

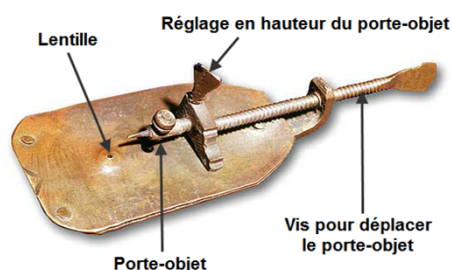
Optique Géométrique – CC2
4 octobre 2024 - durée : 1h30

Calculatrice autorisée - Documents et autres équipements électroniques interdits
Toute réponse doit être justifiée

SUJET A RENDRE OBLIGATOIREMENT

I. Étude du microscope de Van Leeuwenhoek

Antoni Van Leeuwenhoek (17^{ème} siècle) est le premier à avoir observé des microorganismes à l'aide d'un microscope qu'il a lui-même construit. Le fonctionnement de ce microscope repose sur l'utilisation d'une seule lentille boule, obtenue après polissage d'une goutte de silice fondue.



L'instrument est composé d'un support métallique percé. La lentille est placée dans le trou, et l'objet est piqué sur une pointe pouvant être déplacée devant la lentille. L'ensemble est tenu très près de l'œil, face à la lumière et permet d'observer des objets de quelques microns grâce à un grossissement de l'ordre de 300 fois.

Partie A. Trajectoire d'un rayon lumineux à travers la lentille boule [6 pts]

On considère ici une lentille boule de rayon $R = 0,60$ mm et de centre C .

Sur la **Figure 1**, on a représenté la trajectoire d'un rayon lumineux initialement parallèle à l'axe optique (Cz) traversant dans une lentille boule d'indice optique n placée dans l'air d'indice $n_{air} = 1$.

Le rayon lumineux arrive sur la boule au point I sous un angle d'incidence i_1 et subit une réfraction d'angle r_1 en entrant dans le milieu d'indice n . Il arrive sur la face de sortie au point J sous une incidence d'angle r_2 et subit une seconde réfraction d'angle i_2 .

L'étude sera menée dans les **conditions de Gauss**.

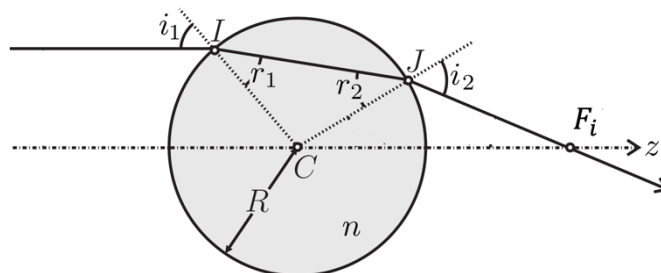


Figure 1. Représentation schématique de la lentille boule.

A1. Montrer que $i_1 = i_2$.

En I : $\sin i_1 = n \sin r_1$

[0.5 pt]

En J : $\sin i_2 = n \sin r_2$

[0.5 pt]

Or $r_1 = r_2$ puisque le triangle CIJ est isocèle.

[0.5 pt]

On obtient donc $\sin i_1 = n \sin r_1 = n \sin r_2 = \sin i_2$ d'où $i_1 = i_2$

[0.5 pt]

A2. Le rayon émerge de la lentille en coupant l'axe (Cz) au point F_i . Justifiez que F_i est le foyer image de la lentille boule.

Il s'agit du foyer image de la lentille boule puisque le rayon incident est parallèle à l'axe optique. [1 pt]

A3. On peut montrer que la distance focale de cette lentille s'écrit : $f_i = \overline{CF_i} = \frac{nR}{2(n-1)}$. Calculer la valeur de f_i en prenant $n = 1,5$.

$$f_i = \frac{1,5 \times 0,6 \cdot 10^{-3}}{2(1,5-1)} = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \text{ [1 pt, -0.5 si pas d'unité]}$$

A4. Sans calcul, en déduire la position du foyer objet $\overline{CF_o}$.

Par symétrie, le foyer objet est placé à gauche de la lentille et tel que $\overline{CF_o} = -0,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ [0.5 pt, +0.5pt pour justification]

A5. Peut-on considérer la lentille boule comme une lentille mince ? Justifier votre réponse.

Non, car son épaisseur n'est pas négligeable devant le rayon de courbure des dioptries d'entrée et de sortie. [1 pt, 0 si pas de justification]

Partie B. Modélisation par deux dioptries sphériques [19 pts]

On considère maintenant les faces d'entrée et de sortie de la lentille boule comme deux dioptries sphériques D_1 et D_2 , de sommets S_1 et S_2 , de même centre C et de rayons de courbure $|R| = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (voir Fig. 2).

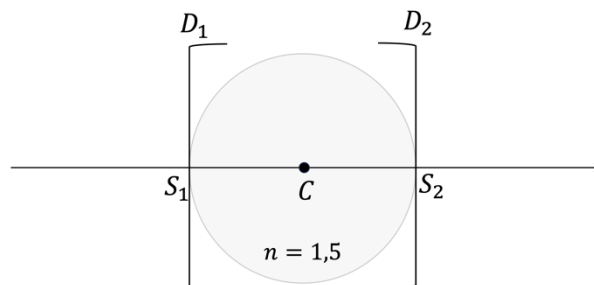


Figure 2. Représentation schématique de la lentille boule.

B1. Calculer les vergences V_1 et V_2 des deux dioptries D_1 et D_2 . En justifiant, préciser leur nature.

$$V = \frac{n_i - n_o}{\overline{SC}} \text{ [1 pt]}$$

Pour D_1 : $V_1 = \frac{n-1}{\overline{S_1C}}$ avec $\overline{S_1C} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. On trouve $V_1 = +833 \text{ δ}$ [1 pt, -0.5 si pas d'unité]

$V_1 > 0$ donc dioptre convergent [0,5 pt]

Pour D_2 : $V_2 = \frac{1-n}{\overline{S_2C}}$ avec $\overline{S_2C} = -0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. On trouve $V_2 = +833 \text{ δ}$ [1 pt, -0.5 si pas d'unité]

$V_2 > 0$ donc dioptre convergent [0,5 pt]

B2. On note F_{o1} et F_{i1} les foyers objet et image du dioptre D_1 et F_{o2} et F_{i2} ceux du dioptre D_2 . Calculer les positions des foyers du dioptre D_1 , notées $\overline{S_1 F_{o1}}$ et $\overline{S_1 F_{i1}}$ respectivement, ainsi que celles des foyers du dioptre D_2 , notées $\overline{S_2 F_{o2}}$ et $\overline{S_2 F_{i2}}$.

Pour chaque point de cette question : 0.5 formule + 0.5 valeur unité :

Pour D_1 : $\overline{S_1 F_{o1}} = -\frac{1}{V_1} = -\frac{1}{833} = -1,2 \cdot 10^{-3} m$ et $\overline{S_1 F_{i1}} = \frac{n}{V_1} = \frac{1,5}{833} = 1,8 \cdot 10^{-3} m$ [1 pt] + [1 pt]

Pour D_2 : $\overline{S_2 F_{o2}} = -\frac{n}{V_2} = -\frac{1,5}{833} = -1,8 \cdot 10^{-3} m$ et $\overline{S_2 F_{i2}} = \frac{1}{V_2} = \frac{1}{833} = 1,2 \cdot 10^{-3} m$ [1 pt] + [1 pt]

Par la suite, on considère un objet $\overline{A_o B_o}$ perpendiculaire à l'axe optique. Le dioptre D_1 en donne une image intermédiaire $\overline{A_{i1} B_{i1}}$, dont le dioptre D_2 forme l'image finale $\overline{A_i B_i}$.

B3. On souhaite obtenir une image $\overline{A_i B_i}$ à l'infini. Sans calcul, déterminer la position $\overline{S_2 A_{i1}}$ qui satisfait cette condition. En déduire la nature de $\overline{A_{i1} B_{i1}}$ par rapport à D_2 .

$A_i B_i$ à l'infini : donc $A_{i1} B_{i1}$ dans le plan focal objet de D_2 : [1 pt, 0 si pas de justification]

$\overline{S_2 A_{i1}} = \overline{S_2 F_{o2}} = -1,8 \cdot 10^{-3} m < 0$ Donc objet réel pour D_2 . [1 pt, 0 si pas de justification]

B4. Énoncer la relation de conjugaison du dioptre sphérique D_1 . En déduire que la position de l'objet $\overline{A_o B_o}$ donnant l'image $\overline{A_{i1} B_{i1}}$ à travers le dioptre D_1 est telle que $\overline{S_1 A_o} = -3 \cdot 10^{-4} m$. Préciser la nature de $\overline{A_o B_o}$ par rapport à D_1 .

$$\frac{n}{\overline{S_1 A_{i1}}} - \frac{1}{\overline{S_1 A_o}} = V_1 \text{ [2 pt]} \Rightarrow \overline{S_1 A_o} = \frac{\overline{S_1 A_{i1}}}{n - V_1 \cdot \overline{S_1 A_{i1}}}$$

où $\overline{S_1 A_{i1}} = \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 A_{i1}} = +1,2 \cdot 10^{-3} - 1,8 \cdot 10^{-3} = -0,6 \cdot 10^{-3} m$

$$\overline{S_1 A_o} = \frac{-0,6 \cdot 10^{-3}}{1,5 - 833 \cdot (-0,6 \cdot 10^{-3})} = -3 \cdot 10^{-4} m \text{ [1 pt]} < 0 \text{ donc objet réel pour } D_1 \text{ [1 pt, 0 si pas de justification]}$$

B5. On note F_o et F_i les foyers objet et image de l'association de dioptres $(D_1 + D_2)$. Que vaut la distance $\overline{S_1 F_o}$?

A_o est le point objet donnant une image à l'infini par le système $(D_1 + D_2)$. Il est donc confondu avec le foyer F_o du système. [1 pt]

Donc $\overline{S_1 F_o} = -3 \cdot 10^{-4} m$. [1 pt]

B6. En déduire, sans calcul, mais en justifiant, la distance $\overline{S_2 F_i}$.

Par symétrie : $\overline{S_2 F_i} = +3 \cdot 10^{-4} m$. [0.5 pt + pour la justification 0.5 pt]

B7. On note $\overline{CF_i}$ la distance focale image du dioptre. Déterminer la valeur de $\overline{CF_i}$ et la comparer à la valeur trouvée à la question A3.

$$\overline{CF_i} = \overline{CS_2} + \overline{S_2 F_i} = 0,6 \cdot 10^{-3} + 0,3 \cdot 10^{-3} = 0,9 mm \text{ [0.5 pt]}$$

On retrouve la même valeur. [0.5 pt]

B8. La lentille boule est ici assimilable à une loupe dont le grossissement peut être donné par : $G = \frac{d_m}{CF_l}$, d_m étant la distance minimale de vision distincte (25 cm). Calculer le grossissement G .

$$G = \frac{25}{0,9} = 278 \text{ [1 pt]}$$

II. Doublet de lentilles minces [15 pts]

On considère un système optique constitué par l'association de deux lentilles de même axe optique et placées à 5 cm l'une de l'autre (voir schéma sur la dernière feuille du sujet). On notera O_1 et O_2 leurs centres optiques.

La distance focale image de la lentille L_1 est donnée par $f_{i1} = 4$ cm et celle de la lentille L_2 par $f_{i2} = 4$ cm. On place un objet A_oB_o perpendiculaire à l'axe optique, de 2 cm de hauteur, à 2,5 cm en avant de L_1 .

1. Déterminer par le calcul la position et la taille de l'image $A_{i1}B_{i1}$ de A_oB_o donnée par L_1 .

$$\frac{1}{\overline{O_1A_{i1}}} - \frac{1}{\overline{O_1A_o}} = \frac{1}{f_{i1}} \text{ [1 pt]}$$

$$\text{D'où } \overline{O_1A_{i1}} = \frac{f_{i1} \cdot \overline{O_1A_o}}{f_{i1} + \overline{O_1A_o}} = \frac{4 \cdot (-2,5)}{4 - 2,5} = -6,67 \text{ cm [1 pt]}$$

$$G_{t1} = \frac{\overline{O_1A_{i1}}}{\overline{O_1A_o}} = \frac{\overline{A_{i1}B_{i1}}}{\overline{A_oB_o}} = \left(\frac{-6,666}{-2,5} = 2,67 \text{ non exigé} \right) \text{ [1 pt formule]}$$

$$\overline{A_{i1}B_{i1}} = G_t \overline{A_oB_o} = 2,67 \cdot 2 = 5,34 \text{ cm [0,5 pt]}$$

2 Déterminer par le calcul la position et la taille de l'image finale A_iB_i donnée par L_2 .

$$\frac{1}{\overline{O_2A_i}} - \frac{1}{\overline{O_2A_{i1}}} = \frac{1}{f_{i2}} \text{ [1 pt] avec } \overline{O_2A_{i1}} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_{i1}} = -5 - 6,67 = -11,67 \text{ cm}$$

$$\text{D'où } \overline{O_2A_i} = \frac{f_{i2} \cdot \overline{O_2A_{i1}}}{f_{i2} + \overline{O_2A_{i1}}} = \frac{4 \cdot (-11,67)}{4 - 11,67} = 6,09 \text{ cm [1 pt]}$$

$$G_{t2} = \frac{\overline{O_2A_i}}{\overline{O_2A_{i1}}} = \frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_{i1}B_{i1}}} = \left(\frac{6,09}{-11,67} = -0,52 \text{ non exigé} \right) \text{ [1 pt formule]}$$

$$\overline{A_iB_i} = G_t \overline{A_{i1}B_{i1}} = -0,52 \cdot (-5,34) = -2,78 \text{ cm [0,5 pt ; même si la taille est donnée sans signe]}$$

3 Retrouver ces résultats par construction géométrique. Pour cela, compléter le tracé des trois rayons du schéma en faisant figurer les 3 rayons qui émergent de la lentille L_2 (**Veiller à ne pas interrompre les rayons**). Faire figurer l'image intermédiaire $A_{i1}B_{i1}$ et l'image finale A_iB_i .

[1pt par rayon = 3pts (0,5 pour le tracé par rapport à L_1 et 0,5 pour le tracé par rapport à L_2);

continuité rayons 1pt ; respect trait plein/tirets 1pt]

[image $A_{i1}B_{i1}$ 1pt ; image A_iB_i 1pt ; Flèches images : respect trait plein/tirets 1pt]

