Produit scalaire 2/2

I – Orthogonalité

A – Vecteurs orthogonaux

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v}=0$

B – Projection orthogonale

1. Définition

Soit une droite d et un point M du plan. Le projeté orthogonal du point M sur la droite d est le point d'intersection H de la droite d avec la perpendiculaire à d passant par M. (voir fig 1)

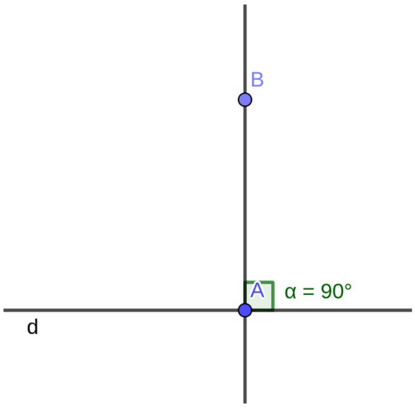
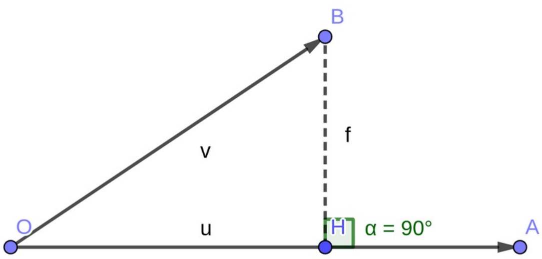


Figure 1: Schéma I - B - 1

2. Propriétés

- Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan tels que $\vec{u}=\overrightarrow{OA}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{OB}$. H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (OA).On a donc : $\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$

(voir fig 2)



- L'ensemble des points M vérifiant l'égalité $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ est le cercle de diamètre$[AB]$. (voir fig 3)
- Un point M distinct de A et B appartient au cercle de diamètre [AB] si le triangle ABM est rectangle en M. (voir fig 3)

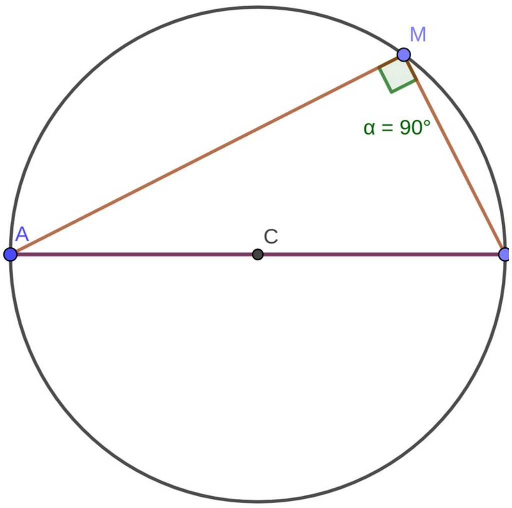


Figure 3: Schéma I - B - 2

II – Dans un repère orthonormé

A – Propriété

- Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $(x;y)$ et $(x':y')$. On a $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$