

Capítulo 4 - Mecânica Vetorial

Perguntas:

- ① Opção D).
- ② Opção C).
- ③ Opção E).
- ④ Opção D).
- ⑤ Opção C).

Problemas:

- ① Entre o 1º andar e o 2º andar:

$$F_R = ma \Leftrightarrow R_m - F_g = ma \Leftrightarrow R_m = ma + mg$$

$$\Leftrightarrow R_m = 70 \times 2 + 70 \times 9,8 = 826 \text{ N}$$

Entre o 2º andar e o 4º andar:

$$F_R = m a^0 \Leftrightarrow R_m - F_g = 0 \Leftrightarrow R_m = mg = 70 \times 9,8 = 686 \text{ N}$$

Entre o 4º andar e o 6º andar:

$$F_R = m a \Leftrightarrow R_m - F_g = -70 \times 2 \Leftrightarrow R_m = -140 + 70 \times 9,8 \Leftrightarrow R_m = 546 \text{ N}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} F_{Rx} = ma \\ F_{Ry} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_x - F_c = ma \\ R_m + F_y - F_g = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F \cos 30^\circ - \mu_c R_m = ma \\ R_m = mg - F \sin 30^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30a = 100 \times \cos 30^\circ - 0,35 R_m \\ R_m = 30 \times 9,8 - 100 \times \sin 30^\circ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{100 \times \cos 30^\circ - 0,35 \times 244}{30} \\ R_m = 244 \text{ N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,04 \text{ m/s}^2 \\ R_m = 244 \text{ N} \end{cases}$$

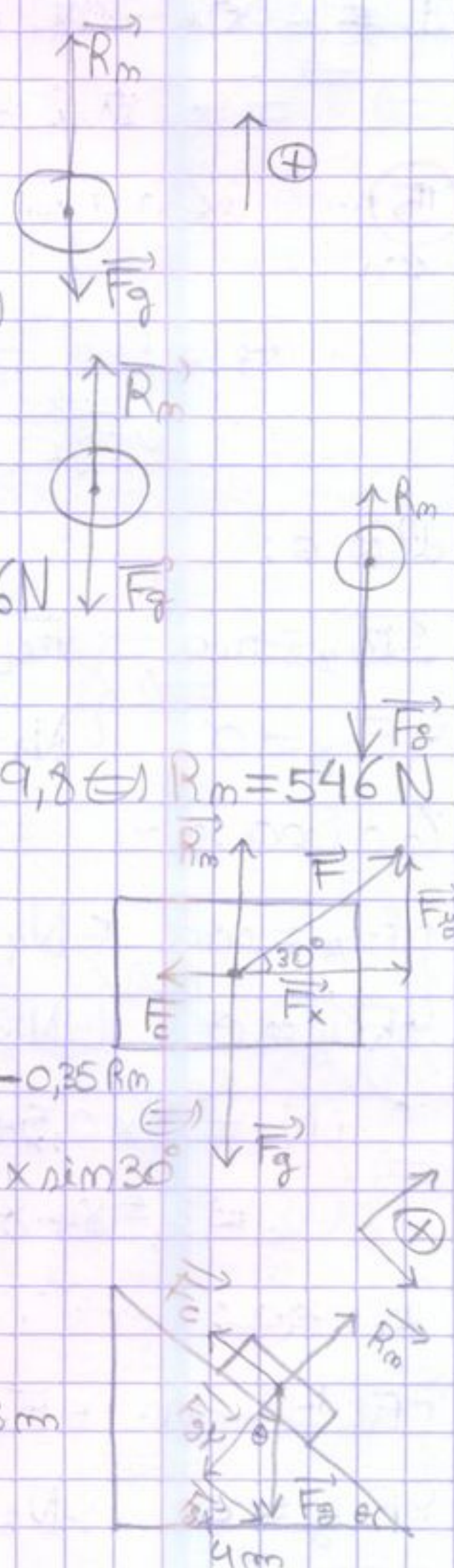
$$\textcircled{3} F_c = \mu_c R_m = 0,25 R_m$$

$$\sum F_{Ry} = 0 \Leftrightarrow R_m - F_{gy} = 0 \Leftrightarrow R_m = F_g \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36,87^\circ$$

$$R_m = mg \cos 36,87^\circ = 2,1 \times 9,8 \times \cos 36,87^\circ = 16,46 \text{ N}$$

$$F_c = 0,25 \times 16,46 = 4,12 \text{ N}$$



4) a) $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-0,4\vec{v}}{2} \Rightarrow \vec{a} = -0,2\vec{v}$
 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \int_0^5 dt = \int_{3\hat{i}-4\hat{j}}^{\vec{v}} -\frac{1}{0,2\vec{v}} d\vec{v} \Rightarrow 5 = -\frac{1}{0,2} \int_{3\hat{i}-4\hat{j}}^{\vec{v}} \frac{1}{\vec{v}} d\vec{v} \Rightarrow$
 $\Rightarrow -1 = (\ln \vec{v}) \Big|_{3\hat{i}-4\hat{j}}^{\vec{v}}$ Separando:

$-1 = \ln|\vec{v}_x| - \ln|3| \Rightarrow |\vec{v}_x| = 1,10\hat{i}$

$-1 = \ln|\vec{v}_y| - \ln|-4| \Rightarrow |\vec{v}_y| = 1,47\hat{j}$

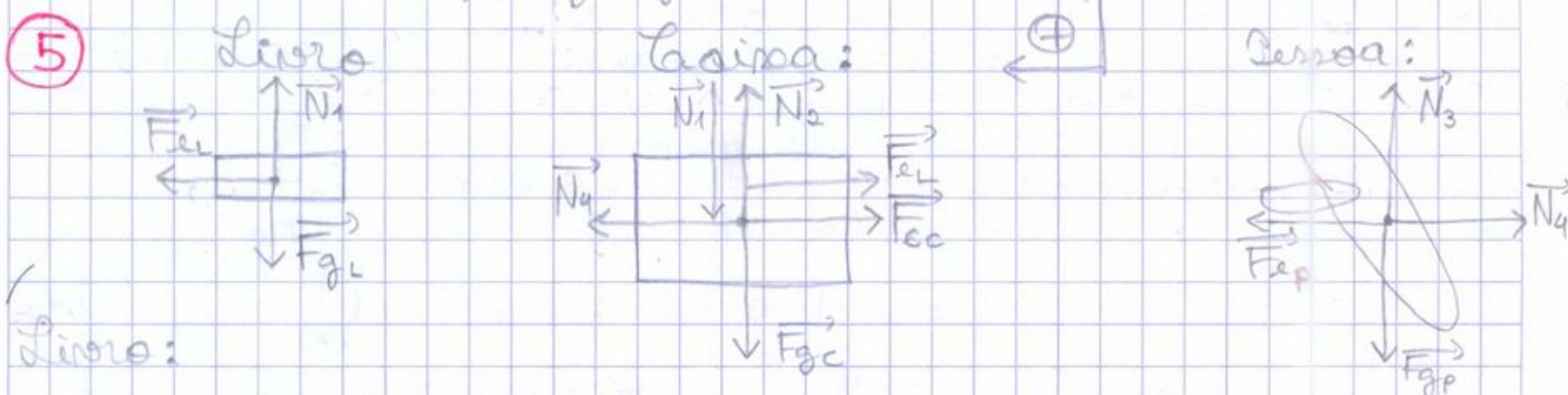
$\vec{v}_5 = 1,10\hat{i} - 1,47\hat{j} \text{ (m/s)}$

b) $\vec{I} = \vec{p}_5 - \vec{p}_0$

$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = 2(3\hat{i} - 4\hat{j}) = 6\hat{i} - 8\hat{j} \text{ Kgms}^{-1}$

$\vec{I} = (2,20\hat{i} - 2,94\hat{j}) - (6\hat{i} - 8\hat{j}) \Rightarrow \vec{p}_5 = m\vec{v}_5 = 2(1,10\hat{i} - 1,47\hat{j}) = 2,20\hat{i} - 2,94\hat{j} \text{ Kgms}^{-1}$

$\Rightarrow \vec{I} = -3,8\hat{i} + 5,06\hat{j} \text{ Kgms}^{-1}$



Livro:

$\begin{cases} F_{xx} = ma \\ F_{yy} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{eL} = m_L a \\ N_1 - F_{g1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{eL} = 0,6 \times 0,5 \\ N_1 = m_L g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{eL} = 0,3 \text{ N} \\ N_1 = 0,6 \times 9,8 = 5,88 \text{ N} \end{cases}$

Caixa:

$\begin{cases} F_{xx} = ma \\ F_{yy} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_4 - F_{eL} - F_{ec} = m_c a \\ N_2 - N_1 - F_{g2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_4 = m_c a + 0,3 + \mu_{ec} N_2 \\ N_2 = N_1 + m_c g \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} N_4 = 8 \times 0,5 + 0,3 + 0,2 \times 84,28 \\ N_2 = 5,88 + 8 \times 9,8 = 84,28 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_4 = 21,156 \text{ N} \\ N_2 = 84,28 \text{ N} \end{cases}$

Pessoa:

$\begin{cases} F_{xx} = ma \\ F_{yy} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{ep} - N_4 = m_p a \\ N_3 - F_{gp} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{ep} = 21,156 + 72 \times 0,5 \\ N_3 = m_p g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{ep} = 57,156 \text{ N} \\ N_3 = 72 \times 9,8 = 705,6 \text{ N} \end{cases}$

① valor máximo de $F_{eL} \leq \mu_{eL} \times N_1 = 0,35 \times 5,88 = 2,058 \text{ N}$.

② valor máximo de $F_{ep} \leq \mu_{ep} \times N_3 = 0,4 \times 705,6 = 282,24 \text{ N}$

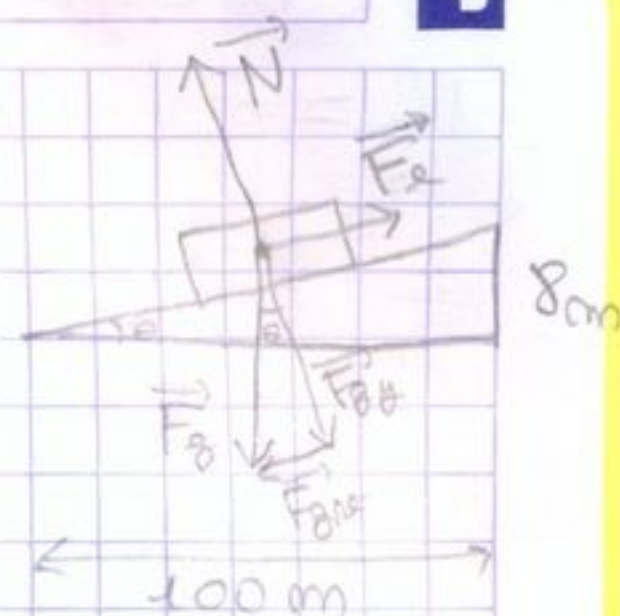
Como os resultados obtidos não ultrapassam estes valores, são válidos.

Entre a caixa e o livro: $F_{eL} = 0,3 \text{ N}$
 Entre a caixa e o chão: $F_{ec} = \mu_{ec} \times N_2 = 0,2 \times 84,28 = 16,856 \text{ N}$
 Entre a pessoa e o chão: $F_{ep} = 57,156 \text{ N}$

$$\textcircled{6} a) \begin{cases} F_{x, \text{res}} = mg \sin \theta \\ F_{y, \text{res}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e - F_g \sin \theta = 0 \\ N - F_g \cos \theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = F_g \sin \theta \\ N = F_g \cos \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_e = mg \times \frac{8}{\sqrt{100^2 + 8^2}} \\ N = mg \times \frac{100}{\sqrt{100^2 + 8^2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = \frac{1230 \times 9,8 \times 8}{\sqrt{100^2 + 8^2}} \\ N = \frac{1230 \times 9,8 \times 100}{\sqrt{100^2 + 8^2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_e = 961,25 \text{ N} \\ N = 12015,61 \text{ N} \end{cases} \quad \text{R: } F_e = 961,25 \text{ N}$$



$$b) F_e \leq \mu_e N \Rightarrow \mu_e \geq \frac{F_e}{N} \Rightarrow \mu_e \geq \frac{961,25}{12015,61} \Rightarrow \mu_e \geq 0,08$$

O valor mínimo do coeficiente de atrito estático para que o carro consiga subir a rampa é de 0,08.

$$\textcircled{7} v_{y, \text{res}} = v_{y, \text{in}} + at \Rightarrow v_{y, \text{res}} = 9,8t \quad v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int_0^t 9,8t dt = \int_0^{9,30} ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9,8t^2}{2} = 9,30 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{7} \text{ s} \quad v_{y, \text{res}} = 9,8 \times \frac{\sqrt{3}}{7} = \frac{7\sqrt{3}}{5} \text{ m/s}$$

$$F_r = ma \Rightarrow F_r - F_g = ma \Rightarrow F_r - mg = ma \Rightarrow kx^2 - mg = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kx^2 - mg = m \frac{dv}{dx} \Rightarrow \int_0^{0,05} kx^2 - mg dx = m \int_{\frac{7\sqrt{3}}{5}}^0 dv \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = (1200 \times 9,8 + 70560) \times 0,3 \Rightarrow k = 24696 \text{ N/m}^2$$

$$\text{R: } k = 24696 \text{ N/m}^2$$

$$\textcircled{8} a) \sum F_y = 0 \Rightarrow F_r - F_g = 0 \Rightarrow F_r = m_e g$$

$$m_e = \rho_e V - \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_e - \rho)$$

$$F_r = \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_e - \rho) g$$

No caso da força de resistência proporcional à velocidade:

$$F_r = 6 \pi \eta R v \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_e - \rho) g = 6 \pi \eta R v \Rightarrow v = \frac{2 R^2 g}{9 \eta} (\rho_e - \rho)$$

No caso da força de resistência proporcional ao quadrado da velocidade:

$$F_r = \frac{\pi}{4} \rho R^2 v^2 \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_e - \rho) g = \frac{\pi}{4} \rho R^2 v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{16}{3} R g \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1 \right)}$$

b) glicerina (admitindo que é prop. à velocidade):

Como é da ordem de grandeza, estão corretos.

$$v = \frac{2 \times 0,005^2 \times 9,8}{9 \times 1,5} (7800 - 1200) = 0,24 \text{ m/s} \quad N_R = 0,005 \times 0,24 \times \left(\frac{1200}{1,5} \right) = 0,96$$

$$\text{Água: } v = \frac{2 \times 0,005^2 \times 9,8}{9 \times 10^{-3}} (7800 - 1000) = 370,2 \text{ m/s} \quad N_R = 0,005 \times 370,2 \times \left(\frac{1000}{10^{-3}} \right) = 1,85 \times 10^6$$

Conos de 0,9 m de raio, e incoerente.

$$N_R = 0,005 \times 1,33 \times \left(\frac{1000}{10^{-3}} \right) = 6650 \quad v = \sqrt{\frac{16}{3} \times 0,005 \times 9,8 \times \left(\frac{7800}{1000} - 1 \right)} = 1,33 \text{ m/s}$$

$$\text{Ar: } v = \sqrt{\frac{16}{3} \times 0,005 \times 9,8 \times \left(\frac{7800}{1,2} - 1 \right)} = 41,2 \text{ m/s} \quad N_R = 0,005 \times 41,2 \times \left(\frac{1,2}{1,8 \times 10^{-5}} \right) = 13733$$

9 a) $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_n = F_g \Rightarrow F_n = mg$

$F_n = \rho_a V g = \rho_a \times \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 \times g = 1000 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (1 \times 10^{-3})^3 \times 9,8 = 4,105 \times 10^{-5} \text{ N}$

$F_n = \frac{\pi}{4} \times 1,2 \times (1 \times 10^{-3})^2 \times v^2 \Rightarrow 6,6 \text{ m/s}$ $N_R = 1 \times 10^{-3} \times 6,6 \times \frac{1,2}{1,8 \times 10^{-5}} = 440$

b) $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_n = F_g \Rightarrow F_n = mg$

$F_n = \rho_g V g = \rho_g \times \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 \times g = 917 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (1 \times 10^{-2})^3 \times 9,8 = 0,038 \text{ N}$

$F_n = \frac{\pi}{4} \times 1,2 \times (1 \times 10^{-2})^2 \times v^2 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$ $N_R = 1 \times 10^{-2} \times 20 \times \frac{1,2}{1,8 \times 10^{-5}} = 13333$

e) $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_n = F_g \Rightarrow F_n = mg \Rightarrow F_n = 0,0024 \times 9,8 = 0,024 \text{ N}$

$F_n = \frac{\pi}{4} \times 1,2 \times (1,9 \times 10^{-2})^2 \times v^2 \Rightarrow v = 8,4 \text{ m/s}$

d) $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_n = F_g \Rightarrow F_n = mg \Rightarrow F_n = 0,062 \times 9,8 = 0,61 \text{ N}$

$F_n = \frac{\pi}{4} \times 1,2 \times (3,25 \times 10^{-2})^2 \times v^2 \Rightarrow v = 24,8 \text{ m/s}$

10 $\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_a = ma \\ N - F_g = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_a = ma \\ N = mg \end{cases}$

$a^2 = a_x^2 + a_m^2$

$a_x = R \alpha = 0,08 \times 5 = 0,4 \text{ m/s}^2$

$a_m = \frac{v^2}{R}$

$\alpha = \frac{dw}{dt} \Rightarrow \int_0^{0,8} 5 dt = \int_0^w dw \Rightarrow w = 4,1 \text{ s}^{-1}$

$v = R w = 0,08 \times 4,1 = 0,328 \text{ m/s}$

$a_m = \frac{0,328^2}{0,08} = 1,345 \text{ m/s}^2$ $a^2 = 0,4^2 + 1,345^2 \Rightarrow a = 1,40 \text{ m/s}^2$

$F_a = 1,40 \text{ m}$

$N = 9,8 \text{ m}$

$F_f \leq \mu_e N \Rightarrow \mu_e \geq \frac{F_a}{N} \Rightarrow \mu_e \geq \frac{1,40}{9,8} \Rightarrow \mu_e \geq 0,143$

Antes:

11 $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{2x} - T_{1x} = 0 \\ T_{1y} + T_{2y} - F_g = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} T_2 \cos 30^\circ = T_1 \cos 50^\circ \\ T_1 \sin 50^\circ + T_2 \sin 30^\circ = mg \end{cases}$

$T_2 = 0,74 T_1$

$T_2 = 5,11 \text{ N}$

$T_1 \sin 50^\circ + 0,74 T_1 \sin 30^\circ = 0,8 \times 9,8$ $T_1 = 6,90$

Depois de ser cortado:

$T_2 \sin 30^\circ = 0,8 \times 9,8 \Rightarrow T_2 =$

