Probabilités II

MINES ParisTech

5 novembre 2025 (`#fa24447`)

Question 1 (réponse multiple) Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ et X une variable aléatoire de loi $\mathbb{P}_X(\{\lambda\}) = \mathbb{P}(X = \lambda) = 1$

☐ A : X admet une densité.
☐ B : X admet une fonction de répartition.
☐ C : X admet une espérance et $\mathbb{E}(X) = \lambda$.
☐ D : X est de variance nulle.

Question 2 Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi normale de paramètres μ et σ^2 , quelle est la loi de $X + \gamma$?

☐ A : $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
☐ B : $\mathcal{N}(\mu + \dfrac{\gamma}{2}, \sigma^2)$
☐ C : $\mathcal{N}(\mu + \gamma, \sigma^2)$
☐ D : $\mathcal{N}(\mu + \gamma, (\sigma + \gamma)2)$

Question 3 Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur $[0, 1]$. La probabilité $\mathbb{P}(Y \leq 2X)$ vaut :

☐ A : 1/2
☐ B : 2/3
☐ C : 3/4
☐ D : 4/5

Question 4 Soient X et Y deux variables aléatoires de densité f_X et f_Y . Si les ensembles $\{x \in \mathbb{R} \mid f_X(x) > 0\}$ et $\{y \in \mathbb{R} \mid f_Y(y) > 0\}$ sont disjoints, alors

☐ A : X et Y sont nécessairement indépendantes,
☐ B : La covariance $\mathrm{Cov}(X, Y)$ est nécessairement nulle,
☐ C : Ni l'un ni l'autre.

Question 5 Soit U une variable aléatoire réelle de loi uniforme sur [-1,1]. Quelle est la densité de U^2 ?

☐ A: $\frac{1}{2\sqrt{x}} 1_{[0,1]}(x)$

☐ B: $\frac{1}{4\sqrt{x}}1_{[0,1]}(x)$
☐ C: $\frac{1}{2}1_{[-1,1]}(x)$