

# Probabilités II

MINES ParisTech

6 décembre 2024 (#0fabda4)

**Question 1 (réponse multiple)** Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$  et  $X$  une variable aléatoire de loi  $\mathbb{P}_X(\{\lambda\}) = \mathbb{P}(X = \lambda) = 1$

- ☐ A :  $X$  admet une densité.
- ☐ B :  $X$  admet une fonction de répartition.
- ☐ C :  $X$  admet une espérance et  $\mathbb{E}(X) = \lambda$ .
- ☐ D :  $X$  est de variance nulle.

**Question 2** Soit  $X$  une variable aléatoire réelle suivant une loi normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$ , quelle est la loi de  $X + \gamma$  ?

- ☐ A :  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- ☐ B :  $\mathcal{N}(\mu + \frac{\gamma}{2}, \sigma^2)$
- ☐ C :  $\mathcal{N}(\mu + \gamma, \sigma^2)$
- ☐ D :  $\mathcal{N}(\mu + \gamma, (\sigma + \gamma)2)$

**Question 3** Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur  $[0, 1]$ . La probabilité  $\mathbb{P}(Y \leq 2X)$  vaut :

- ☐ A :  $1/2$
- ☐ B :  $2/3$
- ☐ C :  $3/4$
- ☐ D :  $4/5$

**Question 4** Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires de densité  $f_X$  et  $f_Y$ . Si les ensembles  $\{x \in \mathbb{R} \mid f_X(x) > 0\}$  et  $\{y \in \mathbb{R} \mid f_Y(y) > 0\}$  sont disjoints, alors

- ☐ A :  $X$  et  $Y$  sont nécessairement indépendantes,
- ☐ B : La covariance  $\text{Cov}(X, Y)$  est nécessairement nulle,
- ☐ C : Ni l'un ni l'autre.

**Question 5** Soit  $U$  une variable aléatoire réelle de loi uniforme sur  $[-1, 1]$ . Quelle est la densité de  $U^2$  ?

- ☐ A :  $\frac{1}{2\sqrt{x}}1_{[0,1]}(x)$

$$\square \text{ B: } \frac{1}{4\sqrt{x}} 1_{[0,1]}(x)$$

$$\square \text{ C: } \frac{1}{2} 1_{[-1,1]}(x)$$