

Capítulo 5 - Dinâmica dos corpos rígidos

Perguntas:

① Opção E.

② Opção C.

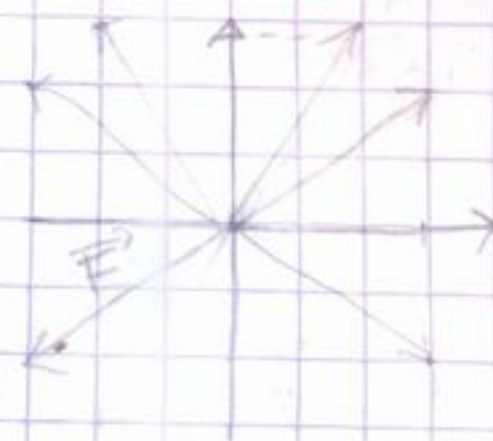
③ Opção B.

④ Opção D.

⑤ Opção C.

Lei dos eixos paralelos $F_1 d_1 = F_2 d_2$

$$30x = 45 \times 1,2 \Rightarrow x = 1,8 \text{ m}$$



$$M_O = 85 \times 0,03 + 60 \times \cos 30^\circ \times 0,06 = 5,67 \text{ N m}$$

$$I_z = \frac{1}{2} m_1 a^2 + \frac{1}{2} m_2 b^2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_1}{\pi a^2 h} = \frac{m_2}{\pi b^2 h} \Rightarrow m_1 = \frac{a^2 m_2}{b^2}$$

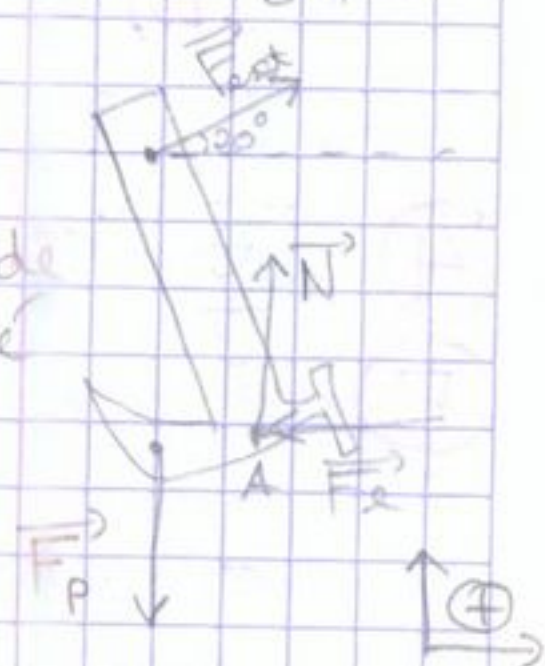
$$m = m_1 + m_2 = m_2 \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right) \Rightarrow m_2 = \frac{m b^2}{b^2 + a^2}$$

$$m = m_1 + m_2 = m_1 \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right) \Rightarrow m_1 = \frac{m a^2}{b^2 + a^2}$$

Problemas:

① Supondo que o prego é extraído com velocidade uniforme, a aceleração é nula, logo o martelo é um sistema em equilíbrio.

Logo, a soma dos momentos das forças externas em relação a qualquer ponto é nula.



$$\begin{cases} F_{ext} = 0 \\ F_{ext} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{ext} - F_P = 0 \\ F_{ext} + N - F_P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_P = F_{ext} \times \cos 20^\circ \\ F_P = N + F_{ext} \times \sin 20^\circ \end{cases}$$

Em relação ao ponto A, apenas F_{ext} e F_P produzem momento,

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -40 \times 10^{-3} \times F_P + 200 \times 0,2 = 0 \Rightarrow F_P = 1000 \text{ N}$$

$$1000 = N + 200 \times \sin 20^\circ \Rightarrow N = 931,6 \text{ N} \quad F_P = 1000 \text{ N}$$

$$F_e = 200 \times \cos 20^\circ = 187,9 \text{ N} \quad \vec{F}_A = -187,9 \hat{i} + 931,6 \hat{j} \text{ (N)}$$

② $a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100 \text{ km/h}}{11 \text{ s}} = \frac{27,8 \text{ m/s}}{11 \text{ s}} = 2,53 \text{ m/s}^2 \quad m = \frac{9750}{9,8} = 994,9 \text{ kg}$

$$\begin{cases} \sum F_x = m a_x \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = 994,9 \times 2,53 \\ N_1 + N_2 - 9750 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = 2517,1 \\ N_1 = 9750 - N_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_e = 2517,1 \\ N_1 + N_2 = 9750 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Cada pneu da frente: } F_e = \frac{2517,1}{2} = 1258,6 \text{ N} \\ \text{Como o automóvel não roda, a soma dos momentos das forças externas em relação ao eixo é zero.} \end{cases}$$

$$+0,44 \times 2517,1 + 0,80 \times N_2 - 1,60 \times N_1 = 0 \Rightarrow 0,80 N_2 - 1,60 (9750 - N_2) = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = 6038,54 \text{ N} \quad \text{Cada pneu da traseira: } N_2 = 6038,54 \text{ N} \quad F_e = 1258,6 \text{ N} \quad \mu_i \geq \frac{F_e}{N_i} \Rightarrow \mu_i \geq 0,417$$

$$\textcircled{3} a) \sum F_y = 0 \Leftrightarrow N_1 + N_2 - F_g = 0 \Leftrightarrow N_1 + N_2 = 45 \times 9,8 = 441 \text{ N}$$

$$\sum M_g = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -0,34 & 0,87-y \\ 310 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -0,34 & -0,87 \\ 0 & N_1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -310(0,87-y) - 0,34N_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,34N_1 = 310y - 269,7 \Leftrightarrow N_1 = 911,76y - 793,24$$

$$N_1 < F_g \Leftrightarrow 911,76y - 793,24 < 441 \Leftrightarrow y < 1,354 \text{ m} = 135,4 \text{ cm}$$

$$\sum M_g = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -0,34 & y-0,87 \\ 310 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0,34 & -0,87 \\ 0 & N_2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 310y - 269,7 + 0,34N_2 = 0 \Leftrightarrow N_2 = -911,76y + 793,24$$

$$N_2 < F_g \Leftrightarrow -911,76y + 793,24 < 441 \Leftrightarrow 911,76y > 352,24 \Leftrightarrow y > 0,386$$

A altura mínima é de 38,6 cm e a máxima é de 135,4 cm.

$$b) \sum F_x = m a_x \Leftrightarrow 310 = 45 \times a_x \Leftrightarrow a_x = 6,89 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = 6,89 \hat{x} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\textcircled{4} \text{ (não interessa)} \quad a_m = \frac{v^2}{r} = 0 \text{ m/s}^2$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} \sum F_x = m a_x \\ \sum F_y = m g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_g \cos 60^\circ = m a_x \\ T_2 + T_1 - F_g \sin 60^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 100 a_x = 100 \times 9,8 \times \cos 60^\circ \\ T_1 + T_2 = 100 \times 9,8 \times \sin 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 4,9 \text{ m/s}^2 \\ T_1 + T_2 = 848,7 \text{ N} \end{cases}$$

$$\sum M_{cm} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -1,5 & 0,24 \\ T_1 \cos 60^\circ & T_1 \sin 60^\circ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0,5 & 0,24 \\ T_2 \cos 60^\circ & T_2 \sin 60^\circ \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1,5 \times T_1 \sin 60^\circ - 0,24 T_1 \cos 60^\circ + 0,5 T_2 \sin 60^\circ - 0,24 T_2 \cos 60^\circ = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_1 = 153,4 \text{ N} \quad \text{e} \quad T_2 = 695,3 \text{ N} \quad a_x = R \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{4,9}{2} = 2,45 \text{ rad/s}^2$$

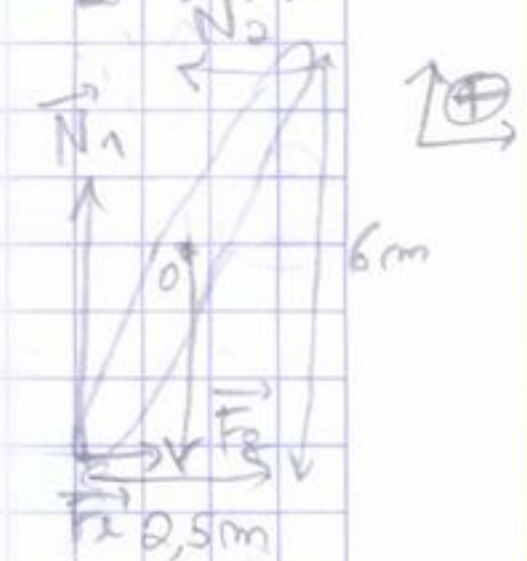
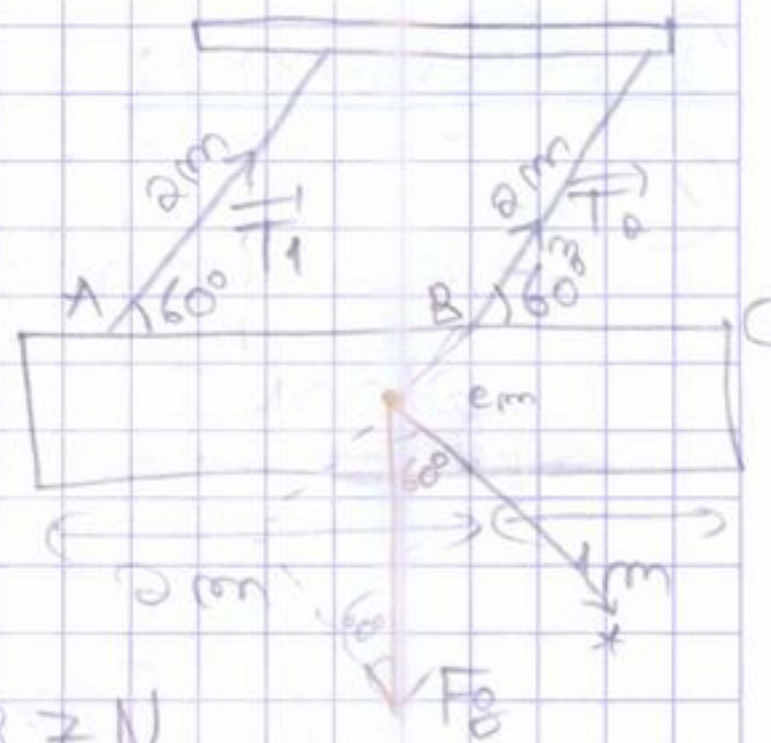
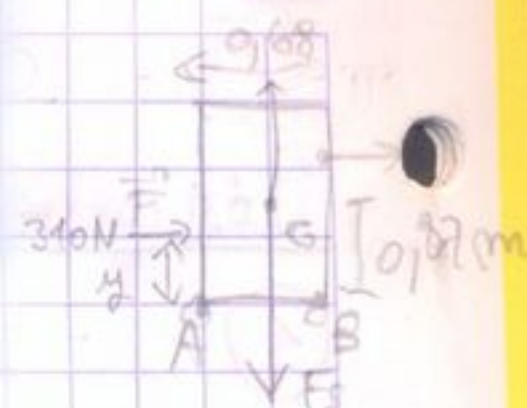
$$\textcircled{6} \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_x - N_2 = 0 \\ N_1 - F_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_x = N_2 \\ N_1 = mg \end{cases}$$

$$\sum M_o = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -1,25 & -3 \\ 0 & mg \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1,25 & -3 \\ N_2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1,25 & 3 \\ -N_2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1,25mg + 3N_2 + 3N_2 = 0 \Leftrightarrow 6N_2 = 1,25mg \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_2 = 0,21mg \quad F_x \leq \mu_x N_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mu_x \geq \frac{F_x}{N_1} \Leftrightarrow \mu_x \geq \frac{0,21mg}{mg} \Leftrightarrow \mu_x \geq 0,21$$



$$\textcircled{7} a) \sum M_p = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -0,95 & 0,40 \\ 0 & -F_g \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1,28 & -0,50 \\ 0 & N \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,95 mg - 1,28 N = 0 \Leftrightarrow 1,28 N = 0,95 \times 750 \times 9,8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N = 5455,1 \text{ N}$$

$$\sum M_E = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 0,33 & 0,90 \\ 0 & -F_g \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1,28 & 0,50 \\ 0 & F_p \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -0,33 mg + 1,28 F_p = 0 \Leftrightarrow 1,28 F_p = 2425,5 \Leftrightarrow F_p = 1895 \text{ N}$$

$$b) \begin{cases} \sum F_{px} = m a_x \\ \sum F_{py} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_{px} = m a_x \\ N + F_{py} - F_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_{px} = 750 \times 2 \\ N + F_{py} = 750 \times 9,8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_{px} = 1500 \text{ N} \\ N + F_{py} = 7350 \text{ N} \end{cases} \quad \sum M_{cm} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} -0,33 & -0,9 \\ 0 & N \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0,95 & -0,40 \\ 1500 & F_{py} \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -0,33 N + 0,95 F_{py} + 600 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N + F_{py} = 7350 \\ -0,33 N + 0,95 F_{py} + 600 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = 5923,8 \text{ N} \\ F_{py} = 1426,2 \text{ N} \end{cases}$$

$$\textcircled{8} a_x = v \frac{dv}{ds} \Leftrightarrow \int_0^{580} a_x ds = \int_{19,44}^{58,33} v dv \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 580 a_x = \frac{v^2}{2} \Big|_{19,44}^{58,33} \Leftrightarrow a_x = -2,61 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} \sum F_x = m a_x \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -R = 1,1 \times 10^5 \times (-2,61) \\ N_1 + N_2 - F_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R = 287100 \text{ N} \\ N_1 + N_2 = 1,1 \times 10^5 \times 9,8 = 1078000 \text{ N} \end{cases}$$

$$\sum M_c = \begin{vmatrix} -5,1 & -3 \\ 0 & N_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 22 & -1,6 \\ 287100 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8,2 & -3 \\ 0 & N_2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

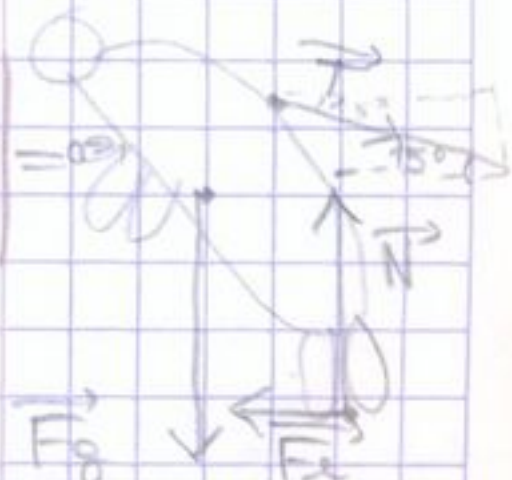
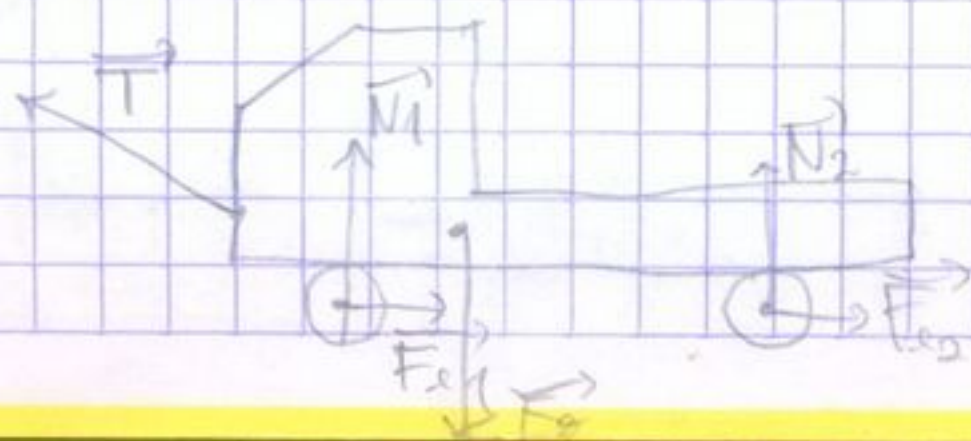
$$\Leftrightarrow -5,1 N_1 - 459360 + 8,2 N_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5,1 N_1 - 459360 + 8,2 N_2 = 0 \\ N_1 + N_2 = 1078000 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N_1 = 6,3 \times 10^5 \text{ N} \\ N_2 = 4,48 \times 10^5 \text{ N} \end{cases} \quad R: N_2 = 4,48 \times 10^5 \text{ N}$$

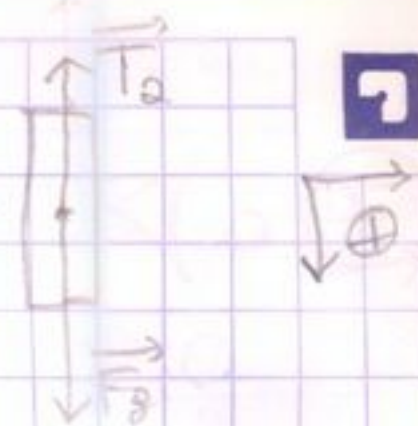
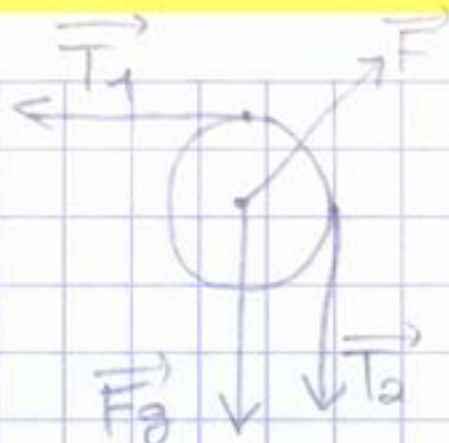
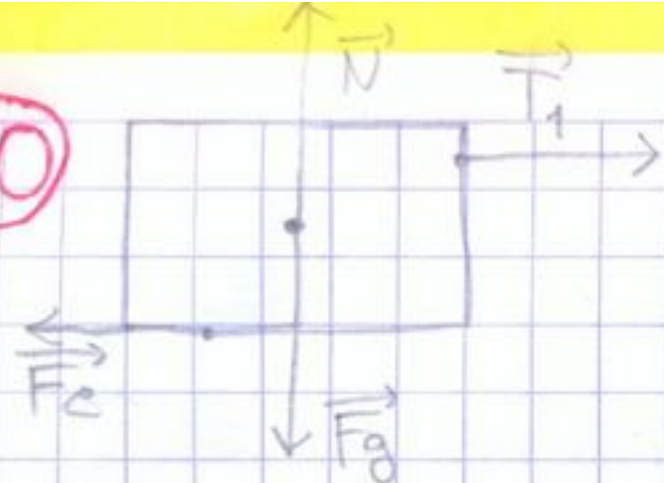
$$\textcircled{9} a) \sum M_A = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -0,52 & 0,68 \\ 0 & -91 \times 9,8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -0,19 & 0,91 \\ 0 & -T \sin 15^\circ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -0,19 & 0,91 \\ T \cos 15^\circ & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 463,79 + 0,049 T - 0,88 T = 0 \Leftrightarrow T = 558,1 \text{ N}$$

b)



10



cilindro: $\sum F_y = ma_c \Rightarrow F_g - T_2 = ma_c \Rightarrow T_2 = 1,5a_c + 1,5 \times 9,8 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = 1,5a_c + 14,7$

rodado: $\sum M_{eixo} = I_z \alpha \Rightarrow \begin{vmatrix} -R & 0 \\ 0 & -T_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & -R \\ -T_1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{0,4}{2} \times R^2 \times \frac{a}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow R(T_2 - T_1) = 0,2 a R \Rightarrow T_2 - T_1 = 0,2 a$

bloco: $\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N - F_g = 0 \\ T_1 - F_c = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = 5 \times 9,8 \\ T_1 = 5a + 0,2N \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} N = 49N \\ T_1 = 5a + 9,8 \end{cases}$

$T_2 - T_1 = 0,2 a \Rightarrow 1,5a_c + 14,7 - (5a + 9,8) = 0,2 a \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 0,7313 \text{ m/s}^2$

11 a) $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{10 \times 2\pi}{8,2} = 7,66 \text{ rad/s}$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \int_0^{2,9} \alpha dt = \int_{7,66}^0 d\omega \Rightarrow \alpha = \frac{-7,66}{2,9} \Rightarrow \alpha = -2,64 \text{ s}^{-2}$

b) $\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta} \Rightarrow \int_0^\theta -2,64 d\theta = \int_{-7,66}^0 \omega d\omega \Rightarrow \theta = 1,1 \text{ rad}$

$\frac{11,1}{2\pi} = 1,77 \text{ voltas}$

e) $\sum M_c = I_z \alpha \Rightarrow 0,271 \times F = 0,135 \times (-2,64) \Rightarrow F = 1,32N$