

1. Introduction

L'objectif de ce TP est de déterminer la constante de raideur de trois ressorts différents. Pour ce faire nous utiliserons une approche dite 'statique' et une approche dite 'dynamique'. Ces deux approches doivent produire des résultats semblables et la comparaison des valeurs obtenues nous permettra de déterminer quelle méthode est la plus précise.

2. Protocole

Nous allons effectuer deux manipulations distinctes afin d'obtenir une valeur de deux façons.

2.1. Approche statique

2.1.1. Matériel

- Le ressort dont on veut connaître la constante de raideur
- Un index
- Un support statif et une noix pour y fixer la règle graduée et le ressort
- Une règle graduée avec une graduation millimétrée
- Un support de masses fendues de 50g
- une masse fendue de 50 g
- 4 masses fendues de 100g

2.1.2. Description du montage expérimental

Nous fixons au support (1) le ressort (2) face à la règle graduée (3). Nous accrochons sur l'extrémité libre l'index (4). À l'extrémité de celui-ci viendront se placer le support de masse (5), puis les masses (6), pour obtenir le montage représenté en figure 1.

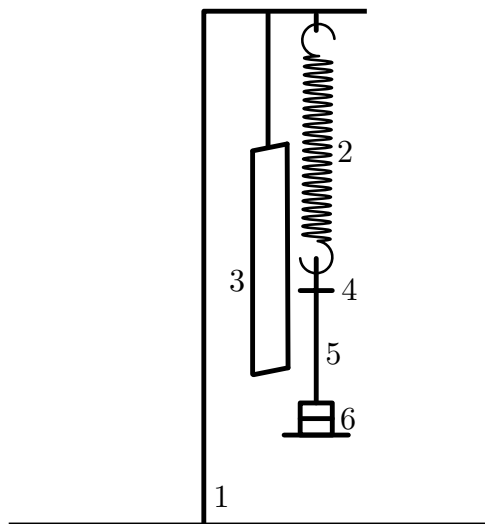


FIGURE 1 – Montage expérimental de la première manipulation

2.1.3. Mesures à effectuer

Dans cette approche, nous allons obtenir la constante de raideur avec la mesure de l'allongement du ressort. Pour ce faire :

1. Mesurer la position de l'index sur la règle. Cette valeur est notée l_0
2. Placer le support de masse fendues
3. Placer les masses
4. Attendre que le ressort se stabilise
5. Mesurer la position de l'index. Cette valeur est notée x_i
6. Répéter les étapes 3 à 5 avec différentes combinaisons de masse.

2.2. Approche dynamique

2.2.1. Matériel et description du montage expérimental

Il s'agit du même montage expérimental que dans la partie précédente.

2.2.2. Mesures à effectuer

Dans cette approche, nous allons obtenir la constante de raideur avec la mesure de la période d'oscillation du ressort. Pour ce faire :

1. Placer le support de masse fendues
2. Placer les masses
3. Tirer le ressort vers le bas sur quelques centimètres
4. Relâcher le ressort et commencer le chronométrage en même temps.
5. Lorsque le ressort a effectué 10 oscillations, arrêter le chronomètre et noter la valeur obtenue.
6. Répéter les étapes 3 à 5 avec différentes combinaisons de masse.

3. Mesures

3.1. Approche statique

On peut considérer l'incertitude sur les masses nulle mais la mesure de l'index apporte une incertitude de $\frac{0.1}{\sqrt{3}}$ cm sur chaque mesure, car la plus petite graduation disponible était de 0.1 cm.

Les mesures effectuées sont synthétisées dans les tableaux suivants.

Masse (g)	0	50	100	150	200	250
position de l'index (cm)	3.8	3.9	6.8	10.1	13.5	16.9

TABLEAU 1 – Mesures effectuées avec le ressort 1

Masse (g)	0	50	100	200	250	300	350
position de l'index (cm)	2.6	2.6	3.4	7.9	10.1	12.4	14.7

TABLEAU 2 – Mesures effectuées avec le ressort 2

Masse (g)	0	100	200	300	400	450	500
position de l'index (cm)	2.2	2.3	4.2	6.8	9.4	10.7	12.0

TABLEAU 3 – Mesures effectuées avec le ressort 3

3.2. Approche dynamique

3.2.1. Données

Ces mesures effectuées sont synthétisées dans les tableaux suivants :

Masse (g)	100	150	200	250
Temps (s)	5.07	6.52	7.36	8.02
Temps (s)	5.13	6.44	7.41	8.13
Temps (s)	5.13	6.51	7.34	8.22
Temps (s)	5.05	6.50	7.40	8.15

TABLEAU 4 – Mesures effectuées avec le ressort 1

Masse (g)	150	200	250	300	350
Temps (s)	5.06	5.83	6.41	7.13	7.77
Temps (s)	5.05	5.87	6.53	7.12	7.71
Temps (s)	5.05	5.98	6.59	7.11	7.70
Temps (s)	5.10	5.89	6.55	7.16	7.87

TABLEAU 5 – Mesures effectuées avec le ressort 2

Masse (g)	300	350	400	450	500
Temps (s)	5.49	5.81	6.19	6.56	6.93
Temps (s)	5.40	6.01	6.21	6.56	6.84
Temps (s)	5.48	5.74	6.24	6.57	6.98
Temps (s)	5.36	5.78	6.25	6.54	6.74

TABLEAU 6 – Mesures effectuées avec le ressort 3

3.2.2. Incertitude

Pour diminuer l'incertitude sur une période, nous avons mesuré le temps mis par la masse pour effectuer 10 périodes. Pour trouver le temps mis pour effectuer une période, il faut diviser le temps trouvé par 10.

On peut considérer l'incertitude de type B associée à la masse comme nulle. L'incertitude de type B associée à la mesure de temps de 10 périodes provient de la précision du chronomètre, ici au centième, du temps de réaction de l'expérimentateur ainsi que des oscillations du ressort qui ne sont pas parfaitement verticales. Nous considérons que ces deux dernières sources d'incertitudes sont négligeables par rapport à l'incertitude liée à l'appareil de mesure qui est de $\frac{0.026}{\sqrt{3}} = 0.015$.

L'incertitude liée à une période est alors de $u_B(T_0) = \frac{u_B(T_{10})}{10} = \frac{0.015}{10} = 0.0015$.

Nous avons effectué dans chaque cas 4 mesures. L'incertitude de type A liées à ces mesures est donnée par

$$u_A(T_0) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

avec

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^4 (T_i - \bar{T})^2}$$

et

$$\bar{T} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^4 T_i$$

Pour chaque masse de chaque ressort, l'incertitude finale sera donnée par

$$\sqrt{u_A^2(T_0) + u_B^2(T_0)}$$

Les mesures finales accompagnées de leurs incertitudes sont données dans les tableaux suivants :

Masse (g)	Période (s)
100	$8.13 \cdot 10^{-1} \pm 3.80 \cdot 10^{-3}$
150	$7.38 \cdot 10^{-1} \pm 2.12 \cdot 10^{-3}$
200	$6.49 \cdot 10^{-1} \pm 2.12 \cdot 10^{-3}$
250	$5.10 \cdot 10^{-1} \pm 2.5 \cdot 10^{-3}$

TABLEAU 7 – Mesure de la période du ressort 1 en fonction des masses

Masse (g)	Période (s)
150	$5.065 \cdot 10^{-1} \pm 2.5 \cdot 10^{-3}$
200	$5.89 \cdot 10^{-1} \pm 2.91 \cdot 10^{-3}$
250	$7.14 \cdot 10^{-1} \pm 1.83 \cdot 10^{-3}$
300	$6.52 \cdot 10^{-1} \pm 3.80 \cdot 10^{-3}$
350	$7.76 \cdot 10^{-1} \pm 2.91 \cdot 10^{-3}$

TABLEAU 8 – Mesure de la période du ressort 2 en fonction des masses

Masse (g)	Période (s)
300	$5.41 \cdot 10^{-1} \pm 2.91 \cdot 10^{-3}$
350	$5.83 \cdot 10^{-1} \pm 1.58 \cdot 10^{-3}$
400	$6.22 \cdot 10^{-1} \pm 1.80 \cdot 10^{-3}$
450	$6.56 \cdot 10^{-1} \pm 1.58 \cdot 10^{-3}$
500	$6.87 \cdot 10^{-1} \pm 4.74 \cdot 10^{-3}$

TABLEAU 9 – Mesure de la période du ressort 3 en fonction des masses

4. Graphiques

4.1. Approche statique

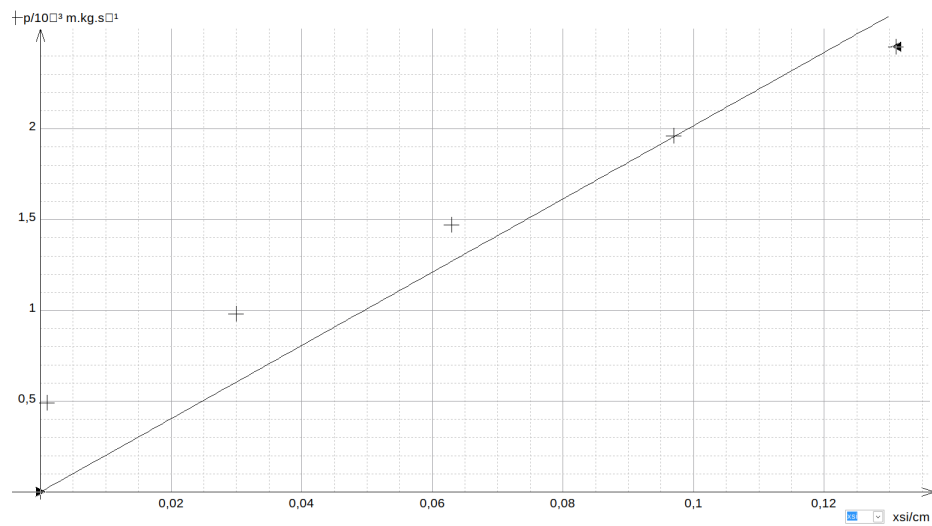


FIGURE 2 – Graphique obtenu avec le ressort 1. La droite modélisée est superposée aux points obtenus

4.2. Approche dynamique



FIGURE 3 – Graphique obtenu avec le ressort 1. La droite modélisée est superposée aux points obtenus

5. Exploitation des résultats

5.1. Approche statique

Le système étant placé dans l'air, on néglige la poussée d'archimède par rapport aux deux autres forces que sont le poids et la force de rappel du ressort. Au moment de la mesure, le système est à l'équilibre. On peut donc écrire

$$m_i g - k X_i = 0$$

avec m_i la masse utilisée et X_i l'allongement correspondant. On connaît toutes les grandeurs de cette expression sauf k que l'on cherche à déterminer. Pour ce faire, on peut tracer le graphe reliant le poids grandeurs à l'allongement :

$$m_i g = k X_i$$

. On trouvera une fonction linéaire dont le coefficient directeur nous donnera la constante de raideur recherchée.

En traçant le graphe dans regressi, on obtient bien une fonction linéaire comme indiqué en figure 1. On déduit de la modélisation de regressi dans chaque cas la valeur de la constante de raideur avec un intervalle de confiance de 95% :

Ressort	Constante de raideur ($N \cdot m^{-1}$)
1	20.2 ± 1.7
2	31.0 ± 6
3	53.6 ± 3.7

5.2. Approche dynamique

On peut exprimer la période T des oscillations en fonction de la masse utilisée et de la constante de raideur des ressorts. En effet,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

On déduit de cette relation que

$$4\pi^2 m = kT^2$$

. On va donc tracer $4\pi^2 m$ en fonction de T^2 pour déterminer k , qui sera le coefficient directeur de la droite. Avec un intervalle de confiance de 95%, on obtient :

Ressort	Constante de raideur ($N \cdot m^{-1}$)
1	14.51 ± 0.23
2	21.5 ± 2.3
3	41.1 ± 0.25

6. Conclusion

Les 2 méthodes donnent des résultats différents, mais du même ordre de grandeur. Il est d'environ $10 N \cdot m^{-1}$ pour les ressorts 2 et 3 et de $5 N \cdot m^{-1}$ pour le premier ressort. Cet écart peut être dû à des erreurs de manipulation lors de la deuxième manipulation. En effet, nous avons négligé la temps de réaction de l'expérimentateur et l'oscillation imparfaite du ressort. La première méthode semble plus fiable puisqu'elle introduit moins d'incertitude dans les mesures.

Il faudrait donc refaire la seconde méthode de façon à réduire l'incertitude sur la mesure de la période d'oscillations, en filmant le pendule, puis en analysant la vidéo obtenue avec les programmes de traitement vidéo adaptés. Cela permettrait d'enlever l'incertitude liée au temps de réaction et de coordination de l'expérimentateur.