Chapitre 3

Théorèmes généraux de l'électrocinétique

3.1 Principe de superposition

On doit connaitre les potentiels des autres points par référence par rapport au point B.

Théorème 1.1 : Principe de superposition

Dans un circuit linéaire, le courant crée dans une branche donnée par plusieurs sources indépendantes agissant simultanément est égal à la somme algébrique des courants produits dans cette même branche par toutes kes sources agissant séparément.

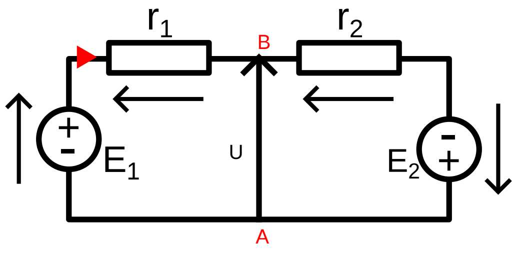
La démonstration repose sur la linéarité des équations.

Astuce
C'est valable pour les générateurs de tension et de courant, donc pour la tension et le courant.

En pratique

En pratique, pour calculer la contribution d'une source, on va passiver les autres. On passive un générateur de tension idéal en le remplaçant par un intérupteur fermé. On passive un générateur de courant en le remplaçant par un interrupteur ouvert.

3.1.1 Exemple 1



Avec la loi des mailles

On applique la loi des mailles sur la maille la plus grande : $E_1 - U_{r1} - U_{r2} + E_2 = 0$ et sur celle de gauche : $E_1 - U_{r_1} - U = 0$. On cherche U.

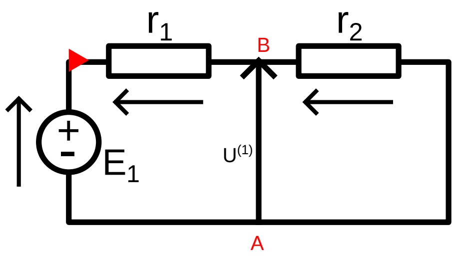
Par l'équation 1 :$E_1 + E_2 = (R_1 + R_2)i \Rightarrow i = \frac{E_1+E_2}{R_1+R_2}$.

On injecte l'expression de i dans la deuxième équation pour trouver U : $U = E_1 - R_1(\frac{E_1+E_2}{R_1+R_2}) = \frac{R_2E_2-R_1E_2}{R_1+R_2}$

3.1.2 Principe de superposition

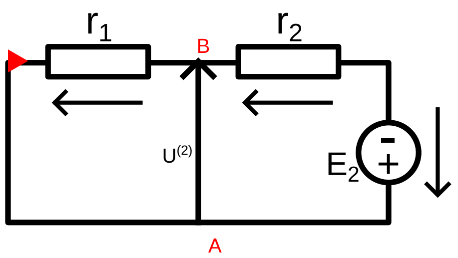
$U = U^{(1)} + U^{(2)}$ c'est à dire la tension avec seulement E_1 et seulement E_2.

On passive le générateur E_2 pour obtenir $U^{(1)}$.



On remarque que $U^{(1)} = U_{R_2}$ et en appliquant la formule du pont diviseur de tension : $U^{(1)} = E_1\frac{R_2}{R_1+R_2}$

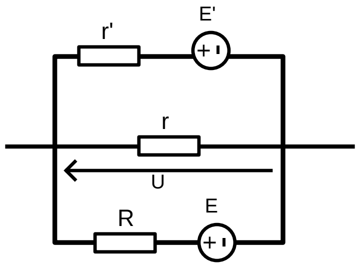
On passive le générateur E_1 pour obtenir $U^{(2)}$.



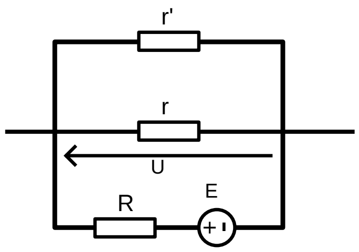
On remarque que $U^{(2)} = -U_{R_1}$ et en appliquant la formule du pont diviseur de tension : $U^{(2)} = -E_2\frac{R_1}{R_1+R_2}$.

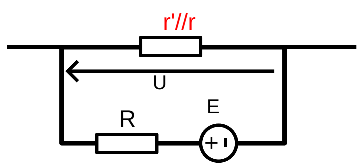
3.1.3 Exemple 2

Le but est de trouver la tension U.



On cherche $U^{(1)}$ en passivant E'. On introduit aussi une résistance équivalente : $r'//r = \frac{rR'}{R'+r}$. On reconnait aussi un pont diviseur de tension entre R et la résistance équivalente : $U^{(1)} = U_{r'//r} = E\frac{r'//r}{R+r'//r} = E\frac{rR'}{R'r+rR+RR'}$.





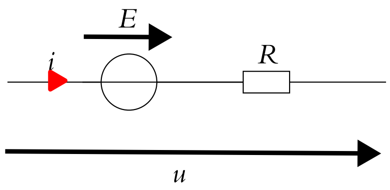
On cherche $U^{(2)}$ donc on passive E de la même manière. On obtient $U^{(2)} = E'\frac{rR}{R'r+rR+RR'}$.

La réponse est la somme des 2 tensions : $U = \frac{ErR'+E'rR}{R'r+rR+R'R}$.

3.2 Théorème de Thévenin

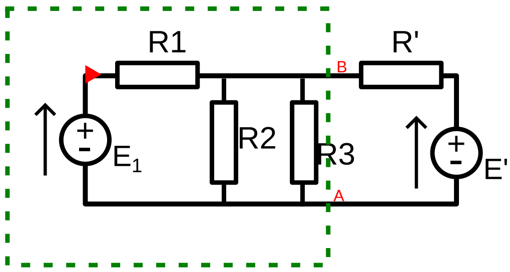
On suppose que D est un dipôle et il ne contient aucune source liée à une grandeur de Δ.

> **Théorème 2.1**
>
> Soit un circuit scindé en 2 parties modélisées par les dipôles Δ et D. D est modélisable par un générateur de tension dit générateur de Thévenin avec une tension $E_{th} =$ la tension à vide aux bornes de D (i.e avec δ débranché) et une résistance interne $R_{th} =$ la résistance équivalente vue entre A et B lorsque tous les générateurs sont passivés et Δ débranché.

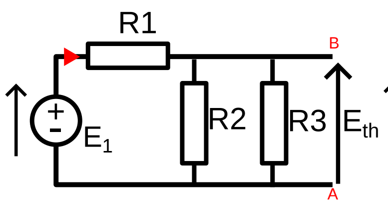


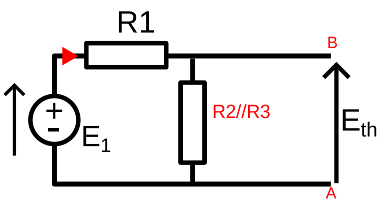
3.2.1 Exemple

On va transformer la partie encadrée en vert :



Le but est de d'abord trouver E_{th} en débranchant l'autre partie Δ du circuit.





On introduit une résistance équivalente et on remarque que $E_{th} = U_{r2//r3}$. En appliquant un pont diviseur de tension entre R_1 et la résistance équivalente, on trouve :

$$E_{th} = U_{r2//r3} = E_1 \times \frac{R_2//R_3}{R_1+R_2//R_3} = E_1 \frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$$

Pour trouver la résistance équivalente R_{th}, on passive les générateurs et on obtient 2 résistances en parallèle, soit $R_{th} = \frac{R_1 \times R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$

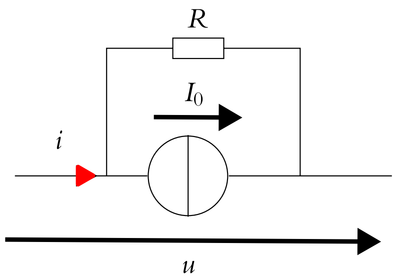
3.3 Théorème de Norton

On remplace une partie d'un circuit par un générateur de courant en parallèle d'une résistance. On se place dans les mêmes hypothèses que Thévenin.

Théorème 3.1 : Théorème de Norton

D est modélisable par un générateur de courant de valeur $I_N =$ l'intensité du courant passant dans un court-circuit substitué à

Δ associé à une résistance R_N en parallèle égale à R_{th}



équivalence

On a $R_{th} = R_N$ et $E_{th} = R_{th} I_N$.

3.4 Théorème de Milmann

Théorème 4.1

Le potentiel en un point d'où partent i branches contenant une résistance R_i et un générateur de tension U_is'exprime comme :

$$V_A = \frac{\sum_i \frac{U_i}{R_i}}{\sum_i G_i}$$