

## UE 11, topologie

### Quizz 2

#### 1) Topologie

Vrai ☐ Faux ☐ Une union de compacts est compacte

Vrai ☐ Faux ☐ Une union finie de compacts est compacte

Vrai ☐ Faux ☐ Une suite  $(x_n)$  telle que  $d(x_n, x_{n+1})$  tend vers 0 est de Cauchy

Vrai ☐ Faux ☐ L'ensemble des entiers relatifs  $\mathbb{Z}$ , muni de la distance canonique  $d(x, y) = |y - x|$ , est complet.

Vrai ☐ Faux ☐ L'ensemble  $\mathbb{D}_k$  des nombres décimaux qui s'écrivent avec au plus  $k$  chiffres après la virgule est complet.

Vrai ☐ Faux ☐ La fonction  $x \mapsto \sin(x)$  est uniformément continue sur  $\mathbb{R}$ .

Vrai ☐ Faux ☐ La fonction  $x \mapsto x^2$  est uniformément continue sur  $\mathbb{R}$ .

Vrai ☐ Faux ☐ Toute fonction uniformément continue sur  $\mathbb{R}$  est lipschitzienne sur  $\mathbb{R}$ .

Vrai ☐ Faux ☐ Toute fonction lipschitzienne sur  $\mathbb{R}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$

Vrai ☐ Faux ☐ Soit  $n \geq 1$  fixé. Il existe deux constantes  $m$  et  $M$  telles que, pour toutes normes  $\|\cdot\|_\alpha$  et  $\|\cdot\|_\beta$  fixées, on ait.

$$m \|x\|_\alpha \leq \|x\|_\beta \leq M \|x\|_\alpha \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Vrai ☐ Faux ☐ Soient  $p$  et  $q$  dans l'intervalle  $[1, +\infty]$ . Il existe deux constantes  $m$  et  $M$  telles que, pour tout  $n \geq 1$ , on ait

$$m \|x\|_p \leq \|x\|_q \leq M \|x\|_p \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Vrai ☐ Faux ☐ La suite de fonction réelles  $f_n(x) = \mathbf{1}_{[n, n+1/n]}$  converge uniformément vers 0 sur  $\mathbb{R}$

Vrai ☐ Faux ☐ La suite de fonction réelles  $f_n(x) = \sin(n^2 x)/n$  converge uniformément vers 0 sur  $\mathbb{R}$ .