## Chapitre

## Analyse Dimensionnelle

# Grandeurs physiques et unités associées

#### 1.1. Grandeurs physiques et Dimensions



#### **Définitions**

Grandeur physique : Propriété d'un système que l'on peut mesu-

Dimension : la nature d'une grandeur. Elle se note [G].

Deux grandeurs G et G' qui ont la même dimension sont dites homogènes. On note [G]=[G'] ou  $G\sim G'$ 

## 1.1. Système international

Dimension	Unité	
Longueur (L)	mètre (m)	
Masse (M)	kilogramme (kg)	
Temps (T)	seconde (s)	
Intensité du courant (I)	ampère (A)	
Température ( $ heta$ )	kelvin (K)	
Qt de matière (N)	mole (mol)	
intensité lumineuse (J)	candela (cd)	

## 1. Dimension d'une grandeur physique

#### 1.2. Dans le SI

Pour toute grandeur physique G, il existe une unique décomposition dans le SI du type :  $[G] = [L]^a [T]^b [M]^c [I]^d [\theta]^e [N]^f [J]^g$  Trouver la dimension de G dan le système revient à déterminer les valeurs des exposants.

## 1.2. Grandeur sans dimension

On dit qu'une grandeur G est sans dimension x si [G] = 1

×

#### Liste des grandeurs sans dimension

- · angles
- fonctions usuelles,  $\cos, \tan, \ln, \exp, \log$
- · arguments des fonction usuelles

× Difficulté
Elle peut cependant avoir une unité

### 1.2. Dimension d'un vecteur

La dimension d'un vecteur correspond à la dimension de sa norme.

#### 1.2. Dimension et unité de grandeurs dérivées



Méthode pour déterminer la dimension d'une grandeur dans le SI

Il faut trouver une formule qui fait intervenir cette grandeur + des grandeurs du SI (ou de dimensions connues).

#### Dimensions à connaître

Туре	Exemple d'unités	Dimension
Énergie	J	$[M][L]^2[T]^{-2}$
Force	N	$[M][L][T]^{-2}$
Accélération	$m \cdot s^{-2}$	$[L][T]^{-2}$
Vitesse	Km/h	$[L][T]^{-1}$
Charge	С	[I][T]

#### 1.2. Problème aux dimensions

On suppose qu'une grandeur physique G dépend d'un ensemble d'autres grandeurs  $g_i$  (intuition physique). On voudrait écrire que la grandeur  $G=g_i^{\alpha_1}\times g_i^{\alpha_2}\times g_i^{\alpha_i}$ .

On détermine les valeurs des exposants  $\alpha_i$  à partir des dimensions des grandeurs.



#### Exemple: Période d'oscillation d'un pendule

On veut déterminer la période P des oscillations de la masse m.

Elle peut dépendre de  $g,l,\theta,m$ . Le tout peut être multiplié par une constante sans dimension.

Dimension des grandeurs : [P] = [T]

$$[g] = [L][T]^{-2}$$

$$[l] = [L].$$

$$[m] = [M].$$

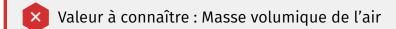
$$[M]^{0}[L]^{0}[T]^{1} = [g]^{\alpha}[l]^{\beta}[m]^{\lambda}$$
$$= ([L][T]^{-2})^{\alpha}[L]^{\beta}[M]^{\lambda}$$
$$= [M]^{\lambda}[L]^{\alpha+\beta}[T]^{-2\alpha}$$

On procède par identification pour créer un système d'équations et trouver les coefficients.

$$\begin{cases} 0 = \lambda \\ 0 = \alpha + \beta \\ 1 = -2\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \\ 0 = \alpha + \beta \\ \alpha = -0.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \\ \beta = 0.5 \\ \alpha = -0.5 \end{cases}$$

On remplace les valeurs dans l'expression de départ.

$$[M]^{0}[L]^{0}[T]^{1} = [g]^{\alpha}[l]^{\beta}[m]^{\lambda}$$
$$= [g]^{-0.5}[l]^{0.5}[m]^{0}$$
$$= [g]^{-0.5}[l]^{0.5}$$



$$\rho_{air} = 1.2 \: kg \cdot m^{-3}.$$

#### Lois d'échelle

Quand on compare 2 systèmes, il n'est pas nécessaire de connaître la valeur de la constante multiplicative. En effet, ces dernières s'annulent si on fait le rapport de 2 systèmes.