

UE 11, topologie

Quizz 2

1) Topologie

Vrai ☐ Faux ☐ Une union de compacts est compacte

Vrai ☐ Faux ☐ Une union finie de compacts est compacts

Vrai ☐ Faux ☐ Une suite (x_n) telle que $d(x_n, x_{n+1})$ tend vers 0 est de Cauchy

Vrai ☐ Faux ☐ L'ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z} , muni de la distance canonique $d(x, y) = |y - x|$, est complet.

Vrai ☐ Faux ☐ L'ensemble \mathbb{D}_k des nombres décimaux qui s'écrivent avec au plus k chiffres après la virgule est complet.

Vrai ☐ Faux ☐ La fonction $x \mapsto \sin(x)$ est uniformément continue sur \mathbb{R} .

Vrai ☐ Faux ☐ La fonction $x \mapsto x^2$ est uniformément continue sur \mathbb{R} .

Vrai ☐ Faux ☐ Toute fonction uniformément continue sur \mathbb{R} est lipschitzienne sur \mathbb{R} .

Vrai ☐ Faux ☐ Toute fonction lipschitzienne sur \mathbb{R} est dérivable sur \mathbb{R}

Vrai ☐ Faux ☐ Soit $n \geq 1$ fixé. Il existe deux constantes m et M telles que, pour toutes normes $\|\cdot\|_\alpha$ et $\|\cdot\|_\beta$ fixées, on ait.

$$m \|x\|_\alpha \leq \|x\|_\beta \leq M \|x\|_\alpha \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Vrai ☐ Faux ☐ Soient p et q dans l'intervalle $[1, +\infty]$. Il existe deux constantes m et M telles que, pour tout $n \geq 1$, on ait

$$m \|x\|_p \leq \|x\|_q \leq M \|x\|_p \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Vrai ☐ Faux ☐ La suite de fonction réelles $f_n(x) = \mathbf{1}_{[n, n+1/n]}$ converge uniformément vers 0 sur \mathbb{R}

Vrai ☐ Faux ☐ La suite de fonction réelles $f_n(x) = \sin(n^2 x)/n$ converge uniformément vers 0 sur \mathbb{R} .