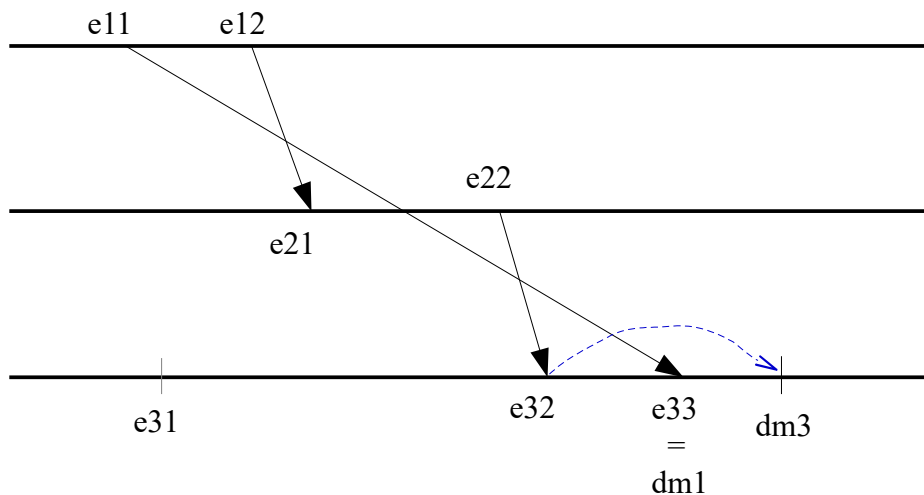


Exercice 1

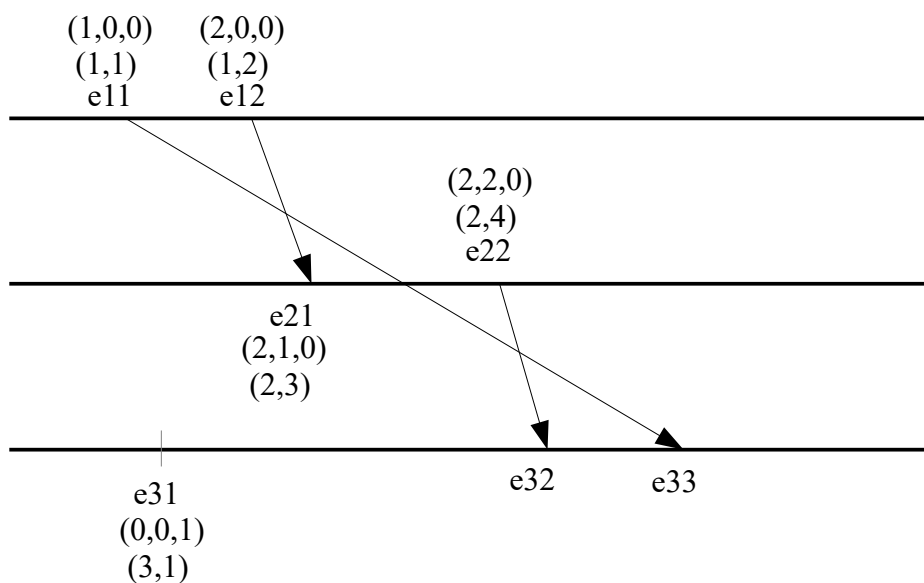
1) S'il y a une dépendance causale entre l'émission de deux messages à destination du même processus, il faut que les messages soient délivrés dans le même ordre sur ce processus :

Pour tous messages m et m' reçus par un même processus : $e_m \rightarrow e_{m'} \Rightarrow d_m \rightarrow d_{m'}$

2) Sur P3, réception de 2 messages $m1$ et $m3$ avec $e_{m1} \rightarrow e_{m3}$ car $e11 \rightarrow e22$ mais on constate que les messages sont reçus dans l'ordre inverse. Il faut donc quand on reçoit $m3$ sur P3, attendre de recevoir $m1$ pour délivrer $m1$ et ensuite délivrer $m3$: on retarde le délivrement de $m3$ par rapport à sa réception en $e32$.



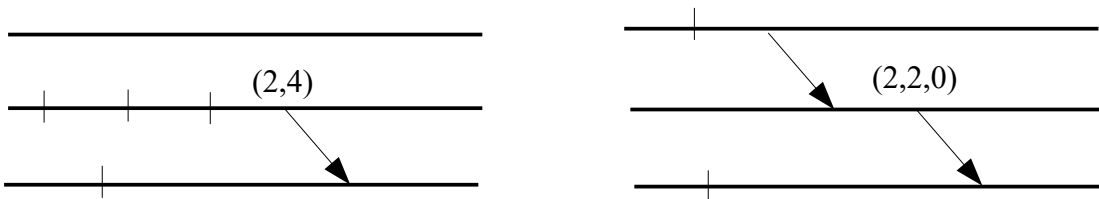
3) Horloges de Lamport et Mattern



Problème à résoudre :

- Je suis P3, je ne connais que ce qu'il s'est passé chez moi et ce que j'ai reçu comme messages des autres processus
- En e32, j'ai reçu un message de P2 avec une certaine date : (2,4) ou (2,2,0)
- Localement, il s'est déroulé un événement local chez moi (e31)
- Suis-je capable, moi P3, de savoir à la réception de ce message de P2 en e32 si j'aurais du recevoir un message de P1 avant ?

Pour démontrer que les horloges de Lamport et de Mattern ne suffisent pas, il suffit de trouver un contre-exemple pour lequel P3 aura la même vision mais sans impliquer le message venant de P1 non encore reçu par P3. Pour cela, il faut qu'il reçoive de P2 un message avec une date de (2,4) ou de (2,2,0). Pour Mattern, la première case avec une valeur de 2 informe que P2 connaît deux événements de P1. Cette information ne peut venir que du fait que P1 a envoyé un message à P2. Les deux contre-exemples sont les suivants (à gauche Lamport, à droite Mattern) :



4) Horloge matricielle

Chaque horloge rajoute un niveau d'information mais il en faut plus. Soit e un événement de P_i :

- $H_i(e)$ (Lamport) : ce que P_i connaît globalement du système (nb d'événements avant lui mais sans savoir sur quels processus)
- $V_i(e)$ (Mattern) : ce que P_i connaît de P_j (nb d'événements que P_i connaît sur chacun des processus)
- $M_i(e)$ (matrice) : ce que P_i connaît de ce que P_j connaît de P_k (P_i sait que P_j sait que P_k a envoyé des messages à d'autres processus)

Pour N processus, chaque événement est daté par une matrice $N \times N$. Pour un événement de P_i :

- Ligne i : compteurs locaux à P_i
 - $M[i,i]$: nb d'événements sur P_i
 - $M[i,j]$ avec $j \neq i$: nb de messages que P_i a envoyé à P_j
- Ligne j avec $j \neq i$: informations que l'on connaît sur les autres processus
 - $M[j,j]$: nb d'événement que l'on connaît sur P_j
 - $M[j,k]$ avec $k \neq j$: nb de messages que l'on sait que P_j a envoyé à P_k

Mise à jour des horloges pour un événement de P_i :

- A chaque événement, on incrémente la case $[i,i]$
- Si l'événement est l'émission d'un message à destination de P_j , on incrémente la case $[i,j]$
- Si l'événement est la réception d'un message : on fait le max case par case entre la dernière date locale et la date d'émission du message sauf pour la ligne i

Exemple (indépendant de l'exercice) pour un événement d'un processus P_2 daté par :

4, 1, 2

0, 3, 1

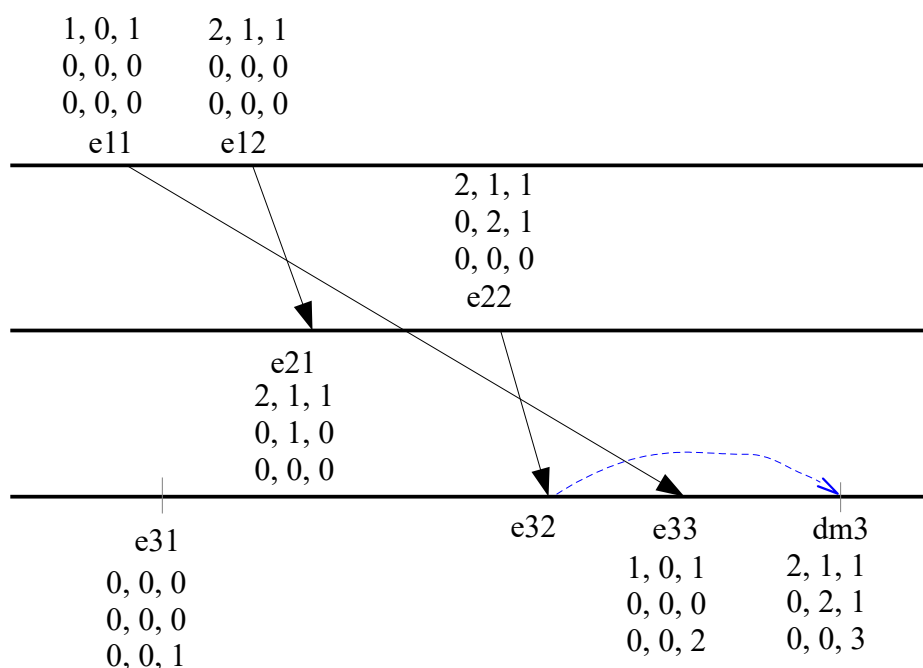
0, 0, 0

Ligne 1 : on sait qu'il y a eu 4 événements sur P1, que P1 a envoyé 1 message à P2 et 2 à P3.
 Ligne 2 : on a envoyé aucun message à P1 et 1 à P3 et il y a eu 3 événements sur P2
 Ligne 3 : on ne sait rien de ce que P3 a fait

Pour assurer l'ordre causal, à la réception d'un message sur P_i venant de P_j , on compare la colonne i de la date locale et de la date d'émission du message (sauf la case $[i,i]$). Tout est bon si :

- $Locale[j,i] + 1 = Message[j,i]$: différence de 1, c'est le message qu'on vient de recevoir de P_j
- $Locale[k,i] \geq Message[k,i]$: on a délivré tous les messages de P_k que P_j sait que P_k a envoyé à P_i

Application sur le chronogramme de l'exercice avec un point important : on ne date que les événements de délivrement de message, pas de réception. Le principe étant que la date locale permet de savoir à la fois les messages que l'on a envoyé à chaque processus ainsi que les messages que l'on a délivré venant de chaque processus.



Date de e11, première ligne : 1, 0, 1. Le premier 1 est pour indiquer qu'il y a eu un événement sur P1 et le dernier pour indiquer que P1 a envoyé un message à P3.

Date de e21 : la première ligne est mise à jour avec la date d'émission du message venant de P1. La deuxième ligne, en case 1 indique que P2 a délivré un message P1 (celui qui vient d'être reçu) et la case 2 qu'il y a eu 1 événement sur P2. La troisième ligne reste à 0 car ne contient que 0 localement ou pour l'émission du message.

En e32, dernière date locale :

0, 0, 0
 0, 0, 0
 0, 0, 1

Date du message reçu en e32 venant de P2 :

2, 1, 1
 0, 2, 1
 0, 0, 0

On est sur P3, on compare les colonnes 3 (sauf la case $[3,3]$), soient les cases en bleu :

- Ligne 1, en locale = 0, du message = 1 : P3 a délivré 0 message venant de P1 mais P2 sait que P1 a envoyé 1 message à P3. Si P2 sait cela, c'est que l'émission du message qu'il vient

d'envoyer à P3 est dépendante causalement de l'émission de ce message là. On sait qu'on doit retarder le délivrement du message de P2 en attendant de recevoir ce message de P1.

- Ligne 2, en locale = 0, du message = 1 : une différence de 1 mais pas de problème ici car il s'agit du message venant de P2 non encore délivré.

Grâce aux dates, on sait en e32 qu'on doit retarder le délivrement du message venant de P2 tant qu'on a pas reçu celui venant de P1. Il sera reçu en e33 et là les dates seront cohérentes, on peut directement délivrer ce message de P1 puis ensuite on délivre le message de P2 qui avait été mis de côté.

La dernière colonne de la date de dm3 précise que sur P3, 1 message de P1 et 1 message de P3 ont été délivrés.

Exercice 2

1) Pour tous messages m et m' et pour tous processus i : $e_m \rightarrow e_m' \Rightarrow d^i_m \rightarrow d^i_m'$

2) Au niveau des dépendances causales entre les diffusions de message quand on regarde le chronogramme, on trouve :

- $em1 \rightarrow em2$
- $em1 \rightarrow em3$
- $em1 \rightarrow em4$
- $em2 \rightarrow em4$
- $em2 \parallel em3$
- $em3 \rightarrow em4$

Sur les processus, les messages sont reçus dans cet ordre :

- P1 : m1 m3 **m4 m2**
- P2 : m1 m2 m3 m4
- P3 : m1 m3 m2 m4

Le problème est sur P1 où m4 est reçu avant m2 alors que le chrogramme montre une dépendance causale en émission dans l'autre sens.

3) La question n'a pas d'utilité ici : il s'agit de démontrer, comme dans l'exercice précédent, que les horloges de Mattern ne permettent pas de différencier le cas du chronogramme avec un contre-exemple mais dans le cas précis de l'exercice, il n'existe pas de contre-exemple. Néanmoins, pour les mêmes raisons que pour l'exercice 1, on manquera de manière plus générale d'informations pour assurer le délivrement causal.

4) On pourrait utiliser les horloges matricielles comme dans l'exercice 1 mais on peut faire plus simple vu que l'on ne communique que par diffusion : il n'est pas utile de savoir combien de messages a envoyé un processus à tel autre processus puisque par principe, un message diffusé est reçu par tous les processus.

La version restreinte des horloges de Mattern consiste alors à ne compter que les messages diffusés par chacun des processus. Par exemple sur P1, une date (2, 1, 3) indiquera que P1 a diffusé 2 messages, P1 a reçu (et délivré) 1 message de P2 et 3 de P3.

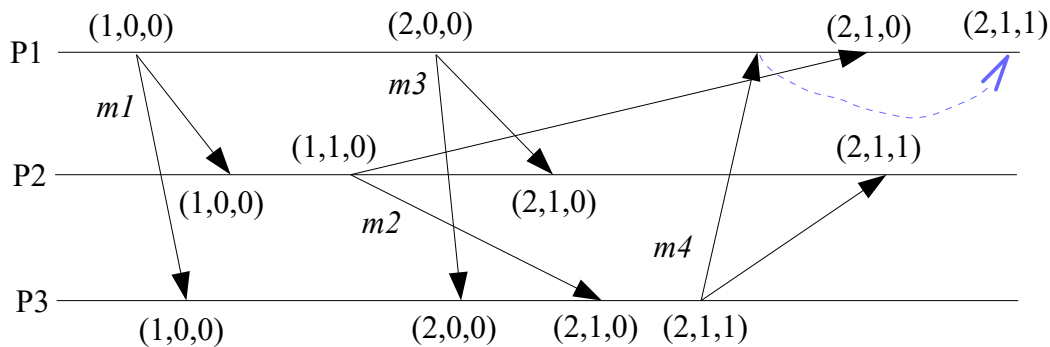
A chaque fois que l'on diffuse un message, on incrémente sa case du vecteur et on envoie la date avec le message. A la réception d'un message, si on le délivre, on fait le max case par case entre la date locale et la date du message (il n'y a pas de compteur d'événements locaux à tenir, on ne comptabilise que les émissions et délivrements de messages).

Quand on reçoit sur P_i un message de P_j , on compare les cases entre la date locale et la date du message :

- $locale[j] < message[j] + 1$: s'il y a une différence de plus d'1, c'est qu'il y a un autre message de P_j qui n'a pas été reçu en plus de celui qu'on vient de recevoir.
- $locale[k] < message[k]$ avec $k \neq i$: P_j connaît plus de diffusions faites par P_k que P_i . C'est donc que ces diffusions auraient du arriver sur P_i avant qu'on l'on reçoive celle de P_j .

Ces comparaisons permettent d'assurer l'ordre causal. L'ordre FIFO consiste simplement à comparer les dates pour les messages venant du même processus, pas de n'importe lesquels.

En simplifiant le chronogramme pour ne pas nommer les événements et ne pas préciser la diffusion à soi-même (où on fera par principe le délivrement immédiatement), voici ce que donne la datation avec ces horloges :



A l'émission de $m1$, P1 met son horloge à $(1,0,0)$ pour signifier qu'il a diffusé un message. A la réception du message sur P2 et P3, les horloges locales (qui étaient à 0) sont mises à jour avec cette valeur de $(1,0,0)$.

Sur P1, à la réception de $m4$ venant de P3, la date locale est $(2,0,0)$ et la date du message est $(2,1,1)$. Au niveau de P3, tout va bien, il y a une différence de 1 entre la date locale et celle du message : c'est le message qu'on vient de recevoir. Par contre il y a aussi une différence de 1 au niveau de P2 : P3 connaît 1 diffusion de P2 alors que P1 n'en connaît aucune. Il y a donc une diffusion de P2 que P1 aurait du recevoir. On peut alors retarder le délivrement de $m4$ jusqu'à ce que ce message arrive.

5) Il n'est pas possible d'assurer un ordre total avec des horloges. Les messages $m2$ et $m3$ sont diffusés sans dépendance causale entre eux. Au niveau des dates, il n'y a pas d'ordre déterminable ni de problèmes détectables. On peut le voir sur P3 où $m3$ est d'abord reçu puis $m2$, ce qui donne comme dates sur P3 : $(1,0,0)$ puis $(2,0,0)$ puis $(2,1,0)$. Si on avait d'abord $m2$ puis $m3$, on aurait eu : $(1,0,0)$ puis $(1,1,0)$ puis $(2,1,0)$. Dans les deux cas, il n'y a pas de problème de cohérence.

L'indépendance causale, par principe, ne pose pas de problème d'ordonnancement donc les horloges utilisées pour gérer ce type de problème ne peuvent pas être utiles. De toute façon, un ordre total n'impose pas forcément un ordre causal. On peut décider de délivrer tous les messages dans le

même ordre sur tous les processus mais sans que cela ne respecte les dépendances causales entre les émissions des messages. On peut bien sur avoir un ordre causal en plus d'un ordre total mais ça n'est pas une obligation.

Une solution serait que les processus se mettent d'accord entre eux pour décider dans quel ordre délivrer les messages. Cela peut se faire avec un algorithme de consensus comme on le verra dans le reste du cours ou par un algorithme d'exclusion mutuelle où la "ressource partagée" est ici le droit de diffuser et tant qu'une diffusion n'est pas finie (tous les récepteurs ont acquitté le message diffusé), on ne peut pas en commencer une autre.