

Chapitre

Systemes de coordonnées

1.1 Vecteurs

1.1.1 Construire le vecteur unitaire tangent à la trajectoire

π Théorème 1.1 : Vecteur unitaire tangent à la trajectoire

$$\vec{e}_t = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$$

Exemple pour un vecteur vitesse $\vec{v} = at\vec{e}_x + b\vec{e}_y$:

On a :

$$\begin{aligned}\vec{e}_t &= \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} \\ &= \frac{at\vec{e}_x + b\vec{e}_y}{\sqrt{a^2t^2 + b^2}} \\ &= \frac{at}{\sqrt{a^2t^2 + b^2}}\vec{e}_x + \frac{b}{\sqrt{a^2t^2 + b^2}}\vec{e}_y\end{aligned}$$

1.1.2 Donner les composantes tangentes et normales d'un vecteur

On cherche comment écrire le vecteur sous la forme

$$\vec{v} = v_t\vec{e}_t + v_n\vec{e}_n$$

en connaissant déjà son expression à partir d'autres vecteurs et celle du vecteur normal ou du vecteur tangent.



Base utilisée

La base dans laquelle les vecteurs normal et tangent doit être la même que la base dans laquelle on connaît une expression du vecteur

Afin de trouver la composante d'un vecteur selon un autre vecteur, on réalise le produit scalaire entre les 2

On écrit les 2 vecteurs en fonction des vecteurs de la base choisie

Le fait d'avoir choisi des vecteurs de la même base pour les vecteurs simplifie les calculs et permet de ne pas avoir à chercher l'angle du produit scalaire.

On écrit :

$$\begin{aligned}\vec{v} &= v_t \vec{e}_t + v_n \vec{e}_n = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y \\ v_t &= \vec{v} \cdot \vec{e}_t \\ &= (v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y) \cdot (e_{tx} \vec{e}_x + e_{ty} \vec{e}_y) \\ &= v_x \times e_{tx} + v_y \times e_{ty}\end{aligned}$$

Une fois que l'on connaît la composante selon un des vecteurs (normal ou tangent), on peut déterminer l'autre composante sans même avoir à connaître l'expression de l'autre vecteur! En effet,

$$\begin{aligned}\vec{v} &= v_t \vec{e}_t + v_n \vec{e}_n \\ \vec{v} - v_t \vec{e}_t &= v_n \vec{e}_n \\ v_n &= \sqrt{A^2 + B^2}\end{aligned}$$

Avec la ligne précédente, on trouve une expression en fonction de plusieurs vecteurs. Pour trouver la valeur de a_n , il faut calculer la norme du vecteur en résultant. Si les vecteurs en fonction desquels l'expression obtenue est exprimée sont perpendiculaires, on peut simplement appliquer le théorème de Pythagore!

1.1.3 Donner le rayon de courbure d'une trajectoire

On applique la formule



Théorème 1.2 : Rayon de courbure

$$R_c = \frac{v^2}{a_n}$$