

# Variables aléatoires

## I – Définitions et rappels

### A – Rappels

- Chaque résultat d'une expérience aléatoire s'appelle une **issue**.
- L'**univers des possibles** est l'ensemble des issues
- Un **évènement** est un sous-ensemble de l'univers des possibles
- Un **évènement élémentaire** ne contient qu'une seule issue.

### B – Définitions

- Une variable aléatoire  $X$  est une fonction définie sur un univers  $\Omega$  et à valeur dans  $\mathbb{R}$
- Soit une variable aléatoire  $X$  définie sur un univers  $\Omega$  et prenant les valeurs  $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ . La Loi de probabilité de  $X$  associe à toute valeur de  $x_i$  la probabilité  $P(X = x_i)$ .  $P(X = x_i)$  se note  $p_i$  et  $p_1, p_2, \dots = 1$

## II – Analyse

### A – Espérance mathématique

- L'espérance est donc la moyenne que l'on peut espérer si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois.
- $$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots p_nx_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$
- $E(aX + b) = aE(X) + b$

### B – Variance

- $$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2((x_2 - E(X))^2 + \dots + p_n((x_n - E(X))^2 = \sum_{i=1}^n p_i(x_i - E(X))^2$$
- $V(aX + b) = a^2V(X)$

### C – Écart-type

- L'écart-type est donc une caractéristique de dispersion "espérée" pour la loi de probabilité de la variable aléatoire.
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$