Dérivation 2/2

I – Dérivés des principales fonctions

A - Définition

On dit que f est dérivable sur I si elle est dérivable en tout réel x de I. La fonction $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est alors la fonction dérivée de f.

B – Formules des principales fonctions

Fonction f	Fonction dérivée f'	Ensemble de définition
f(x) = a, $a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
f(x) = ax, $a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = a\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
f(x) = x^2	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
f(x)=x^n avec $n \geq 1 entier$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
f(x) = \frac{1}{x}	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}$\{0}
f(x) = \frac{1}{x} avec $n \geq 1$ entier	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}$\{0}
f(x) = $\sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$

II – Opérations sur les fonctions dérivées

A - Formules

u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

$u+v$ dérivable sur I	$(u+v)' = u' + v'$
ku dérivable sur I, avec k constant	$(ku)' = ku'$
uv dérivable sur I	$(uv)' = u'v + uv'$
$\frac{1}{u}$ dérivable sur I, avec u \ne 0	$(\frac{1}{u})' = -\frac{u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$ avec v \ne 0	$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

B – Composée de dérivées

Fonction	Ensemble de def	Dérivée
$f(ax+b)$	f est dérivable sur I	$af'(ax+b)$

III – La fonction Valeur Absolue

A – Rappel

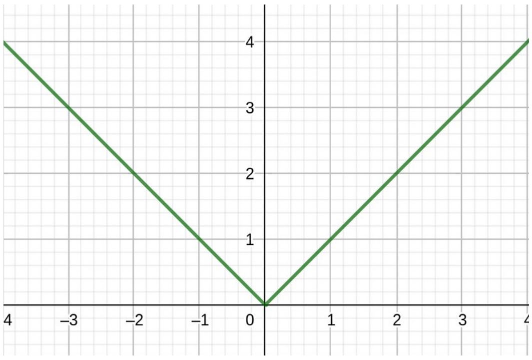
La valeur absolue d'un nombre x est égal au nombre x si x est positif, et au nombre $-x$ si x est négatif. La valeur absolue de x se note $|x|$.

B – Propriétés de la fonction

- La fonction valeur absolue est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$.

- La fonction valeur absolue est strictement décroissante sur l'intervalle $]\infty; 0]$ et strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

- Représentation



C – Dérivabilité en 0

- En observant la courbe représentative de la fonction valeur absolue, on comprend bien qu'il n'existe pas de tangente à la courbe en 0.

- La limite de la fonction n'existe pas car dépend du signe de h. Or, la limite doit être égale à un unique nombre réel.

IV – Variation d'une fonction

Théorème : Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I.

- Si $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I.

- Si $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante sur I.

V – Extremum d'une fonction

Théorème : Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle ouvert I. Si la dérivée f ' de f s'annule et change de signe en un réel c de I alors f admet un extremum en x = c.