

Chapitre

Aspect énergétique des solides

5.1 Puissance et Travail des Actions Mécaniques

5.1.1 Puissance et Travail des Actions Extérieures



Théorème 1.1 : Puissance totale

$$P = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{v}_{A_i}$$



Théorème 1.2 : Travail élémentaire

$$\delta W_{ex} = \sum_i \vec{f}_{ex} \cdot d\vec{OA}_i$$

5.1.2 Formule Générale

La puissance P des actions mécaniques agissant sur le solide S est donnée par :



Théorème 1.3 : Puissance d'une action mécanique

$$P = \vec{R} \cdot \vec{v}_A + \vec{M}_A \cdot \vec{\Omega}$$

- $\vec{R} = \sum \vec{F}$ (Résultante), \vec{M}_A (Moment en A), \vec{v}_A (Vitesse en A), $\vec{\Omega}$ (Vecteur Rotation).



Simplifications

- Force Ponctuelle : Si l'action mécanique est appliquée en A ($\vec{M}_A(\vec{F}) = \vec{0}$), alors $P = \vec{F} \cdot \vec{V}_{A/R}$.
- Couple pur ($\vec{\gamma}$) : La puissance associée est $P = \vec{\Omega} \cdot \vec{\gamma}$.

5.2 Cas Spécifiques de Puissance et Travail

5.2.1 Puissance des Actions Intérieures



Théorème 2.1 : Puissance des forces intérieures dans un solide

Dans un solide, la puissance des forces intérieures est nulle.

$$P_{int} = 0$$

(Rappel : La puissance des forces intérieures ne dépend pas du référentiel d'étude.)

5.2.2 Puissance et Travail du Poids ($M\vec{g}$)

Le poids agit comme une force unique $M\vec{g}$ appliquée au Centre de Masse (C).



Théorème 2.2 : Puissance du Poids

$$P_{poids} = M\vec{g} \cdot \vec{v}_c$$



Théorème 2.3 : Travail du Poids

$$W(Poids) = M\vec{g} \cdot \vec{OC} + Cst$$

5.2.3 Puissance des Actions de Contact (AC)

Soient S_1 et S_2 en contact ponctuel en I .



Théorème 2.4 : Puissance totale des Actions de Contact

$$P_t^{AC} = \overrightarrow{R_{S_2 \rightarrow S_1}} \cdot \overrightarrow{v_{g_{1/2}}}$$

P_t^{AC} est nulle si :

- Pas de glissement ($\overrightarrow{v_{I_{1/2}}} = \overrightarrow{0}$) ou
- Pas de frottement ($T = 0$).

5.3 Liaisons Parfaites

5.3.1 Définition



Définition 3.1 : Liaison Parfaite

C'est une action de contact entre 2 solides. Elle est parfaite quand les actions mécaniques qu'elle exerce ont une puissance nulle.

5.3.2 Liaison Pivot Parfaite

Une liaison pivot parfaite s'effectuant en un point fixe O implique :



Théorème 3.1 : Propriété d'une liaison pivot

$$\overrightarrow{M_O^{AC}} \cdot \overrightarrow{\Omega} = 0$$



Conséquences

- Le moment $\overrightarrow{M_O^{AC}}$ est perpendiculaire au vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega}$.

- Si $\vec{\Omega}$ est porté par (Oz) , alors $M_{O,z}^{AC} = 0$.

5.4 Théorèmes Énergétiques

5.4.1 Théorème de la Puissance Cinétique

On note E_k l'énergie cinétique du solide par rapport à R .



Théorème 4.1 : Théorème de la puissance cinétique

$$\frac{dE_k}{dt} = P_{ex} + P_{in} = P_{ex} \quad (\text{pour un solide indéformable})$$

5.4.2 Théorème de l'Énergie Cinétique



Théorème 4.2 : Théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_k = W_{in} + W_{ex} = W_{ex} \quad (\text{pour un solide indéformable})$$

L'expression élémentaire est $dE_k = \delta W^{in} + \delta W^{ex}$.

5.5 Énergie Potentielle (E_p)

5.5.1 Forces Conservatives



Définition 5.1 : Force Conservative

Une force est conservative si le travail élémentaire qu'elle produit se met sous la forme d'une différentielle d'une fonction, i.e., $\delta W(\vec{F}) = -dE_p$. E_p est l'énergie potentielle associée à cette force.

5.5.2 Énergie Potentielle de Pesanteur (E_{pp})



Théorème 5.1 : Énergie Potentielle de Pesanteur

$$E_{pp} = -M \vec{g} \cdot \overrightarrow{OC} + Cst$$

5.5.3 Énergie potentielle liée aux forces d'inertie



Théorème 5.2 : Énergie potentielle d'entraînement

Pour une translation :

$$E_{pie} = M \vec{a}_o \cdot \overrightarrow{OC} + Cst$$

Pour une rotation autour d'un axe (Oz, ici) :

$$E_{pie} = -\frac{1}{2} \omega^2 I_{oz}$$