

Équations de droite

0 - Vecteurs directeurs

A - Généralités

Si une droite passe par les points A et B, alors un des vecteurs directeurs de cette droite peut être : \overrightarrow{AB}

B - Vecteurs colinéaires

On peut déterminer si 2 droites sont // en calculant le déterminant de leur vecteur directeur. On utilise :

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = x \times y' - x' \times y$. Si le résultat est 0, alors les droites sont //, dans le cas contraire, elles sont sécantes.

I - Équation cartésiennes

A - Forme

Une équation cartésienne est de la forme $ax + by + c = 0$

Si $a = 0$, alors la droite est // aux abscisses

Si $b = 0$, alors la droite est // aux ordonnées

Si $c = 0$, alors la droite passe par l'origine du repère

B - Relation avec : le vecteur directeur

Le vecteur directeur d'une droite dont l'équation cartésienne est $ax + by + c = 0$ est $\vec{u}(-b; a)$

Si d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b; a)$, alors une équation cartésienne est $ax + by + c = 0$

Si on connaît seulement 2 points, A et B, par ex sans un vecteur directeur, on calcule un vecteur directeur à partir de ces 2 points, \overrightarrow{AB} , dans l'exemple.

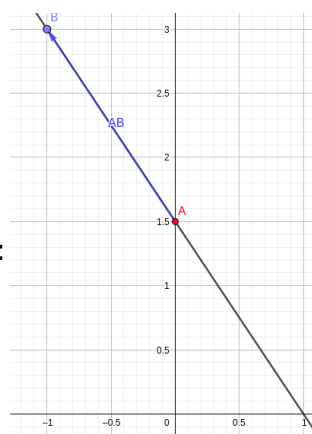
Pour trouver c, on résout l'équation avec les coordonnées d'un point appartenant à la droite à la place de x et y.

C - Représentation graphique à partir de l'équation cartésienne

1. On calcule les coordonnées d'un point de la droite en donnant une valeur à x ou y et en résolvant l'équation, $x=0$ dans l'exemple
2. On calcule un vecteur directeur.
Rappel : $\vec{u}(-b; a)$
3. On place A dans le repère et on trace le vecteur directeur

Exemple ci-contre avec l'équation :

$$3x + 2y - 3 = 0$$



II - Équations réduites

A - Forme

Elle est de la forme $y = mx + p$ ou $x=c$ si elle est // aux ordonnées

m est la pente. Si 2 équations réduites ont la même pente, alors elles sont parallèles

p l'ordonnée à l'origine

Un vecteur directeur est $\vec{u}(1; m)$ si elle est de la forme $y = mx + p$ et $\vec{u}(0; 1)$ si elle est de la forme $x=c$

B - Comment la déterminer

Avec la pente m et un point, il suffit de résoudre l'équation $y = mx + p$ avec les coordonnées d'un point pour trouver p.

Si on connaît 2 points, on trouve m avec

$$m = \frac{Y_b - Y_a}{X_b - X_a} \text{ et on résout l'équation } y = mx + p \text{ avec les coordonnées d'un point pour trouver p.}$$

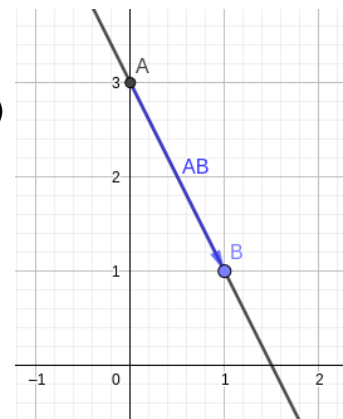
C - Représentation graphique

Si elle est de la forme $x = c$, elle est // aux ordonnées et passe par $A(c; 0)$

Si elle est de la forme $y = mx + p$

1. On place le point A, aux coordonnées $(0, p)$ car la droite est sécante à l'axe des ordonnées à ce point
2. Du point A, trace le vecteur directeur $(1; m)$

Exemple avec la droite d'équation $y = -2x + 3$



III - Passer d'une équation à l'autre

A - Cartésienne vers réduites

On résout l'équation en isolant le y dans un membre

B - Réduite vers Cartésienne

On fait passer le y vers l'autre membre pour avoir 0 sur un membre