

Mesure et intégration

Quizz 3

1) On se place sur \mathbb{R} muni de la mesure de Lebesgue.

Vrai ☐ Faux ☐ Une fonction étagée sur \mathbb{R} est continue sauf en un nombre fini de points.

Vrai ☐ Faux ☐ Toute fonction continue presque partout est égale presque partout à une fonction continue.

Vrai ☐ Faux ☐ Toute fonction égale presque partout à une fonction continue est continue presque partout.

2) Mesurabilité & intégrabilité

Vrai ☐ Faux ☐ Une fonction réelle dont la restriction aux intervalles $] -n, n[$ est mesurable, est mesurable sur \mathbb{R} .

Vrai ☐ Faux ☐ Une fonction intégrable sur tous les intervalles $] -n, n[$ est intégrable sur \mathbb{R} .

Vrai ☐ Faux ☐ Une fonction mesurable telle que $\int_{-n}^n |f| \leq C$ pour tout n est intégrable sur \mathbb{R} .

3) Pour les suites de fonctions réelles suivantes, préciser l'éventuelle limite simple de la suite, la limite des intégrales et l'intégrale de la limite, et préciser si elles rentrent dans le cadre des théorèmes du cours : théorème de convergence monotone (TCM) et théorème de convergence dominée (TCD).

$$f_n(x) = \mathbb{1}_{]0,n[}(x)$$

$$f_n(x) = \mathbb{1}_{]n,n+1[}(x)$$

$$f_n(x) = n\mathbb{1}_{]n,n+1[}(x)$$

$$f_n(x) = n\mathbb{1}_{\mathbb{Q}}(x)$$

$$f_n(x) = \min(n, 1/|x|) \times \mathbb{1}_{]-n,n[}(x)$$