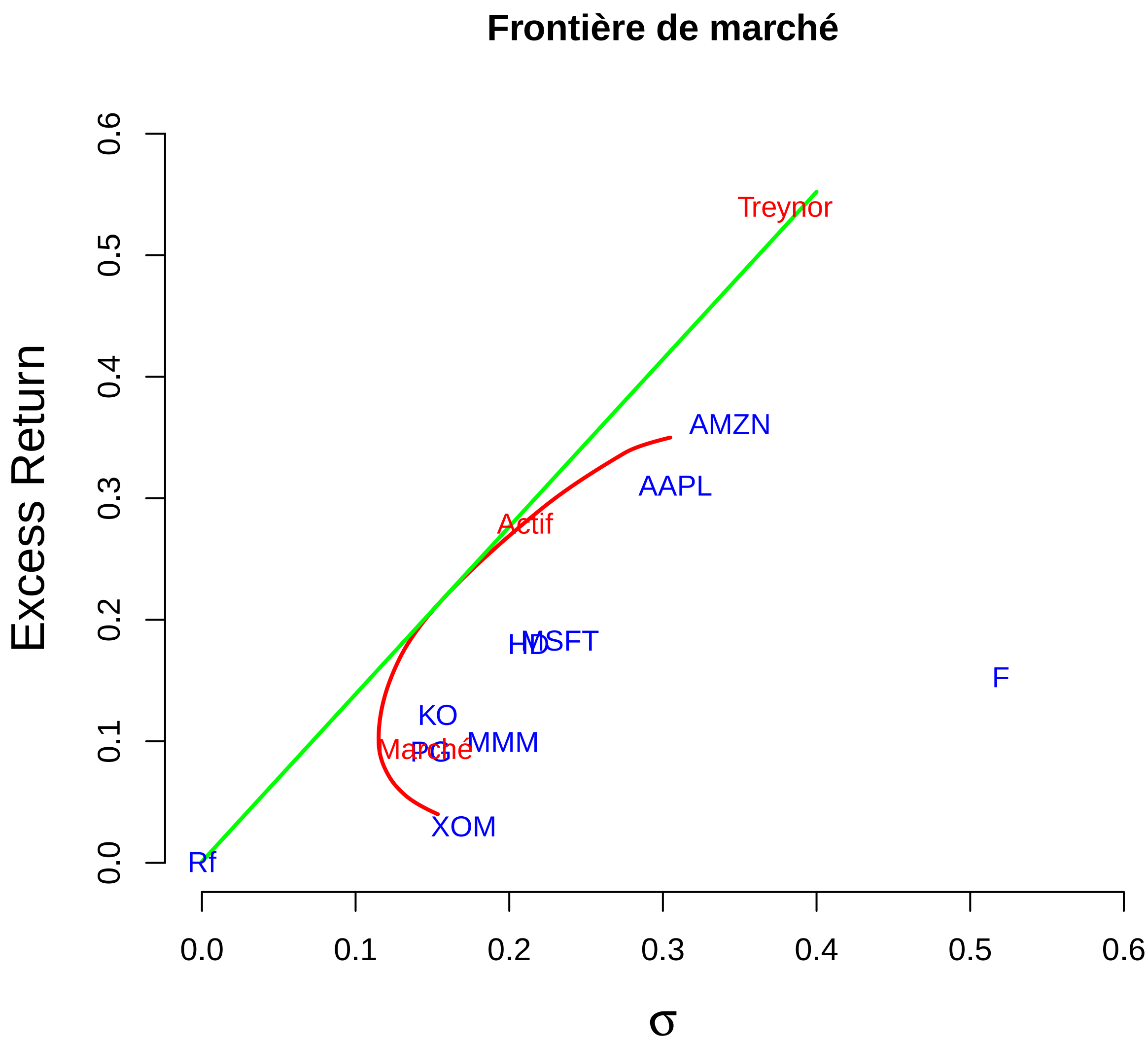
Table 11: Portfolio assets

	Portefeuille actif
alpha_a	0.01500808
beta_a	1.065074
sigma(e_a)^2	0.16 %
Return_a	2.34 %
Sigma_a	6.01 %

```
## [1] "L'allocation de richesse au portefeuille actif est :  239.31 %"
```

```r
Assets <- c("AAPL", "AMZN", "MSFT", "F",  "XOM", "MMM",  "HD",   "PG",   "KO")
plot.data <- monthly.ret.2[, c(Assets, "Rf")]
for(a in Assets) {
  plot.data[, a] <- plot.data[, a] - plot.data$Rf
  }

res <- data.frame(Mean=apply(plot.data[, Assets],2,mean),
                  Sd = apply(plot.data[, Assets],2,sd))
rownames(res) <- Assets
```



Dans ce cas nous nous retrouvons à avoir un grand rendement mais un grand risque, avec une su-exposition sur notre portefeuille actif et en short position sur le portefeuille de marché.