Teste de Hipóteses

11.1 X: "vida dos pneus MQL usados em condições normais".

Hipóteses: $H_0: \mu_X = 40\,000$ $H_1: \mu_X > 40\,000$

Se H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição t_{29}, e $ET = \dfrac{43200 - 40000}{8000/\sqrt{30}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ET = 2{,}19$ $t_{29}(\alpha = 0{,}05) = 1{,}699$ Como ET é superior ao valor crítico, H_0 é rejeitada, confirmando-se a reivindicação do fabricante.

(p-value: 1,83%) ← distribuição acumulada de t, com lower igual a ET.

(11.2) X_1: "diâmetro de um anel produzido na máquina 1"
X_2: "diâmetro de um anel produzido na máquina 2"

Teste à razão de variâncias de duas populações normais:

Hipóteses: $H_0: \frac{\sigma_{X1}^2}{\sigma_{X2}^2} = 1$ $H_1: \frac{\sigma_{X1}^2}{\sigma_{X2}^2} > 1$

Quando H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição $F_{9,14}$, e:

$ET = \frac{s_{X1}^2}{s_{X2}^2} = \frac{0,021^2}{0,015^2} = 1,96$ $F_{9,14}(\alpha = 0,05) = 2,65$

Como o valor de ET é menor do que o valor crítico (2,65), H_0 não é rejeitada (valor de prova $\simeq$ 10,5%. Logo, admite-se que as duas variâncias são iguais.

variância comum: $s^2 = \frac{9 \times 0,021^2 + 14 \times 0,015^2}{10+15-2} = 3,1 \times 10^{-4}$ $s = \sqrt{3,1 \times 10^{-4}} = 0,0176$

Teste de Diferenças de Valores Esperados de duas populações (amostras pequenas e populações normais).

Hipóteses: $H_0: \mu_{X1} = \mu_{X2}$ $H_1: \mu_{X1} > \mu_{X2}$

Quando H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição $t_{10+15-2}$ $(\alpha = 0,05)$

$ET = \frac{1,051 - 1,036}{0,0176 \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}}} = 2,088$ $t_{23}(\alpha = 0,05) = 1,714$

Como o valor do ET é superior ao valor crítico (1,714), H_0 é rejeitada. (valor de prova $\simeq$). Logo, há evidência estatística para confirmar que a hipótese de que $\mu_1 > \mu_2$, ou seja, de que, em média, os diâmetros dos anéis produzidos na máquina 1 são superiores aos produzidos na máq. 2.

(11.3) A: "temperatura observada de um forno pelos termóstatos do fornecedor A"
B: "temperatura observada de um forno pelos termóstatos do fornecedor B"

$\bar{A} = \sum_{i=1}^{9} a \times \frac{1}{N_A} = 419,67$ $\bar{B} = \sum_{i=1}^{11} b \times \frac{1}{N_B} = 418,55$ $N_A = 9$ $N_B = 11$

$s_A^2 = \sum_a (a - \mu_{\bar{A}})^2 \times \frac{1}{9} = 60,67$ $s_B^2 = \sum_b (b - \mu_B)^2 \times \frac{1}{11} = 49,88$

Admitindo que A e B seguem distribuições normais: Teste de hipóteses à razão de variâncias entre duas populações normais:

Hipóteses: $H_0: \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} = 1$ $H_1: \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} > 1$ Quando H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição $F_{9-1,11-1}$

$ET = \frac{s_A^2}{s_B^2} = \frac{60,67}{49,88} = 1,22$ $F_{8,10}(\alpha = 0,05) = 2,38$

Como o valor de ET é inferior ao valor crítico (2,38), a hipótese H_0 não é rejeitada, ao nível de significância de 5%, ou seja, não há evidência de que as fiabilidades dos dois tipos de termóstato sejam diferentes. (valor de prova: 37,7%)

(11.4) Y: "número médio de bolhas numa placa de $1,5 \times 3,0\ m^2$"

$\lambda = 1,5 \times 3,0 \times 0,4 = 1,8$ bolhas/placa $\quad Y \sim \text{Poisson}(1,8) \quad \mu_Y = 1,8$

Teste ao valor esperado de uma população: $\quad \mu_Y = 1,8 \quad \sigma_Y^2 = 1,8$

Hipóteses: $H_0: \mu_Y = 1,8 \qquad H_1: \mu_Y < 1,8$

$\bar{y} = \frac{1+0+3+\ldots+1+2+1}{15} = \frac{18}{15} = 1,2 \qquad \sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{1}{15} \times \sigma_Y^2 = \frac{1,8}{15} = 0,12 \quad \sigma_{\bar{Y}} = \sqrt{0,12}$

$ET = \frac{1,2 - 1,8}{\sqrt{\frac{1,8}{15}}} = -1,732$ Quando H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição $N(0,1)$.