CC2 (jeudi 23 février 2023) - durée : 1h

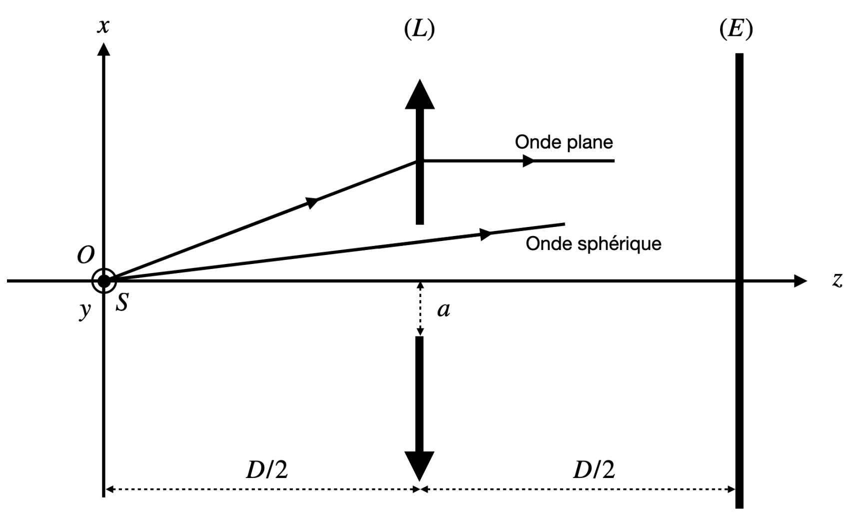
Documents, calculatrices, téléphones portables et objets connectés interdits

1 Questions de cours

1. Faire un schéma du dispositif interférentiel des trous d'Young en représentant la marche de deux rayons lumineux qui interfèrent en un point M.
2. Où faut-il placer l'écran pour visualiser des franges d'interférences rectilignes avec le dispositif des trous d'Young ? Même question pour observer des franges d'interférences circulaires.
3. Donner deux dispositifs interférentiels équivalents au dispositif des trous d'Young.

2 Superposition d'une onde sphérique et d'une onde plane

Une source ponctuelle S est placée à l'origine O d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Elle émet une onde sphérique monochromatique de pulsation ω et de longueur d'onde λ_0. La source S est placée à la distance D d'un écran (E) perpendiculaire à l'axe optique (Oz). On place à mi-chemin entre la source S et l'écran une lentille convergente (L) percée en son centre d'un trou circulaire de rayon a, de sorte que les ondes qui émergent de la lentille sont des ondes planes se propageant dans la direction de $\vec{e}_z$ et les ondes qui sont transmises par le trou sont sphériques. Le dispositif est placé dans le vide ($n = 1$).



On donne les fonctions d'onde $\underline{\psi}_1(\vec{r}, t)$ et $\underline{\psi}_2(\vec{r}, t)$ des deux types d'ondes en notation complexe :

$$\underline{\psi}_1(\vec{r}, t) = A \exp\{-i[\omega t - \Phi_1(\vec{r})]\} \quad \text{avec} \quad \Phi_1(\vec{r}) = \vec{k} \cdot \vec{r}$$
$$\underline{\psi}_2(\vec{r}, t) = A \exp\{-i[\omega t - \Phi_2(\vec{r})]\} \quad \text{avec} \quad \Phi_2(\vec{r}) = kr$$

où $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$, $r = ||\overrightarrow{OM}||$ et k est le nombre d'onde. Pour simplifier le problème, on supposera que les deux ondes $\underline{\psi}_1$ et $\underline{\psi}_2$ ont même amplitude A au point d'observation M.

1. Quelle fonction d'onde entre $\underline{\psi}_1$ et $\underline{\psi}_2$ correspond à l'onde sphérique ? à l'onde plane ? On justifiera les réponses.
2. Pour l'onde plane, donner les composantes du vecteur d'onde $\vec{k}$ dans le repère $\mathcal{R}$. Comment se réécrit alors la phase $\Phi(\vec{r})$ de cette onde ?
3. Expliquer pourquoi ce dispositif produit des interférences. Ce dispositif fonctionne-t-il par division du front d'onde ou par division d'amplitude (on justifiera brièvement la réponse) ?
4. Représenter le champ d'interférences, c'est-à-dire le domaine sur l'écran où l'on peut observer des interférences avec ce dispositif. Quelle est sa forme et quelles sont ses dimensions en fonction de a ?
5. Donner l'expression de la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r}, t)$ résultant de la superposition des ondes 1 et 2 en un point M de l'espace. On exprimera le résultat en fonction de A, ω, t, Φ_1 et Φ_2.
6. Donner l'expression de l'intensité $I(M)$ correspondant à la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r}, t)$ au point M. Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $I(M) = 2I_0[1 + \cos\phi]$, où l'on donnera les expressions de I_0 et ϕ en fonction de A, Φ_1 et Φ_2.
7. Le point $M(x, y, D)$ étant situé que l'écran (E), exprimer ϕ en fonction de x, y, D, λ_0.
8. Montrer que les lieux d'égale intensité (franges d'interférences) sur l'écran correspondent à des cercles.
9. On suppose que $D \gg x, y$. Montrer que ϕ peut s'écrire

$$\phi \approx \frac{\pi\rho^2}{\lambda_0 D}$$

   où on a posé $\rho^2 = x^2 + y^2$. On rappelle le développement limité suivant :

$$(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha\varepsilon$$

10. Rappeler la condition sur $\phi(M)$ pour que l'intensité $I(M)$ soit maximale.
11. Donner l'expression des rayons ρ_n des franges brillantes (qui correspondent à une intensité maximale).
12. En utilisant la question 4, déterminer combien de franges brillantes sont visibles avec ce dispositif. On prendra $a = 5$ mm, $\lambda_0 = 500$ nm et $D = 1$ m.