Electrocinétique PS
Travaux dirigés

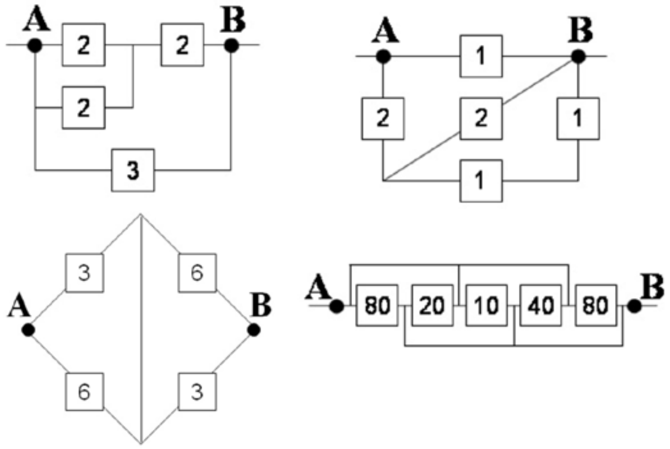
2024-2025

UE KPHXPL51 (semestre printemps)

TD°1 Lois de base en régime continu

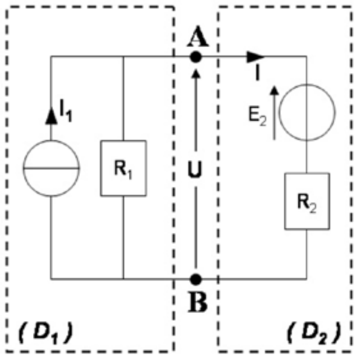
I) Association de résistances

Calculer la résistance équivalente R_{AB} entre les points A et B des circuits ci-dessous. Les résistances sont données en Ohm (Ω).



II) Association de dipôles actifs

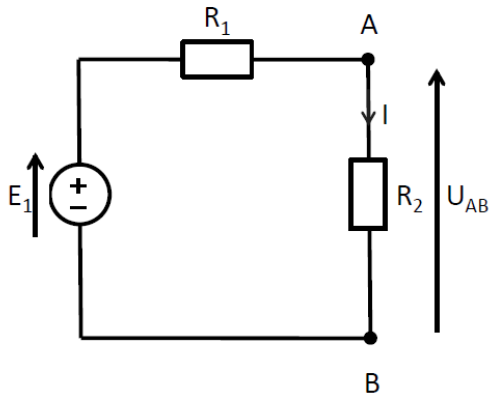
Un dipôle D_1, constitué d'un générateur de courant $I_1 = 2$ A en parallèle avec une résistance $R_1 = 4\ \Omega$, est connecté avec un dipôle D_2 comprenant un générateur de tension $E_2 = 3$ V en série avec une résistance $R_2 = 6\ \Omega$.



1. En respectant les conventions du schéma ci-dessus, tracer sur un même graphique les caractéristiques $U = f(I)$ de chacun des dipôles.
2. Déterminer, graphiquement et par le calcul, le point de fonctionnement du circuit.
3. Calculer la puissance associée au dipôle D_1 et préciser si elle est fournie ou reçue.
4. Calculer la puissance associée au dipôle D_2 et préciser si elle est fournie ou reçue.
5. Indiquer le monde de fonctionnement (générateur ou récepteur de chaque dipôle).

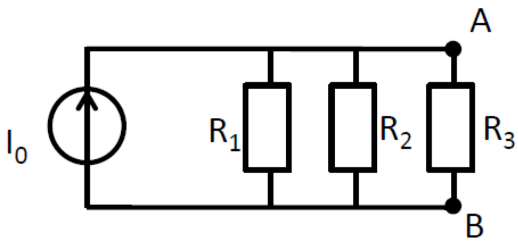
III) Diviseur de tension et Diviseur de courant

a) Pont diviseur de tension



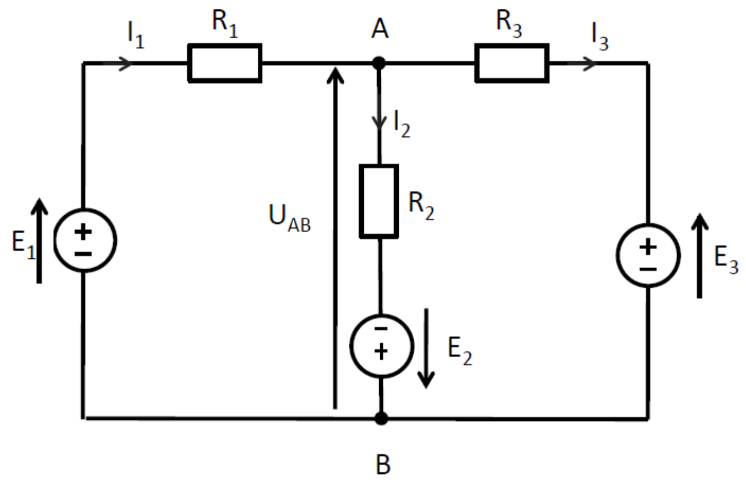
1. Donner la relation entre la tension délivrée par le générateur et les tensions U_1 et $U_2 = U_{AB}$ aux bornes des deux résistances.
2. Exprimer les courants I_1 et I_2 les traversant
3. En déduire l'expression de U_1 et U_2 en fonction de R_1, R_2 et E_1.
4. Pour $R_2 = 10\ R_1$, et $E_1 = 10$V, calculer la tension U_{AB}.

b) Pont diviseur de courant



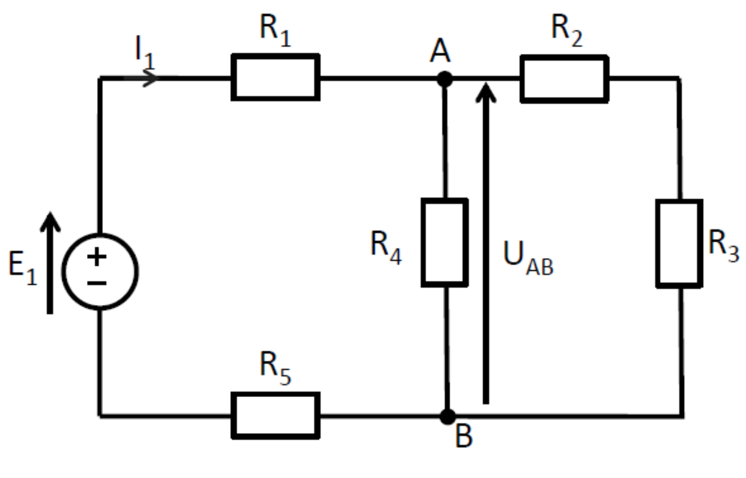
1. Donner la relation entre le courant I_0 délivré par le générateur et les courants I_1, I_2 et I_3 parcourant les trois résistances.
2. En utilisant la loi d'Ohm, en déduire les valeurs de ces courants en fonction de I_0, R_1, R_2 et R_3 ainsi que la tension U_{AB} aux bornes de chaque résistance.

IV) Théorème de Millmann



1. Exprimer I_1 en fonction de E_1, U_{AB} et R_1.
2. Exprimer I_2 en fonction de E_2, U_{AB} et R_2.
3. Exprimer I_3 en fonction de E_3, U_{AB} et R_3.
4. A partir de la loi des nœuds, en déduire l'expression de $U_{AB} = V_A - V_B$ en fonction des paramètres du circuit.
5. A. N. $R_1 = R_2 = R_3 = 100\ \Omega$, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 5$ V et $E_3 = 1$V. Calculer U_{AB}

V) Pour s'entraîner



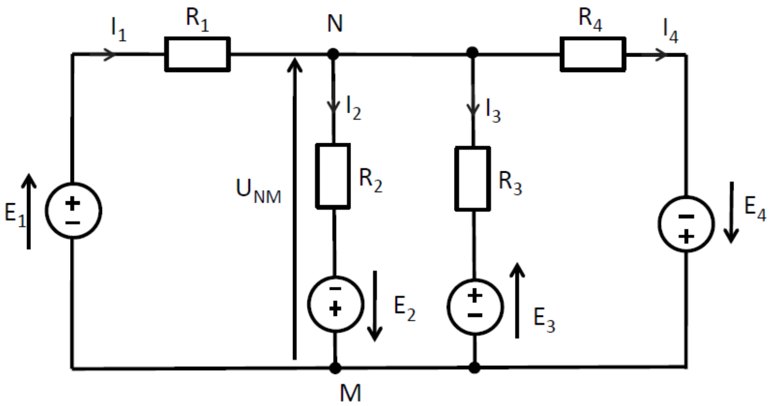
1. Exprimer les relations entre les différents courants en A et en B
2. Déterminer les courants traversant chaque dipôle en fonction de I_1 et des résistances présentes dans le circuit.
3. On donne $I_1 = 100$ mA et $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10\ \Omega$, déterminer la tension E_1 aux bornes du générateur.

TD°2 Principe de superposition et

Théorème de Thévenin et de Norton

I) Principe de superposition

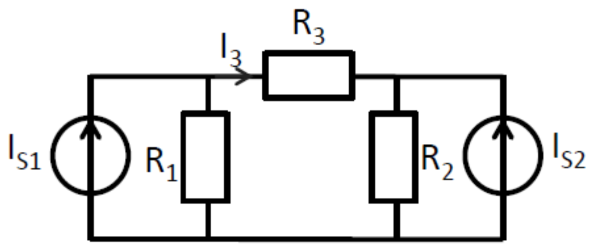
a) Sources de tension



1. Enoncer le principe de superposition.
2. Calculer la tension U_{NM} en utilisant le principe de superposition.
3. Vérifier le résultat en appliquant le théorème de Millemann au point N.

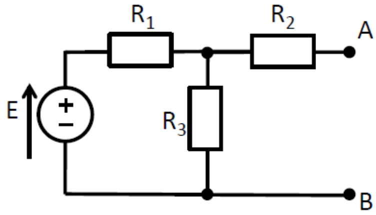
b) Sources de courant

En employant le principe de superposition, exprimer le courant I_3 en fonction des courants I_{S1} et I_{S2} et des résistances R_1, R_2 et R_3.



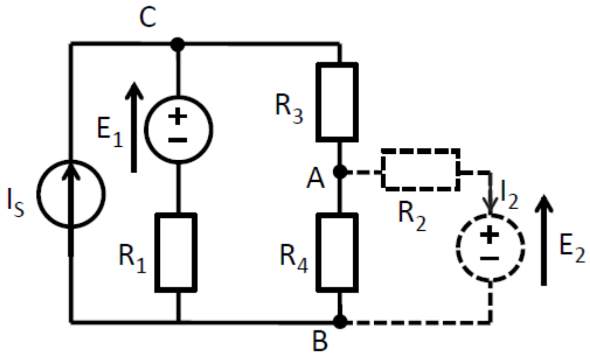
II) Théorème de Thévenin et de Norton

a) Application simple



1. Donner les générateurs équivalents de Thévenin et de Norton équivalent au circuit schématisé ci-dessus.
2. On donne $E = 15$ V, $R_1 = R_3 = 2$ kΩ et $R_2 = 1$ kΩ. Déterminer, à l'aide des générateurs équivalent, la tension aux bornes d'une résistance $R_c = 1$ kΩ branchée entre A et B.

b) Circuits équivalents



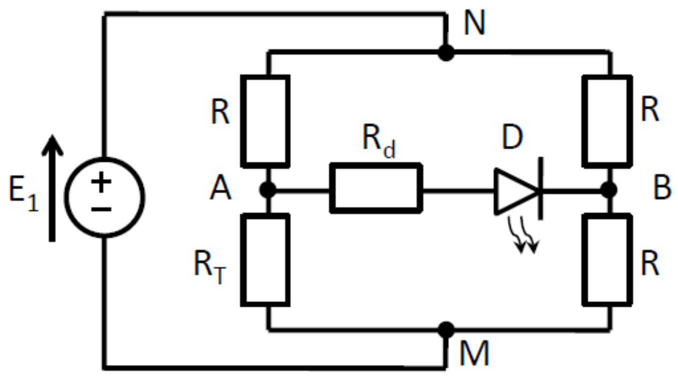
1. Redessiner le schéma après avoir retiré la branche entre A et B où se trouve la résistance R_2 et le générateur de tension E_2.
2. Déterminer la résistance équivalente de Thévenin R_{th} et puis la tension équivalente de Thévenin E_{th} et le courant équivalent de Norton I_n en écrivant la loi des nœuds en C et la loi des mailles.
3. Après avoir rebrancher la résistance R_2 et le générateur de tension E_2 entre A et B, dessiner le circuit équivalent de Thévenin et le circuit équivalent de Norton.
4. Déterminer le courant I_2 circulant dans cette branche.

c) Détecteur de température.

On considère le circuit suivant comprenant deux dipôles non usuels :

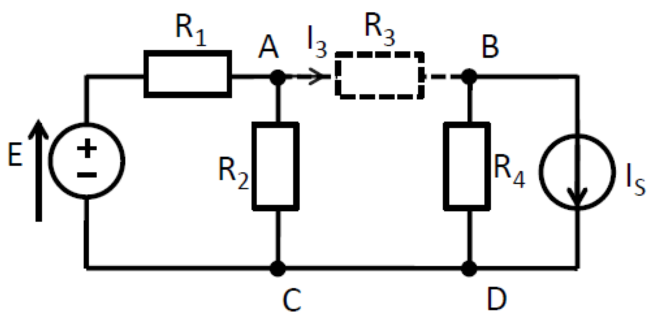
- La résistance notée R_T modélise un ruban de platine dont la résistance dépend de la température T (en °C) selon la loi :
  $R_T = R_0(1 + \alpha T)$, où $R_0 = 100\ \Omega$ et $\alpha = 3.85 \times 10^{-3}\ \Omega$/°C.

- Le dipôle (non-linéaire) formé par R_d et la LED D peut être modélisé par une résistance R_c idéale qui dépend dans la tension U_{AB} à ses bornes comme :
  $R_c = \infty$ si $U_{AB} \leq U_0 = 2$V.
  $R_c = \frac{R_d}{1-\frac{U_0}{U_{AB}}}$ si $U_{AB} > U_0$.



1. **Dans un premier temps, on retire le dipôle non linéaire** $\{\boldsymbol{R_d + D}\}$. Déterminer la tension E_{th} et la résistance R_{th} du générateur de Thévenin équivalent au circuit vu depuis les points A et B.
2. **On branche à présent le dipôle** $\{\boldsymbol{R_d + D}\}$. En supposant que $U_{AB} > U_0$, donner l'expression de U_{AB} en fonction de E_{th}, R_{th} et R_d.
3. On prendra $R = 70\ \Omega$, $R_d = 50\ \Omega$ et $E_1 = 15$ V. Montrer qu'à $T = 60$ °C, la LED brille ($I_D > 0$) alors qu'à $T = 50$ °C la LED est éteinte ($I_D = 0$). En déduire le rôle de ce montage.

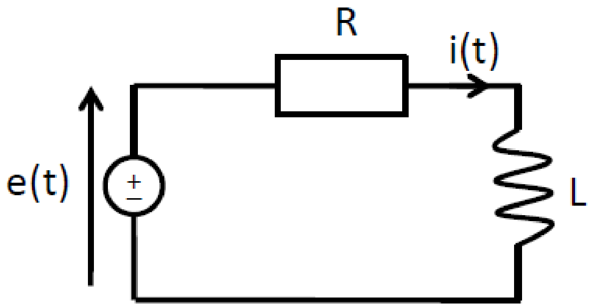
III) Pour s'entraîner



1. Redessiner le schéma après avoir retiré la branche entre A et B où se trouve a résistance R_3. Déterminer le courant circulant dans la branche CD.
2. Déterminer la résistance équivalente de Thévenin R_{th} puis la tension équivalent de Thévenin E_{th}.
3. Après avoir rebranché la résistance R_3 entre A et B, déterminer le courant I_3 qui la traverse.

TD°3 Réponse temporelle de circuits linéaires

I) Circuit RL



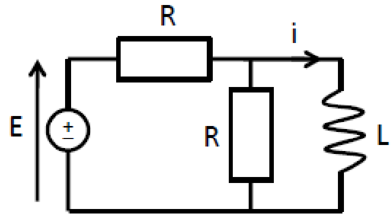
a) Donner l'équation différentielle régissant le courant du circuit.

b) Déterminer l'évolution temporelle du courant et de la tension aux bornes de la bobine pour les cas suivants :

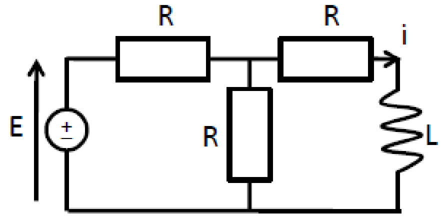
1. Le générateur applique un échelon de tension $e(t)$ entre 0 V et E_0. Condition initiale $i(t = 0) = 0$.
2. Le générateur applique un échelon de tension $e(t)$ entre E_0 et $0\,V$. Condition initiale $i(t = 0) = \frac{E_0}{R}$.
3. Le générateur applique une rampe de tension de la forme $e(t) = \alpha\, t$. Condition intiale $i(t = 0) = 0$.

II) Régimes permanents

1) Déterminer l'intensité du courant circulant dans la bobine lorsque le régime permanent est atteint pour les deux circuits suivants :

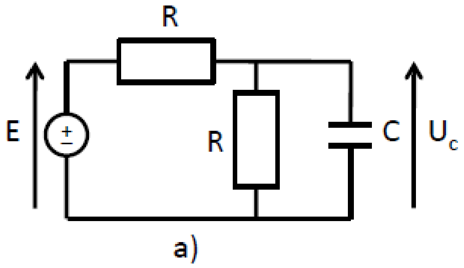


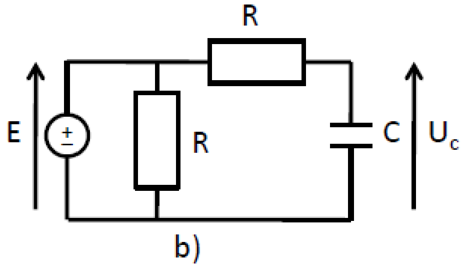
a)



b)

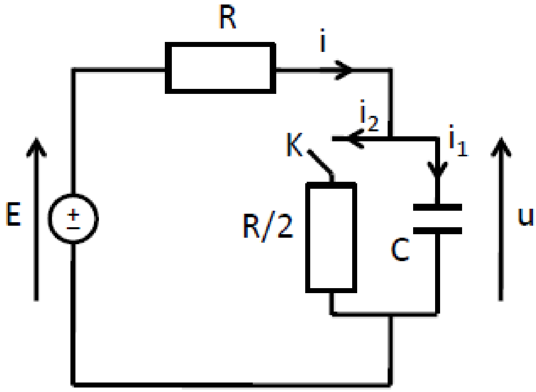
2) Déterminer la tension aux bornes du condensateur lorsque le régime permanent est atteint pour les deux circuits suivants :





III) Pour aller plus loin

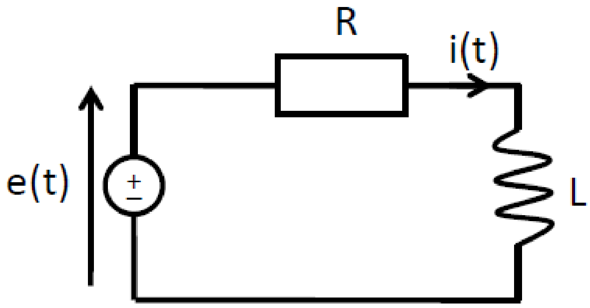
On considère le circuit suivant. L'interrupteur K est ouvert depuis très longtemps, ce qui implique que tous les courants sont nuls et que la tension $u(0^-) = E$. A l'instant $t = 0$, on ferme cet interrupteur.



1) En utilisant la propriété de continuité de la tension aux bornes d'un condensateur, donner les valeurs de $u(0^+)$, $i(0^+)$, $i_1(0^+)$ et $i_2(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur.
2) Donner les valeurs de ces courants et de la tension u en régime établi quand $t \rightarrow \infty$.
3) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ et donner sa solution.
4) Tracer l'allure de $u(t)$.

TD°4 Excitation sinusoïdale et circuit du 2nd ordre.

I) Retour sur le circuit RL

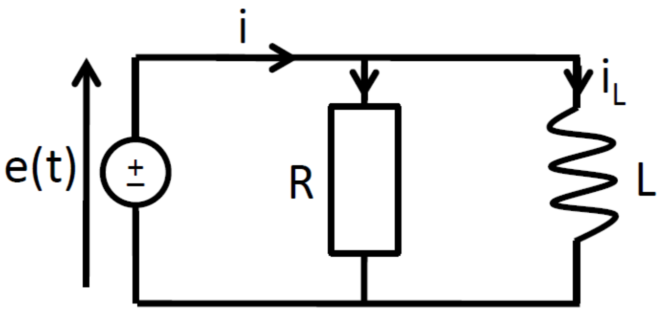


a) Rappeler l'équation différentielle régissant le courant du circuit et donner la forme de sa solution homogène.

b) Le générateur applique une tension sinusoïdale de la forme $e(t) = E\cos(\omega t)$. Le courant dans le circuit est initialement nul $i(t = 0) = 0$.

1. Déterminer la solution particulière.
2. Retrouver ce résultat en utilisant la notation complexe pour la tension $\underline{e} = E\ e^{j\omega t}$ et pour le courant $\underline{i^p} = I\ e^{j(\omega t + \varphi)}$.
3. En déduire l'expression de $i(t)$.

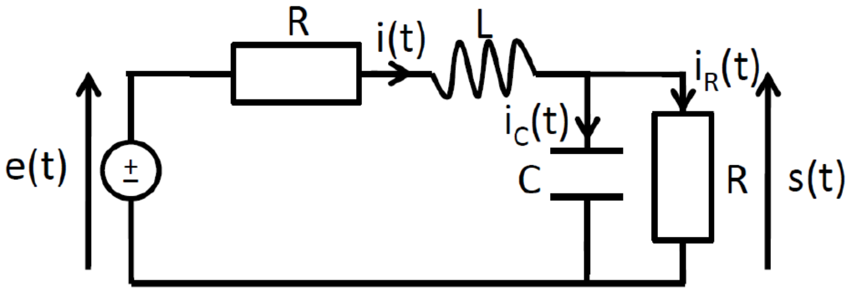
II) Circuit RL parallèle



On considère le circuit RL parallèle aux bornes duquel on applique une tension sinusoïdale $e(t) = E_0\cos(\omega t)$.

a) Ecrire les équations générales reliant la tension $e(t)$ aux différents courants.
b) Donner les expressions des courants i_R et i_L. On prendra $i_L(0) = 0$. En déduire l'expression du courant délivré par le générateur.
c) En utilisant la notation complexe, retrouver l'expression de l'amplitude et du déphasage du courant.

III) Circuit RLC

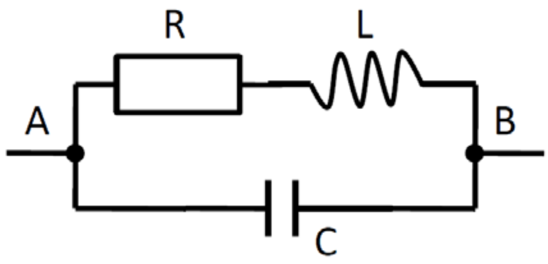


On étudie la réponse temporelle de ce circuit à un échelon de tension. La tension vaut $e(t) = 0$ pour tout $t < 0$ et passe instantanément à $e(t) = E_0$ pour tout $t \geq 0$. On prendra $C = 100$ nF et $L = 100$ mH.

1) Exprimer la tension $s(t)$ et les courants $i_C(t)$ et $i_R(t)$ en fonction de la charge $q(t)$ accumulée par le condensateur.
2) En déduire l'expression de $i(t)$ en fonction de $q(t)$ et de ses dérivées.
3) En déduire que l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$ est de la forme :
$$\frac{e}{L} = \ddot{q} + \omega_0 \left(Q + \frac{1}{Q}\right) \dot{q} + 2\omega_0^2 q.$$
4) Donner l'expression générale de la solution homogène de cette équation différentielle si $R = 1$ kΩ. Que devient-elle si $R = 100$ Ω ?
5) Donner la solution particulière de cette équation différentielle pour $t \geq 0$. En déduire la forme de la solution générale (sans chercher à trouver les constantes d'intégration). Tracer l'allure de la tension dans chacun des cas.

TD°5 Régime permanent sinusoïdal

I) Impédance équivalente d'une bobine réelle

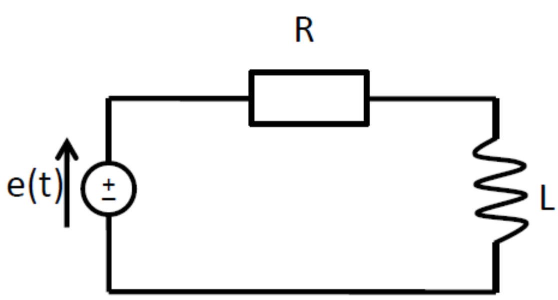


Une bobiné réelle peut être modélisée par le circuit ci-dessus où R représente la résistance due aux pertes cuivre et aux pertes fer de l'enroulement, L est l'inductance de cet enroulement et C est la capacité parasite inter-spire (souvent négligeable).

1) Déterminer l'impédance complexe équivalente $\underline{Z_{AB}}$.
2) Calculer les limites $\lim_{\omega \to 0} \left(\underline{Z_{AB}}\right)$, $\lim_{\omega \to \infty} \left(\underline{Z_{AB}}\right)$ et $\lim_{\omega \to (LC)^{-\frac{1}{2}}} \left(\underline{Z_{AB}}\right)$ sachant que $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \gg 1$. Déduire pour chaque cas le dipôle élémentaire correspondant.
3) Donner l'expression du déphasage entre le courant traversant le dipôle et la tension U_{AB} à ses bornes ainsi que l'‘expression de l'amplitude du courant en fonction de celle de la tension aux bornes de la bobine réelle.

II) Moteur à courant alternatif monophasé

D'un point de vue électrique, le moteur est représenté par une bobine d'inductance $L = 239$ mH modélisant l'enrouement du circuit magnétique du moteur. Il faut qu'elle soit parcourue par un courant d'amplitude au moins $I_0 = 100$ mA pour que le moteur tourne. On branche ce moteur sur un générateur représenté par son modèle de Thévenin ($e(t) = E_0 \cos \omega t\,, E_0 = 12$ V, $\omega = 2\pi \times 50$ Hz et $R = 600\ \Omega$). On s'intéressera uniquement au régime établi.

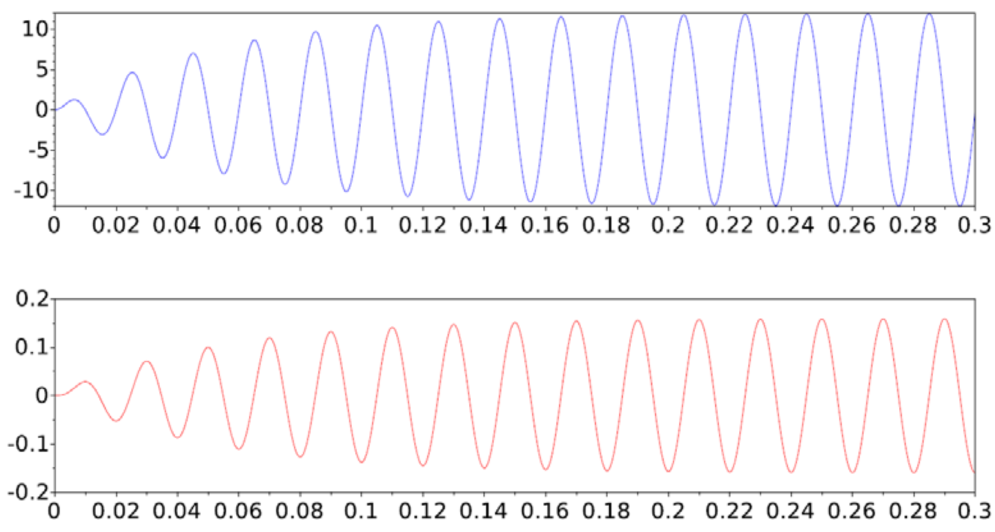


1) **Dans un premier temps, on néglige la résistance série de l'enroulement.**

a) Pourquoi ce circuit ne convient-il pas ?
b) Quelle amplitude de courant maximale peut délivrer le générateur ?
c) Montrer qu'il est possible de le rendre fonctionnel avec un simple condensateur branché en parallèle de L dont on calculera la plage de capacité permettant d'obtenir un courant d'amplitude supérieur à I_0 dans l'enroulement en régime établi.
d) Quel courant maximum peut-on obtenir ? Pour quelle valeur de capacité ?

2) On considère à présent la résistance $r = 1\ \Omega$ de l'enroulement

a) Dessiner le nouveau circuit.
b) Exprimer l'impédance de la charge rLC.
c) Exprimer cette impédance pour $\omega = \omega_C = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et faire l'application numérique avec la valeur de la capacité trouvée précédemment ($C = 42.4\ \mu$F).
d) Donner la valeur de l'amplitude (en régime établi) de la tension aux bornes du moteur (c'est-à-dire du dipôle rL) pour $\omega = \omega_C$.
e) En déduire l'amplitude (en régime établi) du courant parcourant le moteur pour $\omega = \omega_C$.
f) La figure ci-dessous présente l'évolution temporelle de la tension aux bornes du moteur ainsi que du courant le traversant pour $C = 42.4\ \mu$F. Identifier lequel des graphiques correspond à la tension et lequel correspond au courant. Identifier également le régime transitoire et le régime permanent. Le déphasage entre les deux signaux correspond-il à celui donné par les calculs ?



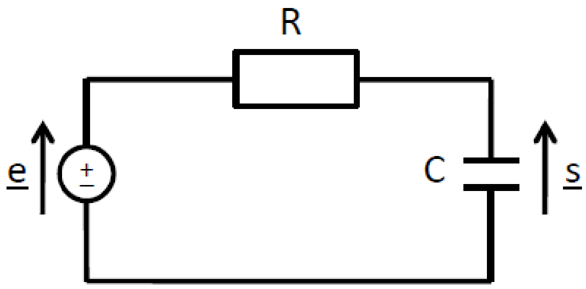
III) Amélioration du facteur de puissance d'un moteur

Un moteur alternatif alimenté par le réseau EDF ($f = 50$ Hz, $U_{eff} = 230$ V) consomme une puissance moyenne (ou active) de $P = 4.4$ kW. Son facteur de puissance est de 0.6.

1) Calculer la résistance R et l'inductance L du moteur (on supposera que le moteur est équivalent à une bobine idéale en série avec une résistance idéale).
2) Calculer la valeur de la capacité du condensateur à brancher en parallèle au moteur pour relever son facteur de puissance à 0.9.
3) Quelle est la valeur du courant efficace dans ce cas ?
4) Evaluer le rapport entre les pertes par effet Joule dans la ligne d'acheminement du courant dans les deux cas. Quel est l'intérêt pour le fournisseur d'électricité ?

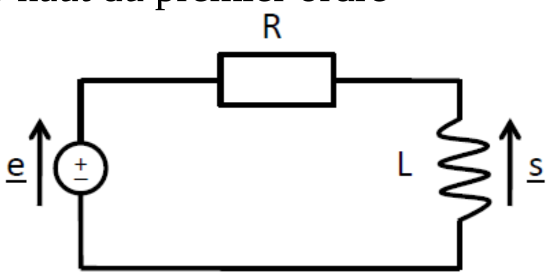
TD°6 Filtrage

I) Filtre passe-bas du premier ordre



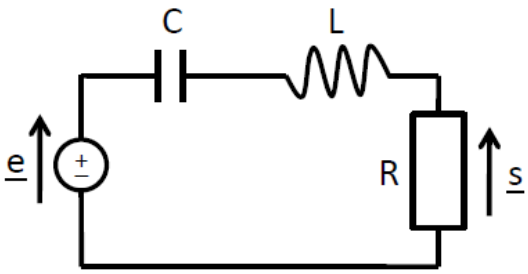
1) Montrer que la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{s(j\omega)}{e(j\omega)}$ de ce filtre peut s'écrire sous la forme $H(j\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$.
2) Donner l'expression du gain $G = |H(j\omega)|$, du gain en décibel $G_{dB} = 20\log(|H(j\omega)|)$ et du déphasage $\phi(j\omega)$ appliqué par ce filtre.
3) Etudier le comportement asymptotique de ce filtre.
4) Calculer la fréquence de coupure à -3 dB.
5) Tracer les diagrammes de Bode.

II) Filtre passe-haut du premier ordre



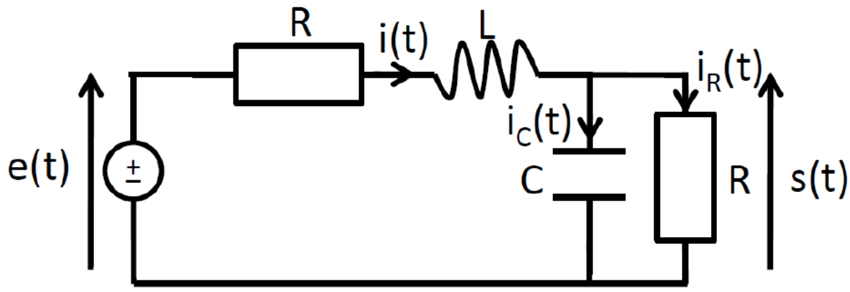
1) Montrer que la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{s(j\omega)}{e(j\omega)}$ de ce filtre peut s'écrire sous la forme $H(j\omega) = \frac{1}{1-j\frac{\omega_c}{\omega}}$.
2) Donner l'expression du gain $G = |H(j\omega)|$, du gain en décibel $G_{dB} = 20\log(|H(j\omega)|)$ et du déphasage $\phi(j\omega)$ appliqué par ce filtre.
3) Etudier le comportement asymptotique de ce filtre.
4) Calculer la fréquence de coupure à -3 dB.
5) Tracer les diagrammes de Bode.

III) Filtre passe-bande



1) Montrer que la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{s(j\omega)}{e(j\omega)}$ de ce filtre peut s'écrire sous la forme $H(j\omega) = \frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$.
2) Donner l'expression du gain $G = |H(j\omega)|$, du gain en décibel $G_{dB} = 20\log(|H(j\omega)|)$ et du déphasage $\phi(j\omega)$ appliqué par ce filtre.
3) Etudier le comportement asymptotique de ce filtre.
4) Calculer la bande passante à -3 dB.
5) Tracer les diagrammes de Bode.

IV) Filtre passe-bas du second ordre



1) Montrer que la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{s(j\omega)}{e(j\omega)}$ de ce filtre peut s'écrire sous la forme $H(j\omega) = \frac{1}{\left(2-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)+j\frac{\omega}{\omega_0}\left(Q+\frac{1}{Q}\right)}$.
2) Donner l'expression du gain $G = |H(j\omega)|$, du gain en décibel $G_{dB} = 20\log(|H(j\omega)|)$ et du déphasage $\phi(j\omega)$ appliqué par ce filtre.
3) Etudier le comportement asymptotique de ce filtre.
4) Dans le cas où $Q = 1$, que vaut la fréquence coupure à -3dB de ce filtre ?
5) Tracer les diagrammes de Bode pour $Q = 1$.

V) Diagrammes de Bode

Considérons le filtre caractérisé par les diagrammes de Bode suivant.

1) Déterminer la fonction du filtre et la fonction de transfert associée.
2) Déterminer sa bande passante $\Delta\omega$ et sa pulsation centrale ω_0.
3) En déduire son facteur de qualité $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$.
4) Considérons une tension d'entrée de la forme :
   $e(t) = E_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + E_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) + E_3 \cos(\omega_3 t + \phi_3)$
   avec les valeurs numériques suivantes :

$\omega_1 = 1.25 \times 10^3$ rad.s^{-1}	$E_1 = 1$ V	$\phi_1 = 1.3$
$\omega_2 = 1.0 \times 10^4$ rad.s^{-1}	$E_2 = 0.5$ V	$\phi_2 = -0.6$
$\omega_3 = 4.4 \times 10^4$ rad.s^{-1}	$E_3 = 3$ V	$\phi_3 = 0.8$

Déterminer l'expression temporelle de la tension de sortie correspondante.