

Topologie & Calcul différentiel

Quizz 1

1) Dans chacun des cas ci-dessous, préciser si la notion définie est une distance ou pas, en précisant le ou les conditions invalidées. Décrire, lorsqu'il s'agit d'une distance, et que cela est possible, la forme des boules.

Vrai ☐ Faux ☐ La somme de deux distances

Vrai ☐ Faux ☐ Le produit de deux distances

Vrai ☐ Faux ☐ Le symbole de Kronecker $(x, y) \in X \times X \mapsto \delta_{xy} = 1$ si $x \neq y$, et 0 sinon.

Vrai ☐ Faux ☐ Le nombre de composantes différentes entre deux vecteurs (x_1, \dots, x_n) et (y_1, \dots, y_n) de \mathbb{R}^n .

2) Dans chacun des cas ci-dessous, préciser si l'ensemble proposé est un ouvert ou pas (\mathbb{R}^n est supposé muni de la distance euclidienne canonique)

Vrai ☐ Faux ☐ $]0, +\infty[\subset \mathbb{R}$

Vrai ☐ Faux ☐ \mathbb{Q}

Vrai ☐ Faux ☐ $\bigcup]q_k - 1/2^k, q_k + 1/2^k[$, où q_k est une énumération des rationnels.

(•) Vrai ☐ Faux ☐ $\bigcap]q_k - 1/2^k, q_k + 1/2^k[$, où q_k est une énumération des rationnels.

Vrai ☐ Faux ☐ $]0, 1[\times]0, 1[\times \{0\} \subset \mathbb{R}^3$

3) Soit X un espace métrique, et $A \subset B \subset X$.

Vrai ☐ Faux ☐ $\bar{A} \subset \bar{B}$

Vrai ☐ Faux ☐ $\partial A \subset \partial B$

(•) Vrai ☐ Faux ☐ Un ensemble discret est d'intérieur vide.

4) Suites

Vrai ☐ Faux ☐ Une suite convergente sur \mathbb{R} est bornée

Vrai ☐ Faux ☐ Une suite bornée sur \mathbb{R} est convergente

(•) Vrai ☐ Faux ☐ Une suite sur \mathbb{R} peut admettre une infinité de valeurs d'adhérence

Vrai ☐ Faux ☐ Une partie K finie d'un espace métrique est toujours compacte.

Vrai ☐ Faux ☐ Une partie finie d'un espace métrique est toujours complète .

Vrai ☐ Faux ☐ L'image réciproque d'un compact par une application continue est compacte.