

# Arhitectura Calculatoarelor

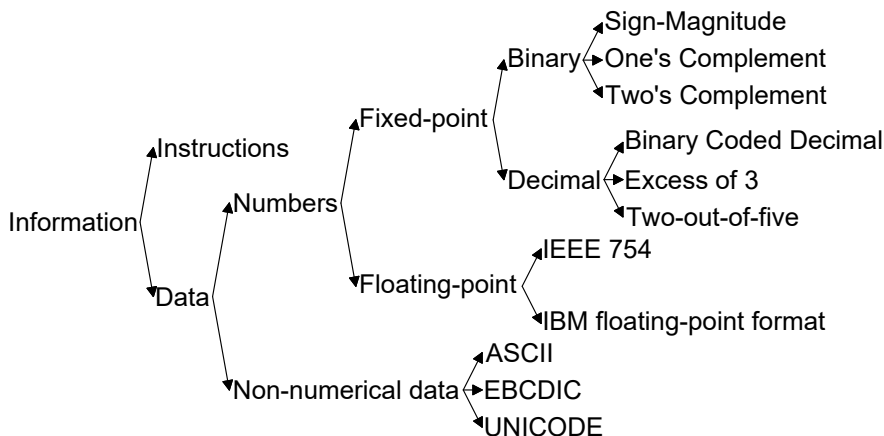
Oprițoiu Flavius  
flavius.opritoiu@cs.upt.ro

9 Octombrie 2024

# *Cap. 1* Reprezentarea numerelor în sistemele de calcul - Recapitulare

## 1.1 - Clasificarea informațiilor

Clasificarea informației:



## 1.1 - Clasificarea informațiilor (contin.)

Bit: binar digit

- ▶ byte
- ▶ cuvinte

Coduri pentru date non-numerice

- ▶ American Standard Code for Information Interchange (ASCII)
- ▶ Extended Binary Coded Decimal Interchange Code (EBCDIC)
- ▶ UNICODE

## 1.1 - Clasificarea informațiilor (cont.)

Numere de virgulă fixă

- ▶ întregi
- ▶ fracționare

Numere de virgulă mobilă:

- ▶ reprezentare aproximativă
  - ▶ Se consideră valoarea  $1e20$ 
    - ▶  $(3.14 + 1e20) - 1e20 = 0$
    - ▶  $3.14 + (1e20 - 1e20) = 3.14$
  - ▶  $\Rightarrow$  Adunarea numerelor de virgulă mobilă: nu este asociativă!

## 1.2 - Reprezentarea numerelor de virgulă fixă

Numărul  $X$  reprezentat în baza  $r$ :

- ▶  $X = x_{n-1}x_{n-2} \cdots x_1x_0.x_{-1}x_{-2} \cdots x_{-m}$ 
  - ▶ parte întreagă:  $x_{n-1}x_{n-2} \cdots x_1x_0$
  - ▶ parte fracționară:  $x_{-1}x_{-2} \cdots x_{-m}$
  - ▶ Most Significant Bit (MSB) (cel mai semnificativ bit):  $x_{n-1}$
  - ▶ Least Significant Bit (LSB) (cel mai puțin semnificativ bit):  $x_{-m}$

Valoarea lui  $X$  reprezentată în baza  $r$ :

- ▶  $X = \sum_{j=-m}^{n-1} x_j * r^j, 0 \leq x_j < r$ 
  - ▶  $r^j$ : ponderea cifrei  $x_j$
  - ▶ reprezentare **pozițională**

## 1.2 - Reprezentarea numerelor de virgulă fixă (cont.)

Atunci când baza  $r = 2 \rightarrow$  sistem de reprezentare binar.

Exemplu:

$$\begin{array}{rcccccccc} 103_{(10)} & = & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \cdot & (2) \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ \text{weights} & \text{-----} & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & & \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ 68_{(10)} & = & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdot & (2) \end{array}$$

Poziția virgulei binare:

- convenție pentru reprezentarea numerelor întregi și fracționare
  - evită codificarea poziției virgulei în reprezentarea numerelor
  - rămân mai mulți biți pentru precizie

## 1.2 - Reprezentarea numerelor de virgulă fixă (cont.)

Pentru numere întregi, virgula binară se află la dreapta celui mai puțin semnificativ bit (LSB).

►  $X = x_{n-1}x_{n-2} \cdots x_1x_0 = \sum_{i=0}^{n-1} x_i * 2^i$ , pentru  $X$  pe  $n$  biți

Pentru numere fracționare, punctul binar se află la stânga celui mai semnificativ bit (MSB).

►  $X = .x_{n-1}x_{n-2} \cdots x_1x_0 = \sum_{i=0}^{n-1} x_i * 2^{i-n}$ , pentru  $X$  pe  $n$  biți

Exemplu:

$$\begin{array}{rcccccccc} \frac{103}{128} & & & & & & & & \\ & (10) & = & . & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & & (2) \\ \text{weights} & & & & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & 2^{-4} & 2^{-5} & 2^{-6} & 2^{-7} & & \\ & & & & | & | & | & | & | & | & | & & \\ \frac{17}{32} & & & & & & & & & & & & \\ & (10) & = & . & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & (2) \end{array}$$



### 1.2.1 - Semn-Mărime

MSB codifică semnul numărului. Convenția de semn:

- ▶ numerele pozitive au bitul de semn 0
- ▶ numerele negative au bitul de semn 1

Numărul  $X$ , pe  $n$  biți, este reprezentat în forma Semn-Mărime astfel:

- ▶  $X = x_{n-1} x_{n-2} x_{n-3} \cdots x_1 x_0$ , unde
  - ▶  $x_{n-1}$  fiind semnul lui  $X$
  - ▶  $x_{n-2} x_{n-3} \cdots x_1 x_0$  fiind mărimea lui  $X$

Exemplu:

$$+103_{10} = 0\ 1100111_{(SM)}$$

$$-103_{10} = 1\ 1100111_{(SM)}$$

### 1.2.1 - Semn-Mărimă (cont.)

Interval valoric:

- ▶ cel mai mare număr întreg pe  $n$  biți, în Semn-Mărimă:

- ▶  $MAXINT_{SM}: 0 \underbrace{11 \cdots 111}_{n-1 \text{ biți}}.$

- ▶ valoarea lui  $MAXINT_{SM} = 2^{n-1} - 1$

- ▶  $\Rightarrow$  interval de valori pentru numerele întregi pe  $n$  biți:  
 $[1 - 2^{n-1}; 2^{n-1} - 1]$

- ▶ cel mai mare număr fracționar pe  $n$  biți, în Semn-Mărimă:

- ▶  $MAXFRA_{SM}: 0 \underbrace{.11 \cdots 111}_{n-1 \text{ biți}}$

- ▶ valoarea lui  $MAXFRA_{SM} = 1 - 2^{-n+1}$

- ▶  $\Rightarrow$  interval de valori pentru numerele fracționare pe  $n$  biți:  
 $[2^{-n+1} - 1; 1 - 2^{-n+1}]$

### 1.2.1 - Semn-Mărime (cont.)

Precizie:

- ▶ luăm în considerare numerele Semn-Mărime pe  $n$  biți
- ▶ câte cifre zecimale sunt necesare pentru a reprezenta oricare dintre numerele Semn-Mărime pe  $n$  biți?
  - ▶  $2^{n-1} - 1 = 10^p$ , unde  $p$  este *precizia*
  - ▶ rezultă că  $p = \lceil \log_{10}(2^{n-1} - 1) \rceil$
  - ▶ astfel,  $p \leq \lceil \log_{10}(2^{n-1}) \rceil =$
  - ▶ în final,  $p \leq \lceil (n-1) * 0.3 \rceil$

Exemplu: se consideră numere Semn-Mărime pe 10 biți.

- ▶ precizia  $p \approx \lceil 9 * 0.3 \rceil = \lceil 2.7 \rceil = 3$
- ▶ cel mai mare număr întreg în Semn-Mărime pe 10 biți este +511, a cărei reprezentare zecimală are 3 cifre

### 1.2.1 - Semn-Mărime (cont.)

Complexitatea hardware a reprezentării Semn-Mărime:

- ▶ complexitate hardware moderată
- ▶ favorabilă operației de înmulțire

Dezavantaje:

- ▶ există **două** configurații binare pentru 0 în Semn-Mărime
  - ▶  $+0$  : 0 00...000
  - ▶  $-0$  : 1 00...000

## 1.2.1 - Semn-Mărime (cont.)

Dezavantaje:

► Adunarea în Semn-Mărime

- se consideră operanzii  $X = 5$  și  $Y = 2$ , pe 4 biți
- cele patru posibile configurații de semn pentru adunare

$$\begin{array}{r} X=+5: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 1_{SM} \\ Y=+2: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0_{SM} \\ \hline 0 \ 1 \ 1 \ 1_{SM} \end{array} \Bigg| + = +7_{SM}$$

$$\begin{array}{r} X=+5: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 1_{SM} \\ Y=-2: \quad 1 \ 0 \ 1 \ 0_{SM} \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1_{SM} \end{array} \Bigg| + = \cancel{-7_{SM}}$$

$$\begin{array}{r} X=-5: \quad 1 \ 1 \ 0 \ 1_{SM} \\ Y=+2: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0_{SM} \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1_{SM} \end{array} \Bigg| + = \cancel{+7_{SM}}$$

$$\begin{array}{r} X=-5: \quad 1 \ 1 \ 0 \ 1_{SM} \\ Y=-2: \quad 1 \ 0 \ 1 \ 0_{SM} \\ \hline \cancel{1} \ 0 \ 1 \ 1_{SM} \end{array} \Bigg| + = \cancel{*}7_{SM}$$

### 1.2.2 - Complementul de 1

MSB codifică semnul (aceeași convenție ca pentru SM).

Numărul  $X$ , pe  $n$  biți, este reprezentat în Complementul de 1 astfel:

$$\text{► } \bar{X} = \begin{cases} 0 & x_{n-2}x_{n-3} \cdots x_1x_0 & X \geq 0 \\ 1 & \bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3} \cdots \bar{x}_1\bar{x}_0 & X \leq 0 \end{cases}, \text{ unde}$$

►  $\bar{x}_i$  reprezentând complementul lui  $x_i$ :  $\bar{x}_i = 1 - x_i$

► Reprezentare non-pozitională (non-ponderată)

Exemplu:

$$+103_{10} = 0 \ 1100111_{(C1)}$$

$$-103_{10} = 1 \ 0011000_{(C1)}$$

$$+68_{10} = 0 \ 1000100_{(C1)}$$

$$-68_{10} = 1 \ 0111011_{(C1)}$$

### 1.2.2 - Complementul de 1 (cont.)

Interval de valori:

- ▶ la fel ca pentru Semn-Mărime
  - ▶ pentru un număr dat pe  $n$  biți, Semn-Mărime și Complementul de 1 codifică același număr de valori

Precizie:

- ▶ la fel ca pentru Semn-Mărime
  - ▶ deoarece codifică același număr de valori, Complementul de 1 are aceeași precizie ca Semn-Mărime

Complexitate hardware:

- ▶ complexitatea hardware mai mare pentru Complementul de 1
  - ▶ nu mai este favorabil operației de înmulțire

Dezavantaje:

- ▶ există **două** configurații binare pentru 0 în Complementul de 1
  - ▶  $+0$  : 0 00...000
  - ▶  $-0$  : 1 11...111

## 1.2.2 - Complementul de 1 (cont.)

Dezavantaje:

► Adunarea în Complementul de 1

- se consideră aceiași operanzi  $X = 5$  și  $Y = 2$ , pe 4 biți
- cele patru posibile configurații de semn pentru adunare

$$\begin{array}{r} X=+5: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 1_{C1} \\ Y=+2: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0_{C1} \\ \hline 0 \ 1 \ 1 \ 1_{C1} = +7_{C1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X=+5: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 1_{C1} \\ Y=-2: \quad 1 \ 1 \ 0 \ 1_{C1} \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0_{C1} \\ \text{end around carry} \rightarrow 1 \\ \hline 0 \ 0 \ 1 \ 1_{C1} = +3_{C1} \end{array} \quad \begin{array}{l} = +2_{C1} \\ \text{(crossed out)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X=-5: \quad 1 \ 0 \ 1 \ 0_{C1} \\ Y=+2: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0_{C1} \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \ 0_{C1} \\ \rightarrow 1 \ 0 \ 1 \ 1_{SM} = -3_{SM} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X=-5: \quad 1 \ 0 \ 1 \ 0_{C1} \\ Y=-2: \quad 1 \ 1 \ 0 \ 1_{C1} \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_{C1} \\ \rightarrow 1 \ 0 \ 0 \ 0_{C1} \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1_{SM} = -7_{SM} \end{array} \quad \begin{array}{l} = *7_{C1} \\ \text{(crossed out)} \end{array}$$

Există dezavantaje legate de adunarea în Complementul de 1?



## 1.2.3 - Complementul de 2

MSB codifică semnul (aceeași convenție ca pentru SM).

Numărul întreg  $X$ , pe  $n$  biți, este reprezentat în C2 astfel:

$$\blacktriangleright -X = \begin{cases} 0 x_{n-2} x_{n-3} \cdots x_1 x_0 & X \geq 0 \\ (1 \overline{x_{n-2}} \overline{x_{n-3}} \cdots \overline{x_1} \overline{x_0} + 1) \bmod 2^n & X < 0 \end{cases}$$

Numărul fracționar  $X$ , pe  $n$  biți, este reprezentat în C2 astfel:

$$\blacktriangleright -X = \begin{cases} 0 .x_{n-2} x_{n-3} \cdots x_1 x_0 & X \geq 0 \\ (1 .\overline{x_{n-2}} \overline{x_{n-3}} \cdots \overline{x_1} \overline{x_0} + 0.0 \cdots 01) \bmod 2 & X < 0 \end{cases}$$

Operațiile  $\bmod 2^n$  și  $\bmod 2$  pentru numerele întregi, respectiv, fracționare, asigură că transportul generat dinspre MSB este ignorat

$$\begin{array}{rcccccccccl} +103_{10} = & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & (C2) \\ \\ -103_{10} = & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & (SM) \\ = & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & (C1) \\ & & & & & & & & 1 & \\ = & \hline & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & (C2) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ + \end{array} \right.$$

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

#### Regulă practică de conversie SM $\leftrightarrow$ C2:

- ▶ se păstrează bitul de semn
- ▶ începând de la stânga spre dreapta, se complementează fiecare bit, cu excepția celui mai din dreapta bit de 1 și a tuturor zerourilor care îl urmează

Exemplu: se consideră numere pe 10 biți:

$$-103_{10} = 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad (SM)$$

$$= 1 \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 0 \end{matrix} \quad 1 \quad (C2)$$

$$-68_{10} = 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad (SM)$$

$$= 1 \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ 1 \end{matrix} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad (C2)$$

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Reprezentare non-pozitională (non-ponderată)

Intervalul valoric:

- ▶ pentru numere întregi pe  $n$  biți:  $[-2^{n-1}; 2^{n-1} - 1]$
- ▶ pentru numere fracționare pe  $n$  biți:  $[-1; 1 - 2^{-n+1}]$

Precizia:

- ▶  $p = \lceil (n - 1) \log_{10} 2 \rceil$

Complexitate hardware:

- ▶ adunarea și scăderea sunt mai simple decât în cazul SM/C1 (SM nu poate efectua corect adunări independente de semnele operanzilor)
- ▶ înmulțirea este mai complexă decât în cazul SM

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Configurația binară pentru  $-0$  este diferită de cea pentru  $+0$ ?

► se consideră operanzi întregi pe  $n$  biți

$$\begin{array}{rcll} -0 = & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & (SM) \\ = & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & (C1) \\ = & \underline{1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & (C2) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ + \end{array} \right.$$

► observații:

- Este ignorat transportul din MSB (cel mai din stânga bit de 1) deoarece adunarea unității se efectuează modulo  $2^n$ , conform definiției Complementului de doi
- Pentru numere fracționare, se poate construi reprezentarea  $-0$  într-un mod similar

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Adunarea binară în Complementul de 2:

- ▶ se consideră aceiași operanzi  $X = 5$  și  $Y = 2$ , pe 4 biți
- ▶ cele patru configurații posibile ale semnelor pentru adunare

$$\begin{array}{r} X=+5: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 1_{C2} \\ Y=+2: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0_{C2} \\ \hline 0 \ 1 \ 1 \ 1_{C2} = +7_{C2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X=+5: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 1_{C2} \\ Y=-2: \quad 1 \ 1 \ 1 \ 0_{C2} \\ \hline \text{X} \ 0 \ 0 \ 1 \ 1_{C2} = +3_{C2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X=-5: \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1_{C2} \\ Y=+2: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0_{C2} \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \ 1_{C2} \\ \curvearrowright 1 \ 0 \ 1 \ 1_{SM} = -3_{SM} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X=-5: \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1_{C2} \\ Y=-2: \quad 1 \ 1 \ 1 \ 0_{C2} \\ \hline \text{X} \ 1 \ 0 \ 0 \ 1_{C2} \\ \curvearrowright 1 \ 1 \ 1 \ 1_{SM} = -7_{SM} \end{array}$$

**Avantajele** aritmeticii în Complementul de 2:

- ▶ operație corectă indiferent de semnele operandelor
  - ▶ facilitează implementarea scăderii:  $X - Y = X + (-Y)$
- ▶ carry-out din MSB este ignorat
- ▶ bitul de semn este tratat ca oricare alt bit de magnitudine

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Comparație a codurilor pentru numere întregi pe 5 biți:

Număr zecimal	Coduri binare de virgula fixă		
	SM	C1	C2
+15	01111	01111	01111
+14	01110	01110	01110
⋮	⋮	⋮	⋮
+2	00010	00010	00010
+1	00001	00001	00001
+0	00000	00000	00000
-0	10000	11111	00000
-1	10001	11110	11111
-2	10010	11101	11110
⋮	⋮	⋮	⋮
-14	11110	10001	10010
-15	11111	10000	10001

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Comparație a codurilor pentru numere întregi pe 5 biți:

Număr zecimal	Coduri binare de virgulă fixă		
	SM	C1	C2
+15	01111	01111	01111
+14	01110	01110	01110
⋮	⋮	⋮	⋮
+2	00010	00010	00010
+1	00001	00001	00001
+0	00000	00000	00000
-0	10000	11111	00000
-1	10001	11110	11111
-2	10010	11101	11110
⋮	⋮	⋮	⋮
-14	11110	10001	10010
-15	11111	10000	10001
-16	—	—	10000

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Anomalia Complementului de doi:

► Prin convenție, configurația  $1\,00\cdots000_{C2}$  codifică:

$$1\,00\cdots000_{C2} \begin{cases} \nearrow -2^{n-1} & \text{pentru numere întregi} \\ \searrow -1 & \text{pentru numere fractionare} \end{cases}$$

► Pentru numerele fără semn, aceeași configurație codifică:

$$1\,00\cdots000 = +2^{n-1}$$



### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

#### Overflow aritmetic:

- ▶ Rezultatul unei operații aritmetice depășește capacitatea de stocare.

Overflow aritmetic pentru numere fără semn:

- ▶ Se consideră  $X = 35$ ,  $Y = 33$  numere fără semn, pe 6 biți

$$\begin{array}{r} X=35: \quad 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ Y=33: \quad 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \leftarrow \text{storing capacity} \\ + \\ \\ \end{array}$$

~~1~~ 0 0 0 1 0 0 = ~~4~~ (overflow)

- ▶ Dacă  $X$  și  $Y$  ar fi fost fără semn pe 7 biți:

$$\begin{array}{r} X=35: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ Y=33: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \leftarrow \text{storing capacity} \\ + \\ \\ \end{array}$$

1 0 0 0 1 0 0 = 68

**Notă:** Overflow-ul la operațiile cu operanzi fără semn apare atunci când se generează un transport din MSB.

### 1.2.3 - Complementul de 2 (cont.)

Overflow aritmetic pentru operanzi cu semn (C2):

- Se consideră  $X = +19$ ,  $Y = +14$  reprezentate în C2, pe 6 biți

$$\begin{array}{r} \text{X}=+19: \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1_{C2} \\ \text{Y}=+14: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0_{C2} \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1_{C2} = \text{~~-31~~} \text{ (overflow)} \end{array}$$

*(Note: A red double-headed arrow above the first five bits of the first two rows is labeled "storing capacity".)*

- Dacă  $X$  și  $Y$  ar fi fost fără semn pe 7 biți:

$$\begin{array}{r} \text{X}=+19: \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1_{C2} \\ \text{Y}=+14: \quad 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0_{C2} \\ \hline 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1_{C2} = +33 \end{array}$$

*(Note: A red double-headed arrow above the first six bits of the first two rows is labeled "storing capacity".)*

**Notă:** Overflow-ul pentru operanzii cu semn (C2) apare atunci când adunarea a doi operanzi de același semn produce un rezultat de semn opus.

## 1.2.4 - Interpretare alternativă a Complementului de doi

Interpretarea lui Robertson:

► Facilitează înmulțirea operanzilor în C2

Fie  $X$  un număr întreg negativ, reprezentat în C2, pe  $n$  biți:

$$\begin{aligned}
 X &= \begin{matrix} & 1 & x_{n-2}^* & x_{n-3}^* & \cdots & x_1^* & x_0^* \end{matrix} \\
 &= \left( \begin{matrix} & 1 & x_{n-2}^* & x_{n-3}^* & \cdots & x_1^* & x_0^* \end{matrix} \right) \pmod{2^n} \\
 &= \left( \begin{matrix} & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ + & 0 & x_{n-2}^* & x_{n-3}^* & \cdots & x_1^* & x_0^* \end{matrix} \right) \pmod{2^n} \\
 &= \left( \begin{matrix} -2^{n-1} + & 0 & x_{n-2}^* & x_{n-3}^* & \cdots & x_1^* & x_0^* \end{matrix} \right) \pmod{2^n} \\
 &\quad \quad \quad \longleftarrow \text{Număr pozitiv în C2} \longrightarrow \\
 &= \begin{matrix} -2^{n-1} + & 0 & x_{n-2}^* & x_{n-3}^* & \cdots & x_1^* & x_0^* \end{matrix}
 \end{aligned}$$

### 1.2.4 - Interpretare alternativă a Complementului de doi (contd.)

**Interpretarea lui Robertson:** valoarea unui număr negativ în C2 este egală cu valoarea numărului pozitiv obținut prin *ștergerea* bitului de semn din care se scade ponderea asociată bitului de semn.

Exemplu:

$$\begin{aligned} -103_{10} &= && \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} & (C2) \\ &&& \Downarrow \\ &= & -1 * 2^7 + & \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} & (C2) \\ &= & -128 + & 25 \\ &= & -103 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -68_{10} &= && \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} & (C2) \\ &&& \Downarrow \\ &= & -1 * 2^7 + & \begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & (C2) \\ &= & -128 + & 60 \\ &= & -68 \end{aligned}$$

### 1.2.4 - Interpretare alternativă a Complementului de doi (contd.)

Interpretarea lui Robertson se aplică și numerelor pozitive:

$$\begin{aligned} +103_{10} &= && 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & (C2) \\ &= -0 * 2^7 + && 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & (C2) \\ &= 0 + && 103 \\ &= +103 \end{aligned}$$

În general:

- ▶ SE consideră  $X$ , întreg reprezentat în C2, pe  $n$  biți, cu

$$X = x_{n-1} x_{n-2} x_{n-3} \cdots x_1 x_0$$

- ▶ valoarea lui  $X$  poate fi exprimată ca:

$$X = -x_{n-1} * 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i * 2^i$$

Considerații similare pot fi construite și pentru numerele fracționare în C2.

### 1.3 - Reprezentarea numerelor zecimale cu punct fix

Comparație coduri de reprezentare zecimală:

Cifra zecimală	Coduri zecimale de virgulă fixă		
	BCD8421	Exces de 3	Doi-din-cinci
0	0000	0011	11000
1	0001	0100	00011
2	0010	0101	00101
3	0011	0110	00110
4	0100	0111	01001
5	0101	1000	01010
6	0110	1001	01100
7	0111	1010	10001
8	1000	1011	10010
9	1001	1100	10100

**Notă:** codificarea *doi-din-cinci* nu este unică.

### 1.3.1 - Binary Coded Decimal 8421

Reprezintă o cifră zecimală pe o tetradă (grup de patru biți)

- ▶ tetradă  $\equiv$  nibble  $\equiv$  4 biți consecutivi
- ▶ de obicei, referit prin mai simplul Binary Coded Decimal (BCD)

Exemplu:

$$297_{10} = 0010 \quad 1001 \quad 0111 \quad BCD$$

- ▶ ponderea unui bit în reprezentare este  $10^i * 2^j$ , unde
  - ▶  $i$  - poziția cifrei zecimale
  - ▶  $j$  - poziția bitului în tetradă
- ▶ ponderi fixe  $\rightarrow$  reprezentare pozițională

### 1.3.2 - Exces de 3

Reprezintă o cifră zecimală pe o tetradă

- ▶ Excesul  $\equiv$  bias
  - ▶ Valoare adăugată la toate configurațiile codificării

Excesul de 3 (E3) adaugă 3 unități la cifra zecimală BCD corespunzătoare.

- ▶ Nu este pozițional
- ▶ Facilitează adunarea

Exemplu:

$$297_{10} = 0101 \quad 1100 \quad 1010 \quad E3$$



### 1.3.3 - Doi-din-cinci

Reprezintă o cifră zecimală folosind 5 biți

- ▶ 2 biți din cei 5 utilizați pentru reprezentarea unei cifre sunt 1
- ▶ 3 biți din cei 5 utilizați pentru reprezentarea unei cifre sunt 0

Doi-din-cinci (2-o-o-5) facilitează detectarea erorilor:

- ▶ folosind coduri de paritate: modificarea oricăruia dintre cei 5 biți schimbă numărul de biți de 1 și 0 în reprezentarea fiecărei cifre

Exemplu:

$$297_{10} = 00101 \quad 10100 \quad 10001 \quad 2-o-o-5$$

## 1.4 - Reprezentarea numerelor de virgulă mobilă

Notăție științifică:  $X = X_M * B^{X_E}$

- ▶  $X_M$  - mantisa, reprezentată ca un număr de virgulă fixă, fracționar
- ▶  $X_E$  - exponentul, reprezentat ca un număr de virgulă fixă, întreg
- ▶  $B$  - baza reprezentării; în mod obișnuit,  $B$  este 2 sau o putere a lui 2

Atât  $X_M$ , cât și  $X_E$  pot fi reprezentate în SM sau în C2.