

De quoi dépend la force ressentie lors d'une chute en escalade ?

1. Pourquoi avoir choisi ce problème ?

Depuis mon plus jeune âge, je fais de l'escalade. Tout grimpeur sait que la réussite d'une voie passe bien souvent par de nombreuses chutes. J'ai moi-même fait des chutes un nombre incalculable de fois, d'une intensité toujours différente, mais sans jamais comprendre pourquoi telle chute me paraissait plus "forte" que telle autre. Si je n'avais à l'époque pas les mots pour expliquer les raisons de ce phénomène, je vais aujourd'hui tenter d'apporter quelques réponses à cette interrogation que se pose bon nombre de grimpeurs : Comment expliquer les variations de ressenti lors d'une chute en escalade ? Pour bien comprendre le problème, quelques notions de base sur l'escalade :

L'assurage est une technique de réduction des conséquences de la chute d'une personne.

Cela s'effectue par le contrôle de la corde de progression, de manière à ce que la personne engagée soit retenue si elle venait à chuter.

Cette tâche est habituellement assignée à un assureur.

Pour assurer un grimpeur, l'assureur utilise généralement la friction de la corde sur un objet qui va lui permettre de coulisser mais qui pourra être bloqué manuellement, voire automatiquement dans certains cas, lors de la chute. Cet objet peut être un "grigri" ou un "panier" selon le type de grimpe.

2. modélisation du problème + hypothèses

Lors d'une escalade dite "en-tête", un grimpeur s'assure en passant sa corde dans des mousquetons accrochés au rocher au fil de sa progression. Le facteur de chute f est défini comme le rapport de la hauteur de chute tant que la corde n'est pas tendue sur la longueur L de corde utilisée. Si au moment de la chute, la corde est tendue, ce facteur de chute vaut $f = \frac{2l}{L}$ où l est la distance du grimpeur au dernier anneau. Dans des conditions normales d'utilisation f est compris entre 0 et 2. Les cordes utilisées en escalade sont élastiques de façon à diminuer la force qui s'exerce sur le grimpeur lors de sa chute. On assimilera une corde de montagne dont la longueur utilisée est L à un ressort de longueur à vide L et de raideur $k = \frac{1}{\alpha L}$. L'élasticité α de la corde est une grandeur caractéristique du matériau la constituant. Nous nous plaçons dans un espace galiléen, où le principe d'inertie est vérifié, et avec une horloge newtonienne. Dans notre analyse, nous nous intéressons seulement à

la chute du grimpeur, assimilé à un point et nous omettons la possibilité qu'il se heurte à des roches, etc.

Nous omettons également les forces de frottement que subit la corde en passant dans les mousquetons et les frottements fluides liés à l'air.

3. Trouver de quoi dépend la chute

Dans une chute, on distingue 2 grandes phases. La première où le grimpeur fait une chute libre, le temps que la corde se tende, et la seconde, où la corde est tendue et s'allonge de part son élasticité. On s'intéresse ici à cette phase en assimilant la corde à un ressort.

3.1. modélisation d'un ressort

On note x l'allongement du ressort et on cherche pour le moment l'allongement maximal du ressort.

Par le PFD, on a :

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= \sum \vec{F} \\ m\ddot{x} &= mg - kx \text{ en projetant sur } i \end{aligned}$$

On intègre une première fois :

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 = mgx - \frac{1}{2}kx^2 + k_1$$

Quand $x = 0$, la vitesse vaut v_0 , la vitesse initiale. Il vient donc :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = k_1$$

On obtient :

$$m\dot{x}^2 - 2mgx + kx^2 = mv_0^2$$

Quand l'élongation maximale est atteinte, la vitesse est nulle, donc $\dot{x} = 0$. On obtient l'équation du second degré $-2mgx + kx^2 - mv_0^2 = 0$, dont on va chercher la solution positive de cette équation du second degré.

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 4m^2g^2 + 4kmv_0^2 \end{aligned}$$

La solution vaut alors :

$$S = \frac{2mg + \sqrt{(-2mg)^2 + 4kmv_0^2}}{2k}$$

On transforme l'expression de la racine du Delta avec quelques opérations algébriques pour finalement obtenir :

$$2mg\sqrt{1 + \frac{k}{m}\left(\frac{v_0}{g}\right)^2}$$

On l'injecte dans l'expression de la solution S et on factorise pour obtenir que :

$$x_{max} = \frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{k}{m}\left(\frac{v_0}{g}\right)^2}\right)$$

La force maximale de rappel du ressort vaut $F = kx_{max}$, soit

$$\begin{aligned} F &= \frac{kmg}{k} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{k}{m}\left(\frac{v_0}{g}\right)^2}\right) \\ &= mg \left(1 + \sqrt{1 + \frac{k}{m}\left(\frac{v_0}{g}\right)^2}\right) \end{aligned}$$

3.2. Application à la corde

3.2.1 - Calcul de la hauteur h

Analysons l'aspect mécanique du problème pour trouver la hauteur de chute libre h qui donne une vitesse v_0 à la limite de tension de la corde, et ainsi exprimer h en fonction de v_0 quand elle est complètement tendue). Il s'agit de l'analyse de la première phase. On utilise ici le théorème de la conservation de l'énergie mécanique. On rappelle que l'on a négligé les forces non conservatives dans notre analyse, donc

$$\begin{aligned} \Delta E_m &= \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0 \\ &= \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_B - mgz_A \end{aligned}$$

Avec cette expression et en tenant compte que la vitesse est nulle au début de la chute libre, on peut exprimer h comme

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

La hauteur de chute libre h qui donne une vitesse v_0 à la limite de tension de la corde est $h = \frac{v_0^2}{2g}$.

3.2.2 - Calcul du facteur de chute

Par définition, $f = \frac{h}{L}$. Or, on a trouvé $l = h = \frac{v_0^2}{2g}$. Le facteur de chute du cas étudié est donc $f = \frac{v_0^2}{2gL}$ et $v_0^2 = 2gLf$.

3.2.3 - Réécriture de la force maximale

Par définition, $k = \frac{1}{\alpha L}$, donc

$$\begin{aligned} F &= mg(1 + \sqrt{1 + (\frac{kv_0^2}{mg^2})}) \\ &= mg(1 + \sqrt{1 + (\frac{v_0^2}{mg^2\alpha L})}) \end{aligned}$$

De plus, $v_0^2 = 2gLf$, donc en remplaçant v_0 par son expression on trouve :

$$= P(1 + \sqrt{1 + (\frac{2f}{P\alpha})})$$

Ce résultat ne dépend que de l'élasticité de la corde et du facteur de chute, mais pas de hauteur réelle de chute. Pour bien comprendre le résultat, on peut faire une application numérique.

4. Applications numériques

Par exemple, pour un facteur de chute de 1 et une longueur de corde de 10m, la force ressentie vaut environ 6.6kn, ce qui est bien en dessous des 12kN que le corps humain peut supporter. En revanche, pour un facteur de chute de 5 et une longueur de corde de 1m, on obtient 13kn environ. Ce cas apparaît catastrophique, mais il ne peut se produire qu'en via ferrata, où un absorbeur de choc est utilisé pour parer à ce problème.

5. Conséquences sur la force ressentie

5.1. facteur de chute

Nous avons démontré quelque chose, qui de prime abord, semble contre-intuitif. La force maximale ressentie par le grimpeur ne dépend pas de la hauteur de la chute mais bien du facteur de chute. Cela signifie que pour une corde deux fois plus longue et une hauteur de chute deux fois plus grande, la force maximale est inchangée (le contact avec la paroi risque tout de même d'être un peu plus sévère !). Le cas le plus défavorable correspond à L minimum, pour une hauteur de chute h donnée, soit $f = 2$.

5.2. élasticité de la corde

Une rapide analyse de l'expression montre que plus la corde est élastique, moins la force ressentie est importante. Lorsqu'on chute avec une corde, ses fibres s'usent. Elle devient moins amortissant, et peut dans l'extrême limite se rompre sur une chute. Cependant il est plus probable que lors d'une chute la corde puisse blesser parce qu'elle n'amortit plus bien.

L'âge d'une corde est comptée en nombre de chutes de facteur 2 qu'elle a subie. Les cordes d'escalade sont conçues pour résister à au moins 5 chutes. Une bonne corde peut résister à 8 chutes. Il est une bonne pratique de marquer sur la corde le nombre de chutes qu'elle a subie afin de connaître son élasticité (si elle est vieille elle sera d'autant moins souple), par exemple en dessinant des traits sur les bouts pour chaque chute importante. Il faut éviter de monter en tête avec une vieille corde.

6. Application diverses

7. Conséquence sur les tests

Les tests du matériel d'escalade sont effectués par l'UIAA (Union Internationale des Associations d'Alpinisme). L'un des tests importants qu'une corde d'escalade doit passer pour être certifiée par l'UIAA est justement le test de chute.

Une corde d'environ 2,5 m de long est fixée à un ancrage à une extrémité. Une masse de 80 kg (représentant un grimpeur "typique") est attachée à l'autre extrémité de la corde. La masse est ensuite soulevée verticalement à 2,5 m au-dessus du point d'ancrage et relâchée. La masse tombe alors d'un peu plus de 5,0 m (un peu plus en raison de l'étirement de la corde). Une exigence importante est que la force maximale exercée sur la masse par la corde pour arrêter la chute ne dépasse pas 12 kN. En effet, le corps humain ne peut pas supporter un impact supérieur à 12 kN sans subir de graves blessures.

Lorsque les grimpeurs prennent connaissance de ce test, leur première réaction est souvent la suivante : "Ce test ne porte que sur une chute de 5 mètres. Que se passe-t-il si je fais une chute plus longue ?" Mais le fait est que la chute utilisée dans le test a un facteur de chute de 2. Il s'agit de la chute la plus grave qui puisse se produire dans le cadre d'une escalade en cordée normale. Puisque la force maximale

exercée sur la masse ne dépend que du facteur de chute et non de la distance réelle de chute, si une corde réussit le test de chute, elle n'exercera pas plus de 12 kN pour arrêter une chute, quelle qu'en soit la longueur, tant que la masse du grimpeur ne dépasse pas les 80 kg utilisés dans le test.

7.1. Pourquoi 80 kg ?

La force maximale ressentie ne doit pas dépasser 12 kN.

Le corps humain ne peut pas être soumis à un impact supérieur à 15 fois l'accélération gravitationnelle, sans en ressentir de graves séquelles.

Par la seconde loi de Newton :

$$\begin{aligned} F &= ma \\ 12\,000 &= m \cdot (15g) \\ m &= \frac{12\,000}{15g} \\ &= 80\,kg \quad (\text{en prenant } g = 10\,m \cdot s^{-2}) \end{aligned}$$

8. Conclusion

Ainsi, comme nous l'avons montré, la force ressentie lors d'une chute en escalade dépend de plusieurs facteurs comme l'élasticité de la corde, du facteur de chute, mais pas de la hauteur réelle de chute. Que l'on soit à plusieurs dizaines de mètres de hauteur en falaise ou à quelques mètres de hauteur en salle n'a pas d'influence directe sur la force ressentie. Cela nous permet de comprendre pourquoi, parfois une chute sur une courte voie en salle nous semble plus intense que sur une longue section de falaise.