

PARTIE III : CHAPITRE 3

LEFFET DE L'ANISOTROPIE DE PRESSION DANS DES SIMUULATIONS HALL-CGL-MHD

Sommaire

3.1	Le modèle CGL simulé	53
3.2	Etude préliminaire des simulations	54
3.3	Contribution anisotrope à la loi exacte	56
3.4	Synthèse d'une page	63

Dans ce chapitre, nous attaquons le cœur de l'étude numérique dont l'objectif est de répondre à question : quel impact à la correction dépendant de l'anisotropie de pression sur le taux de cascade ?

3.1 Le modèle CGL simulé

Dans un premier lot de simulations, les ions sont décrits avec la fermeture CGL et les électrons, avec une fermeture isotherme qui correspond en fait à notre fermeture isotherme-isentrope. La pression électronique est définie telle que $p_e = \rho$. Le modèle général simulé est donné dans la section I.1.2, nous y avons indiqué que l'équation d'induction (I.1.42) dépendait d'un terme de pression électronique. Avec l'hypothèse isotherme, ce terme s'annule car :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\rho} \nabla (p_e) \right) = \nabla \times \left(\frac{1}{\rho} \nabla \rho \right) = \nabla \times \nabla (\ln \rho) = 0$$

Dans la section 1.1, nous avons indiqué que les équations implémentées sont normalisées. En prenant en compte les différentes hypothèses, ces équations sont :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{II.3.1})$$

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \frac{1}{\rho} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \overline{\mathbf{P}} = 0 \quad (\text{II.3.2})$$

$$\partial_t \mathbf{B} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + d_i \nabla \times \left(\frac{1}{\rho} \mathbf{j} \times \mathbf{B} \right) = 0 \quad (\text{II.3.3})$$

$$\partial_t p_{\perp i} + \nabla \cdot (p_{\perp i} \mathbf{v}) + p_{\perp i} \nabla \cdot \mathbf{v} - p_{\perp i} \mathbf{b} \mathbf{b} : \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (\text{II.3.4})$$

$$\partial_t p_{\parallel i} + \nabla \cdot (p_{\parallel i} \mathbf{v}) + 2p_{\parallel i} \mathbf{b} \mathbf{b} : \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (\text{II.3.5})$$

en notant $\overline{\mathbf{P}} = \frac{\beta_0}{2} (\overline{\mathbf{P}_i} + p_e \overline{\mathbf{I}})$ avec $\overline{\mathbf{P}_i} = p_{\perp i} \overline{\mathbf{I}} + (p_{\parallel i} - p_{\perp i}) \mathbf{bb}$, le tenseur gyrotrope de pression ionique, $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$, la direction du champ magnétique et $\frac{\beta_0}{2}$ constante provenant de la normalisation des équations.

L'équation d'énergie interne est :

$$\partial_t (\rho u) + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{v}) + \overline{\mathbf{P}} : \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (\text{II.3.6})$$

sachant que $\rho u = \frac{\beta_0}{2} (p_{\perp i} + \frac{1}{2} p_{\parallel i} + p_e \ln \rho)$.

On reconnaît dans ces équations le modèle ayant donné la loi exacte (??) ainsi que le terme Hall dans l'équation (II.3.3) qui indique qu'il faut prendre en compte la correction Hall donnée par (I.1.3).

3.2 Etude préliminaire des simulations

Les simulations sont initialisées avec les paramètres résumés dans les tableaux II.3.1 et II.3.2.

Name	Résolution	$k_{\perp} d_i$	θ_i	E_{sup}	D	N_t	δt	a_{p0}
CGL1	512^3	0.045	7°	1.6×10^{-2}	6700	4	6.25×10^{-2}	1
CGL2	512^3	0.045	15°	1.6×10^{-2}	12 900	4	5×10^{-2}	1
CGL3B	$512^2 \times 1024$	0.5	15°	1.125×10^{-2}	410	4	3×10^{-4}	1
CGL3	$512^2 \times 1024$	0.5	15°	4.5×10^{-2}	361	6	2×10^{-4}	1
CGL5	$512^2 \times 1024$	0.147	15°	1.6×10^{-2}	12 905	6	5×10^{-3}	1
CGL6	$512^2 \times 1024$	0.147	15°	1.6×10^{-2}	2730	4	5×10^{-3}	4

TABLE II.3.1 – Paramètres des simulations Hall-CGL. La résolution correspond au nombre de points dans les directions \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y et \mathbf{e}_z . $k_{\perp} d_i$ et θ_i sont les paramètres géométriques du forçage (fréquence et angle d'injection). E_{sup} est un paramètre énergétique du forçage. ~~influencant la gamme d'échelle accessible.~~ ~~in~~ sont aussi indiqués le taux d'anisotropie initial, a_{p0} , et quelques informations temporelles : la date initiale D de prélèvement de l'échantillon dans la simulation, le nombre de temps consécutifs utilisés, N_t , et l'incrément temporel les séparant δt .

Name	$\nu = \eta$	ν_ρ	ν_p	α
CGL1	7.35×10^{-8}	0	7.35×10^{-9}	80
CGL2	7.35×10^{-8}	0	7.35×10^{-9}	10
CGL3B	1.0×10^{-14}	1.0×10^{-14}	1.0×10^{-14}	2.5
CGL3	4×10^{-14}	1.6×10^{-14}	1.6×10^{-14}	2.5
CGL5	3×10^{-11}	0	3×10^{-12}	6
CGL6	3×10^{-11}	0	3×10^{-12}	5

TABLE II.3.2 – Paramètres des simulations Hall-CGL. ν , η , ν_ρ , ν_p et α sont des constantes caractéristiques de l'hyperdissipation. Elles sont choisies empiriquement.

Les simulations CGL1, CGL2 et CGL3 sont les simulations Hall-CGL analysées dans l'article FERRAND, SAHRAOUI, LAVEDER et al. 2021. Pour nos études, une date D , a été

sélectionnée et la simulation relancée pour extraire un échantillon de temps consécutifs. CGL3B est une version moins énergétique de CGL3. Nous avons lancé CGL5 et CGL6 pour compléter le panel de simulation. La gamme d'échelles accessible via CGL5 est située entre celles de CGL2 et de CGL3. CGL6 est basée sur CGL5 mais initialisée avec de l'anisotropie de pression : $a_{p0} = 4 \neq 1$. Les paramètres d'hyperdissipation résumés dans la table II.3.2 et l'incrément temporel δt ont été accordés empiriquement afin de réduire un peu le temps de calcul, de maintenir la dissipation aux vecteurs d'onde les plus grands et d'éviter tout emballement de la simulation (résultant sur une extinction anormale). D'autres a_{p0} , plus importants, ont été essayés, mais la simulation s'emballait sur les premiers temps quels que soient les choix de paramètres d'hyperdissipation, empêchant une augmentation de la résolution afin d'atteindre une résolution convenable (c.-à-d. 512^3 minimum). La cause de ces emballements serait, à priori, l'apparition d'instabilité dans la simulation.

Name	ρ	a_p	β_{\parallel}
CGL1	1 ± 0.02	1.1 ± 0.1	0.9 ± 0.1
CGL2	1 ± 0.02	1.1 ± 0.1	0.9 ± 0.1
CGL3B	1 ± 0.04	1.3 ± 0.3	0.8 ± 0.2
CGL3	1 ± 0.08	2.2 ± 0.5	0.6 ± 0.3
CGL5	1 ± 0.02	2.1 ± 0.1	0.6 ± 0.1
CGL6	1 ± 0.02	4.0 ± 0.5	1.0 ± 0.2

TABLE II.3.3 – Moyenne et écart-type de la densité, du taux d'anisotropie ionique $a_p = \frac{p_{\perp i}}{p_{\parallel i}}$ et du paramètre $\beta_{\parallel} = \frac{p_{\parallel i}}{p_m}$ pour chaque simulation, à la date D .

Le tableau II.3.3 résume statistiquement (moyenne \pm écart-type) les valeurs de densité, anisotropie de pression ionique ($a_p = \frac{p_{\perp i}}{p_{\parallel i}}$) et paramètre $\beta_{\parallel} = \frac{p_{\parallel i}}{p_m}$ pour chaque simulation. Sur la figure II.3.1, est tracée la dispersion en fonction de a_p et β_{\parallel} , des simulations à la date D . Ces histogrammes 2D prennent la forme de trois courbes de niveau formant des cercles concentriques, le plus large contient les couples $\{\beta_{\parallel}; a_p\}$ existant dans la simulation, l'intermédiaire et le plus petit sont associé à des pourcentages du maximum de l'histogramme : 50 % et 99 %.

La densité nous indique que la compression est faible (autour de 2 %) même si CGL3, avec un écart-type proche de 10 %, est plus compressible que les autres simulations. β_{\parallel} qui est initialement fixé à 1 a, lui aussi, assez peu varier en moyenne mais s'est étalé en particulier pour CGL3, CGL3B et CGL5 comme on peut le voir sur la figure II.3.1. Pour ce qui est de l'anisotropie de pression initialisé à 1 et, pour CGL5, à 4, on assiste à un étalement des valeurs locales, en particulier pour CGL3, CGL3B et CGL6. CGL1, CGL2 et CGL4 reste autour de leur valeur initiale alors que CGL3 et CGL5 se sont complètement décalées autour de $a_p = 2$. Ce décentrage a lieu dès les premiers temps de la simulation, ensuite l'histogramme s'étalant au fil des augmentations de résolution.

On remarque que quelques points de CGL6 sont situés au-dessus du critère miroir et pourrait permettre le développement d'instabilité miroir dans la simulation. Ce critère miroir prend en compte la présence de la pression électronique isotherme, $p_e = \rho$, et est paramétrisé par l'équation (I.1.48).

SPECTRES

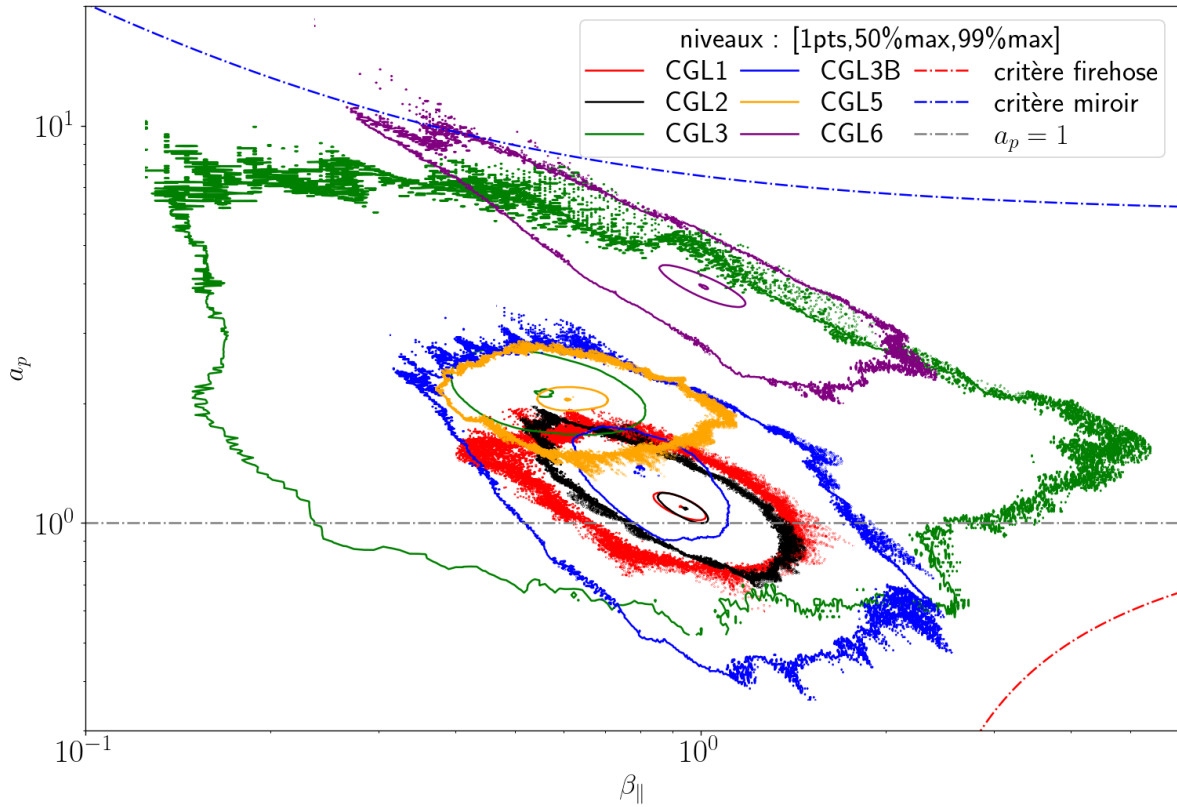


FIGURE II.3.1 – Diagramme $a_p - \beta_{\parallel}$ contenant l’histogramme 2D des simulations sous la forme de courbes de niveau centrées sur le couple moyen. Le critère miroir est paramétrisé par l’équation (I.1.48) (il prend en compte les électrons isothermes). Le critère firehose est le critère CGL calculé dans le chapitre I.??.

3.3 Contribution anisotrope à la loi exacte

Dans cette étude, nous allons comparer les résultats présentés sur deux lots de figures. Le premier constitué des figures II.3.2 (CGL1 et CGL2), II.3.3 (CGL3B et CGL3) et II.3.4 (CGL5 et CGL6), contient des triptyques, associés à chaque simulation, permettant de comparer le taux de cascade calculé avec une pression isotrope ε_{iso} et celui prenant en compte l’anisotropie de pression ionique ε_{cgl} . La différence des deux, $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$, est représentée en 2D en fonction de ℓ_{perp} et ℓ_{\parallel} , et est projeté dans les représentations 1D sous la forme des courbes vertes. Sur les représentations 1D, sont ajoutés ε_{cgl} en bleu, ε_{iso} en orange et le niveau d’incertitude ζ (gris).

Sur ces figures, on peut noter différents comportements. Pour CGL1, CGL2 et CGL3B, un changement de signe de ε_{Π} a lieu dans la zone inertielle MHD ($\ell > d_i$). Aux plus petites échelles, il est positif et puis devient négatif. L’emplacement de ce changement de signe est situé autour de $\ell_{\perp} = 2d_i$ dans la direction perpendiculaire. Dans la direction parallèle, la limite est plus floue et varie suivant l’angle d’injection (CGL1 vs CGL2). Sa contribution au taux de cascade totale est de 10 % de ε_{iso} pour CGL1, 20 % pour CGL2, et 50 % pour CGL3B sauf près des échelles de forçage où elle augmente autour de 100 %. CGL3 et CGL5 montrent un autre comportement : ε_{Π} est positif sauf dans une « bulle » présente pour certain $\ell_{\parallel} > d_i$. Son niveau est de l’ordre de 10 % de ε_{iso} puis vient complètement

l'écraser près des échelles de forçage. Pour CGL6, $\varepsilon_{\overline{\Pi}}$ est entièrement positif, son niveau est de l'ordre de 100 % de ε_{iso} aux plus petites échelles puis augmente aux échelles les plus grandes. Une corrélation semble exister entre ces comportements et la valeur moyenne de a_p à la date D . Le changement de signe pour $a_p \sim 1$, la bulle négative pour $a_p \sim 2$ et un plan complètement positif pour $a_p \sim 4$. De plus, plus a_p est grand, plus l'augmentation à grande échelle est significative.

Le deuxième lot constitué des figures II.3.5 et II.3.6 indique le détail de la contribution anisotrope obtenue en construisant $\varepsilon_{\overline{\Pi}} = \varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$ (bleu). La forme analytique de cette contribution correspond à l'équation (??), elle est ici décomposée en quatre termes :

- un terme flux (orange) : $\nabla_{\ell} \cdot \mathcal{F}_A = \frac{1}{4} \nabla_{\ell} \cdot \left\langle \delta \rho \delta \left(\frac{\overline{\Pi}}{\rho} \right) \cdot \delta \mathbf{v} \right\rangle$
- le terme source survivant dans la limite incompressible (vert) :

$$\mathcal{S}_{A1} = \frac{1}{2} \left\langle \delta \left(\frac{\overline{\Pi}}{\rho} \right) : (\rho \nabla' \mathbf{v}' - \rho' \nabla \mathbf{v}) \right\rangle$$

- le terme source dépendant explicitement des fluctuations de pression (rouge) :

$$\mathcal{S}_{A2} = \frac{1}{4} \left\langle \delta \left(\frac{\overline{\Pi}}{\rho} \right) : \left(\rho \mathbf{v} \frac{\nabla' \rho'}{\rho'} - \rho' \mathbf{v}' \frac{\nabla \rho}{\rho} \right) \right\rangle$$

- le terme source dépendant explicitement des fluctuations de densité (violet) :

$$\mathcal{S}_{A3} = -\frac{1}{4} \left\langle \delta \rho \left(\mathbf{v} \cdot \left(\frac{\overline{\Pi}}{\rho} \right) \cdot \frac{\nabla' \rho'}{\rho'} - \mathbf{v}' \cdot \left(\frac{\overline{\Pi}'}{\rho'} \right) \cdot \frac{\nabla \rho}{\rho} \right) \right\rangle$$

Les figures II.3.5 et II.3.6 montre que $\varepsilon_{\overline{\Pi}}$ est dominé par \mathcal{S}_{A1} . $\nabla_{\ell} \cdot \mathcal{F}_A$ et \mathcal{S}_{A2} sont du même ordre de grandeurs et fluctuent autour de ζ . Ils peuvent légèrement influencer $\varepsilon_{\overline{\Pi}}$ lorsque \mathcal{S}_{A1} s'affaiblit. \mathcal{S}_{A3} est généralement négligeable. La contribution de l'anisotropie de pression est donc principalement portée par un terme source qui survit dans la limite incompressible.

INTERPRÉTATION DE CES OBSERVATIONS À DISCUTER 

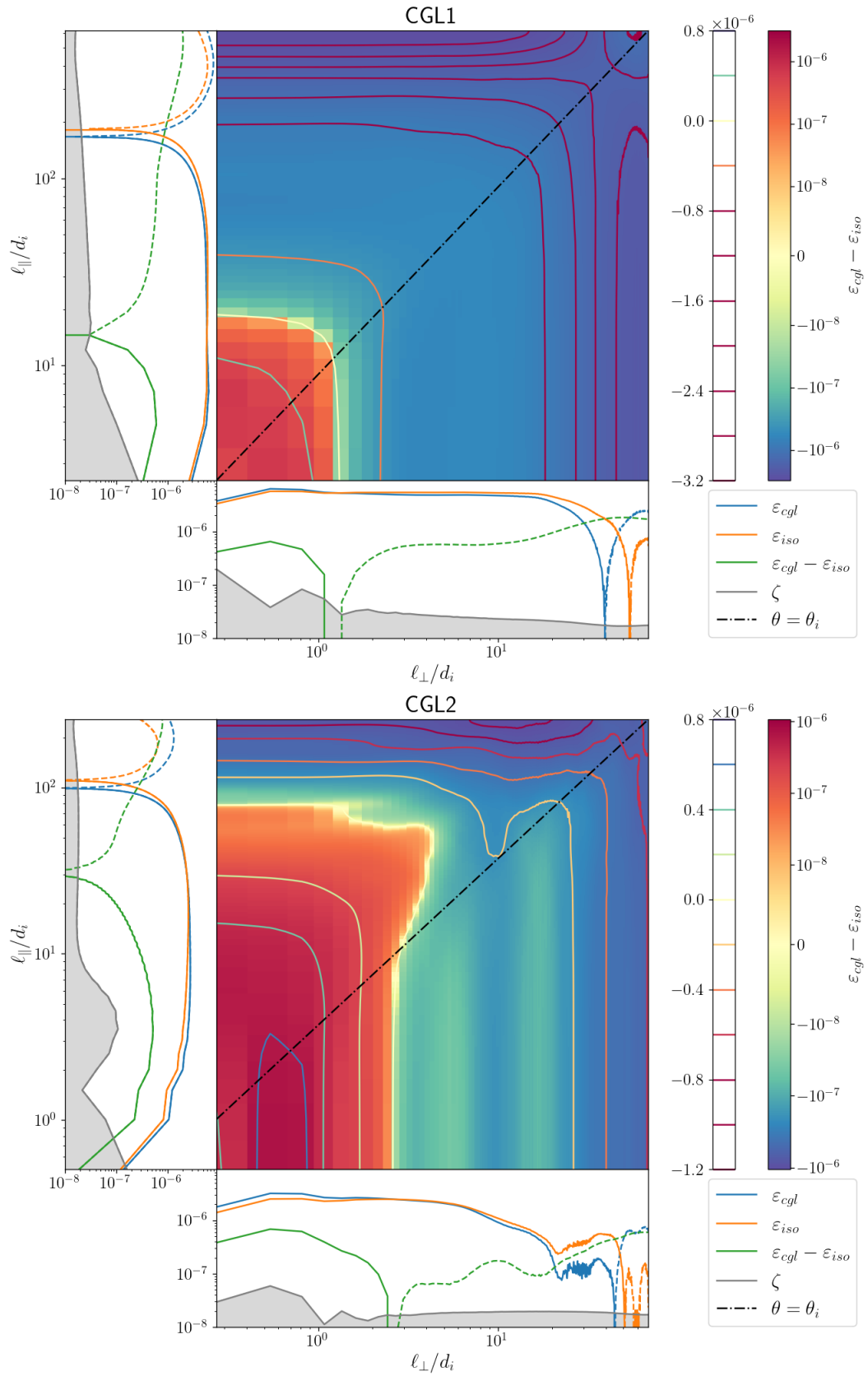


FIGURE II.3.2 – Simu : CGL1 et CGL2. Représentation 2D en fonction de ℓ_{\perp} et ℓ_{\parallel} de $\varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$. Entouré des représentations 1D en fonction de ℓ_{\perp} (bas) et ℓ_{\parallel} (gauche) de ε_{iso} (orange), ε_{cgl} (bleu), $\varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$ (vert) et ζ (gris).

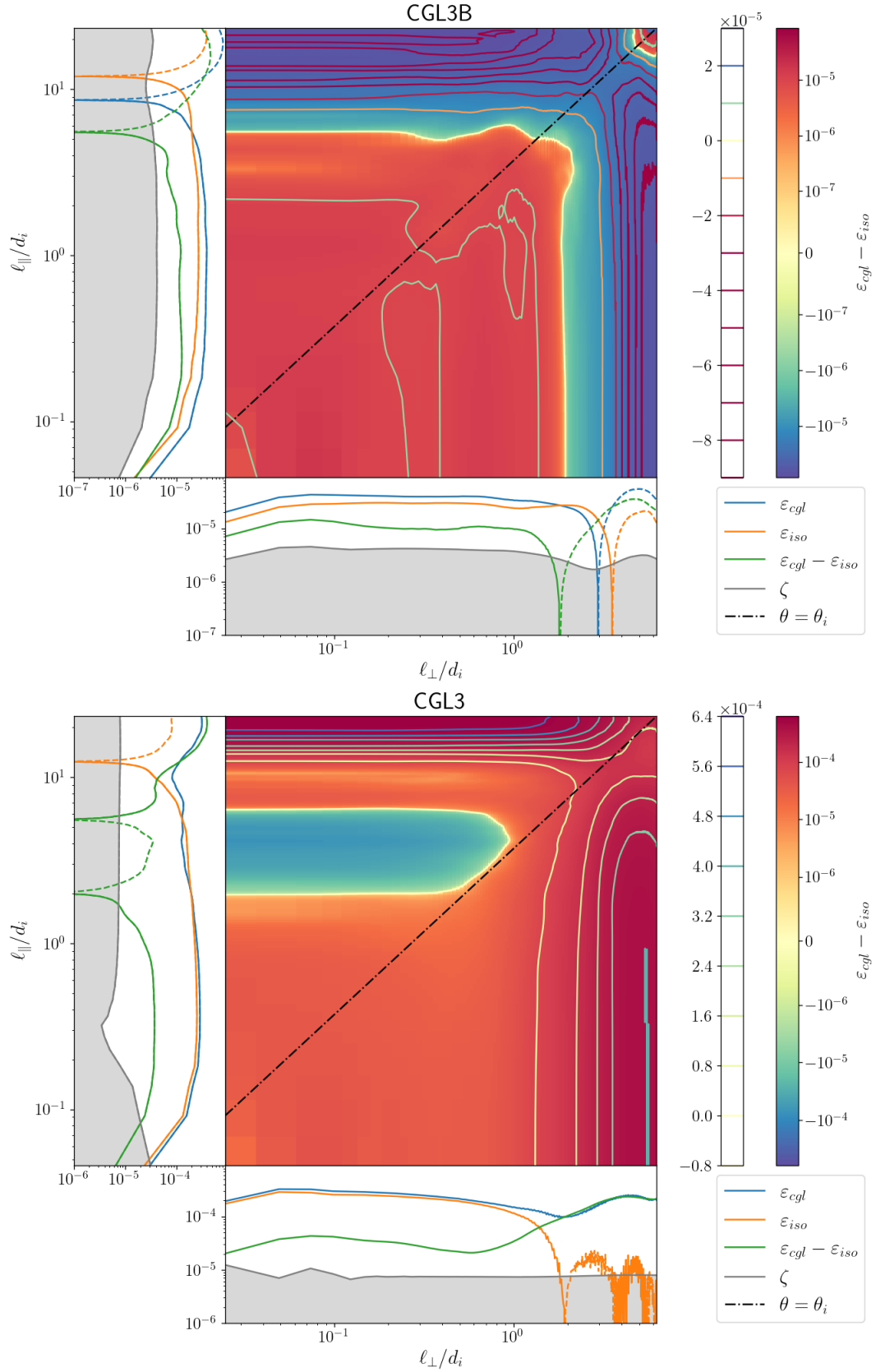


FIGURE II.3.3 – Simu : CGL3B et CGL3. Représentation 2D en fonction de ℓ_{\perp} et ℓ_{\parallel} de $\varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$. Entouré des représentations 1D en fonction de ℓ_{\perp} (bas) et ℓ_{\parallel} (gauche) de ε_{iso} (orange), ε_{cgl} (bleu), $\varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$ (vert) et ζ (gris).

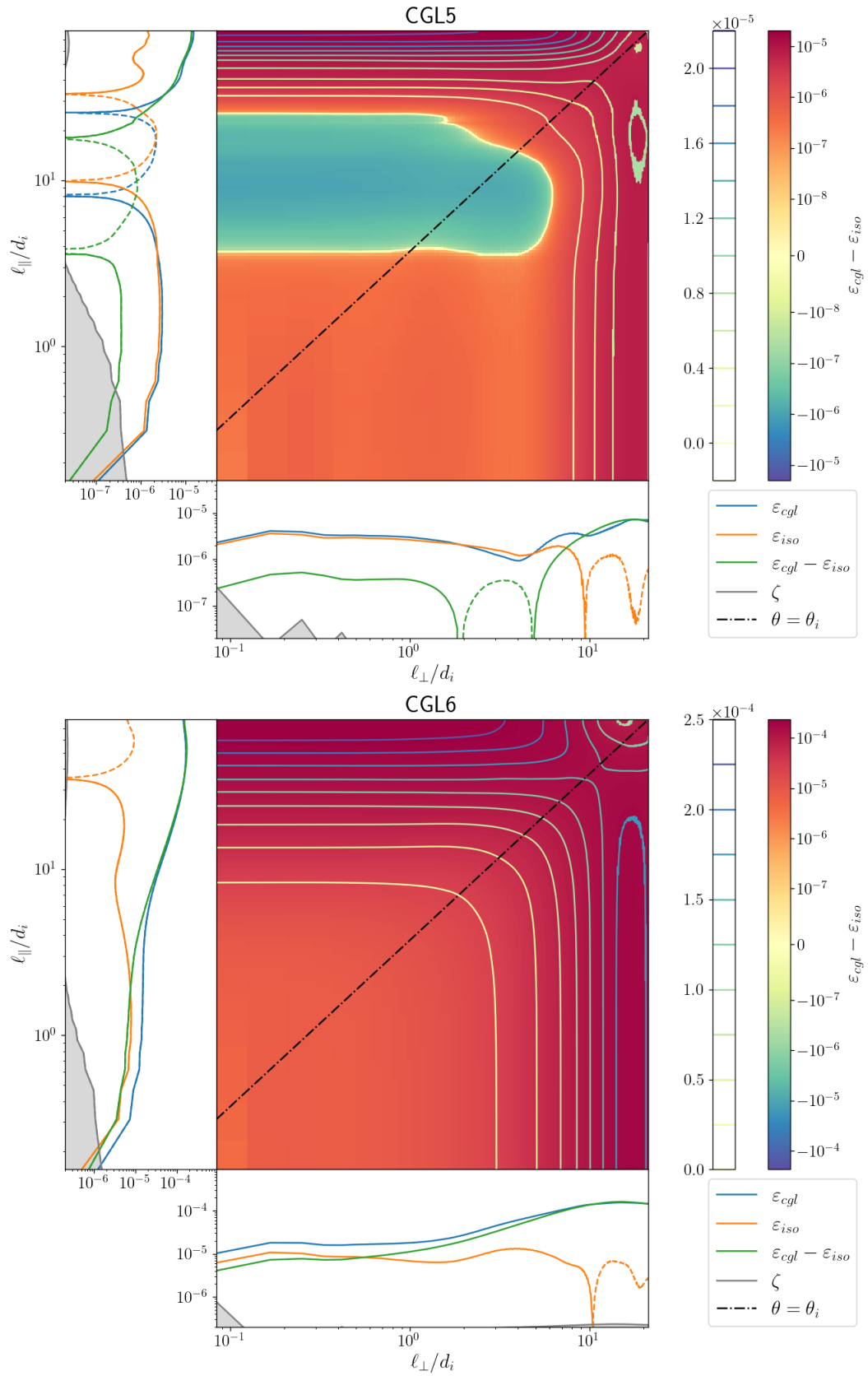


FIGURE II.3.4 – Simu : CGL5 et CGL6. Représentation 2D en fonction de ℓ_{perp} et ℓ_{\parallel} de $\varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$. Entouré des représentations 1D en fonction de ℓ_{perp} (bas) et ℓ_{\parallel} (gauche) de ε_{iso} (orange), ε_{cgl} (bleu), $\varepsilon_{cgl} - \varepsilon_{iso}$ (vert) et ζ (gris).

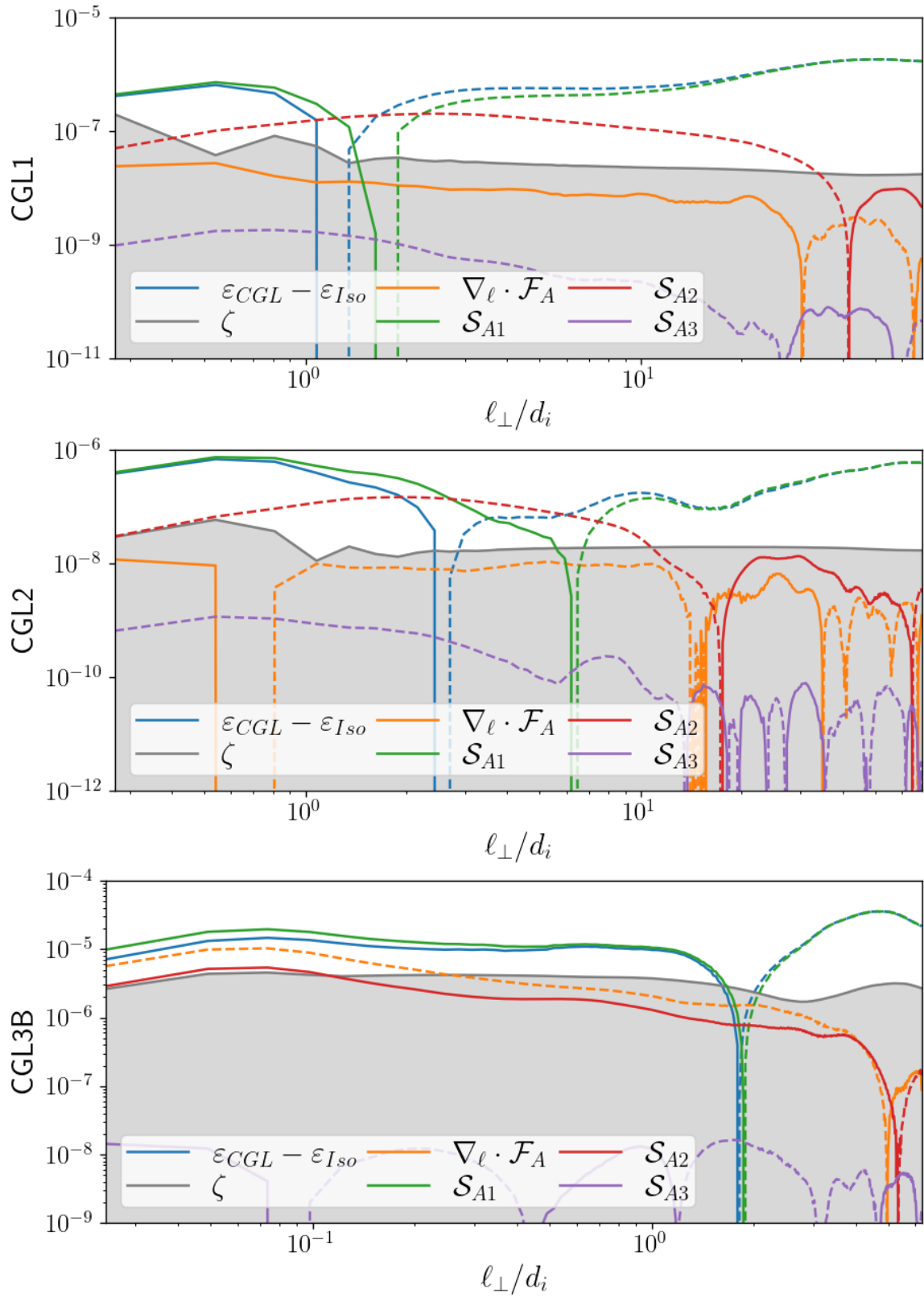


FIGURE II.3.5 – Représentation 1D en fonction de ℓ_{\perp} du détail de $\varepsilon_{\overline{\Pi}}$ (bleu). Orange : $\nabla_{\ell} \cdot \mathcal{F}_A$. Vert : \mathcal{S}_{A1} . Rouge : \mathcal{S}_{A2} . Violet : \mathcal{S}_{A3} . Gris : niveau d'erreur ζ . Les termes présents dans la zone grise délimitée par ζ sont supposés négligeables. De haut en bas : CGL1, CGL2 et CGL3B.

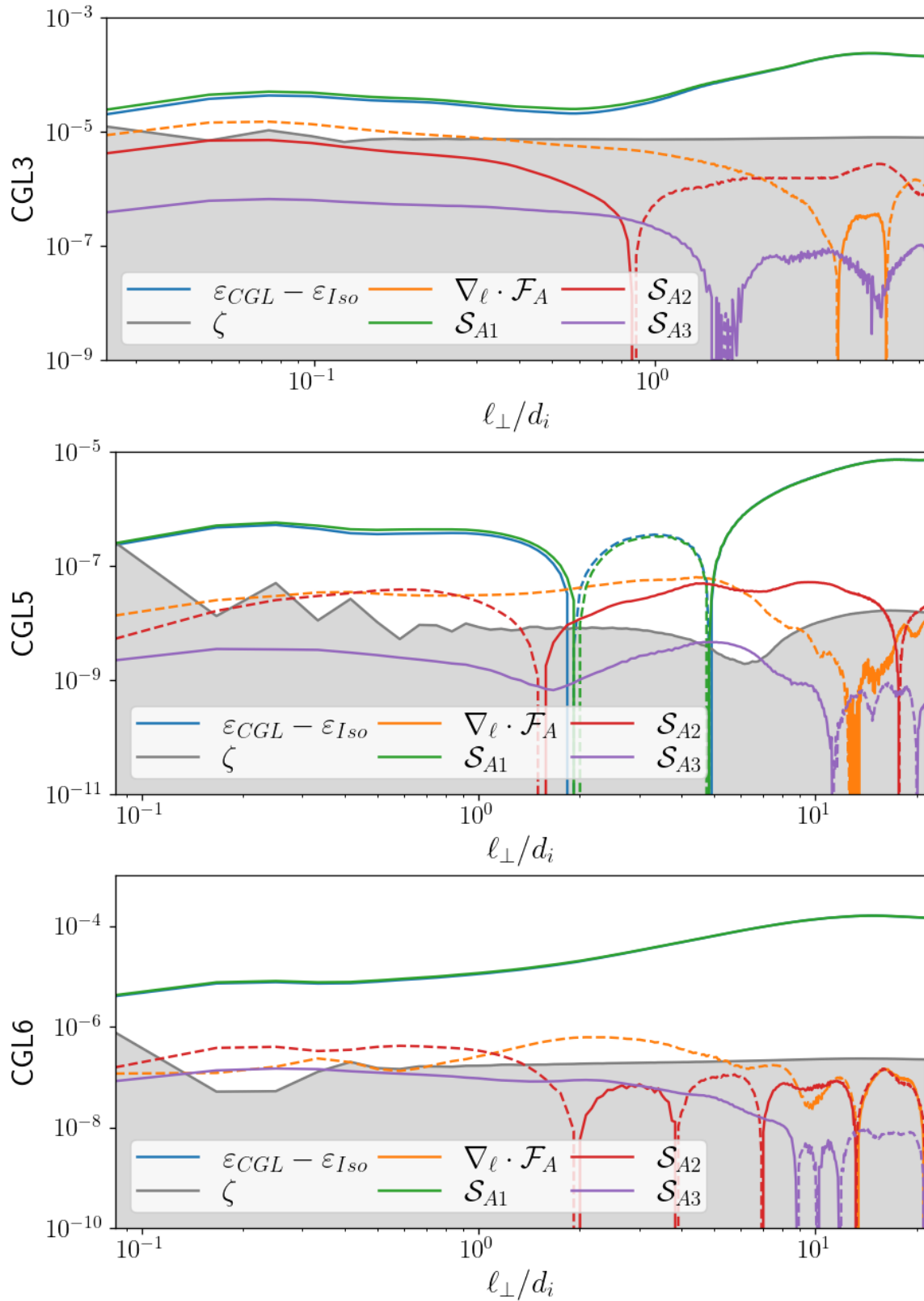


FIGURE II.3.6 – Représentation 1D en fonction de ℓ_{\perp} du détail de $\varepsilon_{\overline{\Pi}}$ (bleu). Orange : $\nabla_{\ell} \cdot \mathcal{F}_A$. Vert : \mathcal{S}_{A1} . Rouge : \mathcal{S}_{A2} . Violet : \mathcal{S}_{A3} . Gris : niveau d'erreur ζ . Les termes présents dans la zone grise délimitée par ζ sont supposés négligeables. De haut en bas : CGL3, CGL5 et CGL6.