Tehnici de căutare

CAPITOLUL VII

Cuprins

Introducere

Tehnici de căutare în tablouri

Tabele

Tehnica dispersiei (Hashing)

Funcții de dispersie

Șiruri de caractere

Tehnici de căutare în șiruri de caractere

Exerciții

Introducere

Organizarea și extragerea de informații sunt unele dintre cele mai răspândite operații întâlnite în aplicațiile software, iar căutarea este poate cea mai frecventă dintre aceste operații

Căutarea poate fi văzută în mod abstract, ca procesul prin care determinăm dacă un element cu o anumită valoare face parte dintr-o mulțime de elemente

Formularea problemei: se presupune că este dată o colecție de date, în care se cere să se localizeze (fixeze) prin căutare un anumit element.

Algoritmii de căutare pot fi împărțiți în trei mari categorii

- Secvenţiali
- Cu acces direct bazat pe valoarea cheii (hashing)
- Bazați pe arbori de indexare (nu fac obiectivul acestui curs)

În acest capitol vom studia metode de căutare în tablouri

Se consideră că mulţimea celor n elemente este organizată în forma unui un tablou liniar:

tipElement a[n];

Sarcina căutării este aceea de a găsi un element al tabloul a, a cărui cheie este identică cu o cheie dată x .

Indexul i care rezultă din procesul de căutare satisface relaţia a[i].cheie==x şi el permite accesul şi la alte câmpuri ale elementului localizat

Se presupune în continuare că tipElement constă numai din câmpul cheie, adică el este chiar cheia.

Cu alte cuvinte, în continuare, se va opera de fapt cu un tablou de chei

Căutarea liniară

Atunci când nu există nici un fel de informații referitoare la colecția de date în care se face căutarea, tehnica evidentă este aceea de a parcurge în mod secvențial colecția prin incrementarea indexului de căutare pas cu pas.

Această metodă se numește căutare liniară și este ilustrată în secvența următoare:

```
tipElement a[n];
tipElement x; int i=0;
while ((i<n-1) && (a[i]!=x))
          i++;
if (a[i]!=x) { /*în tablou nu există elementul căutat*/
          return -1; }
else{ /*avem o coincidență la indicele i*/
          return i; }</pre>
```

Cum se transformă această implementare dacă folosim instrucțiunea do-while? Dar dacă folosim for?

Există două condiții care finalizează căutarea:

- (1) Elementul a fost găsit adică a[i]==x.
- (2) Elementul nu a fost găsit după parcurgerea integrală a tabloului adică i==n-1 și a[i]≠x.
- Invariantul buclei, care de fapt este condiţia care trebuie îndeplinită înaintea fiecărei incrementări a indexului i, este:

```
(0 \le i \le n-1) \&\& (a[i]!=x) // ceea ce implică și <math>(0 \le k \le i:a[k] \le x)
```

- Acest invariant exprimă faptul că pentru valori ale lui k<i , nu există coincidență.
- Condiția de terminare a căutării este:

```
((i == n-1)OR(a[i]== x)) //am ajuns la ultimul element sau am găsit elementul
```

După cum se observă, în algoritmul anterior fiecare pas al algoritmului necesită evaluarea expresiei booleene (care este formată din doi factori) urmată de incrementarea indexului.

- Acest proces poate fi simplificat și în consecință căutarea poate fi accelerată, prin simplificarea expresiei booleene.
- O soluţie de a simplifica expresia este aceea de a găsi un singur factor care să-i implice pe cei doi existenţi.
- Acest lucru este posibil dacă se garantează faptul că va fi găsită cel puţin o potrivire.
- În acest scop tabloul a se completează cu un element adiţional a[n] căruia i se atribuie iniţial valoarea lui x (elementul căutat). Tabloul devine:

tipElement a[n+1]

Elementul x poziționat pe ultima poziție a tabloului se numește fanion, iar tehnica de căutare, tehnica fanionului.

- Evident, dacă la părăsirea buclei de căutare i = n, rezultă că elementul căutat nu se află în tablou.
- Algoritmul de căutare astfel modificat:

```
tipElement a[n+1];
tipElement x; int i=0;
a[n]=x;
while (a[i]!=x)
    i++;
if (i==n) { /*în tablou nu există elementul căutat*/
    return -1; }
else{ /*avem o coincidență la indicele i*/
    return i;}
```

Condiția de terminare se reduce la (a[i]== x)

Pentru cazul cel mai defavorabil avem O(n) - avem o parcurgere a întregului tablou

În practică, în medie un element este găsit după parcurgerea a jumătate din elementele tabloului.

Căutarea binară

- Procesul de căutare poate fi mult accelerat dacă se dispune de informaţii suplimentare referitoare la datele căutate.
- Este bine cunoscut faptul că o căutare se realizează mult mai rapid într-un masiv de date ordonate (spre exemplu într-o carte de telefoane sau într-un dicţionar).
- În continuare se prezintă un algoritm de căutare într-o structură de date ordonată, în cazul de faţă un tablou care satisface predicatul Ak:

```
/* Definirea unui tablou ordonat*/
```

tipElement a[n];

Ak: 0 < k < = n-1 : a[k-1] < = a[k]

Ideea de bază a căutării binare:

- Se inspectează un element aleator a[m] și se compară cu elementul căutat x.
- Dacă a[m] este egal cu x căutarea se termină.
- Dacă a[m] este mai mic decât x , se restrânge intervalul de căutare la elementele care au indici mai mari ca m.
- Dacă a[m] este mai mare decât x , se restrânge intervalul la elementele care au indicii mai mici ca m.
- În consecință rezultă algoritmul denumit căutare binară.

```
O variantă de implementare în C: /*cautare binară */
int a[n]; /*n>0*/ int x;
tip_indice stanga,dreapta,m;
int gasit;
stanga=0; dreapta=n-1; gasit=0;
while ((stanga<=dreapta) && (!gasit))
{
    m=(stanga+dreapta)/2; /*sau orice valoare cuprinsă între stanga și dreapta*/
    if (a[m]==x) gasit=1;
    else
        if (a[m]<x) stanga=m+1;
        else dreapta=m-1;
}
if (gasit) /*avem o coincidență la indicele m*/</pre>
```

Invariantul buclei, adică condiția ce trebuie îndeplinită înaintea fiecărui pas este:

(stanga<= dreapta) // ceea ce implică și ($Ak:0 \le k \le tanga: a[k] \le x$) & ($Ak:dreapta \le k \le tanga: a[k] \le x$)

• Condiția de terminare este:

gasit **OR** (stanga>dreapta) // fie am găsit elementul, fie limitele intervalului în care facem căutarea au fost depășite

- Alegerea lui m este arbitrară în sensul că ea nu influențează corectitudinea execuției algoritmului, în schimb influențează eficiența sa.
- Soluţia optimă în acest sens este alegerea elementului din mijlocul intervalului, întrucât ea elimină la fiecare pas jumătate din intervalul în care se face căutarea.
- În consecință rezultă că numărul maxim de paşi de căutare va fi O(log 2 n).
- Această performanță reprezintă o îmbunătățire remarcabilă față de căutarea liniară unde numărul mediu de căutări este în medie n / 2 .

- O altă îmbunătățire posibilă a metodei de căutare binară, constă în a determina cu mai multă precizie locul în care se face căutarea în intervalul curent, în loc de a selecta întotdeauna elementul de la mijloc.
- Astfel când se caută într-o structură ordonată, spre exemplu cartea de telefon, un nume începând cu A este căutat la începutul cărţii, în schimb un nume care începe cu V este căutat spre sfârşitul acesteia.
- Această metodă, numită căutare prin interpolare, necesită o simplă modificare în raport cu căutarea binară.
- Astfel, în **căutarea binară**, noul loc în care se realizează accesul este întotdeauna mijlocul intervalului curent de căutare.
- Acest loc este determinat cu ajutorul relaţiei de mai jos, unde stanga şi dreapta sunt limitele intervalului de căutare:

$$m = stanga + \frac{1}{2}(dreapta - stanga)$$

Următoarea evaluare a lui m, numită căutare prin interpolare, se consideră a fi mai performantă:

$$m = stanga + \frac{x - a[stanga]}{a[dreapta] - a[stanga]} * (dreapta - stanga)$$

- Evaluarea ţine cont de valorile efective ale cheilor care mărginesc intervalul, în stabilirea indicelui la care se face următoarea căutare
- Această estimare însă, presupune o distribuție uniformă a valorilor cheilor pe domeniul vizat.

```
/*cautare interpolare*/
int a[n]; /*n>0*/ int x;
tip_indice stanga,dreapta,m;
int gasit;
stanga=0; dreapta=n-1; gasit=0;
while((stanga<=dreapta)&&(!gasit) && (x >= a[stanga]) && (x <=
a[dreapta]))) /* aici este o modificare*/
{ /* aici este modificarea principala fata de cautarea binara*/
    m= stanga+((x-a[stanga].cheie)*(dreapta-stanga))/ (a[dreapta].cheie-
a[stanga].cheie);
if(a[m]==x) gasit=1;
else
    if(a[m]<x) stanga=m+1;
    else dreapta=m-1;
}
if(gasit) /*avem o coincidență la indicele m*/</pre>
```

TDA Tabelă

- Noţiunea de tabelă este foarte cunoscută, fiecare dintre noi consultând tabele cu diverse ocazii.
- Ceea ce interesează însă în acest context se referă la evidenţierea acelor caracteristici ale tabelelor care definesc tipul de date abstract tabelă.

Nume Prenume	An	Medie
Antonescu Ion	3	7,89
Bărulescu Petre	2	9,20
Card Gheorghe	5	9,80
Mare Vasile	2	8,33
Suciu Horia	1	9,60

Nume Prenume	An	Medie
Suciu Horia	1	9,60
Bărulescu Petre	2	9,20
Mare Vasile	2	8,33
Antonescu Ion	3	7,89
Card Gheorghe	5	9.80

După cum se observă, tabela anterioară, ca și marea majoritate a tabelelor, este alcătuită din articole.

- Acest lucru nu este însă obligatoriu, deoarece spre exemplu prima coloană a acestei tabele poate fi considerată la rândul ei o tabelă (tabela studenților înscriși).
- În prima variantă studenții sunt aranjați în ordine alfabetică, în cea de-a doua în ordinea crescătoare a anilor de studiu.

Se spune că tabela este ordonată după o "cheie" element care facilitează regăsirea informaţiilor pe care le conţine.

- Astfel, o "cheie" este un câmp sau o parte componentă a unui câmp care identifică în mod unic o intrare în tabelă.
- Nu este necesar ca tabela să fie sortată după o cheie însă o astfel de sortare simplifică căutarea în tabelă, în cazul căutărilor secvențiale, despre care am discutat în secțiunile precedente.
- Putem defini o tabelă de dispersie ca o structură de date care asociază o serie de atribute cu o cheie.

În definitiv, TDA Tabelă poate fi descris în mod sintetic după cum urmează: **TDA Tabelă**

Modelul Matematic: O secvență finită de elemente. Fiecare element are cel puţin o cheie care identifică în mod unic intrarea în tabelă şi care este un câmp sau un subcâmp al elementului.

Notații:

TipElement - tipul elementelor tabelei.

TipCheie - tipul cheii.

t: TipTabela;

e: TipElement;

k: TipCheie;

b: boolean.

Operatori:

- 1. Crează Tabela Vidă (t: Tip Tabela); operator care face tabela t vidă.
- 2. Tabelă Vidă (t: Tip Tabela): boolean; operator boolean care returnează true dacă tabela t este goală.
- 3. Tabelă Plină (t: Tip Tabela): boolean; operator boolean care returnează true dacă tabela e plină.
- 4. CheieElemTabelă(e: TipElement): TipCheie; -operator care returnează cheia elementului e.
- 5. CautăCheie(t: TipTabela,k: TipCheie): boolean; operator care returnează true dacă cheia k se găsește în tabela t.
- 6.InserElemTabelă(t: TipTabela,e: TipElement); -operator care înserează elementul e în tabela t. Se presupune că e nu există în tabelă.
- 7.**SuprimElemTabelă(t: TipTabela,k: TipCheie);** operator care suprimă din t elementul cu cheia k. Se presupune că există un astfel de element în t.
- 8. Furnizează Elem Tabelă (t: Tip Tabela, k: Tip Cheie): Tip Element; operator care returnează elementul cu cheia k. Se presupune că elementul aparține lui t.
- 9. **Traversează Tabelă (t: Tip Tabela, Vizitare (Listă Argumente))** operator care execută procedura Vizitare pentru fiecare element al tabelei t

În anumite implementări este convenabil să se cunoască numărul curent de elemente conţinute în tabelă.

- În acest scop se poate asocia tabelei un contor de elemente şi un operator care-l furnizează, spre exemplu, DimensiuneTabelă(t:TipTabela): TipContor.
- Contorul se iniţializează la crearea tabelei şi se actualizează ori de câte ori se realizează inserţii sau suprimări în tabelă.
- În unele aplicaţii este convenabil de asemenea să se definească operatorul Actualizare(t: TipTabela, e: TipElement).
- Operatorul realizează actualizarea acelei intrări din tabelă care conține elementul e.
- În termenii operatorilor anterior definiţi, actualizarea poate fi implementată astfel:

{TDA Tabelă - operatorul Actualizare} SuprimElemTabelă(t,CheieElemTabelă(e)); InserElemTabelă(t,e)

Tehnici de implementare a TDA Tabelă

- Există în principiu mai multe posibilități de implementare a tipului de date abstract tabelă.
- Este vorba despre tablouri, liste înlănţuite, tabele de dispersie, arbori etc.

Implementarea TDA Tabelă cu ajutorul tablourilor ordonate

- Avantaje:
- Posibilitatea utilizării tehnicii căutării binare (O(log2 n)).
- Acest avantaj se răsfrânge asupra fazei de căutare a cheii în operaţiile de inserţie, suprimare, furnizare element şi căutare cheie.
- Furnizarea informației și căutarea cheii este performantă O(log 2 n).
- De fapt furnizarea constă din doi timpi: faza de căutare (O(log 2 n)) şi din faza de returnare O(1).
- Traversarea ordonată a cheilor este liniară (O(n))

Dezavantaje:

- Faza de instalare la inserţie este lentă (O(n)).
- Necesită mutarea tuturor intrărilor începând cu punctul de inserție pentru a face loc în tabelă.
- Inserţia este lentă (O(n)).
- Constă din faza de căutare care este rapidă (O(log2 n)) și din faza de instalare care realizează inserția propriu-zisă (O(n)).
- Faza de extragere la suprimare este lentă (O(n)).
- Necesită mutarea tuturor intrărilor începând cu locul de suprimare.
- Suprimarea este lentă (O(n)).
- Ea constă din faza de căutare (O(log2 n)) și din faza de extragere (O(n)).
- Crearea tabelei lentă (O(n2)).
- Pentru fiecare din cele n elemente se realizează o inserţie O(n).
- Trebuie cunoscut apriori numărul total de intrări în tabelă.

Concluzii:

- Utilizarea acestei implementări a tabelelor este avantajoasă atunci când:
- Se realizează multe consultări, verificări sau rapoarte asupra tabelei.
- Numărul de inserții și suprimări este relativ redus.
- Tabela este de mari dimensiuni.
- o Trebuie cunoscută cu bună precizie apriori dimensiunea maximă a tabelei

Implementarea tabelelor prin tehnica dispersiei, tabele numite și tabele de dispersie

- Una dintre metodele avansate de implementare a tabelelor o reprezintă tehnica dispersiei.
- Această tehnică cunoscută şi sub denumirea de "hashing", reprezintă un exemplu de rezolvare elegantă şi deosebit de eficientă a problemei căutării într-un context bine precizat.

Formularea problemei:

- Se dă o mulţime S de noduri identificate fiecare prin valoarea unei chei, organizate într-o structură tabelă.
- Pe mulţimea cheilor se consideră definită o relaţie de ordonare.
- Se cere ca tabela S să fie organizată de o asemenea manieră încât regăsirea unui nod cu o cheie precizată k, să necesite un efort cât mai redus.
- În ultimă instanță, accesul la un anumit nod presupune determinarea acelei intrări din tabelă, la care el este memorat.
- Astfel, problema formulată se reduce la găsirea unei asocieri specifice (H) a mulţimii cheilor (K) cu mulţimea intrărilor (A)

 $H: K \rightarrow A$

Ideea pe care se bazează tehnica dispersării este următoarea:

- Se rezervă static un volum constant de memorie pentru tabela dispersată, care conţine nodurile cu care se lucrează.
- Tabela se implementează în forma unei structuri de date tablou T având drept elemente nodurile în cauză.
- Notând cu p numărul elementelor tabloului, indicele a care precizează un nod oarecare, ia valori între 0 și p-1.
- Se notează cu K mulţimea tuturor cheilor şi cu k o cheie oarecare.
- Numărul cheilor este de obicei mult mai mare decât p. Un exemplu realist în acest sens este acela în care cheile reprezintă identificatori cu cel mult zece caractere, caz în care există aproximativ 10¹⁵ chei diferite în timp ce valoarea practică a lui p este 10³

- Se consideră în aceste condiții funcția H, care definește o aplicație a lui K pe mulțimea tuturor indicilor, mulțime care se notează cu L (L = {0,1,2,...,p-1})
- a = H(k) unde $k \in K$ şi $a \in L$
- Funcţia de asociere H este de fapt o funcţie de dispersie şi ea permite ca pornind de la o cheie k să se determine indicele asociat a.
- Este evident că H nu este o funcție bijectivă deoarece numărul cheilor este mult mai mare decât numărul indicilor.
- Practic există o mulţime de chei (clasă) cărora le corespunde acelaşi indice a.
- Din acest motiv, o altă denumire uzuală sub care este cunoscută tehnica dispersării este aceea de transformare a cheilor ("key transformation"), întrucât cheile se transformă practic în indici de tablou.

Principiul metodei este următorul:

- Pentru înregistrarea unui nod cu cheia k:
- (1) Se determină mai întâi indicele asociat a=H(k).
- (2) Se depune nodul la T[a].
- Dacă în continuare apare o altă cheie k' care are acelaşi indice asociat a = H(k') = H(k), atunci s-a ajuns la aşa numita situație de **coliziune**.
- Pentru rezolvarea acestei situații trebuie adoptată o anumită strategie de rezolvare a coliziunii.
- La căutare se procedează similar:
- (1) Dată fiind o cheie k, se determină a=H(k).
- (2) Se verifică dacă T[a] este nodul căutat, adică dacă T[a].cheie=k.
- (3) Dacă da, atunci s-a găsit nodul, în caz contrar s-a ajuns la coliziune

În concluzie, aplicarea tehnicii dispersiei presupune soluţionarea a două probleme:

- (1) Definirea funcției de dispersie H.
- (2) Rezolvarea situaţiilor de coliziune.
- Rezolvarea favorabilă a celor două probleme conduce la rezultate remarcabil de eficiente, cu toate că metoda prezintă şi anumite dezavantaje, asupra cărora se va reveni.

Comparații ale complexității pentru cazul **mediu** al metodelor de implementare pentru tabele

Implementare	Căutare	Inserție	Suprimare
Tablou neordonat	O(n)	O(n)	O(n)
Tablou ordonat	O(log n)	O(n)	O(n)
Listă neordonată	O(n)	O(n)	O(n)
Listă ordonată	O(n)	O(n)	O(n)
Tehnica dispersiei	O(1)	O(1)	O(1)

Tehnica dispersiei (Hashing)

În această secțiune vom discuta despre o abordare diferită pentru a căuta valori într-o tabelă, bazându-ne pe accesarea directă a elementelor pe baza valorilor cheilor căutate, astfel hashing se referă la o tehnică folosită pentru a stoca și a găsi informații cât mai repede posibil.

Tehinca hashing nu se adresează aplicațiilor în care cheile sunt duplicate, nici celor în care se dorește găsirea unor înregistrări a căror chei au valori cuprinse într-un interval dat, ci pentru identificarea strictă a acelor înregistrări a căror cheie are o valoare dată (unică).

Procesul prin care mapăm poziția unei înregistrări în tabelă pe baza valorilor cheilor și găsirea poziției înregistrării căutate efectuând operații doar asupra cheii se numește hashing.

Funcțiile care mapează pozițiile în tabelă ale elementelor pe baza valorilor cheilor se numesc funcții de dispersie, sau functii hash.

Astfel, hashing se bazează pe două componente principale pe care le vom discuta în continuare:

- Tabele de dispersie
- Funcții de dispersie (numite și funcții hash)

Tehnica dispersiei (Hashing)

Metoda hashing în general lucrează cu valori ale cheilor care se întind pe un interval larg și le reține în tabele cu un număr relativ restrâns de locații.

Pentru a înțelege această tehnică mai bine, să pornim de la un exemplu:

Să spunem că vrem să reținem situația tuturor studenților din universitate (>1000). Dacă ne gândim la ziua de naștere (zi-lună, fără a reține anul), avem 366 de variante, din care unele se repetă, în mod evident.

Astfel putem mapa studenții în funcție de ziua lor de naștere într-o tabelă cu 366 de locații, în acest mod ziua de naștere devine o funcție de mapare/dispersie (o funcție hash). În acest caz pentru a găsi un student este de ajuns să calculăm indexul în tabelă, bazat pe ziua de naștere, fără a parcurge întreaga tabelă. În funcție de implementare, vom trata în mod diferit situațiile în care mai mulți studenți au aceeași zi de naștere (situații numite de coliziune).

În cel mai defavorabil caz va trebui să parcurgem toate structurile (în acest caz înregistrările cu studenți), care au aceeași zi de naștere, dar nu întreaga tabelă.

Funcții de dispersie

După cum s-a văzut în slide-urile anterioare, aplicarea tehnicii dispersiei presupune soluţionarea a două probleme:

- (1) Definirea funcției de dispersie H (funcția hash).
- (2) Rezolvarea situațiilor de coliziune.
- Rezolvarea favorabilă a celor două probleme conduce la rezultate remarcabil de eficiente, cu toate că metoda prezintă și anumite dezavantaje, asupra cărora se va reveni.

Funcții de dispersie

Funcția de dispersie are rolul de a transforma valoarea unei chei în valoarea indexului corespunzător elementului cu acea cheie.

Alegerea funcției de dispersie

- Funcția de dispersie trebuie:
- Pe de o parte să repartizeze cât mai uniform cheile pe mulţimea indecşilor deoarece în felul acesta se reduce probabilitatea coliziunilor.
- Pe de altă parte trebuie să fie uşor şi rapid calculabilă.
- Proprietățile acestei funcții sunt aproximate în literatura de specialitate de termenul "hashing" (amestec) motiv pentru care funcția se notează generic cu H fiind denumită funcție de amestec ("hash function").
- Din acelaşi motiv tehnica dispersiei se mai numeşte şi tehnică hashing.
- În literatură se definesc diverse funcții de dispersie fiecare cu avantaje și dezavantaje specifice, activitate care conturează un domeniu de cercetare extrem de activ

Funcții de dispersie

În cele ce urmează se va prezenta o variantă simplă a unei astfel de funcții.

- Fie ORD(k) o valoare întregă unică atașată cheii k, valoare care precizează numărul de ordine al cheii k în mulţimea ordonată a tuturor cheilor
- Funcția H se definește în aceste condiții astfel :

$$H(k) = ORD(k) MOD p$$

- Această funcție care asigură distribuția cheilor pe mulțimea indecșilor (0,p-1) stă la baza mai multor metode de repartizare.
- S-a demonstrat experimental că în vederea repartizării cât mai uniforme a cheilor pe mulţimea indecşilor este recomandabil ca p să fie un număr prim.
- Cazul în care p este o putere a lui 2 este extrem de favorabil din punctul de vedere al eficienței calculului funcției, dar foarte nefavorabil din punctul de vedere al coliziunilor, mai ales în cazul în care cheile sunt secvențe de caractere

Tratarea situației de coliziune

- Prezenţa unei situaţii de coliziune presupune generarea unui nou indice în tabelă pornind de la cel anterior, numit indice secundar.
- Există două modalități principiale de generare a indicilor secundari:
- (1) O modalitate care presupune **un spaţiu suplimentar** asociat tabelei şi care prefigurează metoda **dispersiei deschise.**
- (2) O a doua modalitate care exploatează doar spaţiul de memorie alocat tabelei şi care prefigurează metoda dispersiei închise

Metoda dispersiei deschise

- Metoda dispersiei deschise presupune înlănţuirea într-o listă înlănţuită a tuturor nodurilor ale căror indici primari sunt identici, metodă care se mai numeşte şi înlănţuire directă.
- Elementele acestei liste pot sau nu aparţine tabloului iniţial: în ultimul caz memoria necesară alocându-se din aşa numita "zonă de depăşire" a tabelei.

Această metodă are **avantajul** că permite suprimarea elementelor din tabelă, operație care nu este posibilă în toate implementările.

- Dintre dezavantaje se evidenţiază două:
- Necesitatea menţinerii unei liste secundare.
- Prelungirea fiecărui nod cu un spaţiu de memorie pentru pointerul (indexul) necesar înlănţuirii

Metoda dispersiei închise

- Metoda dispersiei închise utilizează, după cum s-a precizat anterior, strict spaţiul de memorie alocat tabelei.
- În cazul unei coliziuni se realizează parcurgerea după o anumită regulă a tabloului dispersat T până la găsirea primului loc liber sau a cheii căutate.

Adresarea deschisă liniară

- Adresarea deschisă liniară prefigurează cea mai simplă metodă de parcurgere a tabelei în cadrul tehnicii dispersiei închise.
- Conform adresării deschise liniare, intrările tabelei se parcurg secvenţial, tabela considerânduse **circulară**. Cu alte cuvinte g(i)=i, iar modalitatea de generare a intrărilor în tablelă este:

$$a_0 = H(k)$$

 $a_i = (a_0 + i) MOD p, i = 1...p-1$

Adresarea deschisă pătratică

- Adresarea deschisă pătratică reprezintă o altă soluție de compromis relativ simplă și eficientă de parcurgere a tabelei în cazul metodei dispersiei închise, soluție care rezolvă unele dintre deficiențele adresării deschise liniare.
- În cazul adresării deschise pătratice funcţia g are expresia g(i)=i², iar modalitatea de generare a intrărilor în tablelă este:

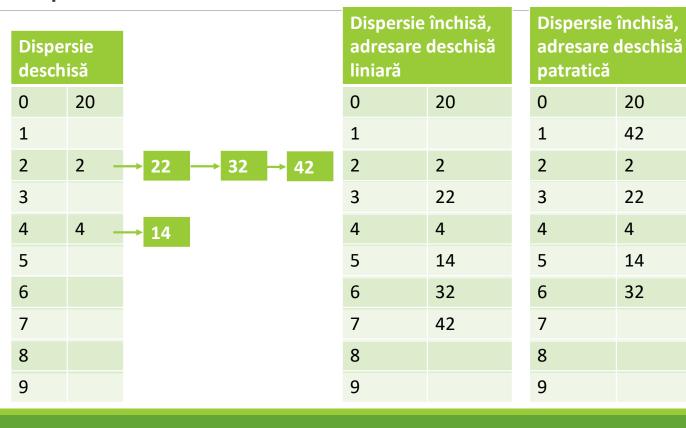
$$a_0 = H(k)$$

ai = (a_0+i^2) MOD p, $i=1,2,3,...$

Adresarea dublă

- Adresarea dublă reprezintă o altă soluție de compromis relativ simplă și eficientă de parcurgere a tabelei în cazul metodei dispersiei închise
- În cazul adresării deschise funcţia g are orice expresie diferită de h, iar modalitatea de generare a intrărilor în tablelă este: $g(k) \neq 0$ și $g \neq h$
- Prima dată incercăm h(cheie). Dacă locația este ocupată, încercăm h(cheie) + g(cheie), h(cheie) + 2 * g(cheie), ...

Ex p = 10Valorile cheilor 2, 4, 14, 20, 22, 32, 42 $H(k) = k \mod 10$



20

42

2

22

4

14

32

Marea majoritate a celor preocupați de activitatea de programare sunt familiarizați cu şirurile de caractere întrucât aproape toate limbajele de programare includ şirul sau caracterul printre elementele predefinite ale limbajului.

În continuare se va prezenta tipul de date abstract şir precizând și modalități majore de implementare.

Un şir este o colecție de caractere, spre exemplu "Structuri de date".

În toate limbajele de programare în care sunt definite şiruri, acestea au la bază tipul primitiv char, care în afara literelor şi cifrelor cuprinde şi o serie de alte caractere.

Se subliniază faptul că într-un şir, ordinea caracterelor contează. Astfel şirurile "CAL" şi "LAC" deşi conţin aceleaşi caractere sunt diferite.

Tipul de date abstract şir:

- •Asemeni oricărui tip de date abstracte, definirea precisă a TDA Şir necesită:
- •(1) Descrierea modelului său matematic.
- •(2) Precizarea operatorilor care acţionează asupra elementelor tipului.
- •Din punct de vedere matematic, elementele tipului de date abstract şir pot fi definite ca secvențe finite de caractere $(c_1, c_2, ..., c_n)$ unde c_i este de tip caracter, iar n precizează lungimea secvenței.
- •Cazul în care n este egal cu zero, desemnează şirul vid.
- •În continuare se prezintă un posibil set de operatori care acționează asupra TDA Şir.
- •Ca şi în cazul altor structuri de date, există practic o libertate deplină în selectarea acestor operatori motiv pentru care setul prezentat are un caracter orientativ.

TDA Şir

- •Modelul matematic: secvență finită de caractere.
- •Notaţii:
- s,sub,u siruri;
- c valoare de tip caracter;
- b valoare booleană;
- •poz,lung întregi pozitivi.
- Operatori:
- CreazaSirVid(sir s) funcție ce creează șirul vid s;
- b=SirVid(sir s) funcție ce returnează true dacă șirul s este vid;
- lung=LungSir(sir s) funcție care returnează numărul de caractere ale lui s;
- poz=PozitieSubsir(sir sub,s) funcţie care returnează poziţia la care subşirul sub apare prima dată în s. Dacă sub nu e găsit în s, se returnează o valoare convenţională (0/-1). Poziţiile caracterelor pot fi reprezentate de adresa lor în memorie sau de valoarea indexului, în funcţie de implementare

- •ConcatSir(sir u,s) funcție care concatenează la sfârșitul lui u caracterele șirului s
- •CopiazaSubsir(sir u,s, int poz,lung) funcție care-l face pe u copia subșirului din s începând cu poziția poz, pe lungime lung sau până la sfârșitul lui s;
- •StergeSir(sir s, int poz,lung) funcție care şterge din s, începând cu poziția poz, subșirul de lung caractere. Dacă poz este invalid s rămâne nemodificat;
- •InsereazaSir(sir sub,s, int poz) funcție care inserează în s, începând de la poziția poz, șirul sub;
- •c=FurnizeazaCarSir(sir s, int poz) funcţie care returnează caracterul din poziţia poz a lui s.
- •AdaugaCarSir(sir s, char c) funcție care adaugă caracterul c la sfârșitul șirului s;
- •StergeSubsir(sir sub,s, int poz) funcție care șterge prima apariție a subșirului sub în șirul s și returnează poziția poz de ștergere. Dacă sub nu este găsit, s rămâne nemodificat
- •StergeToateSubsir(sir s, sub) şterge toate apariţiile lui sub în s.

- •Operatorii definiți pentru un TDA şir pot fi împărțiți în două categorii:
 - Operatori primitivi care reprezintă un set minimal de operaţii strict necesare în termenii cărora pot fi dezvoltaţi operatorii nonprimitivi.
 - Operatori nonprimitivi care pot fi dezvoltaţi din cei anteriori.
- Această divizare este oarecum formală deoarece, de obicei e mai uşor să defineşti un operator neprimitiv direct decât să-l defineşti în termenii unor operatori primitivi.
- •Spre exemplu operatorul InsereazăŞir poate fi definit cu ajutorul: CreazăŞirVid, AdaugăCar şi FurnizeazaCar.
- •Algoritmul este simplu: se construieşte un şir de ieşire temporar (rezultat) căruia i se adaugă pe rând:
- •(1) Caracterele şirului sursă până la punctul de inserţie.
- •(2) Toate caracterele şirului de inserat (subşir).
- •(3) Toate caracterele şirului sursă de după punctul de inserţie. Şirul astfel construit înlocuieşte şirul iniţial

- •Unul dintre marele avantaje ale utilizării datelor abstracte este următorul:
- •În situația în care se găsește un algoritm mai performant pentru o anumită operație, se poate foarte simplu înlocui o implementare cu alta fără a afecta restul programului în condițiile păstrării nealterate a prototipului operatorului.
- •Implementarea şirurilor cu ajutorul tablourilor
- •Cea mai simplă implementare a TDA-şir, care însă **nu se mai folosește** în limbajele de programare moderne, se bazează pe două elemente:
- •(1) Un întreg reprezentând lungimea şirului.
- •(2) Un tablou de caractere care conţine şirul propriu-zis.
- În tablou caracterele pot fi păstrate ca atare sau într-o formă împachetată.



Metode de implementare şiruri de caractere în C:

În limbajul C, termenul șir de caractere înseamnă un **tablou de caractere încheiat în memorie cu caracterul '\0'** (codul ASCII 0).

Ținând cont că în limbajul C, indecșii încep de la 0, lungimea șirului efectiv (fără '\0') coincide cu valoarea indexului pe care se găsește terminatorul de șir '\0'

Această metodă de implementare a șirurilor este mai eficientă din punct de vedere a gestionării memoriei față de cea prezentată anterior

```
char msg[] = "test"; // 5 octeti, terminat cu '\0'
char msg[] = {'t','e','s','t','\0'}; // acelasi sir, scris altfel
char sir[20] = "test"; // restul pana la 20 sunt '\0'
'C' 'A' 'R' 'A' 'C' 'T' 'E' 'R' 'E' '\0' 'S' 'D' 'A' '\0'
```

Pentru lucrul cu șiruri de caractere se pot utiliza o serie de funcții definite în biblioteca standard <u>string.h</u>

Unele din cele mai des folosite funcții:

```
o size_t strlen(const char *s); // returneaza lungimea sirului s
o char *strchr(const char *s, int c); // cauta caract. c in s
o char *strstr(const char *big, const char *small); // cauta sir
// ambele returneaza adresa unde e gasit sau NULL daca nu exista
```

Observații:

size t: tip întreg fără semn pentru dimensiuni

const: specificator de tip: obiectul respectiv nu e modificat

```
char *strcpy(char *dest, const char *src); // copie src in dest
char *strcat(char *dest, const char *src); // concat src la dest
// ambele necesită destul loc la dest, ATENȚIE LA DEPĂȘIRE!
int strcmp (const char *s1, const char *s2); // compară
// returneaza intreg < 0 sau 0 sau > 0 dupa cum e s1 fata de s2
char *strncpy(char *dest, const char *src, size_t n);
char *strncat(char *dest, const char *src, size_t n);
// copiază/concateneaza cel mult n caractere din src la dest
int strncmp (const char *s1, const char *s2, size_t n);
// compara sirurile pe lungime cel mult n caractere
```

Complexitatea operațiilor:

- •Funcțiile CopiazăSubŞir, ConcatŞir, ŞtergeŞir şi InsereazaŞir se execută într-un interval de timp liniar O(n), unde n este după caz lungimea subșirului sau a șirului de caractere.
- •Accesul la elementele subșirului se realizează direct (sir[poz], sir[poz+1],...,sir[poz+lung-1]), astfel încât consumul de timp al execuției este dominat de mutarea caracterelor
- •În continuarese definesc pentru o structură şir, în termeni de logica predicatelor, relaţia de coincidenţă respectiv relaţia de ordonare (lexicografică) a două şiruri x şi y după cum urmează:
- •Pentru a stabili coincidența, este necesară stabilirea egalității tuturor caracterelor corespunzătoare din şirurile comparate.

Şiruri egale ca valoare(coincidență = adevărat):

'A'	'B'	'C'	'D'	' \0'
Ά'	'B'	'C'	'D'	' \0'

Şiruri diferite (coincidență = fals):

'A'	'B'	'C'	'D'	' \0'
Ά'	'B'	'C'	' \0'	

```
int comparatie(char* sir1, char* sir2)
{
  int i = 0;
  while ((sir1[i] == sir2[i]) && sir1[i] && sir2[i])
        i++;
  if (sir1[i]==sir2[i]) /*sirurile sunt egale ca valoare - atenție
  comparăm valoare elementelor nu adresa lor!*/
  if (sir1[i]>sir2[i])
  //primul sir este mai mare in ordine lexicografica
  if (sir1[i]<sir2[i])
  //al doilea sir este mai mare in ordine lexicografica
}</pre>
```

- •Una din operațiile cele mai frecvente care se executată asupra şirurilor este căutarea.
- •Întrucât performanţa acestei operaţii are o importanţă covârşitoare asupra marii majorităţi a prelucrărilor care se realizează într-un sistem de calcul, studiul tehnicilor de căutare performante reprezintă o preocupare permanentă a cercetătorilor în domeniul programării.
- •În cadrul acestui paragraf vor fi trecute în revistă câteva dintre cele mai cunoscute tehnici de căutare în şiruri de caractere.

Căutarea de șiruri directă

•O manieră frecvent întâlnită de căutare este așa numita căutare de șiruri directă ("string search").

Specificarea problemei:

- •Se dă un tablou s de n caractere şi un tablou p de m caractere, unde 0<m<n
- •Căutarea de şiruri directă are drept scop stabilirea primei apariții a lui p în s

De regulă, s poate fi privit ca un **text**, iar p ca un cuvânt **model** ("pattern") a cărui **primă apariție** se caută în textul s.

- Cea mai simplă metodă de căutare este așa numita căutare de șiruri directă ("string search").
- **Rezultatul** unei astfel de căutări este un indice i care precizează apariţia unei **coincidenţe** între model şi şir.

În cazul în care dorim să determinăm o coincidență de doar j caractere, rezultatul unei astfel de căutări este un indice i care precizează apariția unei coincidențe de lungime j caractere între model și șir.

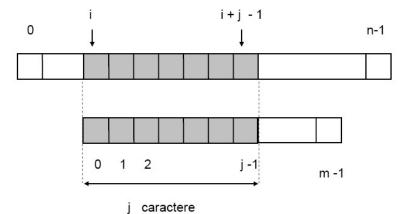
s

p

Acest lucru este formalizat de predicatul P(i,j)

$$P(i,j) \le A_k: 0 \le k \le j: S_{i+k} = p_k$$

- Predicatul P(i,j) precizează faptul că există o coincidenţă între:
- Şirul s (începând cu indicele i).
- Şirul p (începând cu indicele 0).
- Coincidența se extinde pe o lungime de j caractere



Este evident că indexul i care rezultă din căutarea directă de şiruri trebuie să satisfacă predicatul P(i,m).

- Această condiție nu este însă suficientă.
- Deoarece căutarea trebuie să furnizeze prima apariție a modelului, P(k,m) trebuie să fie fals pentru toți, indecșii anteriori (k < i) .
- Se notează această condiție cu Q(i)

$$Q(i) = Ak: 0 \le k < i: {}^{\sim}P(k,m)$$

Predicatul specifică faptul că nu avem nicio potrivire la indecși mai mici decât i

Specificarea problemei sugerează implementarea **căutării directe de şiruri** ca şi o iteraţie de comparaţii redactată în **termenii predicatelor Q** respectiv **P**.

Astfel implementarea lui Q(i) conduce la secvenţa

```
{Căutarea de şiruri directă - Implementarea predicatului Q(i)}
```

```
i:= -1;

DO
    i:= i+1;
    gasit:= P(i,m);

WHILE NOT(gasit) AND (i=n-m);
```

Pentru cazul cel mai defavorabil este necesar un număr de comparaţii de ordinul **n** * **m**, unde n=strlen(sir), iar m=strlen(model), pentru a găsi coincidenţa la sfârşitul şirului.

Căutarea de șiruri Knuth-Morris-Pratt

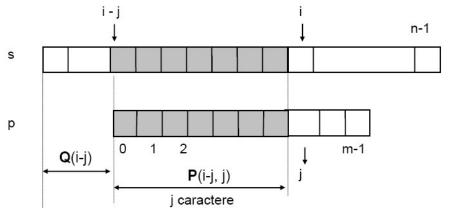
- În anul 1970 Knuth, Morris şi Pratt au inventat un algoritm de căutare în şiruri de caractere care necesită un **număr de comparaţii** de ordinul n chiar în cel mai **defavorabil** caz.
- Noul algoritm se bazează pe **observația** că avansul modelului în cadrul șirului cu o **singură** poziție la întâlnirea unei nepotriviri, așa cum se realizează în cazul **căutării directe**, pe lângă o eficiență scăzută, conduce la **pierderea** unor informații utile.
- Astfel după o **potrivire parțială** a modelului cu şirul întrucât se cunoaște **parțial** șirul (până în punctul baleat), dacă avem cunoștințe **apriorice** asupra modelului obținute prin **precompilare**, le putem folosi pentru **a avansa mai rapid** în șir în procesul de căutare.

Utilizând predicatele P și Q, algoritmul KMP poate fi formulat astfel:

```
{Căutarea de şiruri Knuth-Morris-Pratt}
```

```
i:= 0; j:= 0;
WHILE (j<m) AND (i<n) DO
BEGIN {Q(i-j) && P(i-j,j)}
WHILE (j>=0) AND (s[i]<>p[j]) DO j:= d;
i:= i+1; j:= j+1
END; {WHILE}
```

- Din formularea algoritmului lipsește specificarea factorului d, care precizează valoarea deplasării.
- Se subliniază faptul că în continuare Q(i-j) şi P(i-j,j) sunt invarianții globali ai procesului de căutare, la care se adaugă relațiile 0<i<n și 0<j<m. Adică i parcurge șirul, iar j modelul.
- Este important de subliniat faptul că, din raţiuni de claritate, predicatul P va fi uşor modificat: de aici înainte nu i va fi indicele care precizează poziţia primului caracter al modelului în şir ci valoarea i-j.
- Indicele i precizează poziția la care a ajuns procesul de căutare în şirul s.



Pentru a determina d (valoarea de deplasare a modelului) se poate utiliza următorul algoritm:

- Pentru fiecare valoare a lui j din cadrul modelului:
- Se caută în model cel mai mare d, adică cea mai lungă secvenţă de caractere a modelului care precede imediat poziţia j şi care se potriveşte ca un număr egal de caractere de la începutul modelului.
- Se notează valoarea d pentru un anumit j cu d_i
- Întrucât valorile d_j depind numai și numai de model, înaintea căutării propriu-zise poate fi construit un tablou d cu aceste valori, printr-un proces de precompilare a modelului
- Exemple si explicații suplimentare legate de construirea tabloului de deplasări se găsesc în materialele auxiliare de pe campusul virtual

Programul KMP constă din 4 părți:

- [1] Prima parte realizează citirea şirului în care se face căutarea.
- [2] A doua parte realizează citirea modelului p.
- [3] A treia parte precompilează modelul și calculează valorile dj.
- [4] Cea de-a patra parte implementează căutarea propriu-zisă.
- Inventatorii demonstrează că numărul de comparaţii de caractere este de ordinul n+m .
- Aceasta reprezintă o îmbunătățire substanțială față de m*n.

```
int d[256]; //tabloul de coeficienti k folositi in calculul deplasarilor
int KMP(char s[], char p[])
{ int i, j, k;
    j = 0; k = -1; d[0] = -1; /*precompilare model*/
    unsigned int n = strlen(s); unsigned int m = strlen(p);
    while (j < m - 1)
    {
        while ((k >= 0) && (p[j] != p[k]))
            k = d[k];
        j = j + 1;
        k = k + 1;
        if (p[j] == p[k])
            d[j] = d[k];
        else d[j] = k;
    }//codul se continua
```

```
//continuare cod
/*cât timp*/
i = 0; j = 0; /*căutare model*/
while ((j < m) && (i < n))
{
   while ((j >= 0) && (s[i] != p[j]))
        j = d[j];
        j = j + 1;
        i = i + 1;
        i = i + 1;
        }
   if (j == m)
   return i-m;
   else return -1;
/KMP*/
}
```

Căutarea de șiruri Boyer-Moore

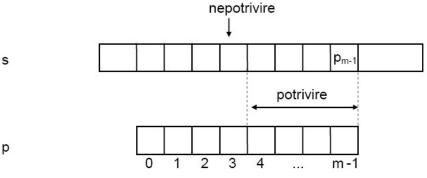
- Metoda ingenioasă de căutare KMP conduce la beneficii **numai** dacă **nepotrivirea** dintre şir şi model a fost **precedată** de o **potrivire parţială** de o anumită lungime.Numai în acest caz deplasarea modelului se realizează peste mai mult de o poziţie.
- Din păcate această situație în realitate este mai degrabă excepția decât regula; potrivirile apar mult mai rar ca și nepotrivirile.
- În consecință, beneficiile acestei metode sunt reduse în marea majoritate a căutărilor normale de texte.
- Metoda de căutare inventată în 1975 de R.S. Boyer şi J.S. Moore îmbunătăţeşte performanţa atât pentru situaţia cea mai defavorabilă cât şi în general.
- Căutarea BM, după cum mai este numită, este bazată pe ideea neobișnuită de a începe compararea caracterelor de la sfârșitul modelului și nu de la început.

Precompilarea presupune următorii paşi:

- (1) Pentru fiecare caracter x care apare în model, se notează cu d_x distanța dintre cea mai din dreapta apariție a lui x în cadrul modelului și sfârșitul modelului
- (2) Valoarea d_x se trece în tabloul d în poziția corespunzătoare caracterului x.
- (3) Pentru toate celelalte caractere ale setului de caractere, care nu apar în model d_x se face egal cu lungimea totală a modelului.
- (4) Pentru **ultimul caracter al modelului**, d_x se face de asemenea egal cu **lungimea totală** a modelului.



- În continuare, se presupune că în procesul de comparare de la dreapta la stânga al şirului cu modelul a apărut o nepotrivire între caracterele corespunzătoare.
- În această situație **modelul** poate fi imediat **deplasat spre dreapta** cu $d[p_{m-1}]$ poziții, valoare care este de regulă mai mare ca 1.
- Se precizează faptul că p_{m-1} este **caracterul din şirul baleat** s, corespunzător **ultimului caracter al modelului** la momentul considerat, **indiferent** de locul în care s-a constatat nepotrivirea
- Dacă caracterul p_{m-1} **nu** apare în model, deplasarea este mai mare şi anume cu întreaga lungime a modelului



```
Variantă implementare în C:
   int BM(char* s, char* p) //s - sursa, p - model
   {
      int k,i,j; int n = strlen(s); int m = strlen(p);
      //construire tablou d
      for (i = 0; i < 256; i++) d[i] = m;
      for (j = 0; j <= m - 2; j++) d[p[j]] = m - j - 1;
      //codul se continua</pre>
```

```
//continuare cod
i = m; j = m;
while ((j > 0) && (i <= n))
{ j = m;
    k = i;
    while ((j > 0) && (s[k - 1] == p[j - 1]))
    {k = k - 1;
        j = j - 1;
    }
    if (j > 0) i = i + d[s[i - 1]];
}
if (j == 0) return k;
else return -1;
}
```

Exerciții

Ex1. Implementați funcțiile de căutare liniară și căutare binară. Măsurați timpul de rulare pentru diferite valori ale dimensiunii tabloului (N = 10 000, 20 000, 30 000...100 000). Reprezentați grafic valorile obținute pentru fiecare algoritm.

Ex2. Scrieți un program care inserează structuri într-un tablou, le caută și le șterge folosind una din metodele de hashing studiate în acest curs.

Ex3. Scrieți un program care să determine într-un mod cât mai eficient, dacă există elemente duplicate într-un tablou dat.

Bibliografie selectivă

- Drozdek, A. (2012). Data Structures and algorithms in C++. Cengage Learning.
- Shaffer, C. A. (2012). Data structures and algorithm analysis.
- · Crețu, V. Structuri de date și algorimi, Editura Orizonturi Universitare Timișoara, 2011