2

Chapitre

Cinématique, forces, équilibre - Méthode

2.1 Étude d'un mouvement en coordonnées cartésiennes dans une BOND

2.1.1 Déterminer la composante tangentielle de l'accélération

Création du vecteur unitaire tangent à la trajectoire

On divise le vecteur vitesse par sa norme : $\overrightarrow{e_t} = \frac{\overrightarrow{v}}{||\overrightarrow{v}||}$. La norme du vecteur vaut $\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Ainsi,

$$\overrightarrow{e_t} = \frac{1}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}} \\ \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}} \end{pmatrix}$$

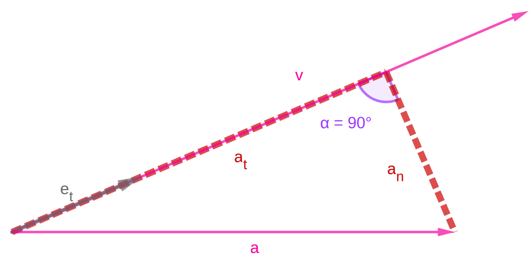
Projection du vecteur accélération sur le vecteur crée

On utilise la définition du produit scalaire avec les coordonnées (valable car nous sommes dans une BOND) : $\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{A} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$

On projette donc $\overrightarrow{a}$ sur $\overrightarrow{e_t}$: $a_t = a_x e_{t,x} + a_y e_{t,y} = a_x \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}} + a_y \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}}$.

Déterminer la composante normale du vecteur accélération en connaissant sa norme et sa composante tangentielle

On se trouve dans ce triangle rectangle :



On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$
\begin{aligned}
||\overrightarrow{a}||^2 &= a_t^2 + a_n^2 \\
a_n^2 &= ||\overrightarrow{a}||^2 - a_t^2 \\
a_n^2 &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2}^2 - a_t^2 \\
a_n^2 &= a_x^2 + a_y^2 - (a_x \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} + a_y \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}})^2 \\
a_n &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2 - (a_x \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} + a_y \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}})^2}
\end{aligned}
$$