1. Introduction

L'objectif de ce TP est d'étudier l'isochronisme des oscillations d'un pendule, puis de mesurer l'intensité de pesanteur g à Toulouse puis sur d'autres planètes. La première partie nous permettra de déterminer l'angle d'amplitude avec lequel effectuer les mesures pour déterminer g. La seconde partie du TP se concentrera sur la mesure de g à Toulouse et la dernière partie sur la détermiation de l'intensité de pesanteur d'autres planèes.

2. Protocole

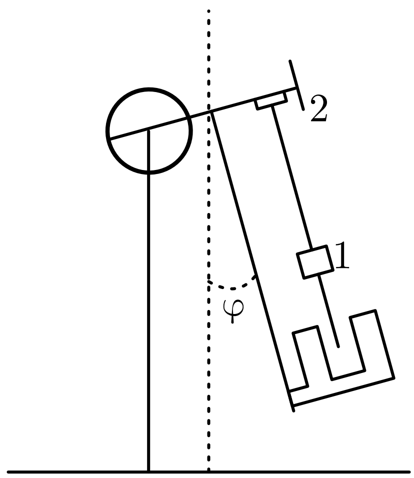
Nous allons effectuer trois manipulations dinstinctes, une pour chaque partie du TP.

2.1. Isochronisme des oscillations

2.1.1. Matériel

— Un pendule constitué d'une tige de longueur 30cm et d'une masse située à une distance variable.
— Un capteur eu U
— Une carte d'acquisition SYSAM-SP5
— Trois fils électriques

2.1.2. Description du montage expérimental



Nous fixons la masse (1) sur la tige à une longueur l de l'origine de la tige, réglons l'amplitude d'oscillation θ à l'aide du disque gradué (2) et l'inclinaison du pendule φ.

2.1.3. Mesures à effectuer

1. Fixer une longueur $l = 25cm$

2. Régler les paramètres d'acquisition de LATIS-PRO sur un temps d'acquisition de 10s, Un intervalle de mesure de 2 ms, un nombre de points de 6500.
3. Lacher le pendule avec une amplitude de $\theta = 5$ et commencer l'enregistrement
4. Avec l'outil réticule libre de LATIS-PRO, mesurer le premier l'abiscice du premier pic et du 20e pic
5. Répéter les étapes 3 et 4 cinq fois.
6. Répéter les étapes 3 et 4 en faisant varier θ jusquà 90 par pas de 5.

2.2. Mesure de l'intensité de pesanteur terrestre

2.2.1. Matériel et description du montage expérimental

Il s'agit du même montage expérimental que dans la partie précédente.

2.2.2. Mesures à effectuer

1. Fixer une longueur $l = 5cm$
2. Régler les paramètres d'acquisition de LATIS-PRO sur un temps d'acquisition de 10s, Un intervalle de mesure de 2 ms, un nombre de points de 6500.
3. Lacher le pendule avec une amplitude de $\theta = 25$ et commencer l'enregistrement
4. Avec l'outil réticule libre de LATIS-PRO, mesurer le premier l'abiscice du premier pic et du 20e pic
5. Répéter les étapes 3 et 4 en faisant varier l jusquà 25 cm par pas de 5 cm.

2.3. Mesure de l'intensité de pesanteur d'autres planètes

2.3.1. Matériel et description du montage expérimental

Il s'agit du même montage expérimental que dans la partie précédente.

2.3.2. Mesures à effectuer

1. Fixer une longueur $l = 25cm$
2. Régler les paramètres d'acquisition de LATIS-PRO sur un temps d'acquisition de 10s, Un intervalle de mesure de 2 ms, un nombre de points de 6500.
3. Régler l'inclinaison φ du pendule sur 10
4. Lacher le pendule avec une amplitude de $\theta = 5$ et commencer l'enregistrement
5. Avec l'outil réticule libre de LATIS-PRO, mesurer le premier l'abiscice du premier pic et du 20e pic
6. Répéter les étapes 3 à 5 en faisant varier φ jusquà 80 par pas de 10.

3. Mesures

3.1. Isochronisme des oscillations

3.1.1. Données

Mesure	Période (s)
1	0.9846
2	1.0068
3	1.0079
4	1.01
5	1.0068
6	1.0054

Tableau 1 – Mesure de la période T avec un angle de 5°

Amplitude (°)	Période (s)
10	1.009
15	1.0111
20	1.0165
25	1.0186
30	1.0219
35	1.0304
40	1.0347
45	1.0412
50	1.053
55	1.0606
60	1.0734
65	1.0831
70	1.0905
75	1.1077
80	1.1174
85	1.1356
90	1.1593

Tableau 2 – Mesure de la période T en fonction de l'amplitude

3.1.2. Incertitude

La période est soumise aux deux types d'incertitude.

La période pour 10 oscillations est obtenue en faisant la différence entre le temps pour obtenir le premier pic et le temps pour obtenir le 20 eme pic. L'incertitude d'un de ces temps est lié à la précision de LATIS-PRO, qui est de 1 ms ou 0.001s. L'incertitude de type B pour une période est alors de

$$\frac{\frac{0.001}{\sqrt{3}} + \frac{0.001}{\sqrt{3}}}{10} = 1.15 \cdot 10^{-4} s$$

Nous avons effectué 6 mesures. L'incertitude de type A liées à ces mesures est donnée par

$$u_A(T_0) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

avec

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6}(T_i - \bar{T})^2} = 9.383 \cdot 10^{-3}s$$

et

$$\bar{T} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6} T_i$$

L'incertitude finale sur la période est donc de

$$\sqrt{u_A^2(T) + u_B^2(T)} = \sqrt{\frac{(9.383 \cdot 10^{-3})^2}{6} + (1.15 \cdot 10^{-4})^2} = 3.83 \cdot 10^{-3}s$$

Pour $\theta = 5$, on obtient donc $T = (1.00 \pm 3.83 \cdot 10^{-3})s$.

L'incertitude liée à l'angle est uniquement de type B. Il faut prendre en compte la gradution di disque gradué, qui sert de repère pour placer la tiger, mais aussi la largeur de la tige, qui empeche de la placer exactement sur la bonne graduation. On estime que l'incertitude liée à la graduation est négligeable par rapport à celle liée à la largeur de la tige. On estime cette incertitude à environ 3°. De plus, le 0 du disque gradué n'était pas correctement étalonné. Il a fallu le placer avant de commencer les manipulations pour qu'il corresponde à la position verticale de la tige. On estime cette erreur à environ 1°. Cette erreur est systématique et va donc s'appliquer à toutes les mesures d'angle.

L'incertitude de type B pour chaque angle est donc de $2 + 3 = 4°$.

3.2. Mesure de la pesanteur terrestre

3.2.1. Données

Longueur (cm)	Période (s)
5	0.664
10	0.722
15	0.819
20	0.921
25	1.013

Tableau 3 – Mesure de la période T en fonction de la longueur de tige avec une amplitude de 25°

3.2.2. Incertitude

l'incertitude liée à la longueur de tige l est uniquement de type B. Elle est produite par la précision de la graduation mais aussi par la hauteur de la masse coulissante. On estime que l'erreur liée à la graduation est négligeable devant la hauteur de la masse, qui empeche de placer avec précision le milieu de la masse à la hauteur de tige souhaitée. On estime cette incertitude à environ 5mm.

L'incertitude liée à la période est la même que dans la partie précédente, c'est à dire de $3.83 \cdot 10^{-3}$ s

L'incertitude sur l'angle d'amplitude est la même que dans la partie précédente, c'est à dire de 4°.

3.3. Mesure de l'intensité de pesanteur d'autres planètes

3.3.1. Données

Angle (°)	Période (s)
10	1.0195
20	1.043
30	1.086
40	1.148
50	1.241
60	1.404
70	1.695
80	2.314

Tableau 4 – Mesure de la période T en fonction de l'inclinaison du pendule pour une amplitude de 5°

3.3.2. Incertitude

L'incertitude liée à la période est la même que dans la partie précédente, c'est à dire de $3.83 \cdot 10^{-3}$ s

L'incertitude sur l'angle d'amplitude est la même que dans la partie précédente, c'est à dire de 4°.

L'incertitude liée sur l'inclinaison du pendule est uniquement de type B. Elle est produite par le système permettant de maintenir le pendule à l'inclinaison choisie. Il faut prendre en compte l'incertitude liée à la graduation du disque permettant de mesure l'angle d'inclinaison mais aussi la façon dont le pendule est maintenu dans la position. La pièce rentrant dans le trou de fixation étant de diamètre inférieur au trou, on observe un décalage de l'ordre du degré selon la position de la pièce dans le trou. L'incertitude liée à l'inclinaison du pendule est donc de

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 = 1.58^\circ$$

4. Graphiques

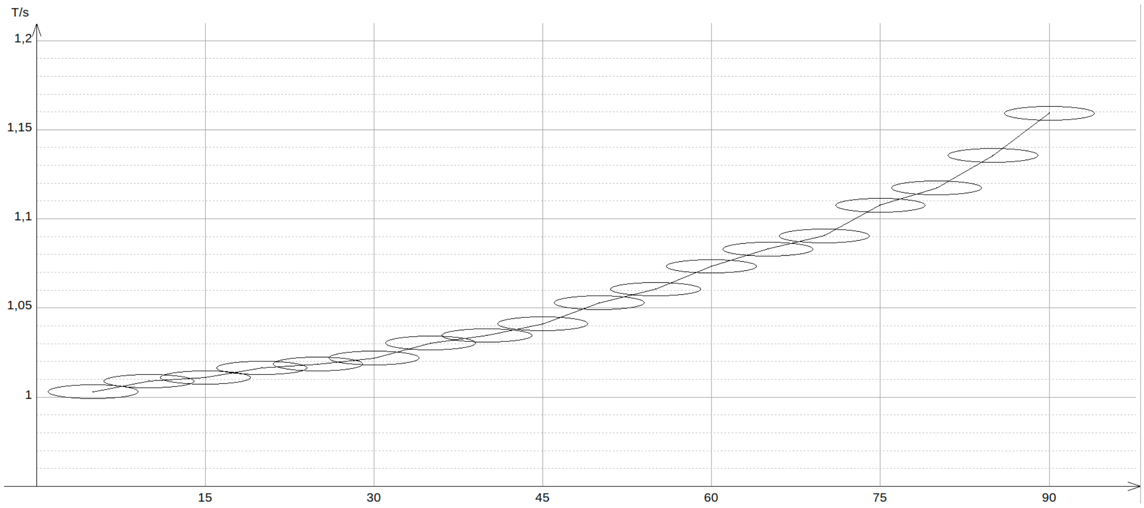


FIGURE 1 – Évolution de la période (s) en fonction de l'amplitude (°)

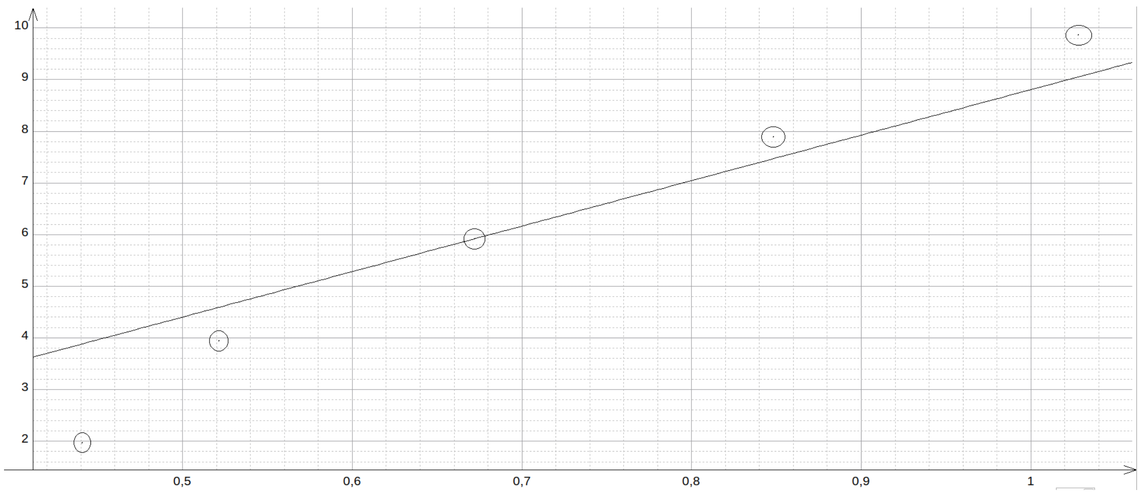


FIGURE 2 – Évolution de $4\pi^2 l$ en fonction de la période au carré T^2. Dans cette modélisation, g est la pente de la droite.

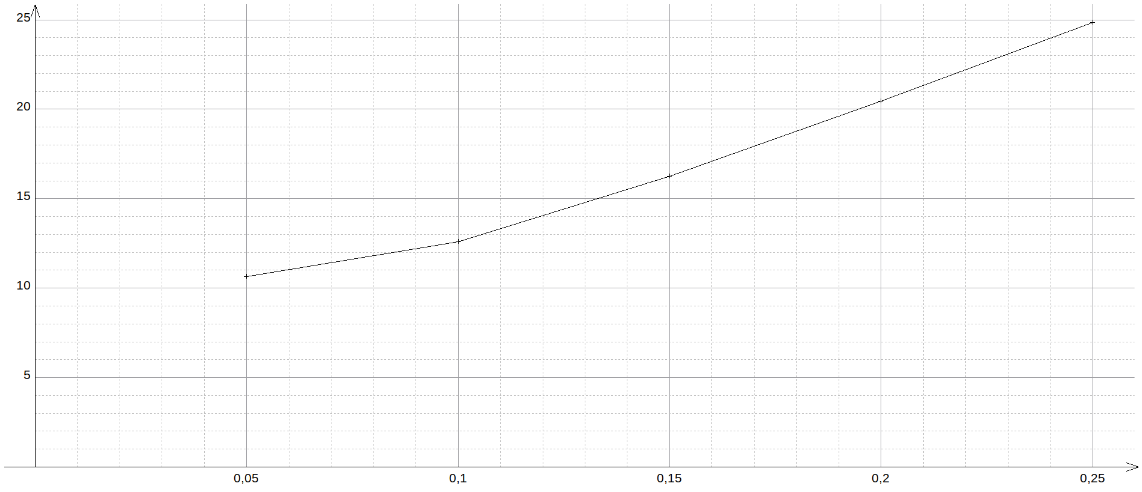


FIGURE 3 – Évolution de longueur corrigée L en fonction de la longueur effective l. On recherche la valeur de l telle que $L = f(l)$.

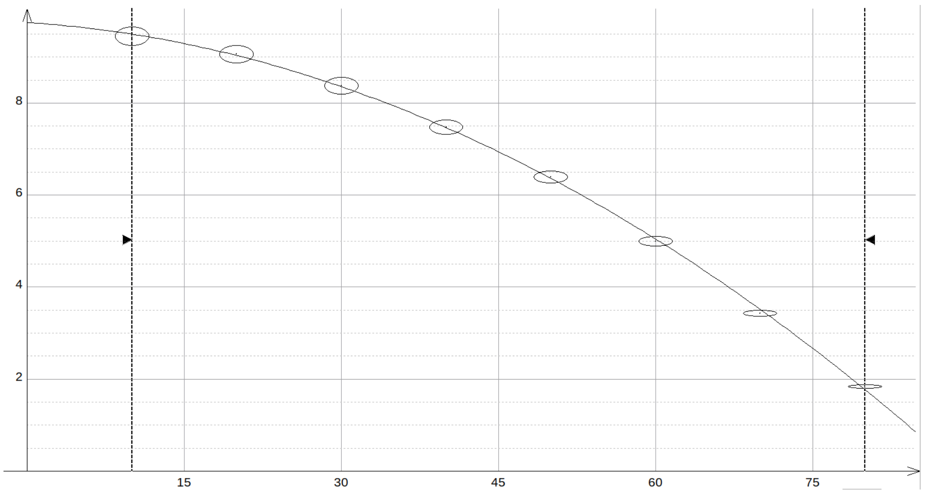


FIGURE 4 – Évolution de g_e l'intensité de pesanteur simulée en fonction de l'angle d'inclinaison φ

5. Exploitation des résultats

5.1. Isochronisme des oscillations

Pour un angle θ de 5°, la valeur moyenne obtenue est de 1.003 s avec une incertitude u de $3.83 \cdot 10^{-3}$ s. Pour obtenir un niveau de confiance de 95%, il faut multiplier u par 2. La valeur obtenir avec ce taux de confiance est donc de $1.00 \pm 7.66 \cdot 10^{-3}$s.

En traçant $T(\theta)$, on remarque que l'amplitude des valeurs prises pour des angles jusqu'à 25° est inférieure à 0.2s. Compte tenu des incertitudes de $7.66 \cdot 10^{-3}$ pour un indice de confiance de 95%, on peut considérer qu'il y a isochronisme jusqu'à cet angle. À partr de 30°, l'évolution de la période est trop rapide, et même en considérant l'incertitude, on atteint des écarts trop importants.

Afin de diminuer l'incertitude relative sur l'angle d'amplitude, on prendra dans la suite du TP l'angle le plus grand où l'on considère qu'il y a isochronisme, i.e 25°.

5.2. Mesure de la pesanteur terrestre

Pour un pendule dont on néglige les forces de frottement, avec des angles d'oscillation faibles, on peut définir la période d'oscillation comme :

$$T = 2\pi \frac{l}{g} \tag{1}$$

À partir de cette expression, on peut obtenir g en traçant

$$4\pi^2 l = f(T^2)$$

On devrait obtenir une droite, dont la pente sera la valeur de g.

On obtient une pente de $(8,81 \pm 0,67) m \cdot s^{-2}$ pour un intervalle de confiance de 95%. Même en considérant les incertitudes, cette valeur est trop éloignée de la valeur attendue. On a en effet un écart de $\frac{9.81-8.81}{9.81} * 100 = 10.1\%$ qui ne s'explique pas par un problème expérimental. Il s'agit d'une erreur de modélisation. On en effet considéré la tige du pendule sans masse et la masse sans volume (en plus de négliger les forces de frottements solides entre la tige et son support et fluides avec l'air).

On peut corriger la modélisation en considérant en déterminant la longueur $l = L$ avec $L = g_e \times \frac{T^2}{4\pi^2}$. Pour ce faire, on va tracer avec regressi $L = f(l)$ pour trouver ce point.

La longueur la plus proche de cette condition est celle de 25 cm.

En prenant uniquement, $l = 25$cm, on peut déterminer g. En effet, on déduit de 1 que

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 9.61 m \cdot s^{-2}$$

L'incertitude de cette valeur est

$$u(g) = \sqrt{(\frac{u(l)}{l})^2 + (\frac{u(T)}{T})^2} \times g = \sqrt{(\frac{0.005}{0.25})^2 + (\frac{3.83 \cdot 10^{-3}}{1.013})^2} \times 9.61 = 0.195$$

Ainsi, avec un indice de confiance de 95%,

$$g = (9.61 \pm 0.39) m \cdot s^{-2}$$

Cette valeur est plus cohérente que la précente ; la valeur de référence se trouve dans l'intervalle trouvé. Il s'agissait bien d'une erreur de modélisation du pendule. Pour les prochaines mesure, on utilisera une longueur $l = 25$cm.

5.3. Mesure de la pesanteur sur d'autres planètes

L'objectif est de déterminer l'influence de la mesure du temps pour des astronautes sur la Lune et sur Mars s'ils mesuraient le temps avec un pendule.

En inclinant le pendule d'un angle φ, on peut modifier la valeur du poids qui affecte la masse en le multipliant par $\cos(\varphi)$.

On peut alors écrire la période comme

$$T = 2\pi \frac{l}{g\cos(\varphi)} \tag{2}$$

On va d'abord trouver quelle valeur d'angle il faut pour simuler la pesanteur sur les deux astres. Pour ce faire, on va établir une relation entre g_e et $\cos(\varphi)$. On va donc calculer pour chaque valeur d'angle d'inclinaison l'intensité de pesanteur simulée avec

$$g_e = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

et la tracer en fonction de φ.

On peut vérifier que les valeurs trouvée expérimentalement de g_e sont cohérentes en les comparant avec les valeurs théoriques $g_{e,th} = g_{Terre} \times \cos(\varphi)$.

Pour modéliser expérimentalement la relation entre g_e et φ, la fonction qui semble le mieux correspondre est une fonction du second degrés. Ce n'est pas étonnant car la fonction parabolique est la fonction disponible dans Regressi qui se rapproche le plus de la fonction cosinus.

Régressi modélise la fonction comme

$$g_e = a + b\varphi + c\varphi^2$$

avec $a = (9,749 \pm 0,085), b = (-14,5 \pm 4,3), c = (-1,065 \pm 0,047)$

On peut maintenant déterminer la période d'un pendule sur la Lune et Mars. On sait que $g_{Lune} = 0.166 g_{Terre} \Rightarrow \cos(\varphi) = 0.166 \Rightarrow \varphi = 80$. De plus, $g_{Mars} = 0.38 g_{Terre} \Rightarrow \cos(\varphi) = 0.38 \Rightarrow \varphi = 68$

Sur Mars ($\varphi \simeq 70°$), d'après le tableau 4, on trouve une période de 1.695 ± 0.0038 s, ce qui signifie que le temps mesuré uniquement avec le pendule passe 1.7 fois plus lentement que sur Terre.

Sur la Lune ($\varphi \simeq 80°$), d'après le tableau 4, on trouve une période de 2.314 ± 0.0038 s, ce qui signifie que le temps mesuré uniquement avec le pendule passe plus 2 fois plus lentement que sur Terre.

6. Conclusion

Le pendule permet donc de déterminer l'intensité de pesnateur de son environnement lorsqu'il est bien utilisé, c'est à dire avec des amplitudes respectant l'isochrnonisme et modélisé correctement, en prenant en compte la masse de la tige et le volume de la masse. En modifiant son inclinaison, on peut simuler des intensités de pesanteur inférieures à celle de son environnement. L'utilisation de LATIS-PRO permet de mesurer la période de façon beaucoup plus précise qu'avec un chronomètre et me semble la méthode à privilégier si le montage expérimental permet l'utilisation d'un capteur de luminosité en U.