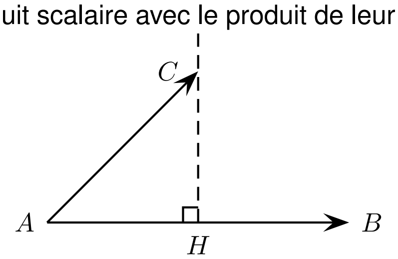
Chapitre 4 : Produits scalaires

1-Définition avec le cosinus

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{ABC})$$

2-Avec le projeté orthogonal

Pour calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, on projette C sur (AB). Ainsi, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$. Les 2 vecteurs sont colinéaires, on peut calculer le produit scalaire avec le produit de leur norme.



3-Dans un repère orthonormé

Dans un repère orthonormé, $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = x \times u' + y \times y'$ avec x et x' les coordonnées x respectives des 2 vecteurs et y et y' leurs coordonnées y respectives.

4-Propriétés

4.1-Géométriques

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}.\overrightarrow{u}$
- $\overrightarrow{u}.(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) = \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}.\overrightarrow{w}$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$

4.2-Algébriques

- $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2 = \overrightarrow{u}^2 + 2\overrightarrow{v}.\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}^2$
- $(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})^2 = \overrightarrow{u}^2 - 2\overrightarrow{v}.\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}^2$
- $\overrightarrow{u}^2 - \overrightarrow{v}^2 = (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}).(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})$

5-Avec les normes

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}(\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u}\|^2 - \|\overrightarrow{v}\|^2)$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}(\|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|^2)$

6-Relation de Chasles

6.1-Propriété

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

6.2-Exemple

$$\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}).(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$$