Second degrés 1/2

I. Fonction polynôme de degré 2

On appelle fonction polynôme de degré 2 toute fonction f définie sur \mathbb{R} par une expression de la forme :

$$\dot{f}(x) = ax^2 + bx + c$$

où les coefficients a, b et c sont des réels donnés avec a ≠ 0.

Remarque:

- Elle s'appelle également fonction trinôme du second degré ou "trinôme"
- Si une fonction comporte un carré, alors c'est une fonction polynôme du second degré.

II - Forme canonique

Toute fonction polynôme f de degré 2 définie sur \mathbb{R} par $f(x)=ax^2+bx+c$ peut s'écrire sous la forme : $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$, où α et β sont deux nombres réels. On appelle cette forme la forme **canonique** de f.

Pour la calculer, on utilise : $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

III - Variation

Propriété:

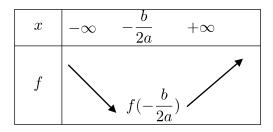
Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, avec a \neq 0.

- Si a>0, f admet un minimum (la valeur de f(x) minimale) pour $x=\alpha$. Ce minimum est égal à β . La parabole est tournée vers le haut.
- Si a<0, fadmet un maximum (la valeur de f(x) maximale) pour x = α . Ce maximum est égal à β .

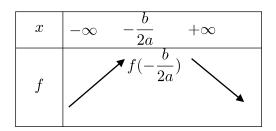
La parabole est tournée vers le bas. Ainsi, β est toujours le sommet de la parabole.

On en déduit donc ces tableaux de variation :

- Si a > 0:



- Si *a*<0:



IV – Représentation graphique (méthode)

- 1. Mettre la fonction sous sa forme canonique
- 2. Appliquer la propriété du III pour trouver le minimum ou maximum
- 3. Placer le sommet de la parabole
- 4. Calculer d'autres valeurs pour finir le tracé

Exemple avec f, une fonction polynôme définie par $f(x)=2(x+5)^2+3$ et g, définie par $g(x)=-2(x+5)^2+3$.

