7. Tabele

7.1. TDA Tabelă

- Noțiunea de tabelă este foarte cunoscută, fiecare dintre noi consultând tabele cu diverse ocazii.
- Ceea ce interesează însă în acest context se referă la evidențierea acelor caracteristici ale tabelelor care definesc **tipul de date abstract tabelă**.
- În figura 7.1.a apare un exemplu de tabelă în două variante.

Nume Prenume	An	Medie
Antonescu Ion	3	7,89
Bărulescu Petre	2	9,20
Card Gheorghe	5	9,80
Mare Vasile	2	8,33
Suciu Horia	1	9,60

Nume Prenume	An	Medie
Suciu Horia	1	9,60
Bărulescu Petre	2	9,20
Mare Vasile	2	8,33
Antonescu Ion	3	7,89
Card Gheorghe	5	9.80

Fig.7.1.a. Exemple de tabele

- După cum se observă, tabela din figură, ca și marea majoritate a tabelelor, este alcătuită din **articole**.
 - Acest lucru nu este însă obligatoriu, deoarece spre exemplu prima coloană a
 acestei tabele poate fi considerată la rândul ei o tabelă (tabela studenților
 înscriși).
 - În prima variantă studenții sunt aranjați în **ordine alfabetică**, în cea de-a doua în **ordinea crescătoare** a **anilor** de studiu.
- Se spune că **tabela** este **ordonată** după o "**cheie**" element care facilitează regăsirea informațiilor pe care le conține.
 - Astfel, o "cheie" este un câmp sau o parte componentă a unui câmp care identifică în mod unic o intrare în tabelă.

- Nu este necesar ca tabela să fie sortată după o cheie însă o astfel de sortare simplifică căutarea în tabelă.
- Dintre operațiile frecvente care se execută asupra **tabelelor** se menționează:
 - (1) **Căutarea** în tabelă în vederea localizării informațiilor care satisfac una sau mai multe condiții.
 - (2) **Prelucrarea integrală** a tabelei într-un proces de "**traversare**" a acesteia.
 - Prelucrarea unei anumite intrări a tabelei în cadrul procesului de traversare se numește **vizitare** ("**visiting**").
 - Vizitarea poate include toate genurile de prelucrări începând de la **afișare** și terminând cu **modificarea** conținutului intrării.
- În definitiv, **TDA Tabelă** poate fi descris în mod sintetic după cum urmează [7.1.a].

TDA Tabelă

Modelul Matematic: O secvență finită de elemente. Fiecare element are cel puțin o cheie care identifică în mod unic intrarea în tabelă și care este un câmp sau un subcâmp al elementului.

Notații:

```
TipElement - tipul elementelor tabelei.

TipCheie - tipul cheii.

t: TipTabela;
e: TipElement;
k: TipCheie;
b: boolean.
```

Operatori:

1. Crează Tabela Vidă (t: Tip Tabela); - operator care face tabela t vidă.

[7.1.a]

- 2. TabelăVidă(t: TipTabela): boolean; operator boolean care returnează **true** dacă tabela t este goală.
- 3. TabelăPlină(t: TipTabela): boolean; operator boolean care returnează true dacă tabela e plină.
- 4. Cheie Elem Tabelă (e: Tip Element): Tip Cheie; -operator care returnează cheia elementului e.
- 5. CautăCheie(t: TipTabela, k: TipCheie): boolean; operator care returnează **true** dacă cheia k se găsește în tabela t.

- 6. InserElemTabelă(t: TipTabela,e: TipElement); -operator care înserează elementul e în tabela t. Se presupune că e nu există în tabelă.
- 7. SuprimElemTabelă(t: TipTabela,k: TipCheie); operator care suprimă din t elementul cu cheia k. Se presupune că există un astfel de element în t.
- 8. Furnizează Elem Tabelă (t: Tip Tabela, k: Tip Cheie): Tip Element; operator care returnează elementul cu cheia k. Se presupune că elementul aparține lui t.
- 9. Traversează Tabelă (t: Tip Tabela, Vizitare (Listă Argumente)) operator care execută procedura Vizitare pentru fiecare element al tabelei t.

- În anumite implementări este convenabil să se cunoască **numărul curent** de elemente conținute în tabelă.
 - În acest scop se poate asocia tabelei un **contor de elemente** și un operator care-l furnizează, spre exemplu, **DimensiuneTabelă**(t:TipTabela): TipContor.
 - **Contorul** se inițializează la crearea tabelei și se actualizează ori de câte ori se realizează inserții sau suprimări în tabelă.
- În unele aplicații este convenabil de asemenea să se definească operatorul **Actualizare**(t: TipTabela, e: TipElement).
 - Operatorul realizează **actualizarea** acelei intrări din **tabelă** care conține elementul e.
 - În termenii operatorilor anterior definiți, actualizarea poate fi implementată astfel [7.1.b]:

{TDA Tabelă - operatorul Actualizare}

 $\textbf{\textit{SuprimElemTabel}} \textbf{\textit{i}} (\texttt{t}, \texttt{CheieElemTabel} \texttt{\textit{i}} (\texttt{e})) \texttt{\textit{;}}$

InserElemTabelă(t,e) [7.1.b]

- Structura tabelă este strâns legată de bazele de date relaționale.
 - De fapt structura tabelă este componenta principală a unei baze de date relationale.
- O bază de date în general, este o colecție de date integrate, destinată unei mari varietăți de aplicații, memorată într-o manieră eficientă.
- O bază de date relațională este formată din mai multe tabele numite relații.

• Asupra acestor tabele pot fi realizate **prelucrări** extrem de diverse și de fapt prin intermediul lor se realizează accesul eficient la elementele bazei de date.

7.2. Tehnici de implementare a TDA Tabelă

- Există în principiu mai multe posibilități de **implementare** a **tipului de date abstract** tabelă.
 - Este vorba despre tablouri, liste înlănțuite, tabele de dispersie, arbori etc.
- Dintre aceste posibilități în cadrul paragrafului de față vor fi analizate cele bazate pe structurile tablou și listă înlănțuită.
- Implementarea bazată pe **tehnica dispersiei** face obiectul secțiunii următoare iar cea bazată pe **arbori binari** va fi tratată ulterior.
- În general listele înlănțuite sau tablourile, ambele în variantă ordonată sau neordonată se constituie în 4 metode posibile de implementare a tabelelor.
 - În continuare se va realiza o **analiză comparată** a acestor **metode**, detaliile de implementare fiind lăsate ca exercițiu.
 - Aceasta analiză comparată are un caracter de generalitate care se răsfrânge și asupra altor tipuri de date abstracte în a căror implementare sunt implicate structurile tablou respectiv listă înlănţuită.
 - În esență, în fiecare dintre cele 4 situații vor fi evidențiate avantajele, dezavantajele, concluziile și recomandările referitoare la utilizare.
- Observația **fundamentală** de la care pornește orice implementare a unui **TDA** este aceea că, **particularitățile aplicației** în care este el utilizat, **determină** cea mai potrivită **metodă de implementare**
- Particularitățile unei aplicații derivă direct din natura și din dinamica operațiilor efectuate asupra structurii de date asociate.

7.2.1. Implementarea TDA Tabelă cu ajutorul tabourilor ordonate

- Avantaje:
 - Posibilitatea utilizării tehnicii **căutării binare** $(O(log_2 n))$.
 - Acest avantaj se răsfrânge asupra **fazei de căutare** a cheii în operațiile de inserție, suprimare, furnizare element și căutare cheie.
 - Furnizarea informației și căutarea cheii este performantă $O(\log_2 n)$.

- De fapt furnizarea constă din doi timpi: faza de căutare $(O(\log_2 n))$ și din faza de returnare O(1).
- Traversarea ordonată a cheilor este liniară (O(n)).

Dezavantaje:

- Faza de instalare la inserție este lentă (O(n)).
 - Necesită mutarea **tuturor intrărilor** începând cu punctul de inserție pentru a face loc în tabelă.
- Inserția este lentă (O(n)).
 - Constă din faza de căutare care este rapidă $(O(log_2 n))$ și din faza de instalare care realizează inserția propriu-zisă (O(n)).
- Faza de extragere la suprimare este lentă (O(n)).
 - Necesită mutarea **tuturor** intrărilor începând cu locul de suprimare.
- **Suprimarea** este lentă (O(n)).
 - Ea constă din faza de căutare $(O(log_2 n))$ și din faza de extragere (O(n)).
- Crearea tabelei lentă $(O(n^2))$.
 - Pentru fiecare din cele n elemente se realizează o inserție O(*n*).
- Trebuie cunoscut apriori **numărul total** de intrări în tabelă.
 - Operatorul TabelăPlină trebuie executat înaintea fiecărei inserții.

- Utilizarea acestei implementări a tabelelor este avantajoasă atunci când:
 - Se realizează multe consultări, verificări sau rapoarte asupra tabelei.
 - Numărul de inserții și suprimări este relativ redus.
 - Tabela este de mari dimensiuni.
- Trebuie cunoscută cu bună precizie apriori dimensiunea maximă a tabelei.

• Avantaje:

- Inserția este rapidă dacă se realizează la sfârșitul tabloului (O(1)).
- Faza de extragere la suprimare este rapidă, dacă se mută ultima intrare a tabelei peste cea suprimată (O(1)).
- Construcția tabelei este rapidă (O(n)).

• Dezavantaje:

- Căutarea se realizează secvențial O(n).
 - Acest dezavantaj se reflectă asupra suprimării, furnizării şi căutării cheilor.
- **Suprimarea** este lentă (O(n)).
 - Ea constă din faza de căutare (O(n)) urmată de faza de extragere (O(1)).
- Furnizarea este lentă (O(n)).
- Căutarea unei chei este lentă (O(n)).
 - Ea constă din căutarea propriu-zisă (O(n)) urmată de **faza de returnare** (O(1)).
- Traversarea ordonată a cheilor este lentă.
 - Necesită un efort de calcul cuprins între $O(n \log_2 n)$ și $O(n^2)$ în dependență de metoda de sortare utilizată.
- Trebuie cunoscut cu precizie **numărul total** de intrări în tabelă.

- Acest mod de implementare este recomandat a fi utilizat atunci când:
 - Se execută multe traversări neordonate ale tabelei.
 - Se fac comparații sau calcule care afectează fiecare intrare.
- Construcția și inserția sunt simple.
- Trebuie cunoscută apriori dimensiunea maximă a tabelei.
- Implementarea **nu** este recomandabilă atunci când se efectuează frecvent suprimări și căutări, sau traversări ordonate.

7.2.3. Implementarea tabelelor cu ajutorul listelor înlănțuite ordonate

• Avantaje:

- Faza de instalare la inserție este rapidă (O(1)).
- Faza de extragere la suprimare este rapidă (O(1)).
- **Traversarea** în manieră ordonată a tabelei este rapidă (O(n)).
- Nu este necesară precizarea dimensiunii maxime a tabelei.
- Operatorul *TabelăPlină* este întotdeauna fals.

• Dezavantaje:

- Căutarea se realizează în manieră secvențială (O(n)).
 - Acest dezavantaj se răsfrânge asupra **fazei de căutare** la inserție, suprimare, furnizare element și căutare cheie.
- Inserția este lentă (O(n)).
 - Constă de fapt din căutare (O(n)) și instalare (O(1)).
- **Suprimarea** este lentă (O(n)).
 - Constă din căutare (O(n)) și extragere (O(1)).
- Furnizarea este lentă (O(n)).
 - Presupune o căutare (O(n)) urmată de un retur (O(1)).
- Căutarea cheii este lentă (O(n)).
 - Constă dintr-o căutare (O(n)) urmată de un retur (O(1)).
 - În situația în care cheia **nu** există în tabelă, căutarea se poate opri chiar după poziția unde ar trebui să se găsească cheia.
- Construcția tabelei este lentă $(O(n \cdot log_2 n) O(n^2))$ funcție de tehnica utilizată pentru sortare.
- Efortul de calcul necesitat de gestionarea înlănțuirilor.

- Structura este eficientă pentru situațiile în care:
 - Se realizează **traversări** frecvente în manieră **ordonată** ale tabelei.

- Nu se cunoaște **numărul maxim** de elemente.
- Structura **nu** este propice investigațiilor.
- Inserția și suprimarea consumă timp în tabele de dimensiuni mari.

7.2.4. Implementarea tabelelor cu ajutorul listelor înlănțuite neordonate

• Avantaje:

- Insertia este rapidă.
 - Se realizează la începutul sau la sfârșitul listei (O(1)).
- Faza de extragere la **suprimare** este rapidă (O(1)).
- Construcția tabelei este rapidă (O(n))
 - Constă dintr-o succesiune de inserții.
- Nu este necesară precizarea dimensiunii maxime a tabelei.
- Operatorul *TabelăPlină* este întotdeauna fals.

• Dezavantaje:

- Căutarea este secvențială (O(n)).
 - Dezavantajează inserția, suprimarea, furnizarea și căutarea propriu-zisă.
- Suprimarea este lentă (O(n)).
 - Constă din faza de căutare (O(n)) urmată de faza de extragere (O(1)).
- Furnizarea este lentă (O(n)).
 - Constă din căutare (O(n)) și retur (O(1)).
- Căutarea cheii este lentă (O(n)).
 - Similar ca şi la furnizare.
- **Traversarea** în ordinea cheilor este lentă $(O(n \cdot log_2 n) O(n^2))$ funcție de metoda de sortare utilizată.
- Regia **legăturilor**.

- Această modalitate de implementare este indicată atunci când:
 - Se cere construcția rapidă a tabelei.
 - Se realizează multe inserții adiționale.
 - Nu se cunoaște dimensiunea maximă a tabelei.
- Investigările, suprimările sau traversările ordonate sunt consumatoare de timp.

7.3. Implementarea tabelelor prin tehnica dispersiei

- Una dintre metodele avansate de implementare a tabelelor o reprezintă **tehnica dispersiei**.
 - Această tehnică cunoscută şi sub denumirea de "hashing", reprezintă un exemplu de rezolvare elegantă şi deosebit de eficientă a problemei căutării întrun context bine precizat.

7.3.1. Considerații generale

- Formularea problemei:
 - Se dă o **mulțime** S de noduri identificate fiecare prin valoarea unei **chei**, organizate într-o **structură tabelă**.
 - Pe multimea cheilor se consideră definită o relație de ordonare.
 - Se cere ca tabela S să fie organizată de o asemenea manieră încât **regăsirea** unui nod cu o cheie precizată k, să necesite un **efort** cât mai redus.
- În ultimă instanță, accesul la un anumit nod presupune determinarea acelei intrări din tabelă, la care el este memorat.
- Astfel, problema formulată se **reduce** la găsirea unei **asocieri specifice** (H) a **mulțimii cheilor** (K) cu **mulțimea intrărilor** (A) [7.3.1.a].

 $H: K \rightarrow A$ [7.3.1.a]

- Problema **nu** este nouă, ea a mai fost abordată pe parcursul acestei lucrări.
 - Până la momentul de față astfel de asocieri au fost implementate cu ajutorul unor algoritmi de căutare în tablouri și liste în diferite strategii de abordare și în diverse moduri de organizare.
- În secțiunea de față se propune o altă **metodă**, simplă și foarte eficientă în multe situații.

- Metoda se bazează pe **tehnica dispersiei** și se aplică **structurilor tablou**.
- Deși este o metodă care utilizează o **structură statică** de memorie, prin performanțele sale este un competitor serios al metodelor bazate pe structuri de date avansate.
- Ideea pe care se bazează tehnica dispersării este următoarea:
 - Se rezervă **static** un volum constant de memorie pentru **tabela dispersată**, care conține **nodurile** cu care se lucrează.
 - **Tabela** se implementează în forma unei structuri de date **tablou** T având drept elemente nodurile în cauză.
 - Notând cu p **numărul elementelor tabloului**, indicele a care precizează un **nod oarecare**, ia valori între 0 și p-1.
 - Se notează cu K mulțimea tuturor cheilor și cu k o cheie oarecare.
 - Numărul cheilor este de obicei mult mai mare decât p. Un exemplu realist în acest sens este acela în care cheile reprezintă identificatori cu cel mult zece caractere, caz în care există aproximativ 10¹⁵ chei diferite în timp ce valoarea practică a lui p este 10³.
 - Se consideră în aceste condiții **funcția** H, care definește o **aplicație** a lui K pe mulțimea tuturor indicilor, mulțime care se notează cu L (L = {0,1,2,...,p-1}) [7.3.1.b].

```
a = H(k) \quad unde \quad k \in K \quad \text{$\it si} \quad a \in L \qquad \qquad [7.3.1.b]
```

- Funcția de asociere H este de fapt o funcție de dispersie și ea permite ca pornind de la o cheie k să se determine indicele asociat a.
 - Este evident că H **nu** este o **funcție bijectivă** deoarece numărul cheilor este mult mai mare decât numărul indicilor
 - Practic există o mulțime de chei (clasă) cărora le corespunde același indice a.
 - Din acest motiv, o altă denumire uzuală sub care este cunoscută tehnica dispersării este aceea de **transformare a cheilor** ("**key transformation**"), întrucât **cheile** se transformă practic în **indici de tablou**.
- Principiul metodei este următorul.
 - Pentru **înregistrarea** unui nod cu cheia k:
 - (1) Se determină mai întâi **indicele asociat** a=H(k).
 - (2) Se depune nodul la T[a].

- Dacă în continuare apare o altă cheie k' care are același indice asociat a = H(k') = H(k), atunci s-a ajuns la așa numita **situație de coliziune**.
 - Pentru rezolvarea acestei situații trebuie adoptată o anumită **strategie de rezolvare** a coliziunii.
- La **căutare** se procedează similar.
 - (1) Dată fiind o cheie k, se determină a = H(k).
 - (2) Se verifică dacă T[a] este nodul căutat, adică dacă T[a].cheie=k.
 - (3) Dacă da, atunci s-a găsit nodul, în caz contrar s-a ajuns la **coliziune**.
- În concluzie, aplicarea **tehnicii dispersiei** presupune soluționarea a două **probleme**:
 - (1) Definirea funcției de dispersie H.
 - (2) Rezolvarea situațiilor de coliziune.
- Rezolvarea favorabilă a celor două probleme conduce la rezultate remarcabil de eficiente, cu toate că metoda prezintă și anumite dezavantaje, asupra cărora se va reveni.

7.3.2. Alegerea funcției de dispersie

- Funcția de dispersie trebuie:
 - Pe de o parte **să repartizeze** cât mai **uniform** cheile pe mulțimea indicilor deoarece în felul acesta se reduce probabilitatea coliziunilor.
 - Pe de altă parte trebuie să fie ușor și rapid calculabilă.
- Proprietățile acestei funcții sunt aproximate în literatura de specialitate de termenul "hashing" (amestec) motiv pentru care funcția se notează generic cu H fiind denumită funcție de amestec ("hash function").
- Din același motiv tehnica dispersiei se mai numește și tehnică hashing.
 - În literatură se definesc diverse funcții de dispersie fiecare cu avantaje și dezavantaje specifice, activitate care conturează un domeniu de cercetare extrem de activ [Kn76].
- În cele ce urmează se va prezenta o variantă simplă a unei astfel de funcții.
 - Fie ORD(k) o valoare întregă unică atașată cheii k, valoare care precizează **numărul** de ordine al cheii k în **mulțimea ordonată** a tuturor cheilor (§1.3.2.).

• Functia H se defineste în aceste condiții astfel [7.3.2.a]:

```
H(k) = ORD(k) MOD p [7.3.2.a]
```

- Această funcție care asigură distribuția cheilor pe mulțimea indicilor (0,p−1) stă la baza mai multor metode de repartizare.
- S-a demonstrat **experimental** că în vederea repartizării cât mai uniforme a cheilor pe multimea indicilor este **recomandabil** ca p să fie un număr **prim**.
 - Cazul în care p este o putere a lui 2 este extrem de favorabil din punctul de vedere al eficienței calculului funcției, dar foarte nefavorabil din punctul de vedere al coliziunilor, mai ales în cazul în care cheile sunt secvențe de caractere [Wi76].

7.3.3. Tratarea situației de coliziune

- Prezența unei situații de coliziune presupune **generarea unui nou indice** în tabelă pornind de la cel anterior, numit **indice secundar**.
- Există două modalități principiale de generare a indicilor secundari:
 - (1) O modalitate care presupune un **spațiu suplimentar** asociat tabelei și care prefigurează **metoda dispersiei deschise**.
 - (2) O a doua modalitate care exploatează doar spațiul de memorie alocat tabelei și care prefigurează **metoda dispersiei închise**.

7.3.3.1. Metoda dispersiei deschise

- Metoda dispersiei deschise presupune înlănţuirea într-o listă înlănţuită a tuturor nodurilor ale căror indici primari sunt identici, metodă care se mai numește și înlănţuire directă.
 - Elementele acestei liste pot sau **nu** aparține tabloului inițial: în ultimul caz memoria necesară alocându-se din așa numita "**zonă de depășire**" a tabelei.
- Structurile de date aferente acestei metode sunt prezentate în [7.3.3.1.a]. Ele prefigurează de fapt un tablou ale cărui elemente sunt liste înlănțuite.

```
{Dispersia deschisă - Structuri de date}

CONST DimensiuneTabela = p {număr prim}

TYPE TipIndex = 0..DimensiuneTabela;
    TipInfo = ...;
    TipCheie = ...;
```

```
TipElement = RECORD
    cheie: TipCheie;
    info: TipInfo
END;

TipReferinta = ^TipNod; [7.3.3.1.a]

TipNod = RECORD
    element: TipElement;
    urm: TipReferinta
END;

TipTabela = ARRAY[TipIndex] OF TipReferinta;
VAR t: TipTabela;
```

- Această metodă are **avantajul** că permite **suprimarea** elementelor din tabelă, operație care **nu** este posibilă în toate implementările.
- Dintre **dezavantaje** se evidenţiază două:
 - Necesitatea menținerii unei liste secundare.
 - Prelungirea fiecărui nod cu un spațiu de memorie pentru pointerul (indexul) necesar înlănțuirii.

7.3.3.2. Metoda dispersiei închise

- Metoda **dispersiei închise** utilizează, după cum s-a precizat anterior, **strict** spațiul de memorie alocat tabelei.
 - În cazul unei **coliziuni** se realizează parcurgerea după o anumită **regulă** a tabloului dispersat T până la găsirea primului **loc liber** sau a **cheii căutate**.
- Structurile de date aferente acestei metode apar în [7.3.3.2.a].

```
{Dispersia închisă - Structuri de date}

CONST DimensiuneTabela = p; {număr prim}

TYPE TipIndex = 0..DimensiuneTabela;
   TipInfo = ...;
   TipCheie = ...;

TipElement = RECORD
        cheie: TipCheie;
        info: TipInfo [7.3.3.2.a]
   END;

TipTabela = ARRAY[TipIndex] OF TipElement;
```

Schiţa de principiu a algoritmului care realizează **căutarea** în tabelă este prezentat în secvenţa [7.3.3.2.b].

```
______
```

```
{Metoda dispersiei închise - căutarea unui element în
tabelă}
VAR t: TipTabela;
   1: TipIndex;
a := H(k); i := 0;
                                        [7.3.3.2.b]
REPEAT
 IF t[a].cheie=k THEN
     *element găsit
   ELSE
     IF t[a].cheie=liber THEN
         *elementul nu este în tabelă
       ELSE
        BEGIN{coliziune}
            i := i+1;
            a := a + q(i)
        END
UNTIL (găsit) OR (nu este în tabelă);
 -----
```

- Funcția **g**(i) este aceea care precizează **regula** după care se parcurge tabela în caz de coliziune.
- Există numeroase astfel de funcții **g** cărora le corespund modalități diverse în conformitate cu care se realizează parcurgerea tabelei.
- Dintre acestea cele mai cunoscute sunt adresarea deschisă liniară și adresarea deschisă patratică.

7.3.3.3. Adresarea deschisă liniară

- Adresarea deschisă liniară prefigurează cea mai simplă metodă de parcurgere a tabelei în cadrul tehnicii dispersiei închise.
- Conform adresării deschise liniare, intrările tabelei se parcurg secvențial, tabela considerându-se circulară. Cu alte cuvinte g(i)=i, iar modalitatea de generare a intrărilor în tablelă este precizată în [7.3.3.3.a].

```
a_0 = H(k)
a_i = (a_0+i) MOD p i=1...p-1 [7.3.3.3.a]
```

• În fragmentul de program din secvența [7.3.3.3.b], se prezintă procesul de **căutare în tabelă** a intrării cu cheia k, bazat pe **adresarea deschisă liniară**.

• Dacă intrarea se găsește, se asignează variabila de ieșire v cu conținutul său.

```
{Adresarea deschisă liniară - căutarea unui element în tabelă}
```

```
VAR t: TipTabela
     a,i: TipIndex;
     gasit,absent: boolean;
     v: TipElement;
a:= H(k); i:= l; gasit:= false; absent:= false;
REPEAT
  IF t[a]=liber THEN
      absent:= true
    ELSE
      IF t[a].cheie=k THEN
          BEGIN
            v:= t[a]; gasit:= true
                                              [7.3.3.3.b]
          END
        ELSE
          BEGIN{coliziune}
            a := a+1;
            IF a=p THEN a:= 0;
            IF a=i THEN absent:= true
          END
UNTIL gasit OR absent;
```

- Acest **algoritm** are drept principal **dezavantaj** tendința de a **îngrămădi** nodurile în continuarea celor deja înregistrate.
 - Dezavantajul **nu** este inerent metodei de **adresare deschisă liniară**, el datorându-se **regulii** de parcurgere a elementelor tabelei.
- Ideal ar fi ca în caz de coliziune să se aplice o regulă care distribuie încercările, cu **probabilități** egale, pe **locurile libere** rămase în tabelă.
 - Realizarea practică a acestui deziderat este însă deosebit de complexă.

7.3.3.4. Adresarea deschisă pătratică

- Adresarea deschisă pătratică reprezintă o altă soluție de compromis relativ simplă și eficientă de parcurgere a tabelei în cazul **metodei dispersiei închise**, soluție care rezolvă unele dintre deficiențele adresării deschise liniare.
- În cazul adresării deschise pătratice funcția g are expresia $g(i)=i^2$, iar modalitatea de generare a intrărilor în tablelă este precizată în [7.3.3.4.a].

```
a_0 = H(k)

a_i = (a_0 + i^2) MOD p i=1,2,3,... [7.3.3.4.a]
```

• O metodă simplă de **implementare** a acestei **funcții de parcurgere** este următoarea:

- Dacă un indice a conduce la **coliziune**, atunci proxima încercare se face la indicele a + r unde r este o mărime care se inițializează pe 1 și care după fiecare încercare nereușită se incrementează cu 2.
- Astfel valorile succesive ale lui r formează şirul numerelor fără soţ, şir a cărui sumă este întotdeauna un pătrat perfect.
- În caz de coliziuni repetate, numărul încercărilor se va limita prin impunerea condiției formale r < p.
- Algoritmul de **inserție** a unui nou element v în tabelă, bazat pe **adresarea deschisă patratică** este prezentat în secvența [7.3.3.4.b].

{Adresarea deschisă patratică - inserția unui element în

```
VAR t: TipTabela
    a,r: TipIndex;
    depus: boolean;
    v: TipElement;

a:= H(k); r:= 1; depus:= false;

REPEAT
    IF t[a]=liber THEN
        BEGIN
        t[a]:= v; depus:= true
        END
        [7.3.3.4.b]
    ELSE
    BEGIN
```

• Un **dezavantaj** minor al acestei metode este acela că se poate întâmpla să **nu** se găsească nici un element liber, ajungându-se la depășirea tabelei, cu toate că în realitate în tabelă mai există locuri libere.

- Se demonstrează însă că **probabilitatea** acestui eveniment este **foarte mică** și că în general metoda este **foarte performantă**.
- Traversarea ordonată a tabelei este greu de realizat.

IF $a \ge p$ THEN a := a - p;

a := a + r;

r := r + 2

UNTIL depus **OR** (r=p);

END

tabelă}

• **Dezavantajul major** al implementărilor **dispersiei închise** în ambele variante, se referă la faptul că ea **nu permite suprimarea elementelor din tabelă.**

- Suprimarea unui element oarecare al tabelei **întrerupe** secvența **liniară** sau **pătratică** de parcurgere a tabelei fapt care poate conduce la **pierderea** iremediabilă a unor intrări.
- Pentru a remedia acest dezavantaj major se poate recurge la următoarea stratagemă.
 - Se asociază fiecărei intrări a tabelei un câmp de tip enumerare numit stare care poate lua valorile liber, ocupat sau şters.
 - În consecință TipElement din secvența [7.3.3.2.a] se modifică după cum urmează [7.3.3.4.c].

```
TYPE ...;
```

- Initial la **crearea tabelei** se trec **toate** locațiile sale în starea liber.
 - Pe măsură ce se **inserează** elemente, locațiile corespunzătoare se trec în starea ocupat.
- În aceste condiții:
 - **Suprimarea** se poate realiza simplu fără îndepărtarea efectivă a elementului prin simpla trecere a stării câmpului asociat în sters.
 - În **procesul de căutare** a unei chei se parcurg **și** câmpurile aflate în starea șters, secvența de adresare creată rămânând nemodificată.
 - Câmpurile marcate cu şters pot fi însă **reutilizate** la introducerea unor noi elemente în tabelă.

7.3.4. Analiza performanței dispersiei închise

- Pentru analiza performanței dispersiei închise se presupune pentru început că:
 - (1) Toate cheile au **probabilităti** de apariție **egal posibile**.
 - (2) Funcția de distribuție H **repartizează uniform** cheile pe mulțimea intrărilor tabelei.
- Se presupune de asemenea că o cheie oarecare se inserează într-o tabelă de dimensiune n, care conține k elemente, adică k intrări din tabelă sunt **deja ocupate**.

- În consecință:
 - Probabilitatea de a nimeri o locație ocupată este k/n.
 - Probabilitatea de a nimeri o **locație liberă** la prima încercare este 1-k/n.
 - Aceasta este de asemenea și probabilitatea notată cu p₁ ca să fie necesară o **singură încercare** pentru a găsi o **intrare liberă** într-o tabelă cu n intrări, dintre care k sunt deja ocupate [7.3.4.a].

$$p_1 = 1 - \frac{k}{n} = \frac{n - k}{n}$$
 [7.3.4.a]

- Probabilitatea p₂ ca să fie necesară exact **o a doua încercare** pentru a găsi o intrare liberă în tabelă este egală cu produsul dintre:
 - (1) Probabilitatea apariției unei **coliziuni** în **prima încercare**.
 - (2) Probabilitatea de a nimeri o locație liberă în a doua încercare.
- În manieră similară se poate calcula probabilitatea p₃ de a găsi o intrare liberă **după**3 încercări și prin generalizare probabilitatea p_i valabilă pentru i încercări [7.3.4.b].

$$p_{2} = \frac{k}{n} \cdot \frac{n-k}{n-1} , \qquad p_{3} = \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1} \cdot \frac{n-k}{n-2}$$

$$p_{i} = \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1} \cdot \frac{k-2}{n-2} \cdot \dots \cdot \frac{k-(i-2)}{n-(i-2)} \cdot \frac{n-k}{n-(i-1)}$$
[7.3.4.b]

- Prin urmare, **numărul total** de **încercări** E_k așteptat a fi necesar pentru **inserția celei de-a k chei** este o sumă de termeni de forma i*p_i pentru i = 1, ..., k, precizată de formula [7.3.4.c] unde:
 - i reprezintă numărul de încercări .
 - p_i probabilitatea ca să fie necesare exact i încercări.

$$\begin{split} \mathbf{E}_{\mathbf{k}} &= \sum_{i=1}^{k} i \cdot p_{i} = 1 \cdot \frac{n-k}{n} + 2 \cdot \frac{k}{n} \cdot \frac{n-k}{n-1} + \ldots + \\ &+ k \cdot \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1} \cdot \frac{k-2}{n-2} \cdot \ldots \cdot \frac{k-(k-2)}{n-(k-2)} \cdot \frac{n-k}{n-(k-1)} = \frac{n+1}{n-k+2} \end{split}$$
 [7.3.4.c]

• Numărul de încercări necesar pentru a insera un element este identic cu numărul de încercări necesar pentru a-l găsi.

- Ca atare, valoarea lui Ek reprezintă:
 - Numărul de încercări așteptat a fi necesar pentru a insera cea de-a k cheie în tabelă.
 - Numărul de încercări așteptat a fi necesar pentru a extrage o cheie dintr-o tabelă care conține deja k elemente.
- Valoarea E_k poate fi utilizată pentru calculul **numărului mediu de încercări** E, necesar realizării inserției sau accesului la o cheie oarecare din tabelul dispersat care contine m elemente [7.3.4.d].

$$E = \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=1}^{m} E_k = \frac{n+1}{m} \cdot \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{n-k+2} = \frac{n+1}{m} \cdot (H_{n+1} - H_{n-m+1})$$
 [7.3.4.d]

În formula de mai sus H_n este **suma seriei armonice** care poate fi aproximată prin relația [7.3.4.e] în care γ este constanta lui Euler [Wi74].

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \approx \ln(n) + \gamma$$
 [7.3.4.e]

• Dacă se face substituția $\alpha = m/(n+1)$ se obține relația [7.3.4.f].

$$E = \frac{1}{\alpha} \cdot \left[\ln(n+1) - \ln(n-m+1) \right] = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \frac{n+1}{n+1-m} = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln(1-\alpha) \quad [7.3.4.f]$$

- α aproximează raportul dintre locațiile ocupate și cele disponibile în cadrul tabelei dispersate.
 - El se mai numește și factor de umplere.
 - $\alpha = 0$ precizează tabela vidă.
 - $\alpha = n / (n+1)$ precizează tabela plină.
- Numărul **probabil** de încercări necesar găsirii sau inserției unei chei k funcție de factorul de umplere α , apare tabelat în figura 7.3.4.a.
- Rezultatele numerice sunt surprinzătoare.
 - Ele nu depind de dimensiunea tabelei.
 - În același timp explică performanța excepțională a acestei metode.
- Chiar dacă tabela este plină în proporție de 90 %, în medie sunt necesare numai 2.56 încercări pentru a localiza o cheie sau a găsi un loc liber în ea.

Nr. crt.	α	Ε(α)
1	0.10	1.05
2	0.25	1.15
3	0.50	1.39
4	0.75	1.85
5	0.90	2.56
6	0.95	3.15
7	0.99	4.66

Nr. crt.	α	E(\alpha)
1	0.1	1.06
2	0.25	1.17
3	0.5	1.50
4	0.75	2.50
5	0.9	9.90
6	0.95	10.50

Fig.7.3.4.a. Tabelarea numărului probabil de încercări funcție de factorul de umplere al tabelei (cazul ideal)

Fig.7.3.4.b. Tabelarea relației experimentale $E(\alpha)$ funcție de factorul de umplere α

- Rezultatele prezentate presupun însă cazul ideal, respectiv o metodă de tratare a
 coliziunilor care repartizează în mod perfect uniform cheile pe mulțimea locațiilor
 rămase libere.
 - În realitate, acest lucru este practic irealizabil.
- Analiza **experimentală** a comportamentului real a **dispersiei închise** bazate pe **adresarea deschisă liniară** a condus la relația experimentală [7.3.4.g].

$$E = \frac{1 - \alpha/2}{1 - \alpha}$$
 [7.3.4.g]

- Reprezentarea grafică ale valorilor sale numerice funcție de factorul de umplere α apar reprezentate în figura 7.3.4.b [Wi74].
- Rezultatele obținute chiar pentru metoda cea mai puțin elaborată de tratare a coliziunilor (adresarea deschisă liniară) sunt atât de bune încât ar putea exista tentația de a considera metoda dispersiei drept soluție pentru orice situație.
- Performanțele metodei, cel puțin din punctul de vedere al numărului de comparații necesare pentru găsire sau inserție, sunt superioare celor mai sofisticate metode bazate pe structuri arbore.
- Desigur, metoda are și o serie de **dezavantaje**.
- Primul și cel mai important, este acela că, **dimensiunea tabelei** fiind fixă aceasta **nu** poate fi ajustată conform cererii curente.
 - O estimare a priori a dimensiunii sale maxime este de regulă greu de realizat și conduce fie la o slabă utilizare a memoriei fie la performanțe scăzute prin depășirea tabelei dispersate.
 - Chiar dacă numărul de elemente este cunoscut exact lucru care se întâmplă foarte rar în vederea obținerii unei bune performanțe, dimensiunea tabelei trebuie aleasă cam cu 10-20 % mai mare.

- O soluție pentru rezolvarea situației în care tabela se apropie de un factor de umplere de 100%, o reprezintă așa numita **tehnică rehashing** care presupune reconstrucția integrală a tabelei de dispersie pentru o valoare crescută corespunzător a lui p.
- O a doua deficiență majoră se referă la **suprimarea cheilor**.
 - În dispersia închisă clasică, suprimarea elementelor este imposibilă.
 - Această deficiență poate fi însă remediată prin strategia prezentată anterior, conform căreia, fiecarei locații a tabelei i se atașează un câmp de stare care poate lua valorile liber, ocupat sau şters.
 - În **dispersia deshisă** suprimarea cheilor este posibilă întrucât aceasta se bazează pe metoda înlănțuirii care utilizează un spațiu de memorie suplimentar pentru înlănțuirea directă, elemente care au fost deja abordate în cadrul capitolului de fată.
- În concluzie, **tehnica dispersiei nu** este recomandabil a fi utilizată dacă:
 - Volumul de date este cunoscut cu mică probabilitate.
 - Volumul de date este **puternic variabil**.
 - Volumul de date **crește în timp**.

7.3.5. Exemplu. Construcția unui tablou de referințe încrucișate

- În cadrul acestui paragraf se prezintă un program pentru construirea unei așa numite **tabele de referințe încrucișate** ("**cross reference index**") asociată unui text dat.
- Specificația programului este următoarea:
 - Programul citește ca intrare **un text**, pe care îl afișează inserând la începutul fiecărui rând numărul curent al rândului (n = 1, 2, 3, ...).
 - În același timp, programul selectează și memorează **toate cuvintele textului** precum și **numerele rândurilor** în care acestea au fost întâlnite.
 - La terminarea parcurgerii textului, programul poate furniza o **tabelă** conținând **toate cuvintele ordonate alfabetic** și **lista liniilor** în care apare fiecare cuvânt (tabela de referințe încrucișate).
- În implementare se utilizează metoda dispersiei închise bazată pe adresare deschisă pătratică.
- Un element al **tabelei dispersate** (TipCuvant) este o **structură articol** care pe lângă câmpul cheie care memorează cuvântul ca atare, are asociată o listă înlănțuită a **numerelor liniilor** în care este depistat cuvântul respectiv în procesul de baleere.

- Această listă este precizată de variabilele inceput și sfarsit de tip referință.
- De asemenea odată cu introducerea lor în tablela dispersată, elementele sunt înlănţuite într-o listă liniară simplă prin intermediul câmpului leg, listă care va fi utilizată ulterior în procesul de **traversare ordonată** a tabelei.
- Programul integral asociat apare în secvența [7.3.5.a].
 - Metoda de tratare a coliziunilor este metoda adresării pătratice.
 - Câmpul leg înregistrează indici referitori la tabela T prin intermediul cărora elementele efectiv utilizate ale tabelei sunt înlănţuite într-o listă specială utilizată ulterior la afișare.
 - **Metoda dispersiei** conform căreia se construiește și se exploatează cu mare eficiență tabela T, are dezavantajul că elementele depuse **nu** sunt ordonate alfabetic.
 - Această ordonare se realizează **artificial**, cu eficiență mai redusă, în momentul listării tabelei de referințe încrucișate cu ajutorul listei înlănțuite mai sus amintite.

```
program ReferinteIncrucisate;
uses Strings;
const C1 = 10; {Lungime maximă cuvânt} [7.3.5.a]
     C2 = 8; {Numărul maxim de elemente afișate pe o
                                                     linie}
     C4 = 500; {Număr maxim de linii}
     P = 997; {Lungime tablou dispersie}
     LIBER = ' ';
type TipIndice = 0..P;
    RefNumRand = ^NumRand;
    TipCuvant = record {Element tabelă de dispersie}
      cheie: String;
      inceput,sfarsit: RefNumRand;
      leg: TipIndice;
    end;
    NumRand = record {Nod listă numere linii}
       nr: 0..C4;
       urm: RefNumRand;
    end;
    TabelaDispersie = array [0..P] of TipCuvant;
var I,Init: TipIndice;
    Litere, Cifre: set of char;
    K,K1: integer;
    N: integer; {Număr curent al rândului}
```

```
{Tampon pentru cuvântul curent}
     A: String;
     Car: char;
                     {Caracterul curent}
     T: TabelaDispersie;
     Depasire: boolean;
     NumeIntrare: String;
     Intrare: Text;
function H(Id: String): indice;
  var I,S: Integer;
  begin
   S := 0;
   for I:= 1 to length(Id) do
     S := S + ord(Id[I]) * trunc(exp(I * ln(2.0)));
   H := S \mod P;
  end; {H}
procedure Cauta;
  var L,R: Integer;
      X: RefNumRand;
      F: boolean;
  begin
    L:= H(A); F:= false; Depasire:= false; R:= L;
    new(X); X^.nr:= N; X^.urm:= NIL;
    repeat
      if T[L].cheie = A then {s-a găsit}
        begin
          F:= true;
          T[L].sfarsit^.urm:= X; T[L].sfarsit:= X;
        end
          else
            if T[L].cheie = LIBER then {se creează un
                                         nou element }
              begin
                F:= true;
                with T[L] do
                  begin
                     cheie:= A; inceput:= X;
                     sfarsit:= X; leg:= Init;
                   end;
                 Init:= L;
              end
            else
              begin {coliziune}
                L := L + R; R := R + 2;
                 if L >= P then
                   L := L - P;
                if (R = P) then
                  begin
                     writeln ('Depasire tabel');
                     Depasire:= true;
                   end
              end;
     until F or Depasire;
  end; {Cauta}
```

```
procedure Imprimare;
  var I, J, M: Indice;
 procedure ImprCuvant(R:TipCuvant);
  var L: Integer;
      X: RefNumRand;
    begin
      write (' ', R.cheie);
      X := R.inceput; L := 0;
      repeat
        write(' ');
        if (L=C2) then
          begin
            writeln;
            for L:= 1 to C1+1 do
              write(' ');
            L:=0
          end;
        L:= L + 1; write (X^.nr); X:= X^{\cdot}.urm;
     until X=nil;
     writeln;
   end; {ImprCuvant}
begin {Imprimare}
   I:= Init;
   while I<>P do {parcurge T și caută elementul cu cheia
                  minimă}
     begin
       M:= I; J:= T[I].leg;
       while J<>P do
         begin
           if T[J].cheie<T[M].cheie then</pre>
             M := J;
           J := T[J].leq;
         end; {s-a găsit elementul cu cheia minimă}
       ImprCuvant(T[M]);
       if M<>I then
         begin
           T[M].cheie:= T[I].cheie;
           T[M].inceput := T[I].inceput;
           T[M].sfarsit := T[I].sfarsit
         end;
       I := T[I].leg;
     end
   end; {Imprimare}
begin {Program principal};
   litere:= ['A'..'Z', '_']; cifre:= ['0'..'9'];
   write('Nume fisier'); readln(NumeIntrare);
   assign (Intrare, NumeIntrare); reset(Intrare);
   N:= 0; K1:= C1; Init:= P; Depasire:= false;
   read(Intrare, Car);
   Car:= UpCase(Car); {rezolva caracterele 'a'..'z'}
   for I:= 0 to P-1 do
```

```
while not eof(Intrare) or Depasire do
    begin
      if N=C4 then
        N := 0;
    N := N + 1;
    write(N, ' ');
    while not (Car=chr(13)) or Depasire do
      begin
        if Car in Litere then
          begin
            K := 0; A := '';
            repeat
              if K<C1 then</pre>
                begin
                   K := K + 1; A := A + car;
                end;
              write(Car); read(Intrare, Car);
              Car:=UpCase(Car);
            until not (Car in Litere) or (Car in Cifre);
            if (K>=K1) then
                K1 := K
              else
                repeat
                   A[K1] := ' '; K1 := k1 - 1;
                until K1=K;
            cauta
          end
        else
          begin
            if Car=''' then
                repeat
                   write(Car); read(Intrare, Car);
                   Car:= UpCase(Car);
                until Car='''
              else
                if Car='[' then
                   repeat
                     write(Car); read(Intrare, Car);
                     Car:= UpCase(Car);
                  until Car=']';
            write(Car); read(Intrare, Car);
            Car:= UpCase(Car);
          end{else}
      end; {while}
      if (Car = chr(13)) then
      read(Intrare, Car); {cerut de DOS}
      writeln; read(Intrare, Car); Car:= UpCase(Car);
    end; {while}
  Imprimare
end.
```

T[I].Cheie := LIBER;

7.4. Aplicații propuse

Aplicația 7.4.1

Se cere să se implementeze **TDA Tabelă** precizat în cadrul capitolul, în fiecare dintre modalitățile sugerate, respectiv utilizând:

- Tablouri neordonate.
- Tablouri ordonate.
- Liste înlănţuite neordonate.
- Liste înlănţuite ordonate.

Pentru fiecare dintre operatorii *CautaCheie*, *InserElemTabela*, *SuprimElemTabela*, să se realizeze un studiu comparativ al performanțelor implementărilor în baza construcției profilului algoritmului corespunzător.

Aplicaţia 7.4.2

Se cere să se implementeze **TDA Tabelă** cu ajutorul **tehnicii dispersiei deschise**. Să se construiască profilul algoritmului de căutare în acest context și să se comenteze performanțele obținute.

Aplicaţia 7.4.3

Se cere să se implementeze **TDA Tabelă** cu ajutorul **tehnicii dispersiei închise** pentru cele două variante descrise:

- Adresarea deschisă liniară.
- Adresarea deschisă pătratică.

Să se construiască profilul algoritmului de căutare în cele două situații și să se realizeze o analiză comparată a performanțelor celor două implementări.

Aplicația 7.4.4

Se cere să se construiască o **tabelă de dispersie** care conține cuvintele unui text, fiecare cuvânt având asociat contorul propriu de apariții (problema concordanței). Să se compare performanțele acestei implementări cu cea bazată pe liste înlănțuite.

Aplicația 7.4.5

Pentru fiecare dintre implementările tehnicii dispersiei realizate anterior (aplicațiile 7.4.2 și 7.4.3) să se studieze corespondența dintre numărul de încercări necesar pentru găsirea unei locații libere și factorul de umplere al tabelei. Se se realizeze o analiză comparată a rezultatelor obținute.

Aplicaţia 7.4.6

Pentru fiecare dintre implementările tehnicii dispersiei realizate anterior (apl. 7.4.2 și 7.4.3) se cere să se implementeze operatorul de suprimare. Să se studieze influența modificărilor necesare asupra performantelor de ansamblu ale metodei.

Aplicaţia 7.4.7

Principalul dezavantaj al tehnicii dispersiei este acela că dimensiunea tabelei este fixă, ea neputând fi ajustată în raport cu cererea curentă. În prezența unui mecanism de alocare dinamică a memoriei, în momentul în care tabela de dispersie T este plină, se poate genera un tablou mai mare T' în care se transferă toate intrările din tabela T. Această tehnică se numește **redispersie** ("**rehashing**"). Se cere să se realizeze un program care implementează **tehnica redispersiei**.