Index

2 Expressions algebraiques

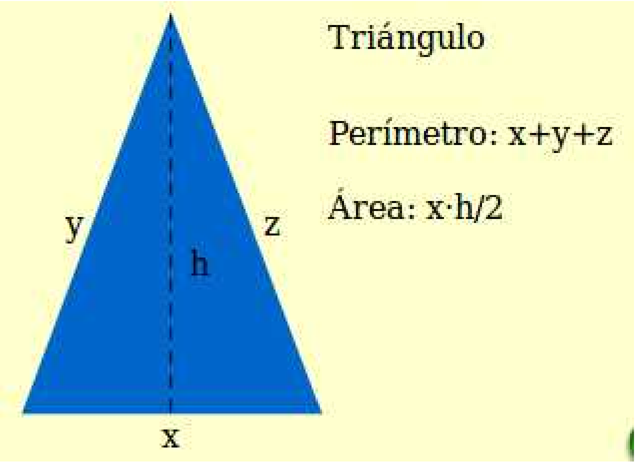
Una expressió algebraica és un conjunt de nombres i lletres units entre si per les operacions de sumar, restar, multiplicar, dividir i per parèntesis. Per exemple:

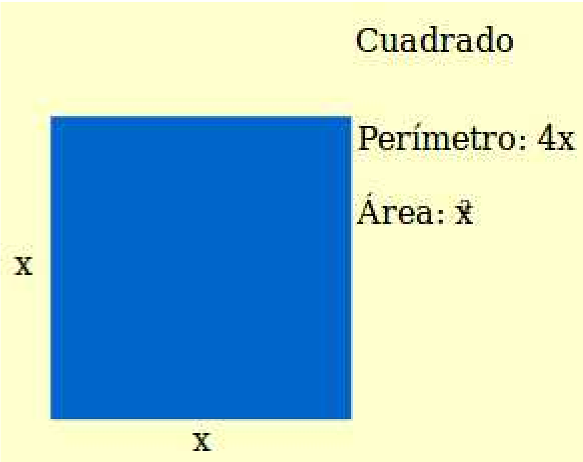
3+2·x2-x o x·i-32·(x·i2-i)

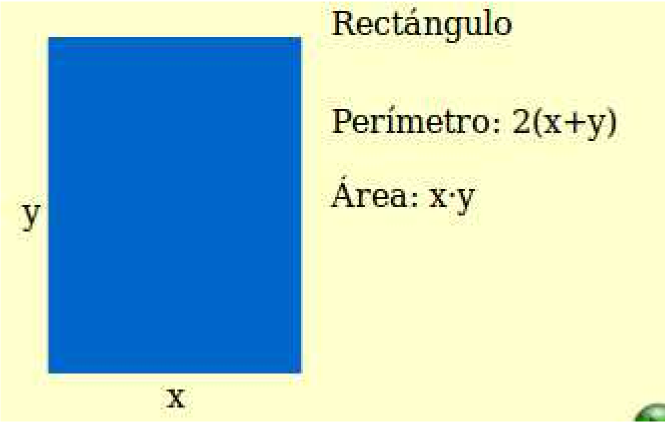
Les lletres representen valors que no coneixem i podem considerar-les com la generalització d'un nombre. Les cridarem variables.

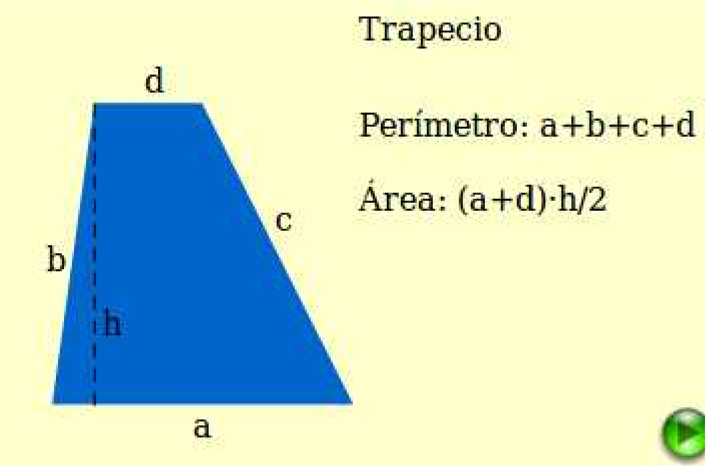
El signe de multiplicar se sobreentén davant d'una lletra o un parèntesi.

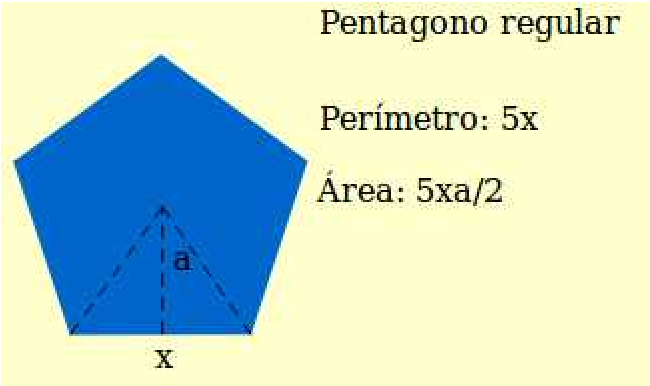
Així, 3·a és equivalent a 3a, i 3·(2+x) és equivalent a 3(2+x).

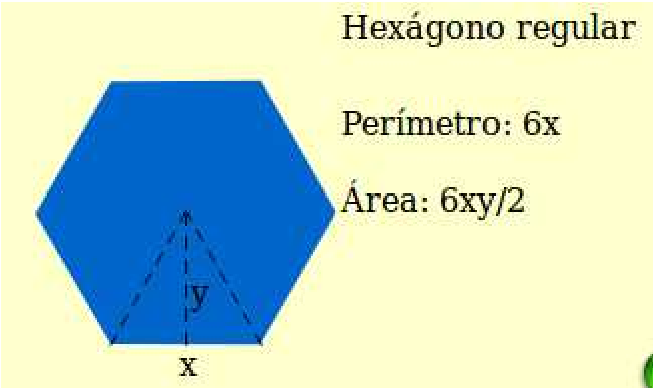









Pentagono regular
Perímetro: 5x
Área: 5xa/2
a
x


Hexágono regular
Perímetro: 6x
Área: 6xy/2
y
x

2.1 Obtenció d'expressions

Pretenem transformar un enunciat, on hi ha un o diversos valors que no coneixem, en una expressió algebraica.

Cadascun dels valors (variables) que no coneixem ho representarem per una lletra diferent.

Exercici 2.1-1

a.) El triple del producte de dos nombres.

b.) Un terç del producte de dos nombres més 5.

c.) La desena part del producte de dos nombres, menys un.

d.) El doble d'un nombre més set

i.) La cinquena part d'un nombre més vuit.

f.)Un terç de la suma de dos nombres més onze

g.)La meitat del producte de dos nombres.

h.) L'arrel quadrada de la suma de dos quadrats.

i.) El 30% d'un nombre.

j.) El quadrat de la suma de dos nombres.

k.) La mitjana aritmètica de tres nombres.

Valor numèric

Si en una expressió algebraica substituïm les lletres (variables) per nombres, la qual cosa tindrem serà una expressió numèrica. El resultat d'aquesta expressió és el que cridem valor numèric de l'expressió algebraica per a aquests valors de les variables.

És important que tinguis en compte la prioritat de les operacions

1. Potències
2. Productes i quocients
3. Summes i restes

Exercici 2.1-2

Calcula el valor numèric amb x = 7 i x = -3

a) $\frac{x}{2}+7$ b) $7x+2$ c) 2(x+7) d) 2x+7

Exercici 2.1-3

Calcula el valor numèric

a.) $-x^2-y^2-3x-2y+2$ $\boldsymbol{x}=0$ i $\boldsymbol{y}=0$

b.) x^2+3x+1 $\boldsymbol{x}=5$

c.) $2x^2-3x$ $\boldsymbol{x}=3$

d.) $-x^2+y^2-xy+3x-1$ $\boldsymbol{x}=9$ i $\boldsymbol{y}=0$

e.) $2x^2+3x-1$ $\boldsymbol{x}=7$

f.) $2x^2+2x+3$ $\boldsymbol{x}=3$

g.) $-x^2-x-3$ $\boldsymbol{x}=9$

h.) $3x^2+3x+3$ $\boldsymbol{x}=4$

i.) $3x^2-2y^2-3xy+2x+1$ $\boldsymbol{x}=0$ i $\boldsymbol{y}=0$

j.) $-x^2+y^2-xy+x+3y$ $\boldsymbol{x}=5$ i $\boldsymbol{y}=0$

k.) $2x^2+3x+2$ $\boldsymbol{x}=9$

l.) $-x^2-3x$ $\boldsymbol{x}=1$

m.) $3x^2-2x-1$ $\boldsymbol{x}=8$

n.) $-3y^2+2xy-2x-3$ $\boldsymbol{x}=9$ i $\boldsymbol{y}=0$

o.) $3x^2+x+3$ $\boldsymbol{x}=4$

p.) $-x^2-x-3$ $\boldsymbol{x}=3$

2.2 Monomis

Un monomi és una expressió algebraica formada pel producte d'un nombre i una o més variables. Al nombre ho cridarem coeficient i al conjunt de les variables, literal. Cridarem grau del monomi a la suma dels exponents de la seva part literal i grau respecte d'una variable, a l'exponent d'aquesta variable.

Dos monomis són semblants si els seus literals són iguals.

Dos monomis són oposats si són semblants i els seus coeficients són oposats.

Exemple 2.2-1

Monomi 1: $-8x^4y^2$	Monomi 2: $-26x^4y^2$
Coeficient: -8	Coeficient: -26
Variables: x, y	Variables: x, y
Literal: x^4y^2	Literal: x^4y^2
Grau: 6	Grau: 6

Els monomis 1 i 2 són semblants.

Els monomis 1 i 2 no són oposats.

Exercici 2.2-1

Crea un full de càlcul amb els resultats dels monomis 1 y 2 amb

$-10 \leq x \leq 10$

$y \in \{-1,0,1\}$

Crea les gráfiques dels monomis corresponents als valors de ***x*** i ***y***.

Solució

Exemple 2.2-2

Monomi 1: $-17x^6y^3$	Monomi 2: $6x^3y^4$
Coeficient: -17	Coeficient: 6
Variables: x, y	Variables: x, y
Literal: x^6y^3	Literal: x^3y^4
Grau: 9	Grau: 7

Els monomis 1 y 2 no són semejantes, els graus són diferents.

Els monomis 1 y 2 no són oposats.

Exercici 2.2-2

Crea un full de càlcul amb els resultats dels monomis 1 i 2 en el qual

$-10 \leq x \leq 10$

$y \in \{-1,0,1\}$

Crea els gràfics dels monomis corresponents als valors de ***x*** i ***y***.

Exemple 2.2-3

Monomi 1: $11x^5y^2$

Coeficient: 11

Variables: x, y

Literal: x^5y^2

Grau: 7

Monomi 2: $-11x^5y^2$

Coeficient: -11

Variables: x, y

Literal: x^5y^2

Grau: 7

Els monomis 1 i 2 són semblants, els seus graus són iguals.

Els monomis 1 i 2 són oposats, els seus coeficients són complementaris.

Exercici 2.2-3

Crea un full de càlcul amb els resultats dels monomis 1 i 2 en la qual

$-10 \leq x \leq 10$

$y \in \{-1,0,1\}$

Crea els gràfics dels monomis corresponents als valors de ***x*** i ***y***.

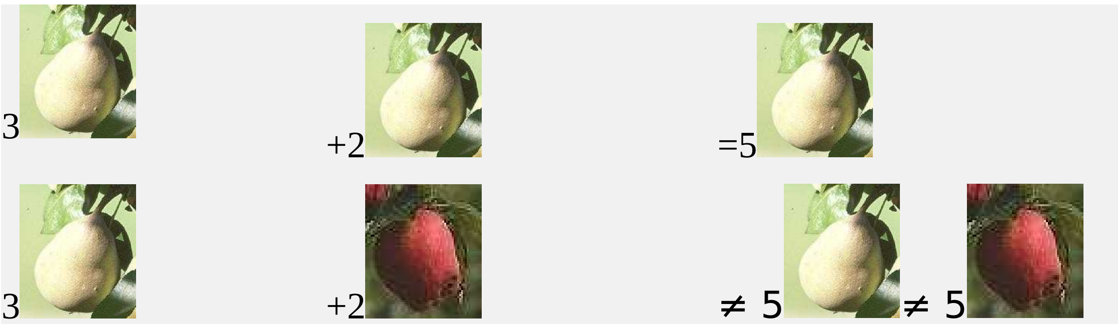
Exercici 2.2-4

Relaciona les cel·les de la taula.

	1	2	3	4
A	y^3	πy	Coefic. π Grado 1	$2x^2 3y$
B	$y+3$	$x^3/2$	No es un monomio	Coeficiente 1 Grado 3
C	Coeficiente 2 Grado 8	Coefic. -7 Grado 5	Coeficiente 1 Grado 4	Coeficiente 6 Grado 3
D	xy^3	$2x^3y^5$	$-7x^5$	Coefic. 0.5 Grado 3

2.2.1 Suma i resta de monomis

Tres peres i dues peres són 5 peres. Però 3 peres i 2 pomes no són 5 peres ni 5 pomes, són 3 peres + 2 pomes.



El mateix ocorre amb els monomis. Si dos monomis són semblants, vam sumar o restem els coeficients i deixem el mateix literal. Si no són semblants, aquesta operació no pot expressar-se de manera més simplificada.

$3x+2x=5x$, però les expressions $3x^2+2x$ o $2x+7y$ no es poden simplificar.

Exercici 2.2.1-1

Simplifica els monomis.

a.) $\frac{-22x^4y^2}{-5x^4y^2}$

b.) $\frac{20x^5y^3}{-4x^3y^2}$

c.) $\frac{-13x^5y^3}{16x^5y^3}$

d.) $\frac{16x^2y}{3x^3y^2}$

e.) $\frac{6x^5y^3}{-12x^5y^3}$

f.) $\frac{-4x^6y}{5x^4y^2}$

g.) $\frac{11x^6}{-8x^6}$

h.) $\frac{4x^6y^3}{-25x^7y^2}$

i.) $\frac{10x^5y^3}{-25x^5y^3}$

j.) $\frac{-25x^7y^3}{5x^6y^3}$

2.3 Multiplicar monomis

El producte de dos monomis és un monomi que té per coeficient el producte dels coeficients i per part literal el producte de les parts literals (recorda la propietat: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$).

Així,

$(3x^2y)\cdot(2x) = (3\cdot2)x^2yx = 6x^{2+1}y = 6x^3y$

Exercici 2.2.2-1

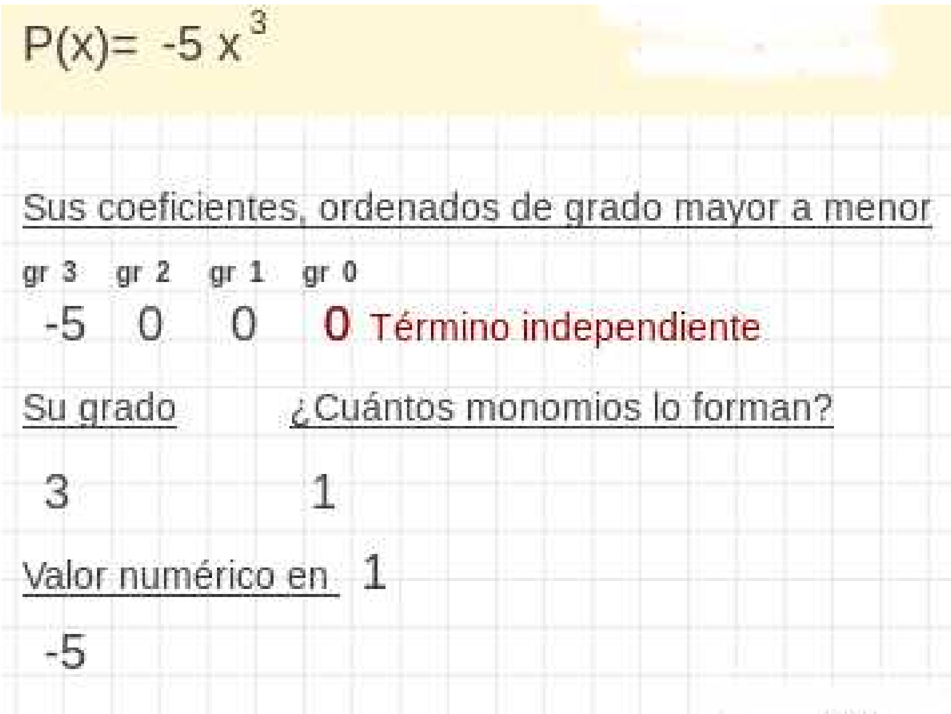
a.)	$3x\ y^2 \qquad 4x\ y$	f.)	$-5x\ y^3 \qquad 4x\ y^3$
b.)	$5\ \ y \qquad -8\ \ y^2$	g.)	$\frac{4}{5}x^3y^3 \qquad -\frac{7}{10}x^3$
c.)	$-\frac{7}{5}x\ y \qquad -\frac{2}{3}x^2y$	h.)	$-4x^2y^3 \qquad x^2y^3$
d.)	$x\ y \qquad x\ y^2$	i.)	$x^3 \qquad -6x$
e.)	$-\frac{5}{4}x^2y^2 \qquad \frac{7}{4}x^3y^3$	j.)	$\frac{3}{4}x\ y^2 \qquad -\frac{5}{8}x^2y^3$

2.4 Polinomis

¿Què són?

La suma de diversos monomis no semblants és un polinomi, el conjunt dels polinomis està format per monomis o summes de monomis no semblants.
Si un dels monomis no té part literal, és cridat terme independent.
El major grau de tots els seus monomis, es crida grau del polinomi.
Nomenem els polinomis amb una lletra majúscula i posem entre parèntesis les variables que ho integren, però en aquesta explicació ens restringirem a una sola variable.
És important que sàpigues identificar els coeficients d'un polinomi segons el seu grau, així si $P(x)=x3+2x-4$. el seu grau és 3 i el seu coeficient de grau tres és 1, el seu coeficient de grau un és 2 i el terme independent o coeficient de grau zero és -4.

Exemple 2.3-1



Exemple 2.3-2

$P(x) = 4x^4 - 6x - 5$

Sus coeficientes, ordenados de grado mayor a menor

gr 4	gr 3	gr 2	gr 1	gr 0	
4	0	0	-6	-5	Término independiente

Su grado ¿Cuántos monomios lo forman?

4 3

Valor numérico en -4

1043

Exemple 2.3-3

$P(x) = -7x^5 + 4x^3 + 9x^2$

Sus coeficientes, ordenados de grado mayor a menor

gr 5	gr 4	gr 3	gr 2	gr 1	gr 0	
-7	0	4	9	0	0	Término independiente

Su grado ¿Cuántos monomios lo forman?

5 3

Valor numérico en -4

7056

Exercici 2.3-1

En els sigüents polinomis indica coeficients, grau i nombre de monomis que els formen.

Amb Calc fes una gràfica de cadascun d'ells per a -8 < ***x*** < 8

a.) $6x^4$

b.) $3x^6+2x^5$

c.) $P(x)= -8x^5 - 2x^3 + 5x^2$

d.) $P(x)= -3x^5 + 2x^3 + x^2$

e.) $P(x)= -9x^5 - 9x^4 + 8x^2$

Font:
http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena5/index2_5.htm