Fonction exponentielle

I – Introduction

A – Définition

Il existe une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$et $f(0) = 1$. C'est la fonction exponentielle. On la note $\exp$.

B – Propriétés élémentaires

- $\exp(0) = 1$
- Cette fonction est strictement positive sur $\mathbb{R}$

II – Etude

A – Dérivabilité

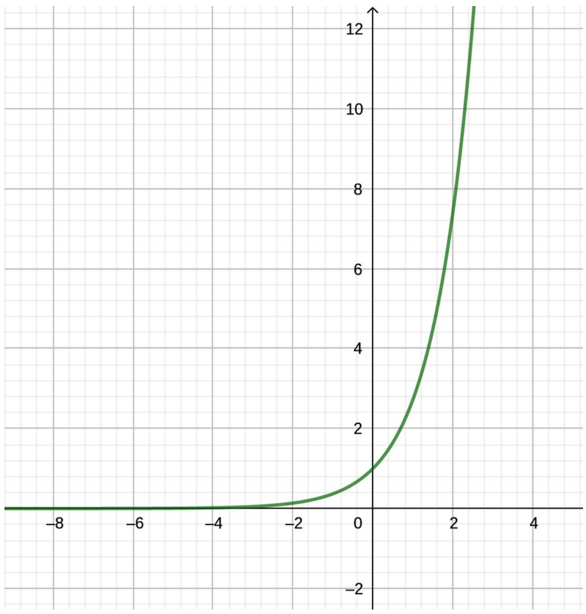
- Elle est dérivable sur $\mathbb{R}$et $(\exp(x))' = \exp(x)$

B – Variations

- Elle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

C – Représentation graphique

(voir fig 1)



III – Propriétés

A – Relations

Pour tous réels x et y,

- $\exp(x + y) = \exp(x)\dot{\exp}(y)$
- $\exp(-x) = \dfrac{1}{\exp(x)}$
- $\exp(x - y) = \dfrac{\exp(x)}{\exp(y)}$
- $\exp(nx) = (\exp(x))^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

B – le nombre e e

1. Définition

C'est l'image de 1 par la fonction exponentielle. $\exp(1) = e$

2. Application

- Pour tous réel $x, \exp(x) = e^x$
- $e^0 = 1$ et $e^1 = e$
- $e^x > 0$ et $(e^x)' = e^x$
- $e^{x+y} = e^x e^y$ et $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$
- $e{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ et $(e^x)^n = e^{nx}$ avec $n \in \mathbb{N}$
- $e^a = e^b \iff a = b$
- $e^a < e^b \iff a < b$

IV – Relation avec les suites géométriques

- Comme $e^{na} = (e^a)^n$, la suite (e^{na}) est une suite géométrique de raison e^a.

V – Fonctions de la forme t $t \to e^{kt}$

A – Variations

- La fonction $t \to e^{kt}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. Sa dérivée est $t \to ke^{kt}$
- Si $k > 0$, la fonction $t \to e^{kt}$ est strictement croissante
- Si $k < 0$, la fonction t$\to$ e^{kt} est strictement décroissante

B – Représentation graphique