Probabilités conditionnelles et indépendance

I – Probabilité conditionnelles

A - Définition

Soit A et B deux événements avec P(A) ≠ 0. On appelle probabilité conditionnelle de B sachant A, la probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé. Elle est notée $P_A(B)$ et est définie par : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

B – Lois et règles les plus importantes

Soit A et B deux événements avec P(A) ≠ 0.

- 0 ≤ $P_A(B)$ ≤ 1

- $P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$

- $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$

II – Règles des arbre pondéré

- La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à1

- La probabilité d'une "feuille" (extrémité d'un chemin) est égale au produit des probabilités du chemin aboutissant à cette feuille

- (Formule des probabilités totales) : La probabilité d'un événement associé à plusieurs "feuilles" est égale à la somme des probabilités de chacune de ces "feuilles"

III - Probabilité et indépendance

A – Indépendance

- Deux évènements A et B de probabilité non nulle sont indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

- Deux évènements A et B de probabilité non nulle sont indépendants si $P_A(B) = P(B)$ ou $P_B(A) = P(A)$

- Si A et B sont indépendants alors A barre et B sont indépendants.

B – Succession d'épreuves indépendantes

1. Définition

Plusieurs expériences sont identiques et indépendantes si :

- elles ont les mêmes issues,

- chaque issue possède la même probabilité.

2. Lois

On considère une expérience aléatoire à deux issues A et B avec les probabilités P(A) et P(B).

Si on répète l'expérience deux fois de suite :

- la probabilité d'obtenir l'issue A suivie de l'issue B est égale à $P(A) \times P(B)$
- la probabilité d'obtenir l'issue B suivie de l'issue A est égale à $P(B) \times P(A)$
- la probabilité d'obtenir deux fois l'issue A est égale à $P(A)^2$
- la probabilité d'obtenir deux fois l'issue B est égale à $P(B)^2$