Index

1.1 Repàs fraccions	3
1.2 Proporcionalitat	20
1.3 Resolució de proporcions numèriques amb una incògnita	29
1.4 Percentages	33
1.5 Ordre d'operacions	
1.5.1 Símbols d'agrupació	
1.6 Com orientar-se a un planeta inclinat	39
1.6.1 Un eix inclinat, causa de les estacions de l'any	40
1.6.2 Elevació del Sol respecte l'horitzó	42
1.6.3 Polaris	48
1.6.4 Latitud i longitud	50
1.6.5 Zones horàries	
Solucions	

Introducció

Per a què serveixen les matemàtiques?

Les matemàtiques serveixen, entre altres coses, per fer prediccions. Per exemple, amb la Llei d'Ohm podem predir el corrent que passarà per una resistència, si apliquem certa tensió. Els coneixements necessaris per fer aquesta predicció són molt bàsics. Un altre exemple, que requereix coneixements matemàtics avançats, és realitzar models matemàtics per predir el temps.

Les matemàtiques també serveixen per descriure perímetres, superfícies o volums de figures i formes. Per això, troben la seva aplicació en el dibuix tècnic o la cartografia.

Per adquirir coneixements a qualsevol àrea tecnològica, és imprescindible tenir unes nocions matemàtiques mínimes. A més, encara que a primera vista sembli impossible, les matemàtiques poden resultar interessants.

L'apartat 1.6 explica les coordinades que s'utilitzen per determinar un lloc a la superfície terrestre. Utilizem habitualment aquestes coordinades amb dispositius GPS.

En l'apartat 1.7 explorarem les causes de les estacions de l'any. El per què i on es produeixen.

Terminem aquesta unitat amb l'apartat 1.8 aclarint com canvia l'hora depenent del lloc geogràfic al que ens trobem.

1.1 Repàs fraccions

Una fracció $\frac{a}{b}$ és la división del nombre sencer \boldsymbol{a} entre el nombre sencer \boldsymbol{b} .

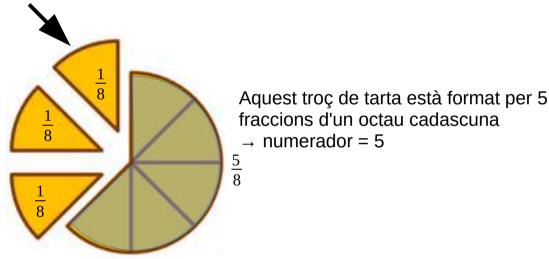
$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Anomenem:

 $a \rightarrow$ numerador, indica el nombre d'unidades fraccionarias

 $b \rightarrow$ denominador, indica el nombre de parts en les quals es divideix la unitat.

Aquesta és una fraccion d'un octau.



La unitat (tarta) està dividida en 8 parts → denominador = 8

Fraccions equivalents

Dues fraccions són equivalents quan representen la mateixa quantitat.

Exemples:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

 $\frac{2}{3}$

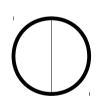


 $\frac{4}{6}$



 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

 $\frac{1}{2}$



<u>2</u>

Transformació de fracció a nombre decimal

Es pot comprovar que dues fraccions són equivalents, convertint-les en nombres decimals. Això es fa dividint el numerador entre el denominador.

Si donen el mateix nombre decimal, són equivalentes.

Exemple:

Són equivalentes
$$\frac{5}{6}$$
 i $\frac{15}{18}$

Sí, perquè abdues divisions donen
$$\frac{5}{6} = \frac{15}{18} = 0,8333$$

Són equivalents
$$\frac{5}{6}$$
 i $\frac{21}{24}$

No, perquè
$$\frac{5}{6}$$
=0,8333 i $\frac{21}{24}$ =0,875 . El valor decimal de les fraccions és diferent.

L'**amplificació d'una fracció** s'aconsegueix multiplicant numerador i denominador amb el mateix nombre.

Exemple:

$$\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$$

La **simplificació d'una fracció** resulta de dividir numerador i denominador per el mateix nombre.

Exemple:

$$\frac{18}{12} = \frac{18 \div 2}{12 \div 2} = \frac{9}{6} = \frac{18 \div 3}{12 \div 3} = \frac{6}{4}$$

Quan no existeix un divisor comú la **fracció** s'anomena **irreductible**.

Per obtenir una fracció irreductible, podem descomposar numerador i denominador en nombres primers i a continuació simplificar la fracció.

Exemple

Transforma $\frac{18}{12}$ en una fracció irreductible.

Descomposició de 18 en nombres primers

- 18 | 2
 - 9 | 3
 - 3 | 3
 - 1

Descomposició de 12 en nombres primers

- 12 | 2
 - 6 | 2
 - 3 | 3
 - 1

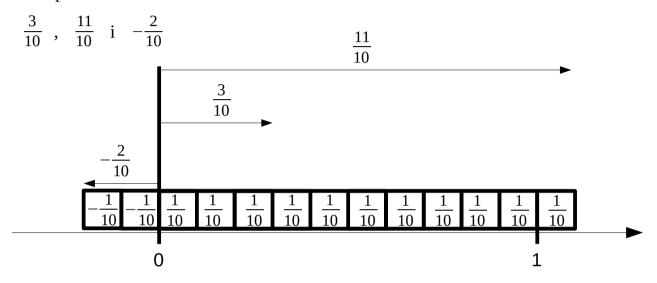
Falta simplificar la fracció.

$$\frac{18}{12} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{3}{2}$$

Les fraccions obtingudes per amplificació o simplificació són equivalents.

Per representar una **fracció en la recta numèrica**, es divideix la unitat en tantes parts com indica el denominador.

Exemple:



Una altra opció, pot ser més senzilla, és convertir les fraccions en nombres decimals i marcar la posició damunt la recta numèrica.

$$\frac{3}{10} = 0.3 , \frac{11}{10} = 1.1 i -\frac{2}{10} = -0.2$$

$$\frac{11}{10} = 1.1$$

$$\frac{3}{10} = 0.3$$

$$-\frac{2}{10} = -0.2$$

$$0$$

Paulino Posada

Ciències Aplicades

pàg. 8 de 106

En què es diferencien els següents grups de fraccions?

Transforma les fraccions en nombres decimals.

Grup 1
$$\frac{1}{2}$$
, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{12}$

Grup 2
$$\frac{3}{2}$$
, $\frac{16}{8}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{30}{12}$

Representa les fraccions en la recta numèrica.

Exercici 1.1-2

Quines de les següents parelles de fraccions són equivalents?

a)
$$\frac{12}{5}$$
 i $\frac{18}{20}$

b)
$$\frac{25}{35}$$
 i $\frac{5}{4}$

c)
$$\frac{3}{5}$$
 i $\frac{9}{15}$

Exercici 1.1-3

Escriu dues fraccions amplificades per a cada fracció.

a)
$$\frac{3}{5}$$

b)
$$\frac{15}{2}$$

Simplifica les següents fraccions fins obtenir una fracció irreductible.

a)	<u>3</u>)
b)	<u>6</u> 4
c)	1

Exercici 1.1-5

Cerca les fraccions equivalents.

a) $\frac{6}{10}$	d) $\frac{18}{20}$
b) $\frac{25}{35}$	e) $\frac{5}{4}$
c) $\frac{3}{5}$	f) $\frac{9}{15}$

Exercici 1.1-6

Amplifica cada fracció.

	$\frac{2}{3}$	
	<u>12</u> <u>5</u>	
c)	$\frac{4}{7}$	
d)	<u>24</u> <u>15</u>	

Transforma en fraccions irreductibles.

- a) $\frac{20}{28}$
- b) $\frac{-125}{45}$
- 360 c) 480
- d) $\frac{270}{15}$

Exercici 1.1-8

Omple els buits per aconsequir fraccions equivalents.

- a) $\frac{2}{6} = \frac{(...)}{12} = \frac{1}{(...)} = \frac{(...)}{18}$
- b) $\frac{\text{(...)}}{7} = \frac{6}{21} = \frac{18}{\text{(...)}} = \frac{\text{(...)}}{126}$
- c) $\frac{1}{4} = \frac{3}{(...)} = \frac{(...)}{8}$
- d) $\frac{15}{10} = \frac{(...)}{2} = \frac{6}{(...)}$

Exercici 1.1-9

Simplifica i representa les següents fraccions en la recta numèrica. a) $-\frac{20}{10}$ b) $\frac{77}{77}$ c) $\frac{132}{66}$ d) $\frac{24}{8}$

- a) $-\frac{20}{10}$

Exercici 1.1-10

Representa en la recta numèrica les següents fraccions.

- a) $-\frac{2}{5}$

- b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $-\frac{8}{3}$

Simplifica hasta transformar en fracción irreductible.

Exercici 1.1-12

Simplifica fins transformar en fracció irreductible.

a)	260 300	d) $\frac{180}{120}$
b)	75 120	e) $\frac{330}{121}$
c)	<u>45</u> <u>90</u>	f) $\frac{36}{54}$

Exercici 1.1-13

Representa gràficament les següents fraccions ordenades de major a menor.

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{8}$

Suma i resta

Primer cas: Fraccions amb denominador idèntic.

Quan el denominador és idèntic, les fraccions es poden sumar i restar sumant i restant els numeradors.

Exemples:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{3}{3}$$





Segon cas: Fraccions amb denominador distint.

Quan el denominador de les fraccions a sumar o restar és distint, s'han de transformar les fraccions per aconseguir que tinguin un denominador comú.

Exemples:

Denominadors 3 i 6 → denominador comú 6.

Denominadors 3 i 6 → denominador comú 12.

Denominadors 3 i 6 → denominador comú 6.

Denominadors 3 i 6 → denominador comú 12.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{8}{12} - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{8}{12} - \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}$$

Multiplicació

Es multiplica numerador amb numerador i denominador amb denominador.

Exemples:

$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 6} = \frac{4}{18}$$

Aquesta fracció es pot simplificar. $\frac{4}{18} = \frac{4 \div 2}{18 \div 2} = \frac{2}{9}$

Divisió (multiplicació en creu)

Es divideix multiplicant el numerador de la primera fracció amb el denominador de la segona fracció, donant aquesta multiplicació el numerador de la fracció resultant. El denominador de la fracció resultant el dóna la multiplicació de denominador de la primera fracció amb numerador de la segona fracció.

Exemples:

$$\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3} = \frac{2}{3} : \frac{2}{1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{1}} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{2}} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{c}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{c}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

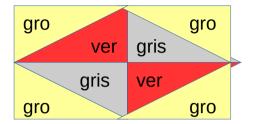
La divisió de fraccions es torna multiplicació, girant la segona fracció.

Potencia

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^b}{b^n}$$
 Exemple: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$
 Exemple: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3}$

Quines fraccions de la superfície de la imatge representen les àrees grises, grogues i vermelles?



Exercici 1.1-15

Ordena de major a menor les fraccions.

$$\frac{3}{8}$$
 , $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$

Exercici 1.1-16

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{5} - \frac{3}{8}$$

Exercici 1.1-17

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

- a) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$
- b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$
- c) $8 \cdot \frac{3}{5} \div \frac{23}{7}$

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

- a) $(\frac{3}{5})^2 \cdot (\frac{3}{5})^3$
- b) $(\frac{1}{2})^5 \div (\frac{1}{2})^2$
- c) $(\frac{2}{3}) + (\frac{2}{3} \frac{4}{9}) \div (\frac{1}{3} \frac{3}{5})$

Exercici 1.1-19

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$	d) $\frac{8}{10} + \frac{13}{15} + \frac{2}{30}$
b) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{7}{4}$	e) $\frac{12}{6} - \frac{3}{5} + \frac{4}{7}$
c) $\frac{4}{7} + \frac{3}{8} - (\frac{2}{3} + \frac{1}{3})$	f) $-\frac{2}{3} - \frac{3}{7} - \frac{5}{8}$

Exercici 1.1-20

Ordena de major a menor.

$$\frac{2}{3}$$
 , $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{2}$

Exercici 1.1-21

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$	d) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$
b) $2 \cdot \frac{3}{8}$	e) $\frac{3}{7} \cdot 2 \div \frac{1}{5}$
c) $\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{8}$	f) $(\frac{2}{7} \div \frac{4}{5}) \cdot \frac{4}{7}$

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

a) $(\frac{1}{3})^3 \div (\frac{1}{3})^2$	d) $\left(\frac{-5}{4}\right)^2 \div \left(\frac{-5}{4}\right)^3$
b) $-(\frac{3}{5})^5 \div (\frac{3}{5})^7$	e) $(\frac{3}{7})^{-2}$
c) $\left[\left(\frac{2}{3} \right)^{-2} \right]^{-2}$	f) $(\frac{8}{3})^2 \div (\frac{8}{3})^5$

Exercici 1.1-23

Indica el resultat en forma de fracció i nombre decimal.

a) $\frac{5}{3} - \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5}$	d) $\frac{5}{3} \div \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{3} \cdot (\frac{3}{7} \div \frac{2}{14})$
b) $\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$	e) $3 - \frac{5}{7} \cdot (\frac{2}{3} \div \frac{7}{2}) + (\frac{3}{5})^{-1} \cdot \frac{5}{3}$
c) $\frac{5}{2} - (\frac{3}{4} + \frac{1}{2}) + \frac{10}{6} \cdot (\frac{1}{2} - \frac{3}{5})$	f) $(\frac{2}{7} - \frac{3}{5}) \div (\frac{1}{2} + \frac{3}{7}) - \frac{2}{7}$

Exercici 1.1-24

Uns pantalons encogeixen $\frac{1}{13}$ *de la seva llargària al rentar-los.*

Quant mesuraran els pantalons després de rentar-los, si la seva llargària original era de 130 cm?

Exercici 1.1-25

Al teatre han assistit 793 persones , de les quals $\frac{6}{13}$ són adolescents.

- a) Quants adolescents hi han assistit?
- b) Si $\frac{2}{3}$ dels adolescents eren al·lotes, quantes al·lotes i quants al·lots hi han assistit?

- a) Frederick té 10 euros i vol anar de marxa el divendres, però deu 3 euros a Frederick. Quants diners es deuria gastar Frederick divendres, com a màxim?
- b) Feysale té 5 euros i vol anar de marxa el divendres amb Frederick. Feysale deu 6 euros a Steven. Raul, Karen i Toni, també sortiran de marxa divenres, però deuen 5, 7 i 6 euros a Feysale. Quants diners es deuria gastar Feysale divendres, com a màxim?

Exercici 1.1-27

Escriu sense parentesi i calcula.

- a) (-3 + 5 2) b) (-4 -5 -6) c) (10 -2 +3) d) -(-3 -4 +1)

- e) -(3 +4 -1) f) -(-4 -5 -6) g) -(1 -2 -3) h) -(-6 +5 -4)

1.2 Proporcionalitat

La proporcionalitat relaciona dues magnituds, veiem alguns exemples:

Exemple 1.2-1:

En la figura geomètrica d'un cercle, el **perímetre** i el **diàmetre** presenten una **relació proporcional**.

Perímetre = 31,4 cm

Diagnate Lo color

Diagnate Lo

FPB - Ciències Aplicades 2 Unitat 1

10/21

Podem dibuixar un cercle de la mida que vulguem, si dividim el perímetre entre el diàmetre, el resultat sempre és el mateix: 3,14.

Aquest nombre l'anomenem PI i també es pot anomenar factor de proporcionalitat.

Aquest factor de proporcionalitat és invariable i relaciona el perímetre amb el diàmetre d'un cercle.

$$\frac{Perímetre}{Diàmetre} = 3,14$$

En l'exemple, la **proporcionalitat** relaciona **perímetre** i **diàmetre**. El factor de proporcionalitat és 3,14.

Exemple 1.2-2:

Quan anem de compres, els preus dels productes són factors de proporcionalitat.

El preu de les patates està marcat amb 0,8 $\frac{\epsilon}{ka}$.

Això significa que si dividim el preu de les patates que hem comprat, per exemple 3 € entre el pes 3,75 kg, el resultat sempre serà el mateix, 0,8 $\frac{\epsilon}{kq}$.

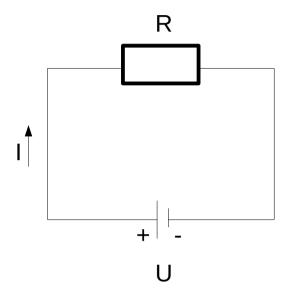
$$\frac{Preu}{Pes} = 0.8 \frac{\epsilon}{kg}$$

En aquest exemple la **proporcionalitat** relaciona **preu** i **pes** d'un producte. En el factor de proporcionalitat és 0,8 $\frac{\epsilon}{kq}$.

Exemple 1.2-3:

El valor R d'una resistència elèctrica, és un factor de proporcionalitat entre la tensió U i el corrent I.

$$R = \frac{U}{I} \text{ (Llei d'Ohm)}$$



Si en aquest circuit augmentem o reduïm la tensió, el corrent augmentarà o disminuirà de forma proporcional.

En aquest exemple la **proporcionalitat** relaciona **tensió U** i **corrent I** en una resistència elèctrica.

Els exemples anteriors mostren una **proporcionalitat directa**. En augmentar el perímertre augmenta el diàmetre, en augmentar el pes del producte que comprem, augmenta el preu, en augmentar la tensió, augmenta el corrent elèctric.

A la ciutat A, al gener va ploure una quantitat de 80 l i al llarg de tot l'any van ser 480 l. A la ciutat B al gener van caure 150 l. Si la pluja al llarg de l'any va ser proporcional entre les ciutats A i B, quants litres van ploure a la ciutat B a l'any?

Exercici 1.2-2

Completa la taula, calculant els perímetres dels cercles corresponents als diàmetres. Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi els diàmetres i l'eix vertical els perímetres.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi el diàmetre i l'eix vertical el perímetre.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de 1 $\frac{cm}{cm}$, la de l'eix vertical de 3 $\frac{cm}{cm}$.

Diàmetre en 2 cm	2	4	6	8	10
Perímetre en					

Completa la taula, calculant el preu del conductor elèctric MANGUERA ELECTRICA 3X1.5 RV-K0.6/1KV en funció de la seva llargària si el preu del metre és de 0,57 €.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la llargària i l'eix vertical l'import.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la llargària i l'eix vertical l'import.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de $10 \ \frac{m}{cm}$, la de l'eix vertical de 5,7 $\frac{\epsilon}{cm}$.

Llargària en	20	40	60	80	100
m					
Import en €					

Completa la taula, calculant el corrent elèctric I en funció de la tensió U si la resistència del circuit és de 13 Ω .

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la tensió i l'eix vertical el corrent.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la tensió i l'eix vertical el corrent.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de 10 $\frac{V}{cm}$, la de l'eix vertical de 1,3 $\frac{A}{cm}$.

Tensió U en V	20	40	60	80	100
Corrent I en A					

Exercici 1.2-5

Completa la taula, calculant el temps t en funció de la velocitat v necessari per recorre una distància s de 20 km.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la velocitat i l'eix vertical el temps.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la velocitat i l'eix vertical el temps.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de $10 \ \frac{km}{\frac{h}{cm}}$, la de l'eix vertical de $0,1 \ \frac{h}{cm}$.

Velocidad v en	km h	20	40	60	80	100
Tiempo t en h						

Completa la taula, calculant el corrent **I** en funció de la resistència **R**. La tensió **U** del circuit és constant i té un valor de 5 V.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la resistència i l'eix vertical el corrent.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la resistència i l'eix vertical el corrent.

Resistència \mathbf{R} en Ω	100	200	300	400	500
Corrent <i>I</i> en mA					

Exercici 1.2-7

En la següent taula es relaciona litres d'oli i nombre de garrafes.

Litres	15	25	
Garrafes	3	5	

Expressa la relació com a proporció.

Indica el factor de proporcionalitat

Calcula el nombre de litres d'oli en 10 garrafes.

Indica quantes garrafes es necessiten per emmagatzemar 125 l d'oli.

Exercici 1.2-8

Un kilo de castyes val 0,6 €. Fes una taula que relacioni el pes en kg amb el preu en euros.

Fes una representació gràfica de la taula.

Comprova si les següents igualtats són correctes.

a)
$$\frac{12}{3} = \frac{16}{4}$$

a)
$$\frac{12}{3} = \frac{16}{4}$$
 b) $\frac{14}{5} = \frac{56}{20}$ c) $\frac{14}{5} = \frac{21}{10}$

Exercici 1.2-10

Són correctes les següents igualtats?

a)
$$\frac{3}{2} = \frac{8}{7}$$

a)
$$\frac{3}{2} = \frac{8}{7}$$
 b) $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$

Exercici 1.2-11

Per a la funció y = 4x:

- a) Estableix la taula de valors per a x = -3, -2, 2 i 4
- b) Indica el factor de proporcionalitat.

Exercici 1.2-12

Si 120 llibres del mateix preu valen 2400 €, quant valen 240 llibres del mateix preu?

Hem comprat 4 quilos de fruita, pomes, peres, plàtans i raïm.
Una quinta parts són pomes,
un sisé són peres
quatre desenes parts són plàtans
i la resta és raïm.

Els preus són:

Pomes 1,6 euros / quilo

Peres 1 euros / quilo

Plàtans 1,3 euros / quilo

Raïm 2,5 euros / quilo

Quants quilos hem comprat de cada fruita?

Quant hem pagat per cada tipus de fruita?

1.3 Resolució de proporcions numèriques amb una incògnita

Si una proporció numèrica conté una incògnita, és a dir, un nombre desconegut, aquest es pot calcular.

Exemple 1.3-1

 $\frac{1}{2} = \frac{x}{4}$ Perquè es compleixi la igualtat, la incògnita x ha de ser igual a 2.

El primer exemple es resol fàcilment sense necessitat d'aïllar la incògnita, però en el cas que els nombres siguin diferents, pot resultar convenient aïllar x.

Exemple 1.3-2

$$\frac{371}{88} = \frac{x}{25}$$

En aquest segon exemple convé resoldre la igualtat cap a x per calcular el seu valor. Per a això, hem de recordar que una igualtat es pot transformar aplicant les operacions de suma, resta, multiplicació o divisió a banda i banda de forma idèntica. En aquest cas, per aïllar x, multiplicarem tots dos costats pel denominador 25.

$$(\frac{371}{88}) \cdot 25 = (\frac{x}{25}) \cdot 25 \rightarrow (\frac{371}{88}) \cdot 25 = x$$

$$x = (\frac{371}{88}) \cdot 25 = 105,4$$

Exemple 1.3-3

$$\frac{234}{99} = \frac{25}{x}$$

En aquest cas, per aïllar x, primer la canviarem de posició, passant-la del denominador al numerador. Per a això multipliquem tots dos costats de la igualtat per x.

$$\frac{234}{99} = \frac{25}{x} \mid x$$

$$(\frac{234}{99}) \cdot x = (\frac{25}{x}) \cdot x \rightarrow (\frac{234}{99}) \cdot x = 25$$

Tenint x en el numerador, l'aïllem multiplicant tots dos costats de la igualtat amb la inversa de $\frac{234}{99}$, és a dir, $\frac{99}{234}$, ja que una fracció multipilacada per la seva

inversa da 1 → $(\frac{234}{99}) \cdot (\frac{99}{234}) = 1$

$$(\frac{234}{99}) \cdot x = 25 \mid \cdot \quad \frac{99}{234}$$

$$(\frac{234}{99}) \cdot x \cdot (\frac{99}{234}) = 25 \cdot (\frac{99}{234})$$

$$x=25\cdot(\frac{99}{234})=10,6$$

Fent un viatge amb moto, observem que el consum és de 8,5 litres cada 100 km.

Quant consumira en un trajecte de 250 km?

Exercici 1.3-2

Una impressora imprimeix 8 pàgines per minut.

Quant tardarà en imprimir 400 pàgines?

Exercici 1.3-3

Un payés té 90 paquets d'herba per donar menjar a les vaques durant 40 dies.

Si només tingués 50 paquets, quants dies podria alimentar les vaques?

Exercici 1.3-4

Un autobús circulant a 60 km/hora tarda 5 hores en fer el trajecte.

Quant temps tardarà si circula a 50 km/h?

Exercici 1.3-5

Tres quaders valen 6,75 €.

Quants quaderns es poden comprtar amb 40,5 €?

Exercici 1.3-6

Per confeccionar 4 pantalons es necessiten 3,5 m² de tela.

Quants pantalons es poden confeccionar amb 12,25 m²?

Exercici 1.3-7

Un payés compra 25 ovelles, pagant 1500 €. Quant li costaran 60 ovelles?

Un treballador guanya 500 € en 5 dies. Quants dies haurà de treballar per guanyar 2000 €?

Exercici 1.3-9

Un ciclista tarda 6 h en recórrer la distància entre dues poblacions a una velocitat mitjana de 15 km/h.

Quant tardarà en recórre el mateix camí a 12 km/h?

Exercici 1.3-10

Dues aixetes omplen una piscina en 10 h.

Quan tardaran en omplir la piscina 5 aixetes amb el mateix cabal d'aigua?

Exercici 1.3-11

En realitzar una compra per valor de 18 000 € es fa una descompte de 1 500 €. Quin serà el descompte si es mantenen les condicions i la nostra compra és de 15 000 €?

Exercici 1.3-12

Quatre aixetes omplen en 12 hores 2 dipòsits de 60 m³ cadascun.

Quant tardaran 6 aixetes iguals en omplir 3 dipòsits de 80 m³ cadascun?

1.4 Percentages

El percentatge es una fracció en la qual el denominador és 100.

Quan parlem d'un percentatge estem repartint una quantitat total en 100 parts.

Exemples:

Aquest any els preus han pujat un 3 % = $\frac{3}{100}$ respecte dels preus de l'any passat.

Això significa que si l'any passat una cosa costava 100 €, aquest any costa

$$100 € + 100 € \cdot \frac{3}{100} = 100 € + 3 € = 103 €$$

Un altre preu que l'any passat era de 175 € passa a

175 € + 175 € ·
$$\frac{3}{100}$$
 = 175 € + 5,25 € = 180,25 €

Per transformar una fracció en un percentatge, es multiplica el numerador amb 100 i és calcula el nombre decimal resultant.

Exemples

$$\frac{1}{3}$$
 a % \rightarrow $\frac{1}{3} \cdot 100 = \frac{100}{3} = 33, \frac{1}{3}$ %

$$\frac{3}{4}$$
 a % $\rightarrow \frac{3}{4} \cdot 100 = \frac{300}{4} = 75 \%$

En una tenda fan dues rebaixes, una primera del 25% i una altra, posterior del 30%. A la factura el preu final es calcula afegint un 25% d'IVA. Quant es pagarà per un article etiquetat amb un preu de 25 €?

Exercici 1.4-2

En comprar un producte valorat en 7830,00 € ens han fet un descompte de 626,4 €. Calcula el descompte en % aplicat.

Exercici 1.4-3

En un curs de l'ESO hi ha 15 alumnes que pertanyen a un grup de diversificació i 7 alumnes que formen un grup ordinari. Considerant el nombre total d'alumnes, calcula el percentatge que representa el grup ordinari i el de diversificació.

Exercici 1.4-4

Calcula el 26% de 11 700 €.

Exercici 1.4-5

Es deposita un capital de 150 000 € en un banc a un interès anual del 3 %.

Calcula l'import passat un any, dos anys i 5 anys, si no es retiren diners del compte.

Exercici 1.4-6

Troba *x* en les següents igualtats.

a)
$$\frac{x}{4} = \frac{10}{8}$$

a)
$$\frac{x}{4} = \frac{10}{8}$$
 b) $\frac{6}{12} = \frac{10}{x}$

1.5 Ordre d'operacions

Una expressió pot contenir diverses operacions com sumes, restes, divisions i multilplicacions. Hem de saber quin és l'ordre de prioritat de cada tipus d'operació, per obtenir el resultat correcte.

Exemple 1.5-1

En l'expressió $3+5\cdot 2=i$ hem de saber si

començar amb la suma i continuar amb la multiplicació, en aquest cas el resultat seria 3+5·2=8·2=16

o començar amb la multiplicació i terminar amb la suma

$$3+5\cdot 2=3+10=13$$

Si recordem que una multiplicació no és altra cosa que una suma escrita de forma abreujada 5·2=5+5, sembla lògic que 3+5+5=13

Exemple 1.5-2

En l'expressió $4+6 \div 2= i$ hem de saber si

començar amb la suma i continuar amb la divisió, en aquest cas el resultat seria $4+6\div2=10\div2=5$

o començar amb la divisió i terminar amb la suma

$$4+6\div 2=4+3=7$$

Per obtenir el resultat correcte, hem de començar per la divisió.

Norma:

Les operacions de multiplicació i divisió s'han de fer abans de les opèracions de suma i resta.

Exemple 1.5-3

En l'expressió $60-30 \div 3.5+7=i$ es junten les operacions de suma, resta, multiplicació i divisió.

Seguint la norma, comencem amb la divisió i multiplicació, que es farà de l'esquerra cap a la dreta

 $30 \div 3.5 = 10.5 = 50$ fet d'esquerra a dreta – correcte

 $30 \div 3.5 = 30 \div 15 = 2$ fet de dreta a esquerra - incorrecte

ara apliquem aquest resultat a la expressió inicial

$$60-50+7=17$$

Norma:

Les operacions de multiplicació i divisió s'han de fer d'esquerra a dreta.

Exercici 1.5-1

Calcula el resultat.

- a.) $20.3 \div 6 5 \div 5$
- b.) $20-6 \div 3+5-2$
- c.) $20-6+3+5\cdot2$
- d.) $30 \div 5 \cdot 3 \div 6 \cdot 2$
- e.) 30+5+3+6+2
- f.) $30+5\cdot 3+6 \div 2$
- g.) $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 + 2$

1.5.1 Símbols d'agrupació

En cas que volguem donar prioritat a una suma o resta sobre la multiplicació o divisió, podem utilitzar un parentesí

$$(3+5)\cdot 2=3\cdot 2+5\cdot 2=8\cdot 2=16$$

$$(4+6)\div 2=4\div 2+6\div 2=10\div 2=5$$

El parentesí és un símbol d'agrupació, ni ha d'altres com el claudàtor [] i la clau {}. Quan en una expressió apareixen diversos símbols d'agrupació, sempre es comença simplificant des de l'interior de l'expressió, és a dir, amb una expressió que no contengi símbols d'agrupació en el seu interior.

Exemple 1.5.1-1

$$\{4-3[20-3\cdot4-(2+4)]\div2\}\cdot3$$

Comencem amb l'expressió (2+4) = 6, perquè no conté símbols d'agrupació.

Resolt el parentesí, passem al claudàtor, continuem amb $[20-3\cdot4-6] = 2$.

Resolt el claudàtor passem a la clau, $\{4-3\cdot 2 \div 2\}=1$

Resolta la clau queda l'expressió $1 \cdot 3 = 3$

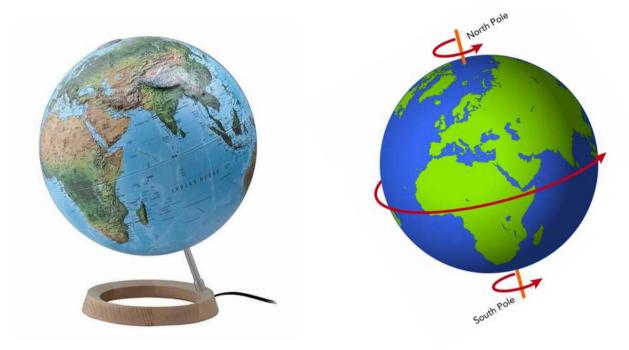
Exercici 1.5.1-1

Calcula el resultat.

- a.) $40-(4+6)\div 2+3$
- b.) $4-3[20-3\cdot4-(2+4)]\div2$
- c.){ $[(2+4)\cdot(8-2)-6] \div 6$ } · 5
- d.){ $[(2\cdot4)\div(8-4)\cdot6]\div6$ } 5
- e.){ $[(2\cdot4)\div(8-4)\cdot6]\cdot6$ } · (6-4)
- f.) $\frac{1}{2} \cdot (\frac{3}{4} + \frac{5}{4})$
- g.) $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \div (\frac{5}{4} \frac{1}{2})$
- h.) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \div \frac{5}{4} \frac{1}{2}$
- i.) $[(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \div (\frac{5}{4} \frac{1}{2}) + \frac{1}{4}] \cdot (\frac{10}{8} \frac{5}{8})$

1.6 Com orientar-se a un planeta inclinat

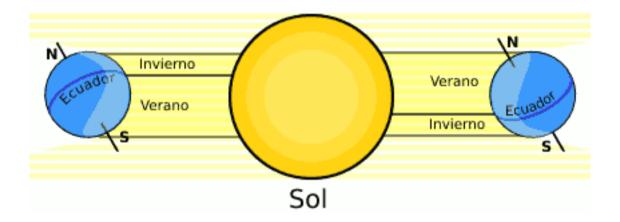
El planeta terra té forma de globus.

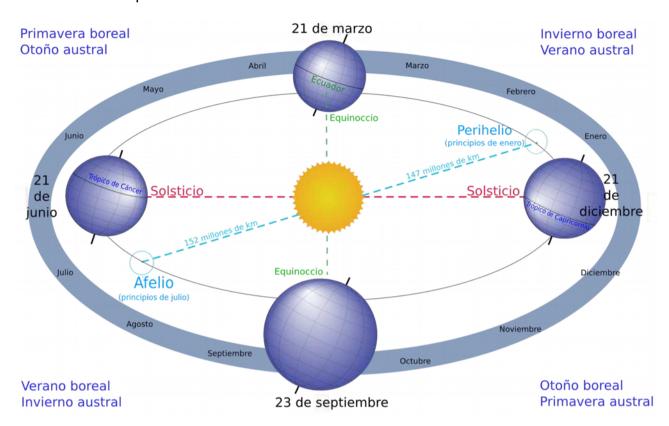


La terra gira al voltant d'un eix que passa pels pols sud i nord. Fa una volta completa en un dia (24 h).

1.6.1 Un eix inclinat, causa de les estacions de l'any

La causa principal de les **estacions de l'any** és el fet que l'eix de rotació de la terra està inclinat respecte al seu pla orbital amb un angle d'aproximadament **23,5 graus**. Aquest eix es troba sempre inclinat de la mateixa manera. Degut a a questa inclinació, l'hemisferi nord (boreal) i l'hemisferi sud (austral) són desigualment il·luminats pel Sol.





De File:Four season blank.svg: Horst Frank, Gothikaderivative work: El duende alegre - File:Four season blank.svg, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=16505174

L'efecte de la inclinació de l'eix és observable en el canvi de la durada del dia i la culminació del Sol (l'altitud del Sol al migdia) durant l'any. Un angle petit de la radiació provinent del Sol durant els mesos d'hivern provoca que aquesta es reparteixi sobre una major part de superfície a la Terra, per tant, la llum rebuda és més indirecta i amb menys intensitat. A menor intensitat de llum, menys capacitat per a escalfar el sòl.

En qualsevol moment de l'any, els hemisferis nord i sud sempre experimenten estacions oposades. La causa és que una part del planeta és exposada als rajos del Sol de forma més directa que l'altra, i aquesta exposició s'alterna a mesura que la Terra gira a la seva òrbita. Cada sis mesos la situació s'inverteix.

1.6.2 Elevació del Sol respecte l'horitzó

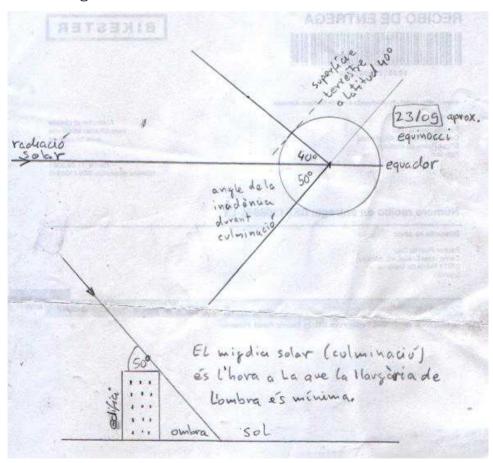
Solstici d'estiu i d'hivern

Els dos moments en què l'equador celeste té la màxima inclinació respecte el Sol són els solsticis. Durant aproximadament la meitat de l'any, l'hemisferi nord s'inclina cap al Sol, amb la màxima inclinació al solstici d'estiu (al voltant del 21 de juny). El mateix passa a l'altra meitat de la Terra, però el moment de màxima inclinació en l'hemisferi sud és al solstici d'hivern (al voltant de 21 del desembre).

Font: https://ca.wikipedia.org/wiki/Estaci%C3%B3_de_l%27any

What causes the seasons?: https://youtu.be/q4 -R1vnJyw

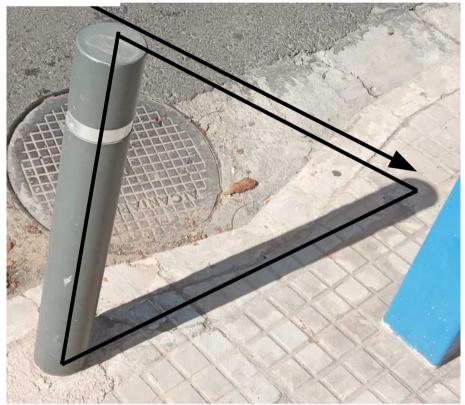
La **culminació** és la màxima altura aconseguida per un cos celeste sobre l'horitzó, durant el seu recorregut diari de est a oest.

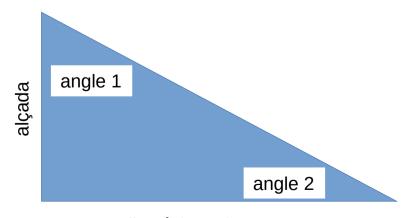


Càlcul de l'angle d'elevació

L'ombra de qualsevol objecte vertical sobre una superfície horitzontal, fa un angle de $90^{\rm o}$ amb l'objecte.







Paulino Posada Ilargària ombra pàg. 44 de 106

Podem imaginar un triangle rectangle format per l'objecte, l'ombra i la radiació solar.

L'angle 2, és l'angle d'elevació del sol damunt l'horitzó.

De matinada, poc desprès de la sortida del Sol, les ombres són llargues. El Sol es troba a l'est (llevant). A mesura que passa el temps i s'apropa el migdia, les ombres es fan més curtes, fins arribar al moment del migdia (culminació). En aquest moment, el Sol, que està en la seva posició més elevada al cel, es troba en el sud (migdia). A partir del migdia, el Sol baixa, reduint l'angle d'elevació. Les obres es tornen a allargar, fins que el sol desapareix pel oest (ponent).

https://www.edumedia-sciences.com/es/media/679-movimiento-aparente-del-sol-norte

https://www.youtube.com/watch?v=th79sDCAh0Q

https://www.youtube.com/watch?v=ivHOIcPoJl0

Exercici 1.6.2-1

- a) En quin moment del dia és major, i en quin és menor, l'angle d'elevació (angle 2)?
- b) Si coneixem l'angle 2, com podem calcular l'angle 1?
- c) Quina relació hi ha entre l'angle d'elevació i la llargària de l'ombra?
- d) Quina relació hi ha entre $\frac{alçada}{llargària\ ombra}$ i l'angle d'elevació?

Exercici 1.6.2-2

- a) Explica què són el solstici i l'equinocci.
- b) En quin sentit gira la terra al voltant de l'eix nord-sud?
- c) En quin sentit és el moviment aparent del Sol?

Exercici 1.6.2-3

Amb la informació de la taula, com es podria calcular la hora de màxima elevació del Sol el dia 27/10/21 a Madrid?



Exercici 1.6.2-4

Fes un esquema de moviment de l'ombra d'un objecte vertical al llarg del dia 21 de juin, a l'equador, a Mallorca, al pol Nord i al pol Sud.

Per calcular l'angle d'elevació del Sol, es pot utilitzar la funció arctan (atan):

$$\arctan(\frac{alçada}{llarg\`{a}ria\,ombra}) = angle\,d'\,elevaci\acute{o}$$

Elevació en radians	Α	В	С	
0,1 0,1 5,7 0,2 0,2 11,3 0,3 0,3 16,7 0,4 0,4 21,8 0,5 0,5 26,6 0,6 0,5 31,0 0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0				
0,2 0,2 11,3 0,3 0,3 16,7 0,4 0,4 21,8 0,5 0,5 26,6 0,6 0,5 31,0 0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	Alçada / Ombra	radians	=ATAN(A)*(180°/pi)	
0,3 0,3 16,7 0,4 0,4 21,8 0,5 0,5 26,6 0,6 0,5 31,0 0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,1	0,1		5,7
0,4 0,4 21,8 0,5 0,5 26,6 0,6 0,5 31,0 0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,2	0,2		11,3
0,5 0,5 26,6 0,6 0,5 31,0 0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,3	0,3		16,7
0,6 0,5 31,0 0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,4	0,4		21,8
0,7 0,6 35,0 0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,5	0,5		26,6
0,8 0,7 38,7 0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,6	0,5		31,0
0,9 0,7 42,0 1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,7	0,6		35,0
1 0,8 45,0 1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,8	0,7		38,7
1,1 0,8 47,8 1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	0,9	0,7		42,0
1,2 0,9 50,2 1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1	0,8		45,0
1,3 0,9 52,5 1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,1	0,8		47,8
1,4 1,0 54,5 1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,2	0,9		50,2
1,5 1,0 56,3 1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,3	0,9		52,5
1,6 1,0 58,0 1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,4	1,0		54,5
1,7 1,0 59,6 1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,5	1,0		56,3
1,8 1,1 61,0 1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,6	1,0		58,0
1,9 1,1 62,3 2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,7	1,0		59,6
2 1,1 63,5 2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	1,8	1,1		61,0
2,1 1,1 64,6 2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0		1,1		62,3
2,2 1,1 65,6 2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	2	1,1		63,5
2,3 1,2 66,5 2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	2,1	1,1		64,6
2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	2,2	1,1		65,6
2,4 1,2 67,4 2,5 1,2 68,2 2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0	2,3	1,2		66,5
2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0				
2,6 1,2 69,0 2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0				
2,7 1,2 69,7 2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0				
2,8 1,2 70,4 2,9 1,2 71,0				
2,9 1,2 71,0				
		1,2		71,6

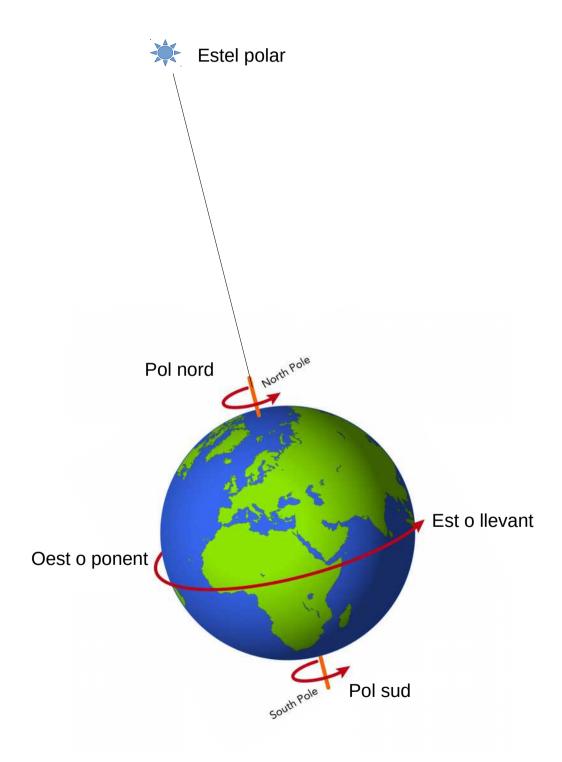
Exercici 1.6.2-4

- a) Mesurant alçada i ombra d'un objecte, calcula l'angle d'elevació del Sol a diverses hores del dia.
- b) Indica l'hora de culminació.

Data		
Hora		
Alçada		
Llargària ombra		
Alçada / Ombra		
Elevació		
Data		
Hora		
Alçada		
Llargària ombra		
Alçada / Ombra		
Elevació		
Data		
Hora		
Alçada		
Llargària ombra		
Alçada / Ombra		
Elevació		

1.6.3 Polaris

L'estel polar (Polaris) es troba en la línia que resulta d'allargar, cap al nord, l'eix al voltant del qual gira la terra.



Paulino Posada <u>Ciències Aplicades</u> pàg. 49 de 106

Si observem els estels durant una nit, veurem que tots es mouen, excepte Polaris, que queda fix al mateix lloc durant tota la nit.

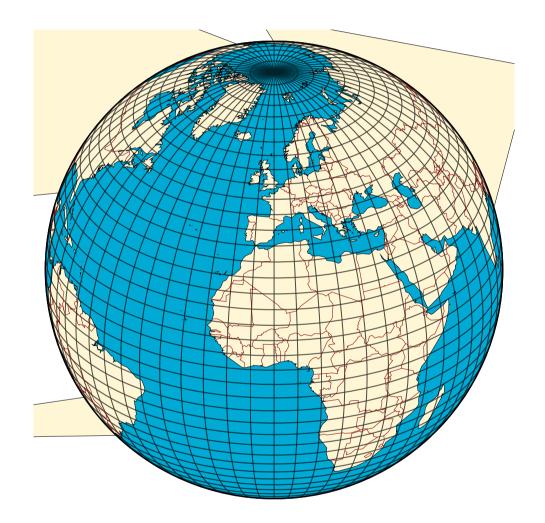


Com ubicar Polaris

Polaris serveix per orientar-se durant la nit, ja que indica el nord.

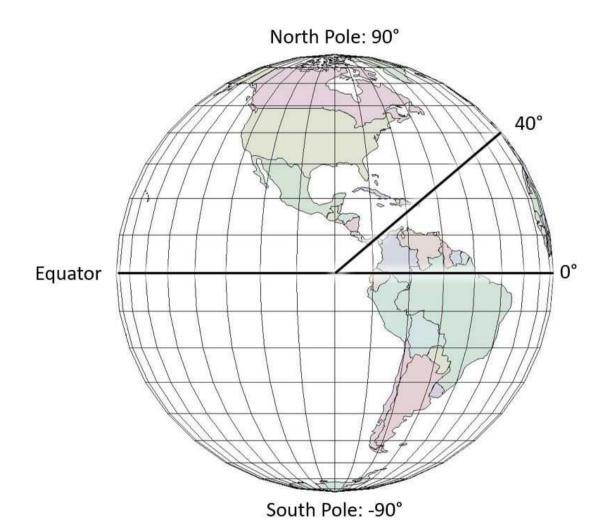
1.6.4 Latitud i longitud

Per indicar una posició damunt la superfície terrestre, utilitzem dos nombres, la latitud i longitud que corresponen a un lloc geogràfic.



By Hellerick - Own work, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=26737079 Les línies de **latitud** són paral·leles a la línia de l'equador i indiquen la posició nord o sud d'un lloc. La línia de l'equador està definida com a latitud 0°. El pol Nord es troba a una latitud de 90° i el pol Sud a -90°.

Les línies de latitud d'un globus formen cercles concèntrics que redueixen el seu diàmetre en direcció nord o sud.



A l'equador, la máxima alçada del Sol damunt l'horitzó és de 90° i es produexi durant els equinoccis (inicis de primavera i tardor). Durant tot l'any, al migdia, el Sol es troba molt alt damunt l'horitzó. Els dies i les nits tenen una durada aproximada de 12 h durant tot l'any. Les temperatures no varien molt durant l'any.

A mesura que ens movem de l'equador cap al nord, l'alçada del Sol damunt l'horitzó, al migdia, es va reduint. La diferencia de llargària de dia i nit, a l'estiu i hiver, augmenta, igual que la diferencia de temperatura entre el 21 de juin i el 21 de decembre.

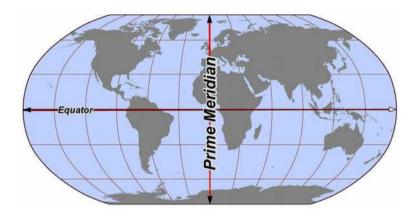
Exercici 1.6.4-1

Cerca les temperatures màximes i mínimes, i les latituds, de les següents poblacions. Indica les adreçes on has trobat la informació.

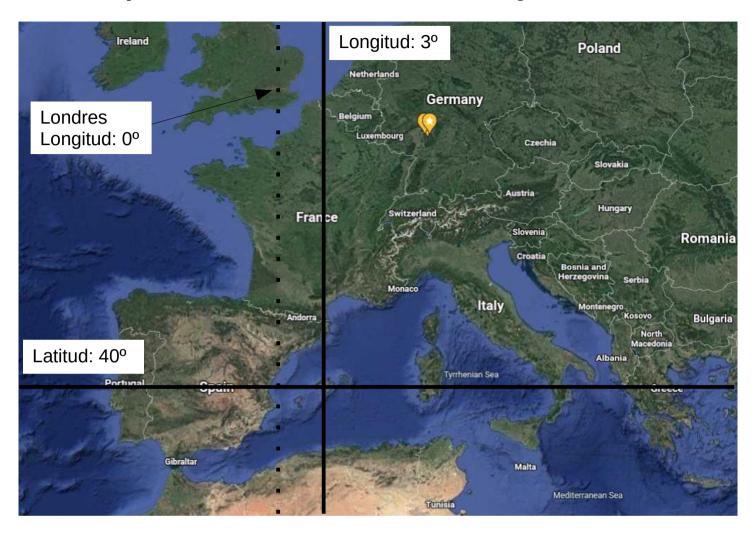
Població	Temp. max.	Temp. min.	Latitud	Data	Païs
Palma				21/03	
Palma				21/06	
Palma				21/09	
Palma				21/12	
Reykjavik				21/03	
Reykjavik				21/06	
Reykjavik				21/09	
Reykjavik				21/12	
Stanley (Malvinas)				21/03	
Stanley (Malvinas)				21/06	
Stanley (Malvinas)				21/09	
Stanley (Malvinas)				21/12	
Quito				21/03	
Quito				21/06	
Quito				21/09	
Quito				21/12	

Les línies de **longitud**, també anomenades **meridians**, discorren entre els pols nord i sud i indiquen la posició est o oest d'un lloc.

Està definida com a longitud zero, la línia que passa per la població de Greenwich, propera a Londres. Els llocs a l'est del meridian de Greenwich reben valors positius, els situats a l'oest valors negatius.



Per exemple Mallorca es troba a una latitud de 40° i a una longitud de 3°.



Ciudades en la misma latitud de Palma de Mallorca						
Coordenadas						
39.95233, -75.16379						
39.9075, 116.39723						
39.14222, 117.17667						
39.46975, -0.37739						
39.96118, -82.99879						

Ciudades en la misma longitud de Palma de Mallorca						
Ciudad	Coordenadas					
Barcelona, España	41.38879, 2.15899					
París, Francia	48.85341, 2.3488					
Badalona, España	41.45004, 2.24741					
Terrassa, España	41.56667, 2.01667					
Sabadell, España	41.54329, 2.10942					

https://www.geodatos.net/coordenadas/espana/palma-de-mallorca

Paulino Posada <u>Ciències Aplicades</u> pàg. 56 de 106

Lloc	Latitud	Longitud
Mallorca	40°	3°
Barcelona	41,4°	2,2°
Madrid	40,4°	-3,7°
Santiago de Compostela	42,9°	-8,6°

Exercici 1.6.4-2

Omple les dades de la taula.

Capital	País	Latitud	Longitud	Durada dia el 21/06	Durada dia el 21/12	Temperatur a hivern	Temperatur a estiu
Alger							
Amsterdam							
Ànkara							
Atenes							
Berlin							
Brusseles							
Buenos Aires							
Copenhagen							
Lima							
Londres							
Nouakchott							
Oslo							
Paris							
Rabat							
Reykjavik							
Roma							
Stockholm							
Washington							

1.7 Zones horàries

Un gir complet de la terra, correspon a un angle de 360°. Si dividim l'angle d'un gir complet entre les hores que dura un dia, el resultat serà els graus de gir que corresponen a una hora.

$$\frac{360^{\circ}}{24h} = \frac{15^{\circ}}{1h}$$

El resultat és que la terra gira 15° en una hora.

