

## Mesure et intégration

### Quizz 1

- 1) Soit  $(X, \mathcal{A})$  un espace mesurable, et  $f$  une application de  $X$  dans un ensemble  $X'$ .

La famille  $f(\mathcal{A})$  est elle en général une tribu sur  $X'$  ?

☐ oui   ☐ non

- 2) Soit  $(X)$  un ensemble,  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{A}'$  deux tribus sur  $X$ .

La famille  $\mathcal{A} \cup \mathcal{A}'$  est elle en général une tribu sur  $X$  ?

☐ oui   ☐ non

- 3) Les familles suivantes sont-elles des  $\pi$ -systèmes sur  $\mathbb{R}$  ? (on supposera sans forcément le préciser explicitement que l'ensemble vide est ajouté à la famille)

Vrai ☐   Faux ☐    $\{[a, b[, a, b \in \mathbb{R}\}$

Vrai ☐   Faux ☐    $\{[a, b], a, b \in \mathbb{N}\}$

Vrai ☐   Faux ☐   La famille des ensembles de cardinal  $= N$ , avec  $N \geq 1$ .

Vrai ☐   Faux ☐   La famille des ensembles de cardinal  $\leq N$ , avec  $N \geq 1$

Vrai ☐   Faux ☐   La famille des ensembles de cardinal fini

Vrai ☐   Faux ☐   La famille des ensembles de cardinal dénombrable.

Sont-elles des classes monotones ?

- 4) Soit  $X$  un ensemble infini, et  $\mathcal{A}$  la collection des ensembles  $A$  tels que  $A$  ou  $A^c$  est fini. S'agit-il d'une tribu ? (••)

☐ oui   ☐ non

- 5) Les familles suivantes engendrent la tribu des boréliens sur  $\mathbb{R}$  :

Vrai ☐ Faux ☐   La famille des parties fermées

Vrai ☐ Faux ☐   La famille  $\{[a, b[, a, b \in \mathbb{R}\}$

Vrai ☐ Faux ☐   La famille des compacts

- 6) Soient  $\mu_1$  et  $\mu_2$  deux mesures définies sur le même espace mesurable  $(X, \mathcal{A})$ . On a alors

Vrai ☐ Faux ☐    $\lambda\mu_1$  est une mesure pour tout  $\lambda$  réel.

Vrai ☐ Faux ☐   La somme  $\mu_1 + \mu_2$  est une mesure

Vrai ☐ Faux ☐   Le produit  $\mu_1 \times \mu_2$  est une mesure

Vrai ☐ Faux ☐   La différence  $\mu_1 - \mu_2$  est une mesure