<u>Second degrés 1/2</u>

I. Fonction polynôme de degré 2

On appelle fonction polynôme de degré 2 toute fonction f définie sur ℝ par une expression de la forme :
$f(x) = ax^2 + bx + c$
où les coefficients a, b et c sont des réels donnés avec a ≠ 0.
Remarque :
- Elle s'appelle également fonction trinôme du second degré ou "trinôme"
- Si une fonction comporte un carré, alors c'est une fonction polynôme du second degré.

II – Forme canonique

Toute fonction polynôme f de degré 2 définie sur ℝ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, où α et β sont deux nombres réels.
On appelle cette forme la forme **canonique** de f.
Pour la calculer, on utilise : $\alpha = -\frac{b}{2a}$
et $\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

III – Variation

Propriété :
Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, avec a ≠ 0.
- Si $a > 0$, f admet un minimum (la valeur de $f(x)$ minimale) pour x = α. Ce minimum est égal à β. La parabole est tournée vers le haut.
- Si $a < 0$, $f$admet un maximum (la valeur de $f(x)$ maximale) pour x = α. Ce maximum est égal à β.
La parabole est tournée vers le bas.
Ainsi, β est toujours le sommet de la parabole.

On en déduit donc ces tableaux de variation :

- Si $a>0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f	↘	$f(-\frac{b}{2a})$	↗

- Si $a<0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f	↗	$f(-\frac{b}{2a})$	↘

IV – Représentation graphique (méthode)

1. Mettre la fonction sous sa forme canonique
2. Appliquer la propriété du **III** pour trouver le minimum ou maximum
3. Placer le sommet de la parabole
4. Calculer d'autres valeurs pour finir le tracé

Exemple avec f, une fonction polynôme définie par $f(x) = 2(x+5)^2 + 3$ et g, définie par $g(x) = -2(x+5)^2 + 3$.