Chapitre 1

Reconnaitre une fonction polynôme du second degré

On appelle fonction polynôme de degré 2 toute fonction f définie sur ℝ par une expression de la forme : $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a ≠ 0.
Remarque :

- Elle s'appelle également fonction trinôme du second degré ou "trinôme"
- Si une fonction comporte un carré, alors c'est une fonction polynôme du second degré.

Forme factorisée avec les racines

Calcul des racines

Un nombre x_1 est une racine de $f(x) = ax^2 + bx + c$ si $f(x_1) = 0$

On peut les calculer en utilisant leur somme et produit

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

Forme factorisée

La forme factorisée d'une fonction polynôme admettant 2 racine est : $a(x - x_1)(x - x_2)$

Utilité de la forme factorisée : Déterminer le signe d'un polynôme

Pour déterminer le signe, il faut d'abord déterminer le signe de $(x - x_1)$ et de $(x - x_2)$

Il faut pense à mettre a dans le tableau de signe si celui-ci est négatif !

Forme canonique

Méthode : Passer de la forme développée $f(x) = ax^2 + bx + c$ à la forme canonique $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

avec l'exemple:$f(x) = -5x^2 - 20x + 20$

1. Factoriser par a

$f(x) = -5x^2 - 20x + 20 \iff -5(x^2 + 4x - 4)$
2. Utiliser la complétion du carré
$-5(x^2 + 4x - 4) \iff -5[(x + \frac{4}{2})^2 - (\frac{4}{2})^2 - 4]$
3. Réduire
$-5[(x + \frac{4}{2})^2 - (\frac{4}{2})^2 - 4] \iff -5[(x + \frac{4}{2})^2 - 8]$
4. Enlever les crochets en multipliant -8 par $a = -5$
$-5[(x + \frac{4}{2})^2 - 8] \iff -5(x + \frac{4}{2})^2 + 40$
$\alpha = -2$ et $\beta = 40$