

Probabilités II

MINES ParisTech

5 novembre 2025 (#fa24447)

Question 1 (réponse multiple) Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ et X une variable aléatoire de loi $\mathbb{P}_X(\{\lambda\}) = \mathbb{P}(X = \lambda) = 1$

- ☐ A : X admet une densité.
- ☐ B : X admet une fonction de répartition.
- ☐ C : X admet une espérance et $\mathbb{E}(X) = \lambda$.
- ☐ D : X est de variance nulle.

Question 2 Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi normale de paramètres μ et σ^2 , quelle est la loi de $X + \gamma$?

- ☐ A : $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- ☐ B : $\mathcal{N}(\mu + \frac{\gamma}{2}, \sigma^2)$
- ☐ C : $\mathcal{N}(\mu + \gamma, \sigma^2)$
- ☐ D : $\mathcal{N}(\mu + \gamma, (\sigma + \gamma)2)$

Question 3 Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur $[0, 1]$. La probabilité $\mathbb{P}(Y \leq 2X)$ vaut :

- ☐ A : $1/2$
- ☐ B : $2/3$
- ☐ C : $3/4$
- ☐ D : $4/5$

Question 4 Soient X et Y deux variables aléatoires de densité f_X et f_Y . Si les ensembles $\{x \in \mathbb{R} \mid f_X(x) > 0\}$ et $\{y \in \mathbb{R} \mid f_Y(y) > 0\}$ sont disjoints, alors

- ☐ A : X et Y sont nécessairement indépendantes,
- ☐ B : La covariance $\text{Cov}(X, Y)$ est nécessairement nulle,
- ☐ C : Ni l'un ni l'autre.

Question 5 Soit U une variable aléatoire réelle de loi uniforme sur $[-1, 1]$. Quelle est la densité de U^2 ?

- ☐ A : $\frac{1}{2\sqrt{x}} 1_{[0,1]}(x)$
- ☐ B : $\frac{1}{4\sqrt{x}} 1_{[0,1]}(x)$
- ☐ C : $\frac{1}{2} 1_{[-1,1]}(x)$