# Index

2 Repàs potències	2
2.1 Sumes, restes, multiplicacions i divisions	2
2.2 Multiplicació i divisió amb nombres negatius	3
2.3 Potències i arrels	5
2.3.1 Potències amb exponent sencer	5
2.3.2 Exercicis potències amb exponent sencer	7
2.3.3 Potències amb exponent cero, negatiu i base 10	9
2.3.4 Exercicis de potències amb exponent zero, negatiu i base 10	11
2.3.5 Potències amb exponent fraccionari	14
2.3.6 Exercicis de potències amb exponent fraccionari	17
2.3.7 Radicals d'índex 2	20
2.3.8 Exercicis amb radicals d'índex 2	21
2.3.9 Operacions amb radicals d'índex 2	23
2.3.10 Exercicis amb operacions amb radicals d'índex 2	24
2.4 Expressions algebraiques	28
2.5 Monomis	33
2.5.1 Suma i resta de monomis	35
2.5.2 Multiplicar i dividir monomis	37
2.6 Polinomis	38
2.7 Exercicis de reforç	41
2.8 Solucions	46

Pàg. 1 de 84 Paulino Posada

# 2 Repàs potències

# 2.1 Sumes, restes, multiplicacions i divisions

Quan es combinen operacions aritmètiques, com són suma, resta, multiplicació i divisió, s'ha de seguir el següent ordre:

- 1 Fer les multiplicacions i divisions
- 2 Una vegada fetes les multiplicacions i divisions, fer les sumes i restes.

# Exemple 2.1-1:

$$2+5\cdot 3-6 \div 2=2+15-3=14$$

Quan hi ha parèntesis, el primer que es resol és el parèntesis.

# Exemple 2.1-2:

$$(2+5)\cdot(3-6) \div 2 = 7\cdot(-3) \div 2 = 14$$

Paulino Posada Pàg. 2 de 84

# 2.2 Multiplicació i divisió amb nombres negatius

Quan es multipliquen o divideixen dos nombres positius, el resultat sempre és positiu.

Exemple 2.2-1

$$2.5 = 10$$

$$15 \div 3 = 5$$

Quan es multiplica o divideix un nombre positiu amb un nombre negatiu, el reslutat sempre és negatiu.

El nombre negatiu sovint s'escriu amb parèntesis per no confondre'l amb una resta.

Exemple 2.2-2

$$2 \cdot (-5) = -10$$

$$(-15) \div 3 = -5$$

Quan es multipliquen o divideixen dos nombres negatius, el reslutat sempre és positiu.

Exemple 2.2-3

$$(-2)\cdot(-5)=10$$

$$(-15) \div (-3) = 5$$

Paulino Posada Pàg. 3 de 84

#### Recorda

Nombres positius

 $1 \cdot 1 = 1$ 

 $1 \div 1 = 1$ 

Nombre negatiu i nombre positiu

 $(-1) \cdot 1 = -1$   $(-1) \div 1 = -1$ 

Nombres negatius

 $(-1)\cdot(-1)=1$   $(-1)\div(-1)=1$ 

# Exercici 2.2-1

Calcula el resultat

a) 
$$5-3+2\cdot 4\div (-8)+4 =$$

b) 
$$((1\cdot(-1)\div 1)\div(-2))\cdot(-4) =$$

c) 
$$((2+3)\cdot 3)-((8-4)\div 2)+2\cdot (1+1) =$$

d) 
$$\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3 \cdot (-3) \cdot 3}{(-3) \cdot (-3) \cdot 3 \cdot 3} =$$

e) 
$$\frac{5}{4} \div \frac{-4}{5} - \frac{3 \cdot 3}{(-3) \cdot (-3) \cdot 3 \cdot 3}$$

f) 
$$\frac{5}{4} + \frac{(\frac{-4}{5}) \cdot 3 \cdot 3}{-3}$$

g) 
$$\frac{5}{4} + (\frac{-4}{5}) \cdot \frac{-3 \cdot 3}{3}$$

h) 
$$\frac{\frac{5}{4}}{(\frac{-4}{5})} \cdot \frac{-3 \cdot 3 - 2}{3}$$

#### 2.3 Potències i arrels

La potencia és una operació amb la qual un mateix nombre es multiplica diverses vegades amb si mateix. Per exemple

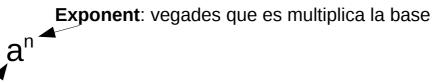
$$1 \cdot 10^6 \text{ byte} = 1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ byte} = 1000000 = 1 \text{ MB}$$

L'avantatge d'expressar un nombre en forma de potència és manifesta en els nombres molt grans, ja que s'expressa amb menys xifres i resulta més curt.

# 2.3.1 Potències amb exponent sencer

Una potència és un producte de factors iguals que es pot escriure de forma abreujada.  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$ 

En aquest exemple anomenem 5 la base, ja que és el nombre que es multiplica i 3 l'exponent, ja que en la multiplicació apareix el cinc, la base, 3 vegades



Base: factor que es multiplica

Amb paraules es diu: (nombre de la base) elevat a (nombre de l'exponent).

10<sup>3</sup> Deu elevat a tres.

7<sup>5</sup> Set elevat a cinc.

Paulino Posada Pàg. 5 de 84

# **Propietats**

$$a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n} \longrightarrow 2^{3} \cdot 2^{2} = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{5}$$

$$a^{m} : a^{n} = a^{m-n} \longrightarrow 2^{3} : 2^{2} = (2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2) = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2^{3}}{2^{2}} = 2^{3 \cdot 2} = 2^{1} = 2$$

$$(a^{m})^{n} = a^{m+n} \longrightarrow (2^{3})^{2} = (2 \cdot 2 \cdot 2)^{2} = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$(2^{3})^{2} = 2^{6}$$

$$a^{n} \cdot b^{n} = (a \cdot b)^{n} \longrightarrow 2^{2} \cdot 3^{2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 3)^{2}$$

$$a^{n} : b^{n} = (a : b)^{n} \longrightarrow 2^{2} : 3^{2} = (2 \cdot 2) : (3 \cdot 3) = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = (\frac{2}{3})^{2} = (2 : 3)^{2}$$

Paulino Posada Pàg. 6 de 84

# 2.3.2 Exercicis potències amb exponent sencer

### **Exercici 2.3.2-1**

Escriu en forma de potència única

a) $5^3 \cdot 5^5$	$d) (-10)^5 : (-10)^2$	$g) (3^2)^5$	$j) a^3 \cdot a^{-5}$
b) $5^{14}:5^5$	$(-4)^3 \cdot 7^3$	$h)15^2 \cdot 15^{-2}$	$(k) (a^3)^6$
c) $(-5)^5 \cdot 3^5$	f) (-75) <sup>2</sup> : 15 <sup>2</sup>	$i) [(-10)^2]^3$	$l) a^5 : a^{-3}$

#### Exercici 2.3.2-2

Simplifica i calcula:

$a) \frac{2^4 \times 2^{-4}}{2^3}$	$c)  \frac{2^3 \times 2^5 \times 2^{-2}}{2^5 \times 2^6 \times 2^7}$	e) $\frac{7^2 \times (-3)^2 \times 5}{5 \times 5^2 \times 3^4 \times (7^2)^3}$
$b) \frac{a^3 \times a^5 \times a^2}{a^5 \times a}$	$d)  \frac{a \times b^3 \times a^3 \times b^5}{(b^3)^2 \times a^5}$	

### **Exercici 2.3.2-3**

Descompon en factors primers els nombres primers i simplifica fins obtenir una fracció irreductible:

a)	121×36	b)	243×21
(a)	539×9		81×49

### **Exercici 2.3.2-4**

Indica quines de les següents igualtats són vertaderes i per a les que no ho siguin, calcula el resultat correcte.

$a) (-3)^4 = 3^4$	c) $(-2)^3 = 8$	e) $(-3)^7 = 3^7$	g) $(-8)^2 = 8^2$
b) $(-1)^5 = 1$	d) $(-3)^6 = -(3^6)$	$f) (-3)^8 = 3^8$	h) $-(-3)^6 = 3^6$

Paulino Posada Pàg. 7 de 84

#### Exercici 2.3.2-5

Escriu en forma de potència única:

a) 3 <sup>5</sup> : 3 <sup>7</sup>	e) $(7^3 \cdot 3^3)^2$	$i) (2^2)^3$
b) (3 <sup>-2</sup> ) <sup>7</sup>	f) (3 <sup>-2</sup> ) <sup>-2</sup>	j) 10 <sup>-2</sup> : 10 <sup>-8</sup>
c) $5^2 \cdot 3^2$	g) 3 <sup>5</sup> · 3 <sup>-2</sup>	k) 4 <sup>-2</sup> : 4 <sup>-8</sup>
d) $10^3 \cdot 5^3$	h) 2 <sup>3</sup> · 2 <sup>-4</sup>	1) $(7^5 \cdot {}^35)^{-2}$

### Exercici 2.3.2-6

Simplifica i calcula:

a)	$\frac{3^5 \times 3^2 \times 3}{3^2 \times 3}$	e)	$\frac{a^3 \times b^3 \times b^{-2}}{a^2 \times b^4 \times b^5}$
b)	$\frac{(-5)^2 \times 3^2 \times 3}{5^{-3} \times 3^4}$	f)	$\frac{a^3 \times b^3 \times (c^3)^2 \times c^5}{a^3 \times (b^2)^2 \cdot \times b \times c}$
c)	$\frac{(-7)^2 \times 11^5}{7^{-3} \times 11}$	g)	$\frac{10^2 \times 10^5 \times (10^2)^3}{10^6 \times 10^{-2}}$
d)	$\frac{a^2 \times a^{-3} \times a^0}{a^{10} \times a^{-3}}$	h)	$\frac{(a^3 \times b) \times c^{-3}}{(a^2)^5 \times b \times (c^5)}$

### **Exercici 2.3.2-7**

Descompon en factors primers i simplifica fins obtenir una fracció irreductible:

a)	$\frac{216\times1024}{4}$	c) $\frac{64 \times 32 \times 9}{243 \times 8}$
b)	$\frac{625\times20}{125\times270}$	d) $\frac{100}{360 \times 90}$

Paulino Posada Pàg. 8 de 84

# 2.3.3 Potències amb exponent cero, negatiu i base 10

$$a^0 = 1$$

Qualsevol potència amb exponent 0 té com a valor sempre 1.

Demostració:

$$3^4 \cdot 3^{-4} = 3^0 = 3^4 \times \frac{1}{3^4} = 3^4 : 3^4 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{81}{81} = 81 : 81 = 1$$

En la multiplicació de dues potències amb la misma base, es sumen els exponents.

La suma dels exponents dóna 0 quan són iguals però amb signe contrari.

En aquest cas sempre es divideix un nombre entre si mateix, amb el resultat 1.

# **Exponent negatiu**

$$\mathbf{a}^{-\mathbf{n}} = \frac{1}{a^n}$$

Una potència amb exponent negatiu és igual a la inversa de la potència amb exponent positiu.

Demostració:

$$(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2) = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2^4}{2^2} = \frac{2^4}{1} \cdot \frac{1}{2^2} = 2^4 \times 2^{-2} = 2^2 = 4$$

Paulino Posada Pàg. 9 de 84

#### Potències amb base 10 - Notació científica

Les potències amb base 10 són útils per expressar nombres molt grans o molt petits.

Per exemple, la capacitat d'un disc dur pot ser de 1 000 000 000 000 bytes (1 TB) i el radi d'un protó és aproximadament 0,0000000005 m.

Per expressar aquets nombres és més còmoda la notació científica, que és el producte d'un nombre decimal i una potència de 10.

$$1 \cdot 10^{12} \text{ byte} = 10^{12} \text{ byte } = 1 \text{ TB}$$

$$5 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,00000000005 \text{ m}$$

Notació científica

- a,bc... és un nombre decimal
- 10<sup>n</sup> és una potència amb base 10 i amb exponent n que pot ser positiu (nombres molt grans) o negatiu (nombres molt petits).

En la notació científica també s'anomena l'exponent ordre de magnitud.

Paulino Posada Pàg. 10 de 84

# 2.3.4 Exercicis de potències amb exponent zero, negatiu i base 10

### **Exercici 2.3.4-1**

Transforma en potències positives:

a) 3 <sup>-6</sup>	d) $\frac{1}{3^{-10}}$	g) (2 <sup>-2</sup> ) <sup>4</sup>	j) 9 <sup>-3</sup> : 9 <sup>6</sup>
b) 3 <sup>-4</sup>	e) $\frac{1}{5^{-3}}$	h) 15 <sup>-3</sup> · 5 <sup>-3</sup>	k) 72 <sup>-2</sup> : 9 <sup>-2</sup>
c) 5 <sup>-2</sup>	f) $\frac{1}{3^{-1}}$	i) 3 <sup>2</sup> · 3 <sup>-5</sup>	1)4-1 + 4-2

### Exercici 2.3.4-2

Resol les operacions aplicant les propietats de les potències i la notació científica.

$(0)(0, \pm 10)(1, 0, 10)$	a) $(3.2 \cdot 10^{-10}) \cdot (1.6 \cdot 10^{18})$	b) $(6,4 \cdot 10^8)$ : $(1,6 \cdot 10^{12})$
----------------------------	---	---

# **Exercici 2.3.4-3**

Escriu amb notació científica:

a) 0,00004	e) 0,00031	
b) 0,000012	f) 35 000 000	
c) 7 000 000	g) 0,4230	
d) 235 000 000	h) 4 320 000	

Paulino Posada Pàg. 11 de 84

### Exercici 2.3.4-4

Indica l'order de magnitud dels nombres de l'exercici anterior.

a)	e)
b)	f)
(c)	g)
d)	h)

### 2.3.4-5

Escriu com a potències positives:

a) 3 <sup>-5</sup>	d) 7 <sup>-5</sup>	g) $\frac{8}{10^{-5}}$	j) 10 <sup>-3</sup> · 2 <sup>-3</sup>
b) 2 <sup>-3</sup>	e) $\frac{1}{3^{-5}}$	h) $\frac{1}{4^{-2}}$	k) 100 <sup>-5</sup> : 2 <sup>-5</sup>
c) 4 <sup>-3</sup>	f) $\frac{1}{10^{-2}}$	i) (2 <sup>2</sup> ) <sup>-6</sup>	1) 5-2: 5-1

m) 
$$(-5)^{-2}$$
 n)  $[(-5)^{-2}]^7$ 

### 2.3.4-6

Realitza les operacions amb notació científica.

a) $(3.75 \cdot 10^{-8}) \cdot (2.5 \cdot 10^{15})$	c) $(1,25 \cdot 10^5)$ : $(2,5 \cdot 10^{10})$
b) $(4,38 \cdot 10^{12}) \cdot (3,1 \cdot 10^{12})$	d) $(3.012 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^{-2})$

Paulino Posada Pàg. 12 de 84

#### Exercici 2.3.4-7

Escriu amb notació científica:

a) 0,000021	e) 0,003	
b) 0,000327	f) 1 530 000	
c) 0,0000725	g) 2 370 000	
d) 1 0000 000	h) 2 475 360	

### Exercici 2.3.4-8

Escriu amb forma decimal:

a) 3,2 · 10 <sup>-3</sup>	f) 8,5 · 10 <sup>5</sup>	
b) 5,6 · 10 <sup>-4</sup>	g) 2,43 · 10 <sup>-3</sup>	
c) -2 · 10 <sup>6</sup>	h) 3,733 · 10 <sup>4</sup>	
d) 6,1 · 10 <sup>-4</sup>	i) 5,347·10 <sup>2</sup>	
e) 5,38 · 10 <sup>3</sup>	j) 3,427 · 10 <sup>-6</sup>	

# **Exercici 2.3.4-9**

Indica l'ordre de magnitud dels següents nombres:

a) $3.1 \cdot 10^{-12}$	
b) 4,8 · 10 <sup>-6</sup>	
c) $2.5 \cdot 10^{18}$	
d) 3,7 · 10 <sup>4</sup>	

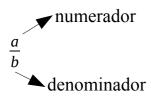
Paulino Posada Pàg. 13 de 84

# 2.3.5 Potències amb exponent fraccionari

Fins ara només hem observat potències amb exponents que eren nombres sencers.

Ara aprendrem a utilitzar potències amb exponents que són fraccions.

Comencem observant exponents que són fraccions amb numerador 1 i denominador distint a 0.



Per exemple:

 $4^{\frac{1}{2}}$  no sabem què és això.

Però sí coneixem el resultat de la següent operació:

$$4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 4^{1} = 4$$

Podem deduir que  $4^{\frac{1}{2}}$  és un nombre que multiplicat amb si mateix dóna 4.

Tots sabem que  $2 \cdot 2 = 4$ .

Per tant  $4^{\frac{1}{2}} = 2$ 

Veiem que un nombre elevat a  $\frac{1}{2}$  és igual a l'arrel quadrada del nombre.

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(2)}$$

Paulino Posada Pàg. 14 de 84

I què passa si l'exponent és  $\frac{1}{3}$ ?

Doncs observem  $27^{\frac{1}{3}}$ .

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 27^{1} = 27$$

Quin nombre multiplicat 3 vegades amb si mateix dóna 27?

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \rightarrow 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

De tot l'anterior podem generalitzar:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Ara anem a multiplicar  $27^{\frac{1}{3}}$  amb  $27^{\frac{1}{3}}$ , recordant que  $(a^m)^n = a^{m+n}$ 

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 27^{\frac{2}{3}} = 27^{2 \times \frac{1}{3}} = 27^{2^{\frac{1}{3}}} = 37^{2^{\frac{1}{3}}} = 37^{\frac{1}{3}} = 37^{\frac{1$$

Podem generalitzar:

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

Quan escrivim una potència amb fracció com a exponent, per exemple  $2^{\frac{1}{2}}$  com a arrel,  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  es diu que hem convertit la potència en un radical.

Paulino Posada Pàg. 15 de 84

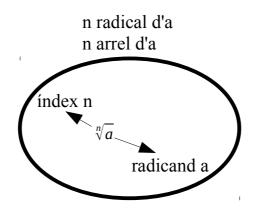
# **Propietats**

Les potències amb fracció com a exponent tenen les mateixes propietats que les potències amb nombre sencer com a exponent.

Propietat	Exemple
$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$	$2^{\frac{2}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{2}{4} + \frac{3}{6}} = 2^{\frac{12}{12}} = 2^{1} = 2$
$a^{\frac{m}{n}}: a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}-\frac{p}{q}}$	$2^{\frac{2}{4}}$ : $2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{2}{4} - \frac{3}{6}} = 2^{0} = 1$
$(a^{m/n})^{p/q} = a^{\frac{m}{n} \times \frac{p}{q}} = a^{\frac{m \times p}{n \times q}}$	$(2^{2/4})^{3/6} = 2^{\frac{2}{4} \times \frac{3}{6}} = 2^{\frac{2 \times 3}{4 \times 6}} = 2^{\frac{6}{24}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$
$(a \times b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \times b^{\frac{m}{n}}$	$(a\times b)^{\frac{m}{n}} = 2^{\frac{3}{6}} \times 4^{\frac{3}{6}}$
$(a:b)^{m/n} = a^{\frac{m}{n}} : b^{\frac{m}{n}}$	$(2:4)^{3/6} = 2^{\frac{3}{6}} : 4^{\frac{3}{6}}$

Aquestes propietats es poden escriure amb el símbol de l'arrel:

Propietat	Exemple
$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$	$\sqrt[2]{4} \times \sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4} \times \sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{36} = 6$
$a^{\frac{m}{n}} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$	$\sqrt[2]{4} : \sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{4 \div 9} = \frac{2}{3} = 0,\bar{6}$
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^{12}}} = 2^{\frac{12}{3\times 4}} = 2$



Pàg. 16 de 84 Paulino Posada

# 2.3.6 Exercicis de potències amb exponent fraccionari

### **Exercici 2.3.6-1**

Converteix en radicals les següents potències:

a) $5^{\frac{1}{2}}$	c) $4^{\frac{1}{3}}$	e) $8^{\frac{3}{5}}$	
b) 3 <sup>-5</sup> / <sub>4</sub>	d) $7^{\frac{3}{2}}$	f) $2^{\frac{3}{7}}$	

### **Exercici 2.3.6-2**

Completa la taula.

	Radicand	Índex	Arrel
$\sqrt{64} = 8$			
$\sqrt[4]{81} = 3$			
$\sqrt{4} = 2$			
$\sqrt{81} = 9$			
$\sqrt[3]{125} = 5$			

#### **Exercici 2.3.6-3**

Resol les següents operacions.

a) 
$$3 \cdot \sqrt{16} + (4 \cdot \sqrt{25} - 3^2)$$

b) 
$$(\sqrt{81} + 3) : 4 - 5^2 : \sqrt{25}$$

c) 
$$2^3 + 3 \sqrt{36} - \sqrt{49} : 7$$

## Exercici 2.3.6-4

Calcula.

a) $3^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{\frac{4}{3}}$	c) $[(4)^2]^{\frac{3}{5}}$	e) <sup>3</sup> √5	
b) $5^{\frac{2}{4}}$ :5	d) $(3\times5)^{\frac{2}{3}}$	f) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{3}$	

Paulino Posada Pàg. 17 de 84

# Exercici 2.3.6-5

Escriu com a potències els següents radicals.

a) $\sqrt{5}$	e) $\sqrt[3]{25^2}$	i) $\sqrt[3]{13^5}$	
b) <sup>3</sup> √7	f) $\sqrt[3]{71}$	$j) \sqrt[3]{2^6}$	
c) $\sqrt[4]{3^2}$	g) <sup>6</sup> √5	k) $\sqrt[3]{3^5}$	
d) $\sqrt{8^3}$	h) $\sqrt[7]{11^2}$	1) $\sqrt[3]{7^3}$	

# **Exercici 2.3.6-6**

Escriu com a radicals les següents potències.

a) $11^{\frac{1}{3}}$	d) 4 <sup>7/8</sup>	g) $8^{\frac{1}{5}}$	
b) $7^{\frac{5}{4}}$	e) $5^{\frac{10}{3}}$	h) 3 <sup>4</sup> / <sub>7</sub>	
c) $2^{\frac{3}{11}}$	f) 8 <sup>6</sup> / <sub>5</sub>	i) $10^{\frac{2}{11}}$	

# **Exercici 2.3.6-7**

Resol les següents expressions.

a) $\sqrt{64} - 3 \cdot \sqrt{25} + 125 : \sqrt{25}$	
b) $2^2 - 4$ : $\sqrt{4} + \sqrt{8} - 16$ : $\sqrt{64}$	
c) $5^3 - 7^2 + (\sqrt{81} : \sqrt{9} - 27 : 3)$	
d) $10^2 - 5^2 - (\sqrt{25} : 5 + 11^2 - 21)$	

Pàg. 18 de 84 Paulino Posada

# **Exercici 2.3.6-8**

Converteix en radicals.

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$		e) $[3^2]^{\frac{1}{10}}$	
b) $6^{\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$		f) $(4\times5)^{\frac{1}{5}}$	
c) $7^{\frac{3}{2}}$ : 7	1	g) $(25:5)^{\frac{3}{7}}$	
d) $4^{\frac{5}{2}}$ : $4^{\frac{1}{2}}$	1	h) $[2^{\frac{2}{3}}]^{\frac{3}{5}}$	

# **Exercici 2.3.6-9**

# Calcula.

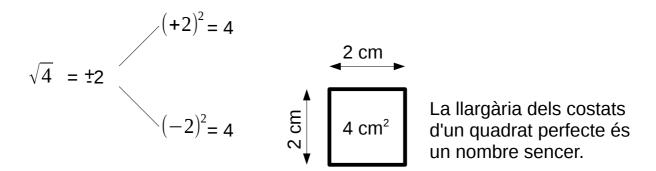
a) $\sqrt[3]{2\times5}$	e) $\sqrt[3]{25}$ : $\sqrt[3]{5}$
b) <sup>5</sup> √5÷3	f) $\sqrt[4]{\sqrt{3}}$
c) $(\sqrt{4^2})^5$	g) $\sqrt{\sqrt{a\times b}}$
d) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{7}$	h) $\sqrt{64}$ : $\sqrt{16}$

Pàg. 19 de 84 Paulino Posada

#### 2.3.7 Radicals d'índex 2

L'arrel quadrada d'un nombre natural pot ser:

**Exacta**: Si el nombre és un quadrat perfecte, i té dues solucions.



• No exacta: Quan la resta és distinta a 0. En aquest cas es pot calcular per tanteig o mitjançant un algoritme per al càlcul de l'arrel quadrada.

Exemple de càlcul per tanteig:

L'arrel quadrada de 6 no és exacta.

Els dos quadrats perfectes entre els quals es troba són 4 i 9.

$$4 = 2^{2}$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

Arrel sencera per defecte Arrel sencera per excès

Resta per defecte:

Resta per excès:

$$6 - 2^2 = 2 3^2 - 6 = 3$$

Paulino Posada Pàg. 20 de 84

#### 2.3.8 Exercicis amb radicals d'índex 2

#### Exercici 2.3.8-1

#### Calcula:

a) $\sqrt{625}$	d) $\sqrt{1000000}$
b) $\sqrt{144}$	e) $\sqrt{1444}$
c) $\sqrt{1600}$	f) $\sqrt{256}$

### Exercici 2.3.8-2

Indica les arrels per defecte i excés. Indica també les restes per defecte i excés.

a) $\sqrt{785}$	c) $\sqrt{325}$
b) √124	d) √405

#### Exercici 2.3.8-3

Per barrar una piscina quadrada amb 196 m2 de superficie, quants metres de tanca es necessiten?

#### Exercici 2.3.8-4

Calcula les següents arrels.

a) $\sqrt{36000}$	d) $\sqrt{121}$
b) $\sqrt{8100}$	e) $\sqrt{22500}$
c) $\sqrt{49000000}$	f) $\sqrt{324}$

# **Exercici 2.3.8-5**

Transforma en potències.

a) $\sqrt{51}$	d) √38	g) $\sqrt{26}$
b) $\sqrt{28}$	e) $\sqrt{45}$	h) $\sqrt{41}$
c) $\sqrt{104}$	f) $\sqrt{200}$	i) $\sqrt{85}$

Paulino Posada Pàg. 21 de 84

#### Exercici 2.3.8-6

Indica les arrels per defecte i excés. Indica també les restes per defecte i excés.

a) $\sqrt{326}$	d) √37243
b) $\sqrt{1285}$	e) $\sqrt{56712}$
c) $\sqrt{2531}$	f) $\sqrt{356743}$

#### Exercici 2.3.8-7

La superficie d'una taula quadrada és de 3600 cm². Quin és el seu perímetre? Fes un esquema de la taula indicant la llargària dels seus costats.

#### **Exercici 2.3.8-8**

El volum d'un dipòsit d'aigua cúbic és de 8 m³. Quines són les seves dimensions? Fes un esquema del dipòsit indicant les llargàries dels seus costats.

#### Exercici 2.3.8-9

La superficie **S** d'un cercle es calcula amb

$$S = \pi \cdot r^2$$

on **r** és el radi.

Quin és el diàmetre d'un cable de 5 mm² de secció?

Fes un esquema del cable indicant la secció i el diàmetre.

Paulino Posada Pàg. 22 de 84

# 2.3.9 Operacions amb radicals d'índex 2

# Simplificació d'arrels amb índex 2

Pas 1: Es descompon en factors primers el radicand (factorització)

Exemple:  $\sqrt{360} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}$ 

<u>Pas 2</u>: Si els exponents són tots parells, l'arrel quadrada és (exacta) un nombre sencer, si els exponents són nombres imparells majors que 1, es transformen en nombre par + Exemple:  $\sqrt{360} = \sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5}$ 

<u>Pas 3</u>: Totes les potències amb exponent parell es poden treure fora de l'arrel, dividint l'exponent entre 2.

Exemple:  $\sqrt{360} = \sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2 \cdot 3\sqrt{2 \cdot 5} = 6\sqrt{2 \cdot 5} = 6\sqrt{10}$ 

### Arrels semblants amb index 2

Les arrels són semblants quan tenen el mateix índex i el mateix radicand. Per exemple  $2\sqrt{3}$  i  $5\sqrt{3}$  són semblants, mentre què  $3\sqrt{8}$  i  $4\sqrt{2}$  no ho són, perquè els radicands són diferents.

Les arrels semblants es poden sumar, restar, multiplicar i dividir

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (2+5) \sqrt{3} = 7 \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2 - 5) \sqrt{3} = -3 \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = (2 \cdot 5) \sqrt{3} = 10 \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}$$
:  $5\sqrt{3} = (2:5) \sqrt{3} = \frac{2}{5}\sqrt{3}$ 

Paulino Posada Pàg. 23 de 84

# 2.3.10 Exercicis amb operacions amb radicals d'índex 2

# Exercici 2.3.10-1

Simplifica les arrels factoritzant-les.

a) $\sqrt{450}$	c) $\sqrt{363}$
b) √392	d) √1728

### Exercici 2.3.10-2

Suma i resta les següents arrels i, si és necessari, simplifica-les a arrels semblants.

a) $\sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3}$	c) $\sqrt{27} + 4\sqrt{243}$
b) $\sqrt{18} - \sqrt{8}$	d) $3\sqrt{125} - 2\sqrt{5}$

#### Exercici 2.3.10-3

Extreu tots els factors i calcula els resultats.

a) \( \sqrt{40} \sqrt{5}	b) /24 · /c	7
$ a\rangle \sqrt{40\cdot\sqrt{2}}$	$ 0\rangle \sqrt{24 \div \sqrt{6}}$	

### Exercici 2.3.10-4

Simplifica la següent expressió.

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

# Exercici 2.3.10-5

Extreu els factors de les arrels.

a) $\sqrt{125}$	c) $\sqrt{785}$
b) √742	d) √1225

Paulino Posada Pàg. 24 de 84

#### Exercici 2.3.10-6

Resta o suma les arrels quan sigui possible.

a) $\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$	d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{7}$
b) $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$	e) $\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$	f) $3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$

# Exercici 2.3.10-7

Transforma en arrels semblants i simplifica.

a) $\sqrt{300} - \sqrt{75}$	d) $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - 3\sqrt{8}$
b) $\sqrt{72} - \sqrt{18}$	e) $3\sqrt{20} - \sqrt{125}$
c) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$	f) $\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{243}$

# Exercici 2.3.10-8

Extreu els factors de les arrels i calcula.

a) $\sqrt{80} \cdot \sqrt{125}$	c) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{16}$
b) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{343}$	d) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$

### Exercici 2.3.10-9

Extreu els factors de les arrels i calcula.

$a) \sqrt{125} \div \sqrt{25}$	c) $\sqrt{64} \div \sqrt{16}$
b) $\sqrt{24} \div \sqrt{3}$	d) $\sqrt{8} \div \sqrt{2}$

### Exercici 2.3.10-10

Simplifica.

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$	d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
b) $\frac{3}{\sqrt{13}}$	e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
c) $\frac{3}{2\sqrt{8}}$	f) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$

Paulino Posada Pàg. 25 de 84

2.3.10-11 Escriu en forma de potències uniques

c) 
$$(-2)^3$$
:  $(-2)$ 

d) 
$$(10^3)^2$$

f) a5 · a3

2.3.10-12 Factoritza i simplifica

a) 
$$\frac{81 \cdot 36}{27 \cdot 32}$$

b) 
$$\frac{125 \cdot 5^2}{625 \cdot 20}$$

b) 
$$\frac{125 \cdot 5^2}{625 \cdot 20}$$
 c)  $\frac{30 \cdot (-2)^3 \cdot 9}{48 \cdot 4 \cdot (-3)^2}$  d)  $\frac{3^2 \cdot 18^3 \cdot 10}{25^4 \cdot 2^7}$  e)  $\frac{2^{-3} \cdot 8^4 \cdot 10^4}{2^4 \cdot 1.000}$ 

d) 
$$\frac{3^2 \cdot 18^3 \cdot 10}{25^4 \cdot 2^7}$$

2.3.10-13 Transforma en potència única i resol

a) 
$$\frac{1}{3^{-3}}$$

 $f)(2^3)^{-3}$ 

2.3.10-14 Escriu amb notació científica

- a) 0,000032
- b) 0,000000872
- c) 3.250.000.000
- d) 4.723.000
- e) 1.200.000

f) 0,00000045

2.3.10-15 Transforma les potències en arrels

- a) 31/5
- b) 42/7
- c) 37/2
- d) 94/9
- e) 21/2
- f) 51/3

g) 42/4

2.3.10-16 Escriu com a una sola potència

a) 
$$[(-2)^3]^5$$

b) 
$$(-2)^3 \cdot (-3)^3 \cdot (-4)^3$$

c) 
$$(-2)^2 \cdot 3^2$$

e) 
$$(-9)^2 : (-3)^2$$

f)  $(2)^8 : (-2)^3 \cdot (2)^2$ 

2.3.10-17 Indica les arrels per defecte i excès. Indica també les restes per defecte i excès.

- a) √384
- b) √1.234
- c)  $\sqrt{5.643}$
- d)  $\sqrt{924}$

e) √1.348

2.3.10-18 Extreu els factors de les arrels

c)  $\sqrt{1.296}$ 

d)  $\sqrt{432}$ 

e) √784

2.3.10-19 Calcula

- a)  $\sqrt{8} \sqrt{2} + 4\sqrt{32}$
- b)  $\sqrt{24} \cdot \sqrt{18}$
- c)  $\sqrt{54}$ :  $\sqrt{24}$

d)  $\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 2\sqrt{98} - \sqrt{108}$ 

e)  $\sqrt{27} - 3\sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{8}$ 

f)  $\sqrt{72} - 3\sqrt{200} + \sqrt{98} + \sqrt{800}$ 

Paulino Posada

Pàg. 26 de 84

2.3.10-20 Simplifica

a) 
$$\frac{5}{\sqrt{5}}$$

b) 
$$\frac{4}{\sqrt{2}}$$

c) 
$$\frac{3}{\sqrt{27}}$$

d) 
$$\frac{2}{\sqrt{8}}$$

2.3.10-21 Escriu amb notació científica

2.3.10-22 Calcula i escriu amb notació científica

# Exercici 2.3.10-23

Dintre d'un cartró hi ha 5 caixes, amb 25 llapisos per caixa. Tenim 5 cartrós.

Quants llapisos tenim?

Expressa el resultat en forma de potència i resol.

Paulino Posada Pàg. 27 de 84

# 2.4 Expressions algebraiques

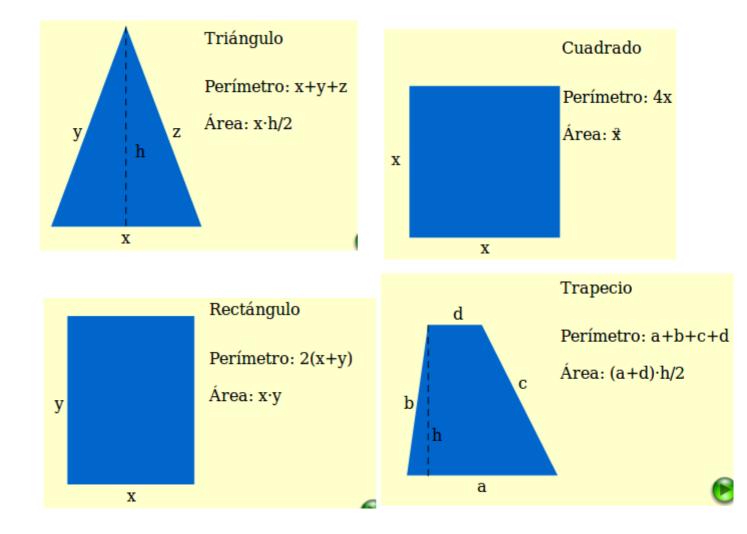
Una expressió algebraica és un conjunt de nombres i lletres units entre si per les operacions de sumar, restar, multiplicar, dividir i per parèntesis. Per exemple:

$$3+2\cdot x^2-x \text{ o } x\cdot y-32\cdot (x\cdot y2-y)$$

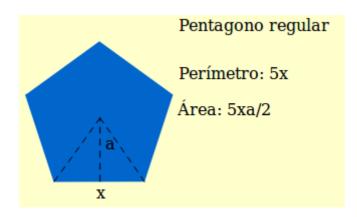
Les lletres representen valors que no coneixem i podem considerar-les com la generalització d'un nombre. Les cridarem variables.

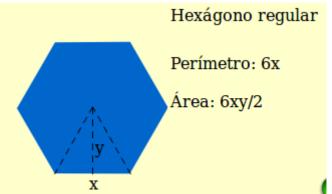
El signe de multiplicar se sobreentén davant d'una lletra o un parèntesi.

Així,  $3 \cdot a$  és equivalent a 3a, i  $3 \cdot (2+x)$  és equivalent a 3(2+x).



Paulino Posada Pàg. 28 de 84





Paulino Posada Pàg. 29 de 84

# 2.4.1 Obtenció d'expressions

Pretenem transformar un enunciat, on hi ha un o diversos valors que no coneixem, en una expressió algebraica.

Cadascun dels valors (variables) que no coneixem ho representarem per una lletra diferent.

### **Exercici 2.4.1-1**

Transforma els enunciats en expressions algebraiques.

- a.) El triple del producte de dos nombres.
- b.) Un terç del producte de dos nombres més 5.
- c.) La desena part del producte de dos nombres, menys un.
- d.) El doble d'un nombre més set
- i.) La cinquena part d'un nombre més vuit.
- f.)Un terç de la suma de dos nombres més onze
- g.)La meitat del producte de dos nombres.
- h.) L'arrel quadrada de la suma de dos quadrats.
- i.) El 30% d'un nombre.
- j.) El quadrat de la suma de dos nombres.
- k.) La mitjana aritmètica de tres nombres.

Paulino Posada Pàg. 30 de 84

#### Valor numèric

Si en una expressió algebraica substituïm les lletres (variables) per nombres, tindrem una expressió numèrica. El resultat d'aquesta expressió és el que anomem valor numèric de l'expressió algebraica per a aquests valors de les variables.

És important que tinguis en compte la prioritat de les operacions

- 1. Potències
- 2. Productes i quocients
- 3. Summes i restes

#### **Exercici 2.4.1-2**

Calcula el valor numèric amb x = 7 i x = -3

- a)  $\frac{x}{2}$ +7 b) 7x+2 c) 2(x+7) d) 2x+7

Paulino Posada Pàg. 31 de 84

#### **Exercici 2.4.1-3**

Calcula el valor numèric

a.) 
$$-x^2-y^2-3x-2y+2$$
  $x=0$  i  $y=0$ 

$$x = 0 i v = 0$$

b.) 
$$x^2+3x+1$$

$$x = 5$$

c.) 
$$2x^2-3x$$

$$x = 3$$

d.) 
$$-x^2+y^2-xy+3x-1$$
  $x = 9 i y = 0$ 

$$x = 9 i v = 0$$

e.) 
$$2x^2+3x-1$$

$$x = 7$$

f.) 
$$2x^2+2x+3$$

$$x = 3$$

g.) 
$$-x^2-x-3$$
  $x=9$ 

$$x = 9$$

h.) 
$$3x^2 + 3x + 3$$
  $x = 4$ 

$$x = 4$$

i.) 
$$3x^2-2y^2-3xy+2x+1$$
  $x = 0$  i  $y = 0$ 

$$x = 0 i v = 0$$

i.) 
$$-x^2+y^2-xy+x+3y$$
  $x = 5 i y = 0$ 

$$x = 5 i v = 0$$

k.) 
$$2x^2+3x+2$$

$$x = 9$$

1.) 
$$-x^2-3x$$

$$x = 1$$

m.) 
$$3x^2-2x-1$$
  $x=8$ 

$$\mathbf{r} = 8$$

n.) 
$$-3y^2+2xy-2x-3$$
  $x = 9 i y = 0$ 

$$y = 9 i y = 0$$

o.) 
$$3x^2+x+3$$

$$x = 4$$

p.) 
$$-x^2-x-3$$

$$x = 3$$

Paulino Posada

#### 2.5 Monomis

Un monomi és una expressió algebraica formada pel producte d'un nombre i una o més variables. Al nombre ho anomenem **coeficient** i al conjunt de les variables, **literal**.

# **Exemple 2.5-1**

Monomi 1:  $-8x^4y^2$ 

Monomi 2:  $-26x^4y^2$ 

# Exercici 2.5-1

Crea un full de càlcul amb els resultats dels monomis 1 i 2 amb

$$-10 \le x \le 10$$

$$y \in \{-1,0,1\}$$

Crea les gràfiques dels monomis corresponents als valors de x i y.

**Solució** 

# **Exemple 2.5-2**

Monomi 1:  $-17x^6y^3$ 

Monomi 2:  $6x^3y^4$ 

#### Exercici 2.5-2

Crea un full de càlcul amb els resultats dels monomis 1 i 2 en el qual

$$-10 \le x \le 10$$

$$y \in \{-1,0,1\}$$

Crea els gràfics dels monomis corresponents als valors de x i y.

Paulino Posada Pàg. 33 de 84

FPB - Ciències Aplicadas 2

Unitat 2 – Expressions algebraiques

10/19

# **Exemple 2.5-3**

Monomi 1:  $11x^5y^2$ 

Monomi 2:  $-11x^5y^2$ 

### Exercici 2.5-3

Crea un full de càlcul amb els resultats dels monomis 1 i 2 en la qual

$$-10 \le x \le 10$$

$$y \in \{-1,0,1\}$$

Crea els gràfics dels monomis corresponents als valors de x i y.

Paulino Posada Pàg. 34 de 84

#### 2.5.1 Suma i resta de monomis

Tres peres i dues peres són 5 peres. Però 3 peres i 2 pomes no són 5 peres ni 5 pomes, són 3 peres + 2 pomes.



El mateix ocorre amb els monomis. Si dos monomis tenen literal igual, sumem o restem els coeficients i deixem el mateix literal. Si el literal és diferent, l'expressió no es pot simplificar.

3x+2x=5x, però les expressions  $3x^2+2x$  o 2x+7y no es poden simplificar.

Paulino Posada Pàg. 35 de 84

# **Exercici 2.5.1-1**

Suma i resta els monomis.

a.) 
$$-22 x^4 y^2$$
  $-5 x^4 y^2$  f.)  $-4 x^6 y$   $5 x^4 y^2$  b.)  $20 x^5 y^3$   $-4 x^3 y^2$  g.)  $11 x^6$   $-8 x^6$  c.)  $-13 x^5 y^3$   $16 x^5 y^3$  h.)  $4 x^6 y^3$   $-25 x^7 y^2$  d.)  $16 x^2 y$   $3 x^3 y^2$  i.)  $10 x^5 y^3$   $-25 x^5 y^3$  e.)  $6 x^5 y^3$   $-12 x^5 y^3$  j.)  $-25 x^7 y^3$   $5 x^6 y^3$ 

Paulino Posada Pàg. 36 de 84

# 2.5.2 Multiplicar i dividir monomis

El producte de dos monomis és un monomi que té per coeficient el producte dels coeficients i per part literal el producte de les parts literals (recorda la propietat:  $a^{n} \cdot a^{m} = a^{n+m}$ ).

# **Exemple 2.5.2-1**

$$(3x^2y)\cdot(2x) = (3\cdot 2)x^2yx = 6x^{2+1}y = 6x^3y$$

Per dividir de monomis, es fa la divisió dels coeficients i es divideixen les parts

literals, tenint en compte que  $a^n: a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ .

## **Exemple 2.5.2-2**

$$(3x^2y): (2x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2y}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x \cdot x \cdot y}{x} = \frac{3}{2} \cdot xy$$

#### **Exercici 2.5.2-1**

Suma, resta, multiplica i divideix els monomis.

- a.)  $3 \times y^2$   $4 \times y$ b.) 5 y -8 y² g.)  $\frac{4}{5}x^3y^3$   $-\frac{7}{10}x^3$  c.)  $-\frac{7}{5}xy$   $\frac{2}{3}x^2y$  h.)  $-4x^2y^3$   $x^2y^3$  d.) xy  $xy^2$  i.)  $x^3$  -6x e.)  $-\frac{5}{4}x^2y^2$   $\frac{7}{4}x^3y^3$  j.)  $\frac{3}{4}xy^2$   $-\frac{5}{8}x^2y^3$

Paulino Posada Pàg. 37 de 84

#### 2.6 Polinomis

#### ¿Què són?

La suma o resta de diversos monomis que no es poden simplificar és un polinomi.

Si un dels monomis no té part literal, és anomenat terme independent.

El major grau de tots els seus monomis, és anomenat grau del polinomi.

Nomenem els polinomis amb una lletra majúscula i posem entre parèntesis les variables que ho integren, però en aquesta explicació ens restringirem a una sola variable.

És important que sàpigues identificar els coeficients d'un polinomi segons el seu grau, així si  $P(x)=x^3+2x-4$ . el seu grau és 3 i el seu coeficient de grau tres és 1, el seu coeficient de grau un és 2 i el terme independent o coeficient de grau zero és -4.

# **Exemple 2.6-1**

$P(x) = -5 x^3$		
Sus coeficiente		
Su grado	¿Cuántos monomio	os lo forman?
3	1	
Valor numérico -5	<u>en</u> 1	

Paulino Posada Pàg. 38 de 84

# **Exemple 2.6-2**

# **Exemple 2.6-3**

$P(x) = -7 x^5 + 4 x^3 + 9 x^2$			
Sus coeficientes, ordenados de grado mayor a menor			
gr 5 gr 4 gr 3 gr 2 gr 1 gr 0			
-7 0 4 9 0 <b>O</b> Término independiente			
Su grado ¿Cuántos monomios lo forman?			
5 3			
Valor numérico en -4			
7056			

Paulino Posada Pàg. 39 de 84

#### Exercici 2.6-1

En els següents polinomis indica coeficients, grau i nombre de monomis que els formen.

Calcula el valor numèric en 6.

Amb Calc fes una gràfica de cadascun d'ells per a -8 < x < 8

- a.)  $P(x) = 6x^4$
- b.)  $P(x)=3x^6+2x^5$
- c.)  $P(x) = -8 x^5 2 x^3 + 5 x^2$
- d.)  $P(x) = -3 x^5 + 2 x^3 + x^2$
- e.)  $P(x) = -9 x^5 9 x^4 + 8 x^2$

Paulino Posada Pàg. 40 de 84

#### 2.7 Exercicis de reforç

#### Exercici 2.7-1

Transforma els enunciats en expressions algebraiques.

- a.) El doble d'un nombre més quatre.
- b.) La tercera part del quadrat d'un nombre.
- c.) Un nombre menys set.
- d.) El doble de la suma d'un nombre més quatre.
- e.) La meitat d'un nombre menys tres, elevat el quadrat.
- f.) El cub de la suma d'un nombre més sis.
- g.) El triple d'un nombre més la seva quarta part.
- h.) El nombre onze menys el triple d'un nombre.
- i.) El doble d'un nombre elevat al cub.
- j.) Un nombre més el doble del seu següent.
- k.) El cub del doble d'un nombre menys vuit.
- 1.) La suma de dos nombres consecutius.

Paulino Posada Pàg. 41 de 84

## Exercici 2.7-2

Calcula el valor numèric

a.) 
$$A(x) = 7x^3 - 3x^2 - x + 10$$
  $A(2) = A(-5) =$ 

$$A(2) =$$

$$A(-5) =$$

b.) 
$$P(x) = 5x^7 - 4x^2 + 11x + 17$$
  $P(-1) = P(3) =$ 

$$P(-1) =$$

$$P(3) =$$

c.) 
$$B(x) = x^4 - 5x^2 + 7x - 20$$
  $B(0) =$ 

$$B(0) =$$

$$B(5) =$$

d.) 
$$C(x) = (x - 5)^2 \cdot (x - 7) \cdot (x + 12)$$
  $C(4) =$ 

$$C(4) =$$

$$C(-6) =$$

## Exercici 2.7-3

Simplifica les fraccions algebraiques.

a.) 
$$\frac{x^2-3x}{x^2+3x} =$$

b.) 
$$\frac{x^2-3x}{x-3x} =$$

c.) 
$$\frac{x^3+3x^2}{x^2-3x^3} =$$

d.) 
$$\frac{(x^3+3y^2)\cdot(1-x)}{2-2x} =$$

e.) 
$$\frac{x^3+3x^2-x^3}{5x-2x} =$$

Paulino Posada Pàg. 42 de 84

## Exercici 2.7-4

Suma, resta, multiplica i divideix els monomis.

a.) 
$$12x^4y^2$$
  $3x^4y^2$ 

$$3x^{4}y^{2}$$

m.) 
$$8xy^2$$

b.) 
$$-22x^5y^3$$
  $7x^3y^2$ 

$$7x^3y^2$$

n.) 
$$\frac{12}{4}y$$
  $\frac{4}{12}y$ 

$$\frac{4}{12}y$$

c.) 
$$-25x^5y^3$$
  $-5x^5y^3$ 

$$-5x^5y^3$$

d.) 
$$-36x^2y$$

$$-3x^{3}(-2y^{2})$$

d.) 
$$-36x^2y$$
  $-3x^3(-2y^2)$  p.)  $\frac{-4}{16}x^4y^2$   $3x^4y^2$ 

$$3x^4y^2$$

e.) 
$$-36x^2y$$

$$-3x^{3}(-2y^{2})$$

e.) 
$$-36x^2y$$
  $-3x^3(-2y^2)$  q.)  $\frac{16}{5}x^4y^2$   $-\frac{3}{7}x$ 

$$-\frac{3}{7}x$$

f.) 
$$11x^5y^3$$
  $-11x^5y^3$ 

$$-11x^5y^3$$

r.) 
$$\frac{5}{8}x^5y^3$$

r.) 
$$\frac{5}{8}x^5y^3$$
  $(-1)\cdot\frac{5}{9}x^2y^4$ 

g.) 
$$3x^6y$$
  $9x^4y^2$ 

$$9x^{4}v^{2}$$

s.) 
$$\frac{3}{4}a^4b^2c$$
  $\frac{5}{6}cb^2a^4$ 

$$\frac{5}{6}cb^2a^4$$

h.) 
$$-6x^6$$

$$(-9x^6)(-2)$$

h.) 
$$-6x^6$$
  $(-9x^6)(-2)$  t.)  $\frac{7}{-8}x^4y^2$   $\frac{10}{9}a^4b^2$ 

$$\frac{10}{9}a^4b^2$$

i.) 
$$-13x^6y^3$$
  $-25x^7y^2$ 

$$-25 x^7 y^2$$

u.) 
$$\frac{11}{-12}x^4y^2$$
  $\frac{-3}{4}x^4y^2$ 

$$\frac{-3}{4}x^4y^2$$

j.) 
$$10x^5y^3$$
  $17x^5y^3$ 

$$17 x^5 y^3$$

v.) 
$$\frac{-3}{4}x^4y^2$$
  $\frac{-9}{8}x^4y^2$ 

$$\frac{-9}{8}x^4y^2$$

k.) 
$$10x^5y^3$$
  $17x^5y^3$ 

$$17 x^5 y^3$$

1.) 
$$(-5)(-3)x^7y^3(-2)$$
 15 $x^5$ 

$$15 x^5$$

## Exercici 2.7-5

En els següents polinomis indica coeficients, grau i nombre de monomis que els formen.

Calcula el valor numèric en -5 i 7.

a.) 
$$P(x)=7x^4+6x^3+8x^2-9x-3$$

b.) 
$$P(x)=4x^5+2x^2+15x$$

c.) 
$$P(x)=4x^5+2x^2+15x$$

d.) 
$$P(x) = -4x^3 - 2x^2 + 18$$

e.) 
$$P(x) = -3x^3 - 4x^2 - 5x^2 - x$$

f.) 
$$P(x) = -3x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 3x + 3$$

g.) 
$$P(x) = -2x^5 - 2x - 22$$

h.) 
$$P(x) = -6x^6 + 4x^4 - 2x^2 + 1x^0$$

i.) 
$$P(x) = -\frac{2}{3}x^6 + 4x^4 - \frac{4}{5}x^2 + \frac{6}{6}x^0$$

j.) 
$$P(x) = \frac{5}{8}x^5 + \frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 1x^2$$

Paulino Posada Pàg. 44 de 84

# **Solucions**

**Solucions** 

**Solucions** 

**Solucions** 

**Solucions** 

**Solucions** 

**Solucions** 

**Solucions** 

**Solucions** 

Paulino Posada Pàg. 45 de 84

#### 2.8 Solucions

#### Exercici 2.2-1

Calcula el resultat

a) 
$$5-3+2\cdot 4\div (-8)+4=5$$

b) 
$$((1\cdot(-1)\div 1)\div(-2))\cdot(-4) = -2$$

c) 
$$((2+3)\cdot 3)-((8-4)\div 2)+2\cdot (1+1)=17$$

d) 
$$\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3 \cdot (-3) \cdot 3}{(-3) \cdot (-3) \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

e) 
$$\frac{5}{4} \div \frac{-4}{5} - \frac{3 \cdot 3}{(-3) \cdot (-3) \cdot 3 \cdot 3} = -\frac{209}{144}$$

f) 
$$\frac{5}{4} + \frac{\left(\frac{-4}{5}\right) \cdot 3 \cdot 3}{-3} = \frac{73}{20}$$

g) 
$$\frac{5}{4} + (\frac{-4}{5}) \cdot \frac{-3 \cdot 3}{3} = \frac{73}{20}$$

h) 
$$\frac{\frac{5}{4}}{(\frac{-4}{5})} \cdot \frac{-3 \cdot 3 - 2}{3} = -\frac{25}{16}$$

Paulino Posada Pàg. 46 de 84

Escriu en forma de potència única

a) $5^3 \cdot 5^5 = 5^5$	d) $(-10)^5$ : $(-10)^2 = (-10)^3$	$g) (3^2)^5 = 3^{10}$	$j) \ a^3 \cdot a^{-5} = a^{-2}$
b) $5^{14}: 5^5 = 5^9$	$(-4)^3 \cdot 7^3 = (-28)^3$	$h)15^2 \cdot 15^{-2} = 15^0$	$(k) (a^3)^6 = a^{18}$
		= 1	
$c) (-5)^5 \cdot 3^5 = (-15)^5$	$f) (-75)^2 : 15^2 = (-5)^2$	i) $[(-10)^2]^3 = (-10)^6$	$l) \ a^5 : a^{-3} = a^8$

# **Exercici 2.3.2-2**

Simplifica i calcula: Simplifica i calcula:

a) $\frac{2^4 \times 2^{-4}}{2^3} = \frac{2^0}{2^3} = 2^{-3}$ $= \frac{1}{8}$	c) $\frac{2^{3} \times 2^{5} \times 2^{-2}}{2^{5} \times 2^{6} \times 2^{7}} = \frac{2^{6}}{2^{18}}$ = $\frac{1}{2^{12}} = 2^{-12}$	$e) \frac{7^{2} \times (-3)^{2} \times 5}{5 \times 5^{2} \times 3^{4} \times (7^{2})^{3}}$ $= \frac{7^{2} \times (-3)^{2} \times 5}{5^{3} \times 3^{4} \times 7^{6}}$ $= \frac{1}{5^{2} \times 3^{2} \times 7^{4}} = \frac{1}{540225}$
$b) \frac{a^3 \times a^5 \times a^2}{a^5 \times a} = \frac{a^{10}}{a^6}$ $= a^4$	$d) \frac{a \times b^3 \times a^3 \times b^5}{(b^3)^2 \times a^5} = \frac{a^4 \times b^8}{b^6 \times a^5} = \frac{b^2}{a}$	

Paulino Posada Pàg. 47 de 84

Descompon en factors primers els nombres primers i simplifica fins obtenir una fracció irreductible:

a)	121×36	1.)	243×21
a)	539×9	b)	81×49

2.3.2-3	solució
a) 121/11 1/11	36 2 539 7 9 3 3 12-1. 36 412. 27. 3° = 14. 2° = 44 3 3 3 539. 9 7 41. 3° = 41. 3°
6.) 243.21	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

#### Exercici 2.3.2-4

Indica quines de les següents igualtats són vertaderes i per a les que no ho siguin, calcula el resultat correcte.

a) $(-3)^4 = 3^4$	c) $(-2)^3 \neq 8$	e) $(-3)^7 \neq 3^7$	g) $(-8)^2 = 8^2$
b) $(-1)^5 \neq 1$	d) $(-3)^6 \neq -(3^6)$	$f) (-3)^8 = 3^8$	h) $-(-3)^6 = 3^6$

Paulino Posada Pàg. 48 de 84

Escriu en forma de potència única:

a) $3^5: 3^7 = 3^{-2}$	e) $(7^3 \cdot 3^3)^2 = (7 \cdot 3)^9 = 21^9$	$i) (2^2)^3 = 2^6$
b) $(3^{-2})^7 = 3^{-14}$	$f) (3^{-2})^{-2} = 3^4$	$j) 10^{-2} : 10^{-8} = 10^{-10}$
c) $5^2 \cdot 3^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$	g) $3^5 \cdot 3^{-2} = 3^3$	k) $4^{-2}$ : $4^{-8} = 4^{-10}$
d) $10^3 \cdot 5^3 = (10 \cdot 5)^3 = 50^3$	h) $2^3 \cdot 2^{-4} = 2^{-1}$	1) $(7^5 \cdot 3^5)^{-2} = (7 \cdot 3)^{5 \cdot -2}$
		$=21^{-10}$

# Exercici 2.3.2-6

Simplifica i calcula:

	$\frac{3^5 \times 3^2 \times 3}{3^2 \times 3} = \frac{3^8}{3^3} = 3^5$	e)	$\frac{a^3 \times b^3 \times b^{-2}}{a^2 \times b^4 \times b^5} = \frac{a^3 \times b}{a^2 \times b^9} = \frac{a}{b^8}$
b)	$\frac{(-5)^2 \times 3^2 \times 3}{5^{-3} \times 3^4} = \frac{5^5}{3}$	f)	$\frac{a^3 \times b^3 \times (c^3)^2 \times c^5}{a^3 \times (b^2)^2 \cdot \times b \times c} = \frac{a^3 \times b^3 \times c^6 \times c^5}{a^3 \times b^5 \times c}$
		=	$\frac{a^3 \times b^3 \times c^{11}}{a^3 \times b^5 \times c} = \frac{c^{10}}{b^2}$
c)	$\frac{(-7)^2 \times 11^5}{7^{-3} \times 11} = 7^5 \times 11^4$	g)	$\frac{10^2 \times 10^5 \times (10^2)^3}{10^6 \times 10^{-2}} = \frac{10^7 \times 10^6}{10^4} = 10^9$
d)	$\frac{a^2 \times a^{-3} \times a^0}{a^{10} \times a^{-3}} = \frac{a^{-1}}{a^7} = \frac{1}{a^8} = a^{-8}$	h)	$\frac{(a^3 \times b) \times c^{-3}}{(a^2)^5 \times b \times (c^5)} = \frac{a^3 \times b \times c^{-3}}{a^{10} \times b \times c^5}$
		=	$\frac{1}{a^7 \times c^8}$

Paulino Posada Pàg. 49 de 84

Descompon en factors primers i simplifica:

a) $\frac{216 \cdot 1024}{4} = \frac{2^4 \cdot 13 \cdot 2^{10}}{2^2} = 2^{12} \cdot 13$ $216 \mid 2 \qquad \qquad 1024 \mid 2$ $108 \mid 2 \qquad \qquad 512 \mid 2$ $54 \mid 2 \qquad \qquad 256 \mid 2$ $26 \mid 2 \qquad \qquad 128 \mid 2$ $13 \mid 13 \qquad \qquad 64 \mid 2$ $1 \mid \qquad \qquad 32 \mid 2$ $16 \mid 2 \qquad \qquad 8 \mid 2$ $4 \mid 2$ $2 \mid 2$ $1 \mid \qquad \qquad 1$ $216 = 2^4 \cdot 13 \qquad \qquad 1024 = 2^{10}$	c) $\frac{64 \cdot 32 \cdot 9}{243 \cdot 8} = \frac{2^6 \cdot 2^5 \cdot 3^2}{3^5 \cdot 2^3} = \frac{2^8}{3^3}$ $64 = 2^6 \qquad 243 \mid 3$ $32 = 2^5 \qquad 81 \mid 3$ $9 = 3^2 \qquad 27 \mid 3$ $8 = 2^3 \qquad 9 \mid 3$ $243 = 3^5 \qquad 3 \mid 3$ $1 \mid$
b) $\frac{625 \cdot 20}{125 \cdot 270} = \frac{5^4 \cdot 2^2 \cdot 5}{5^3 \cdot 2 \cdot 3^3 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 2}{3^3}$ $625 \mid 5  270 \mid 2$ $125 \mid 5  135 \mid 3$ $25 \mid 5  45 \mid 3$ $5 \mid 5  15 \mid 3$ $1 \mid  5 \mid 5$ $1 \mid $ $625 = 5^4  270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ $125 = 5^3$	d) $\frac{100}{360 \times 90} = \frac{2^2 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{1}{2^2 \cdot 3^4}$ $100 \mid 2  360 \mid 2  90 \mid 2$ $50 \mid 2  180 \mid 2  45 \mid 3$ $25 \mid 5  90 \mid 2  15 \mid 3$ $5 \mid 5  45 \mid 3  5 \mid 5$ $1 \mid  15 \mid 3  1 \mid$ $5 \mid 5$ $1 \mid  100 = 2^2 \cdot 5^2$ $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Pàg. 50 de 84 Paulino Posada