

# Probabilités I

MINES ParisTech

7 novembre 2024 (#e0224b7)

**Question 1 (réponse multiple)** Soit  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  un espace de probabilité. Soient  $A, B \in \mathcal{A}$  tels que  $A \subset B$ . On a :

- ☐ A:  $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
- ☐ B:  $\mathbb{P}(A^c) \geq \mathbb{P}(B^c)$
- ☐ C: Si  $\mathbb{P}(A) > 0$ , alors  $\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}$

**Question 2** Soit  $(\Omega, (\mathcal{A}), \mathbb{P})$  l'espace de probabilité défini par  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) = (\mathbb{R}_+, \mathcal{B}(\mathbb{R}_+), \mathbb{P})$  où  $\mathbb{P}$  est la loi exponentielle de paramètre  $\theta$ . Soit la variable aléatoire

$$X : \omega \in \Omega \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } \omega \in [0, 1], \\ 1 & \text{si } \omega \in ]1, +\infty[ \end{cases}$$

- ☐ A:  $\mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{2}$
- ☐ B:  $\mathbb{P}(X = 1) = e^{-\theta}$
- ☐ C:  $\mathbb{P}(X \in \{0, 1\}) = 1$

**Question 3** Soit  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  un espace de probabilité tel que  $\Omega = \mathbb{R}$ . Soit  $X$  une variable aléatoire telle que  $\mathbb{P}(X \in [0, 1]) = 0$ . Alors

- ☐ A:  $X(\omega) = 0$  quand  $\omega \in [0, 1]$ .
- ☐ B: La fonction de répartition  $F$  associée est nulle sur  $[0, 1]$ .
- ☐ C: Si  $X$  est de densité  $f$ , alors  $f$  est nulle (presque-partout) sur  $[0, 1]$ .

**Question 4** Soit  $X$  une variable aléatoire réelle suivant une loi normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$ , quelle est la loi de  $2X$  ?

- ☐ A:  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- ☐ B:  $\mathcal{N}(2\mu, (2\sigma)^2)$
- ☐ C:  $\mathcal{N}(\frac{1}{2}\mu, \sigma^2)$
- ☐ D:  $\mathcal{N}(\mu, (2\sigma)^2)$

**Question 5** Soit  $U$  une variable aléatoire réelle de loi uniforme sur  $[0, 1]$ .  $U^2$  admet-elle une densité ?

- ☐ A: Non
- ☐ B: Oui :  $\frac{1}{2\sqrt{x}} 1_{[0, 1]}(x)$
- ☐ C: Oui :  $2x 1_{[0, 1]}(x)$