Optique ondulatoire, contrôle continu

6 octobre 2023
Durée 1h
Sans document. Sans calculatrice. Téléphones portables et objects connectés interdits.
Des formules utiles sont rappelées en fin d'énoncé.

1 Vrai ou faux ? Justifier brièvement vos réponses

1. Le vecteur d'onde est contenu dans les surfaces d'ondes.
2. Une onde plane et une onde sphérique ne peuvent pas interférer.
3. A grande distance de la source, une onde sphérique peut être assimilée à une onde plane.

2 Interférences à 2 et 3 ondes

On considère la superposition de deux ondes monochromatiques de même amplitude complexe $\underline{\psi}_0$ en point donné. Les fonctions d'onde complexes en ce point s'écrivent donc

$$\underline{\psi}_1(t) = \underline{\psi}_0 e^{-i(\omega_1 t + \varphi_1)}$$

$$\underline{\psi}_2(t) = \underline{\psi}_0 e^{-i(\omega_2 t + \varphi_2)}$$

Le déphasage entre les deux ondes est défini par $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

1. A quelle condition ces deux ondes peuvent-elles interférer ? On considérera que cette condition est remplie dans la suite de l'exercice.
2. Montrer que l'intensité de l'onde résultante peut se mettre sous la forme $I(\Delta\varphi) = 2I_0(1 + \cos\Delta\varphi)$ et donner l'expression de I_0.
3. Tracer la courbe $I(\Delta\varphi)$ en précisant les valeurs pertinentes sur les axes.
4. Définir l'ordre d'interférence p et faire figurer quelques valeurs de p sur la courbe ci-dessus.
5. Un déphasage supplémentaire de $\pi/2$ est ajouté entre les deux ondes, tels que $\Delta\varphi' = \Delta\varphi + \pi/2$. Compléter le tracé de la question 3 avec la courbe $I(\Delta\varphi')$.

On considère maintenant une onde supplémentaire dont la fonction d'onde s'écrit :

$$\underline{\psi}_3(t) = \underline{\psi}_0 e^{-i(\omega_1 t + \varphi_3)}$$

et on considère le cas $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \varphi$ et $\varphi_3 = 2\varphi$.

6. Montrer que l'intensité de l'onde résultant de la superposition des trois ondes peut se mettre sous la forme

$$I(\varphi) = I_0 \left(1 + 2\cos(\varphi)\right)^2$$

7. Tracer qualitativement (mais soigneusement) la courbe $I(\varphi)$. On pourra dans un premier temps représenter $(1 + 2\cos(\varphi))$ puis élever cette fonction au carré.
8. En ce qui concerne les maxima et les minima d'intensité, en quoi cette interférence est-elle différente du cas de la superposition de deux ondes ?

3 Interférences de 2 sources ponctuelles

On considère l'interférence entre deux ondes émises dans le vide par deux sources ponctuelles situées aux points S_1 et S_2 de coordonnées respectives $(0, 0, a/2)$ et $(0, 0, -a/2)$. Ces deux ondes ont la même pulsation $\omega = 2\pi\frac{c}{\lambda}$, la même amplitude et la même phase à l'origine.

1. Exprimer l'expression au point M des deux fonctions d'onde sphériques $\underline{\psi}_1(\vec{r}, t)$ et $\underline{\psi}_2(\vec{r}, t)$ en fonction des distances $r_1 = S_1M$ et $r_2 = S_2M$, puis exprimer r_1 et r_2 en fonction des coordonnées (x, y, z) du point M.
2. Rappeler la définition de la différence de marche δ des deux ondes au point M et son lien avec le déphasage des ondes $\Delta\varphi$.

Dans la suite de cet exercice, on considère un écran placé perpendiculairement à l'axe Oz et situé à une distance D de l'origine. La distance D est grande devant a et on considère les points $M(x, y, D)$ de l'écran proches de l'axe Oz de sorte que l'on peut considérer $D \gg a$ et $D \gg x, y$.

3. Faire une figure représentant les deux sources, l'écran et le point M où l'on calcule l'interférence.
4. Calculer la différence de marche δ entre les deux ondes au point M et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme suivante :
$$\delta = a\left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2D^2}\right)$$
5. On suppose que les deux ondes ont la même intensité I_0 au point M. Exprimer l'intensité $I(x, y)$ résultant de la superposition des deux ondes au point M en fonction de x et y.
6. Quels sont les lieux d'égale intensité sur l'écran ? Justifier.
7. On suppose que la distance a entre les sources vaut la moitié de la longueur d'onde. Que vaut l'intensité au centre de l'écran ?

Formulaire

— On rappelle que pour deux nombres complexes z_1 et z_2, on a toujours :
$$|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2\mathrm{Re}(z_1 z_2^*)$$
où z_2^* est le nombre complexe conjugué de z_2.

— On rappelle le développement limité utile, valable pour α quelconque et $\epsilon \ll 1$:
$$(1 + \epsilon)^\alpha = 1 + \alpha\epsilon$$