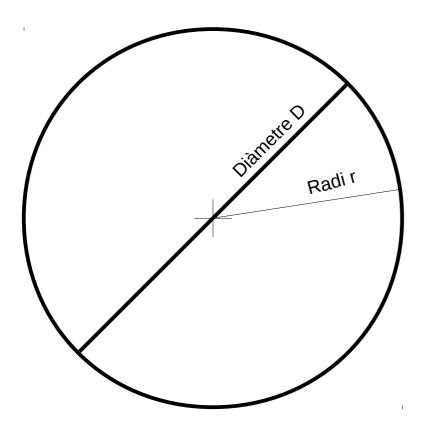
Index

4.1 La superfície del cercle	4
4.2 Les dimensions dels espais	
4.3 Repàs conversió d'unitats	
4.4 Línies	25
4.5 Angles	
4.5.1 Tipus d'angles	
4.5.2 Paral·lelogram	
4.5.3 Rectangle	
4.5.4 Triangle	39
4.5.5 Suma dels angles d'un triangle	
4.5.6 Triangle equilater	
4.6 Solucions	47

4 El cercle

La línia recta que passant pel centre del cercle, tocant el perímetre en dos punts, s'anomena diàmetre.



Diàmentre D

El radi ${\it r}$ és la línia des de el centre del cercle al perímentre.

Dibuixa dos cercles, un dels quals tingui un diàmetre tres vegades major que l'altre. Comprova quantes vegades és mes llarga la línia del cercle gran que la del cercle petit.

Perímetre cercle 1	Perímetre cercle 2	Perímetre cercle 3
Diàmetre cercle 1	Diàmetre cercle 2	Diàmetre cercle 3
Perímetre dividit entre diàmetre cercle 1	Perímetre dividit entre diàmetre cercle 2	Perímetre dividit entre diàmetre cercle 3

La relació entre perímetre i diàmetre és fixa. Si feim un cercle 1 amb 5 cm de diàmetre i un cercle 2 amb 10 cm de diàmetre, el perímetre del cercle 2 serà el doble del perímetre del cercle 1.

La relació entre perímetre i diàmetre d'un cercle és de

Perímetre / Diàmetre = 3,14

Aquest nombre s'anomena pi.

$$Pi = 3,14 = \pi$$

Podem calcular el perímetre P d'un cercle coneixent el diàmetre D:

$$P = 3,14 \times D$$

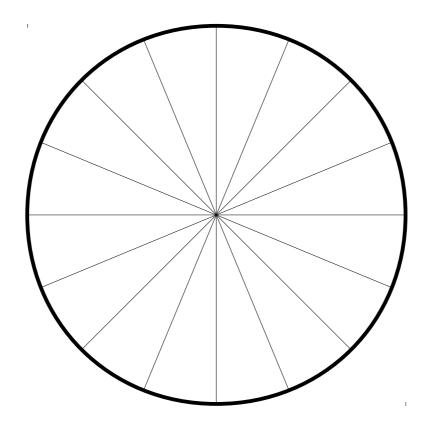
Exercici 4-2

Calcula el perímetre dels cercles amb els diàmetres de 1 mm, 3 cm, 1,5 m.

4.1 La superfície del cercle

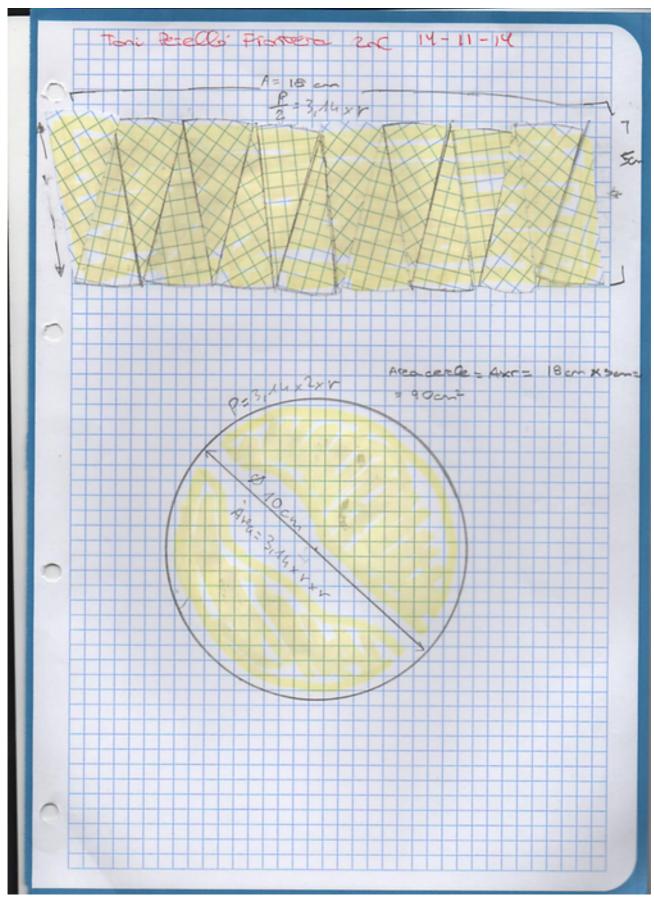
Sovint necessitem conèixer la superfície d'un cercle, per exemple per calcular la quantitat d'aigua que es troba en l'interior una canonada, d'un dipòsit o recipient. Els cables conductors elèctrics es classifiquen per la seva secció, que s'indica en mm^2 , 1,5-2,5-4-6-10-16.

Una de les principals dades d'un motor és el volum dels seus cilindres. Per calcularho es necessari calcular la superfície circular dels cilindres.



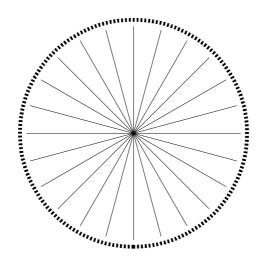
Exercici 4.1-1

Dibuixa un cercle de 10 cm de diàmetre i divideix-lo en 16 segments. Retalla els segments i pega-los en un full de formant un rectangle. Calcula la superfície del cercle mesurant el rectangle.

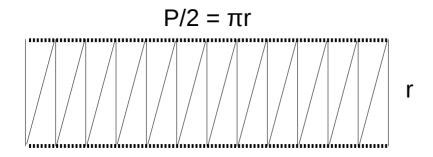


Paulino Posada

Si dividim un cercle en triangles, el resultat podria ser el següent:



Si separem tots els triangles i formem amb ells un rectangle, el resultat és:



La superfície del cercle convertit en rectangle és:

$$A = r \times (P/2) = r \times ((3,14 \times 2r)/2) = 3,14 \times r^2 = \pi \times r^2$$

Exercici 4.1-2

Calcula la superfície del cercle de 10 cm de diàmetre i compara-la amb la mesurada en l'exercici 4.1-1.

Exercici 4.1-3

Calcula la superfície de la tapa un got de melmelada de 7 cm de diàmetre.

4.2 Les dimensions dels espais

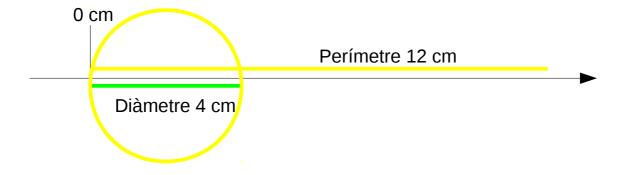
Fins ara hem calculat la llargària del perímetre, utilitzant el diàmetre, i també hem calculat la superfície d'un cercle.

Si us fixeu, el diàmetre i el perímetre es mesuren en mm, cm o m, mentre que la superfície del cercle, o qualsevol altra superfície, es mesura em mm², cm² o m². Si volguéssim mesurar el contingut d'un tetrabric de llet, ho faríem en cm³.

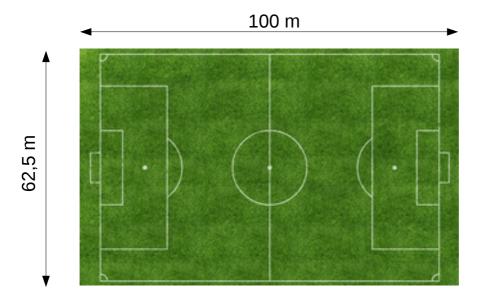
Per què aquestes diferències?

Perquè el diàmetre i el perímetre són llargàries, que només poden variar sobre una línia, augmentant o disminuint.

Imagina un tren que es mou damunt una via perfectament recta, que no es desvia ni cap a dreta ni cap a esquerra i perfectament horitzontal, no es desvia ni cap amunt ni cap avall. Aquest tren es mou en un espai d'una dimensió. Es podria dir que es mou damunt una línia recta. El tren es pot moure només en dues direccions damunt la via, cap endavant o cap endarrere. Una línia, encara que no sigui recta, és un espai d'una dimensió. Les llargàries, que són distàncies recorregudes damunt una línia, es mesuren en mm, cm, etc.



Les superfícies són espais de dues dimensions, perquè, a més de permetre el moviment cap endavant i cap endarrere, també permeten un moviment cap a l'esquerra i cap a la dreta. Així, damunt un camp de futbol, els jugadors no només corren cap endavant o darrere, sinó que intenten cobrir tota la superfície del terreny de joc. La grandària d'una superfície es mesura en mm², cm², m², etc.

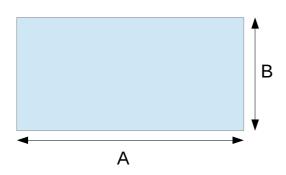


Superfície = $100 \text{ m} \times 62,5 \text{ m} = 6250 \text{ m}^2$

Una superfície sempre es calcula multiplicant dues llargàries.

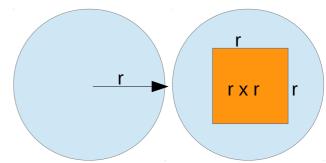
Superfície del rectangle

Àrea = alçada x amplària = A x B



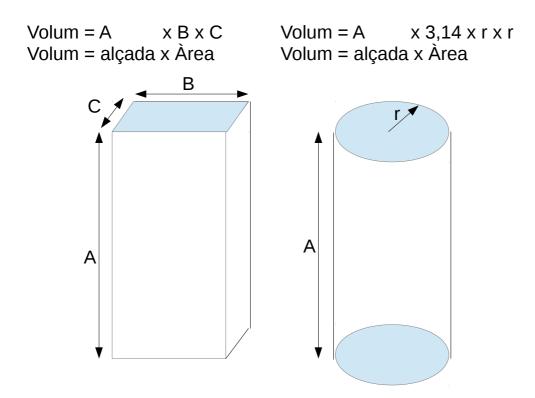
Superfície del cercle

 $Area = 3.14 \times r \times r$



Finalment queda per explicar l'espai de tres dimensions. És el més senzill d'entendre, perquè és el que experimentem en la realitat. En aquest espai, a més de poder moure'ns cap endavant i endarrere, cap a esquerra i dreta, també ens podem moure cap a dalt i cap a baix. Per mesurar aquest espai parlem de volum.

Un volum sempre es calcula multiplicant tres llargàries.



Els volums es mesuren en mm³, cm³, m³, etc.

Exercici 4.2-1

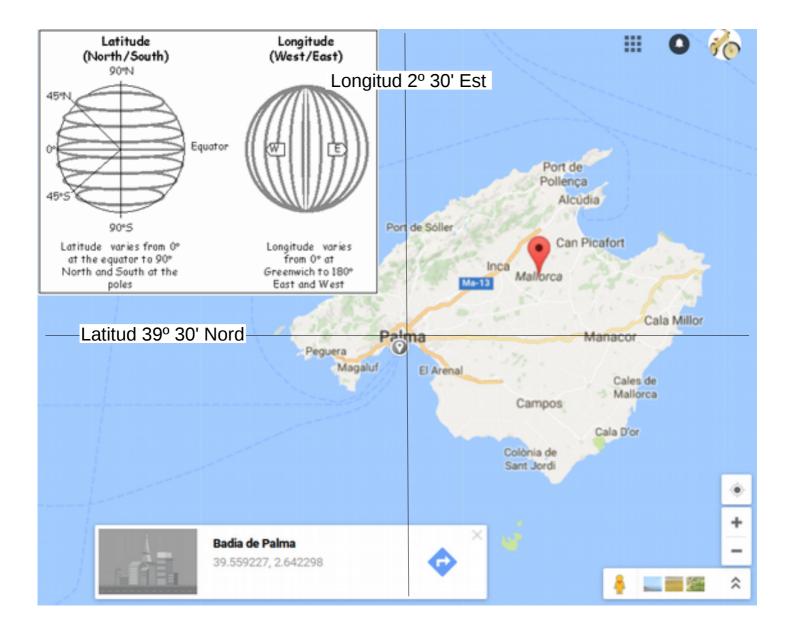
Agafa un recipient rodó de la teva casa. Posa'l damunt una taula, mesura el seu diàmetre i calcula la superfície del recipient vist des de dalt. Mesura la seva alçada i calcula el seu volum.

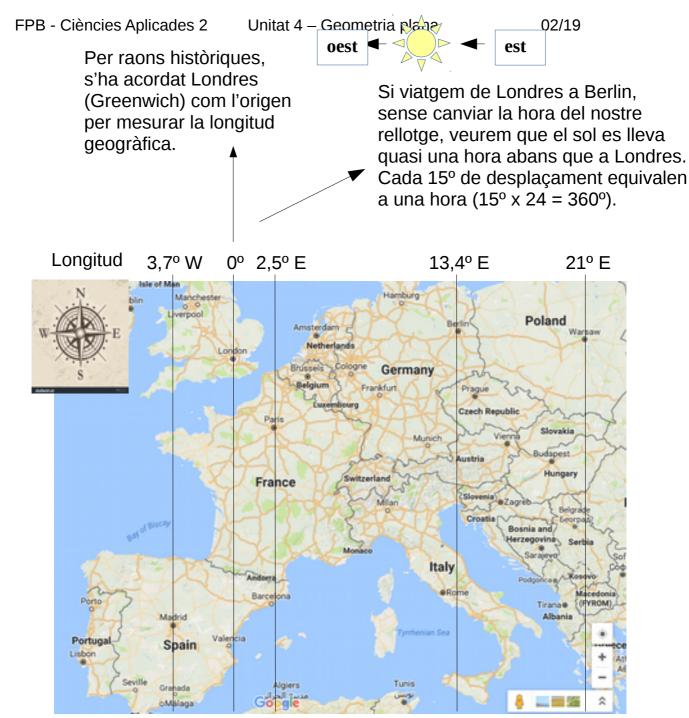
Fes imatges del recipient en les que es puguin apreciar les mides (alçada i diàmetre) i insereix-les en un document de text, en el que han de figurar els càlculs que has fet.

Envia el fitxer per e-mail a tecnopau2017@gmail.com

Las coordenades d'un lloc

Les coordenades d'un lloc ens indiquen on ens trobem. Per exemple les coordenades geogràfiques de Palma de Mallorca són



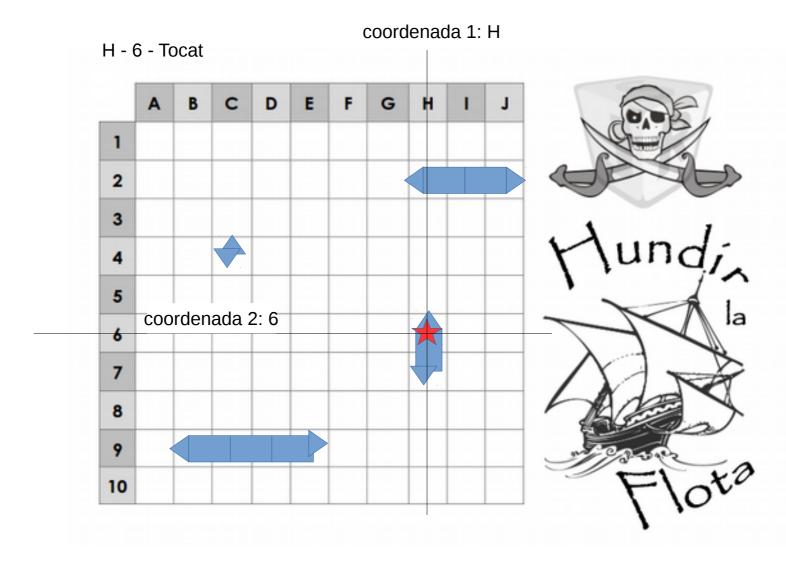


Si viatgem cap a l'oest, p.e. de
Mallorca a Madrid, veurem que el sol
es lleva i es posa més tard.

Madrid es troba aproximadament 6º a l'oest
de Mallorca. Com cada 15º de desplaçament
equivalen a una hora, 6º equivalen a 24 minuts.

$$\frac{(6^{\circ})}{(15^{\circ})} \times 60 \, \text{minuts} = 24 \, \text{minuts}$$

Quan viatgem a l'oest, el sol es lleva i es posa més tard, mentre que quan viatgem a l'est, passa el contrari. Quan jugues al joc d'enfonsar la flota, també utilitzes coordenades per indicar on es troben els vaixells.



Com veus en els dos exemples anteriors, per situar un lloc amb exactitud damunt una superfície es necessiten dues coordenades. La superfície s'anomena un espai de dues dimensions.

Damunt una línia només necessitem una coordenada per situar-nos respecte a un punt de partida, que sovint anomenem l'origen.

Imagina't que vas amb cotxe de Palma a Calvià per la carretera MA-1043 i punxa una roda, mala sort, no? Però pitjor encara, no duus roda de recanvi. Llavors, has de trucar una amiga perquè t'ajudi. Com l'indiques on et trobes exactament?



Doncs li hauràs de dir el kilòmetre de la carretera en el qual et trobes, és a dir, li hauràs d'indicar una distància damunt la carretera. En aquest cas hem convertit la carretera en una línia i hem indicat en quin lloc de la línia ens trobem.

Per situar un lloc amb exactitud damunt una línia basta una coordenada. En el cas d'una carretera podem dir, em trobo a tants kilòmetres de l'inici de la carretera.



Anomenem una línia un espai d'una dimensió.

Finalment arribem a l'espai de tres dimensions i com ja et pots imaginar, per situarnos exactament en aquest espai necessitarem tres coordenades.

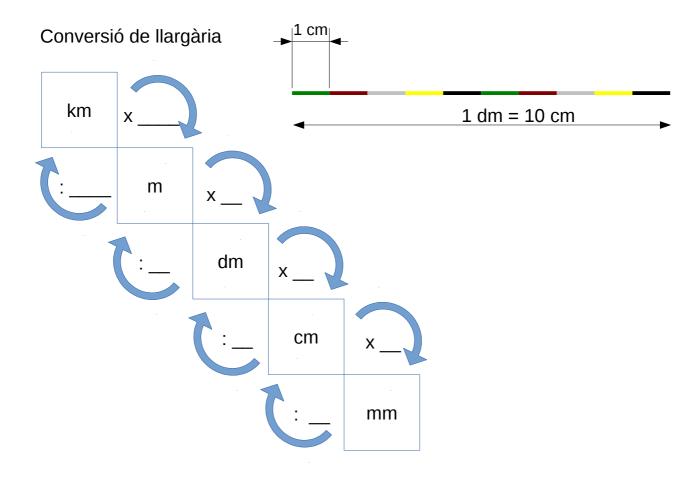
Per indicar la seva posició a la torre de control, la copilot d'un avió, a més d'indicar les coordenades geogràfiques, que com ja sabem són dues, ha d'indicar l'altura, respecte a la terra, a la qual l'avió es troba volant.



4.3 Repàs conversió d'unitats

Exercici 4.3-1

Completa l'escala de conversió per a unitats de llargària.

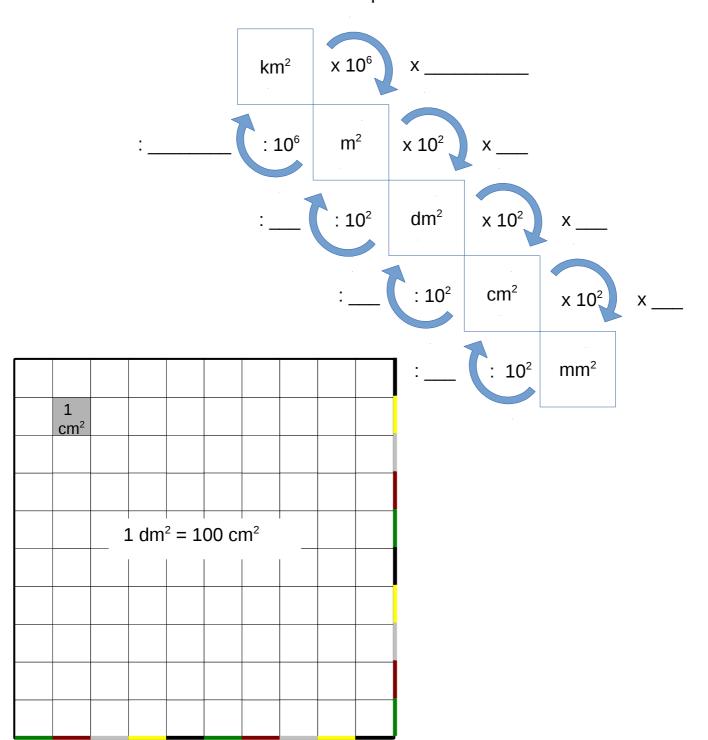


Exercici 4.3-2

Fes la conversión de les següents llargàries.

Completa l'escala de conversió per a unitats de superfície.

Conversió de superfície



Paulino Posada

<u>Ciències Aplicades</u>

Pàg. 16 de 67

Fes la conversión de les següents superfícies.

$$541dm^2 = \underline{\qquad \qquad } m^2 = \underline{\qquad \qquad } mm^2$$

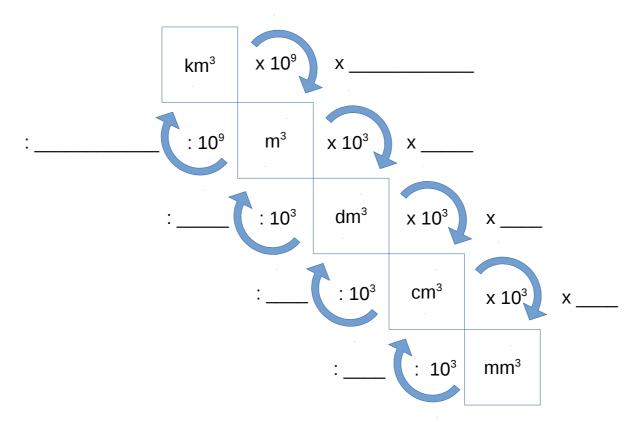
$$0,321 \text{mm}^2 = \underline{\qquad} \text{dm}^2 = \underline{\qquad} \text{cm}^2$$

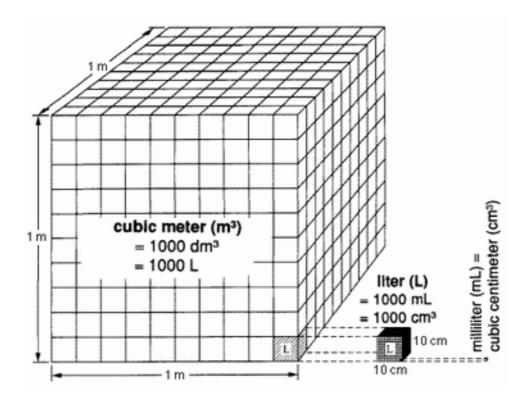
$$21m^2 = _____ mm^2 = ____ dm^2 = ____ cm^2$$

Exercici 4.3-5

Completa l'escala de conversió per a unitats de volum.

Conversió de volumen





Fes la conversión dels següents volums.

 $541dm^3 = ____ m^3 = ___ mm^3$

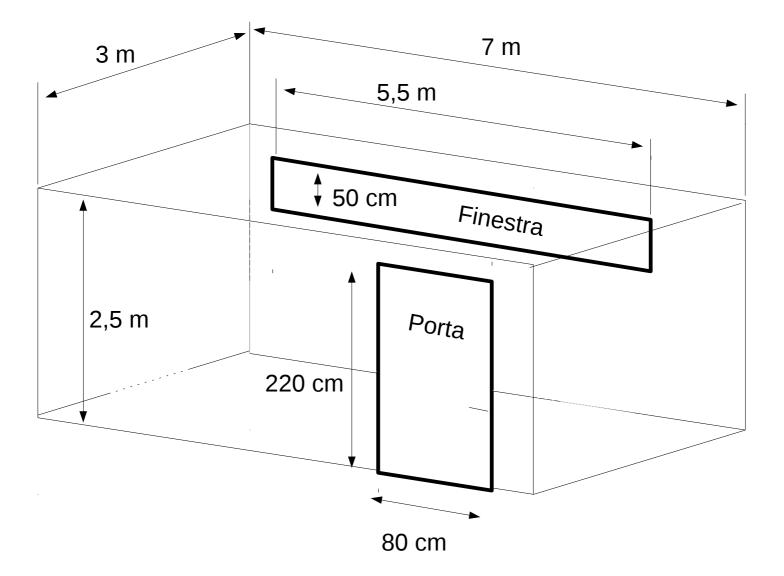
 $0,321 \text{mm}^3 = \underline{\qquad} \text{dm}^3 = \underline{\qquad} \text{cm}^3$

 $21m^3 = \underline{\qquad \qquad } mm^3 = \underline{\qquad \qquad } dm^3 = \underline{\qquad \qquad } cm^3$

Calcula la quantitat de pintura necessaria per donar dues mans de pintura a la següent habitació.

Les instruccions del pot de pintura indiquen que amb 1 kg de pintura pots pintar 6 m² de superfície de paret.

Fes un croquis (dibux a mà alçada, sense regla) de cada una de las superfícies a pintar, indicant les seves dimensions.

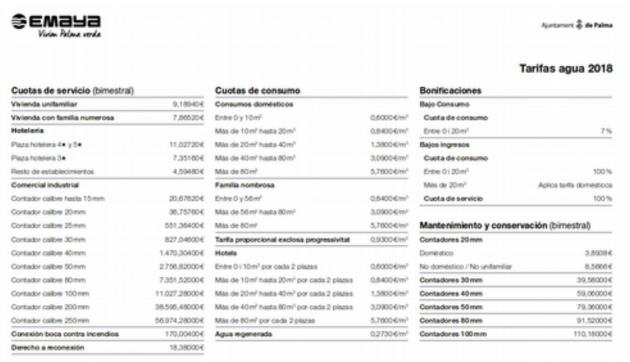


Calcula superfície coberta i volumen aigua.

Dimensions piscina: 6 m x 3 m x 1,5 m

Calcula preu aigua per omplir piscina.





Calcula la superfície dels mòduls Techno Sun 150 W i la potència màxima.

Calcula l'energia de radiació solar que incideix damunt els mòduls quan subministren la potència màxima.

Calcula el preu del conjunt de mòduls.



TECHNOSUN

Módulo fotovoltaicos Techno Sun 5 /10 / 20 / 40 / 100 / 150W

Datos eléctricos							
Potencia máxima (W)	5	10	20	40	100	150	
Tensión de potencia óptima (Vmp)	18,57	18,57	17,82	17,69	18,78	18.99	
Corriente operativa óptima (Imp)	0,27	0,54	1,12	2,26	5,32	7.90	
Tensión de circuito abierto (Voc)	22,64	22,64	22,54	22,54	22,64	22.42	
Corriente de cortocircuito (Isc)	0,29	0,58	1,20	2,42	5,70	8.45	
Eficiencia de célula (%)	17,96	17,96	16,76	16,56	17,88	17,96	
Eficiencia de módulo (%)	9,16	10,83	11,45	12,74	14,90	15,12	
Tolerancia (%)	±3%	±3%	±3%	±3%	±3%	±3%	
NOCT	47°C +/-2°C						

Datos mecánicos							
Célula	52*15,3 (16,8)	52*30,6 (32,1)	156*21,9 (23,5)	156*44,3 (45,7)	156*104	156*156	
Tecnología de célula	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	
Número de células (pcs)	4*9	4*9	2*18	*18 4*9		4*9	
Tamaño del módulo (mm)	260*210*18	260*355*18 485*360*28		470*668*35	1005*668*35	1485*668*35	
Grosor del cristal (mm)	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3,2	
Máx. carga de superficie	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	
Resistencia al granizo	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	
Peso de la unidad (Kg)	0,7	1,2	2,3	3,8	8	11,6	
Corriente máxima del fusible (A)	-	-	-	10	10	10	
Marco	18#	18#	28#	28#	35#	35#	
Tipo de conector	MC4	MC4	MC4	MC4	MC4	MC4	
Parte posterior	TPT	TPT	TPT	TPT	TPT	TPT	
Rango de temperatura	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	
FF (%)	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	
Standard Test Conditions	AM1.5 1000W/m² 25°C						



Maxim D Board - JINKO SOLAR REF. SOL073

229,77 €



Panel solar 100W monocristalino | CSUN100-36M | 1020x670x30mm | RED SOLAR REF. SOL0183

92,72 €



Panel 40W monocristalino (455x668x28mm) -TECHNO SUN REF. SOL037

41,76 €

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar policristalino 5W KS5 - Kyocera REF. SOL0187

46,20 €

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar curvable FLX150SP-M semiflexible 150W-25.52V (540x1460x3)High Eff. 19.6% cell Solarworld -RED SOLAR REF. SOL0192

242,55 €

ANADIR AL CARRITO



Panel solar Sunflex FLX40SP-M semiflexible 40W-18V (560x425x3)High Eff. 19.6% cell Sunpower - RED SOLAR REF. SOL0203

83,16 €

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 335W policristalino -RED335-72P 335W (1950X990X40mm) LIGHTBEAM series - RED SOLAR REF, SOL0211

175,06 €

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 160W policristalino | RED160-36P | 1480x675x35mm QUASAR2 - RED SOLAR REF. SOL0209

116,00 €

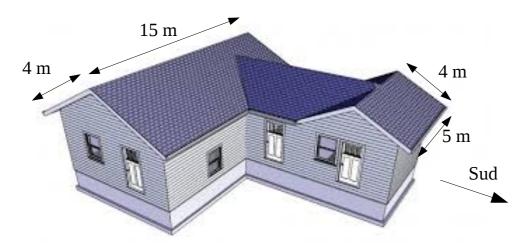
AÑADIR AL CARRITO

En aquest terrat, quants mòduls Techno Sun 100 es podrien muntar?

Fes un esquema de la distribució dels mòduls al terrat.

Quina seria la potència màxima del conjunt de mòduls?

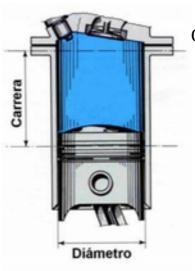
Calcula el preu del conjunt de mòduls.



Exercici 4.3-11

La cilindrada és la suma del volum útil de tots els cilindres d'un motor. Normalment s'indica en centímetres cúbics.

Els cilindres d'un motor tenen 100 mm de carrera i 50 mm de diàmetre.



Quina és la cilindrada si el motor és de 4 cilindres?

4.4 Línies

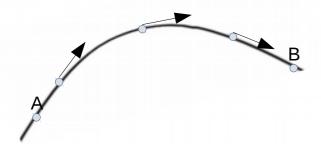
Recta

La línia recta és la que uneix dos punts pel camí més curt. Si imaginem un punt que es mou damunt aquesta línia, el punt no canvia la seva direcció.



Curva

En la línia curva, un punt que es mou damunt la curva, va canviant la seva direcció continuament.



Trencada

La línia trencada està formada per segments de línies rectes. En els punts de trobada dels segments es produeixen canvis de direcció discontinus.



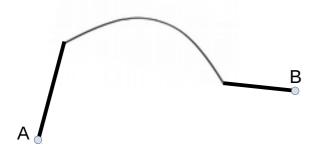
Paulino Posada

<u>Ciències Aplicades</u>

Pàg. 25 de 67

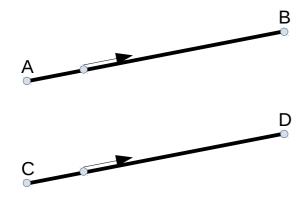
Mixta

La línia mixta està formada per una combinació de línies rectes i curves.



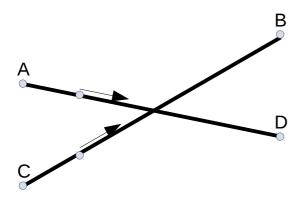
Paral·leles

Les línies paral·leles tenen la mateixa direcció. Per això mai arriben a creuar-se.



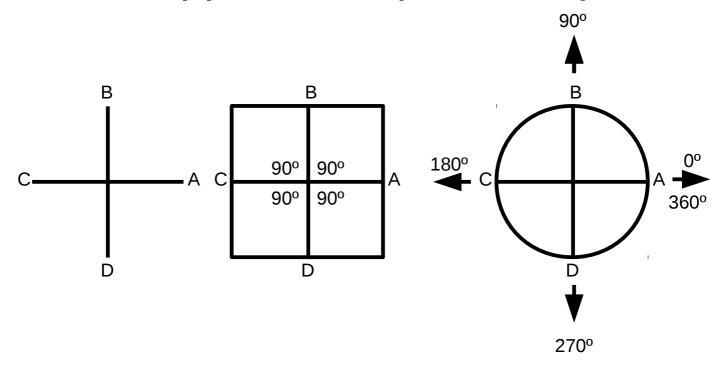
Secants

Línies rectes que es creuen en un punt s'anomenen secants.



Perpendiculars

Anomenem línies perpendiculars a dues línies que es creuen amb un angle de 90°.



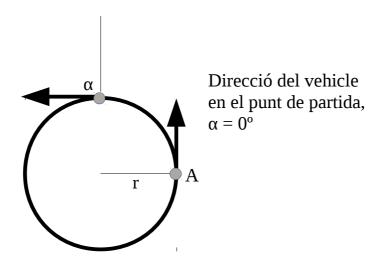
Partint de la posició A, un vehicle es mou fent un recorregut circular. El radi del cercle és de 1,59 km.

- a) Calcula la distància del trajecte que recorre el vehicle.
- b) A quins angles coresponen les distàncies indicades a la taula? Marca els punts indicats en la taula en el perímerte del cercle.

	В	С	D	E	F
S en km	2	4	6	8	10
α					

c) Dibuixa un gràfic del angle α en funció del recorregut del vehicle. El vehicle dóna una volta sencera al cercle.

L'eix horitzontal representa la distància S en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle α amb 360° = 10 cm.



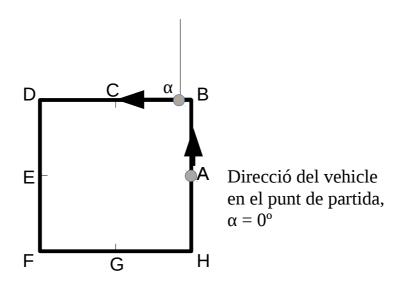
Partint de la posició A, un vehicle es mou recorrent un quadrat. La llargària dels costats del quadrat són de 2,5 km.

- a) Calcula la distància S del trajecte que recorre el vehicle.
- b) Indica la distància recorrida i l'angle que correspon a cada lletra.

	A	В	С	D	E	F	G	Н	A
S en km			_						
α									

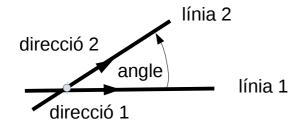
c) Dibuixa un gràfic del angle α en funció del recorregut del vehicle. El vehicle surt del punt A i torna al punt de partida.

L'eix horitzontal representa la distància S en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle $\,\alpha$ amb 360° = 10 cm.



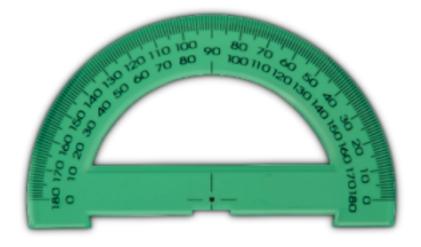
4.5 Angles

Un angle indica un canvi de direcció. L'angle entre dues línies rectes, indica la diferència entre les direccions d'aquestes línies.



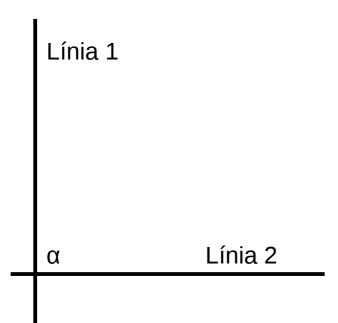
Els angles normalment s'anomenen amb lletres de l'alfabet grec, com α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta) ...

Per mesurar l'angle que formen dues línies utilitzem el transportador d'angles.

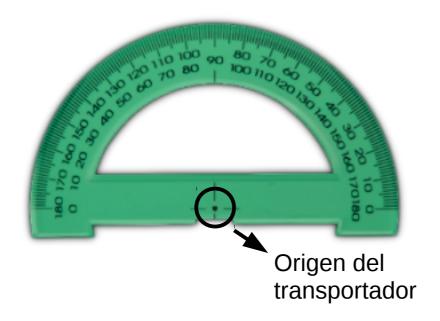


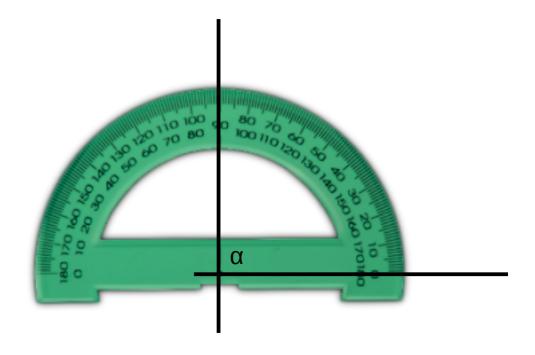
02/19

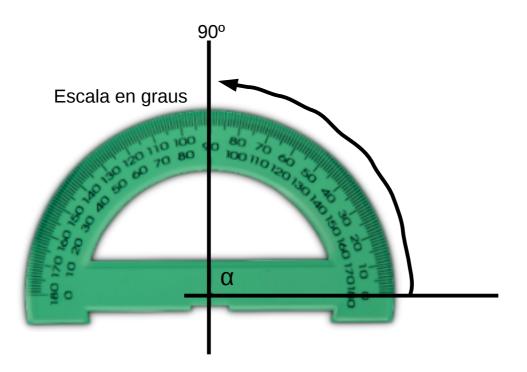
En l'exemple següent, les línies 1 i 2 formen un angle.



Per mesurar l'angle, situem l'origen del transportador en el punt on es creuen les línies.

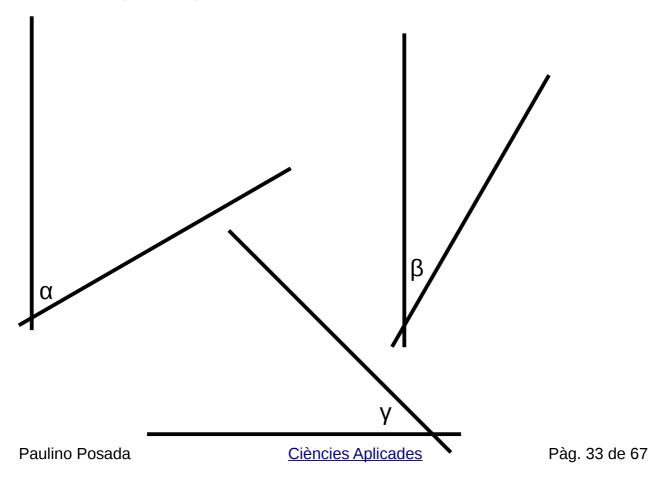






L'angle α és de 90°.

Exercici Mesura els següents angles.



Dibuixa dues línies formant els següents angles: 55°, 78°, 120°, 35°, 180°, 10°, 95°, 85°, 90°.

Exercici 4.5-2

Els segments

S1, de 3 cm,

S2, de 45 mm

S3, de 6 mm

S4, de 5 cm i

S5 de 20 mm,

s'han de dibuixar units pels extrems que duen la mateixa lletra.

L'angle A entre els segments S1 i S2 és de 120°.

L'angle B entre els segments S2 i S3 és de 90°.

L'angle C entre els segments S3 i S4 és de 45°.

L'angle D entre els segments S4 i S5 és de 20°.

D S5

Quina és la llargària total de la línia que formen els segments?

Els segments

S1, de 70 mm,

S2, de 6,5 cm

S3, de 5 mm

S4, de 5 cm i

S5 de 17 mm,

s'han de dibuixar units pels extrems que duen la mateixa lletra.

L'angle A entre els segments S1 i S2 és de 90°.

L'angle B entre els segments S2 i S3 és de 180°.

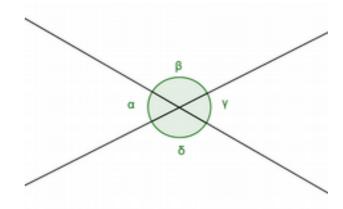
L'angle C entre els segments S3 i S4 és de 45°.

L'angle D entre els segments S4 i S5 és de 135°.

4.5.1 Tipus d'angles

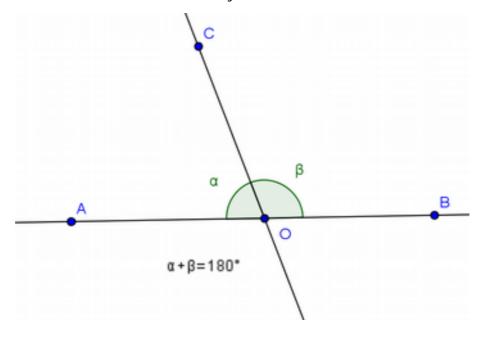
Angles en el creuament de rectes secants

Dues rectes secants presenten quatre angles.



Angles adjacents

Els angles amb costat comú s'anomenen adjacents



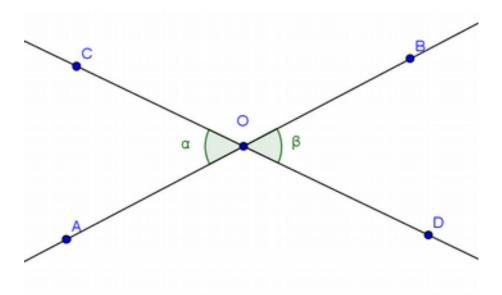
En la imatge l'angle α és adjacent β perquè comparteixen un costat, la semirecta OC, i els seus altres costats OA i OB són semirectes oposades.

Dos angles adjacents sempre sumen 180°.

Angles oposats

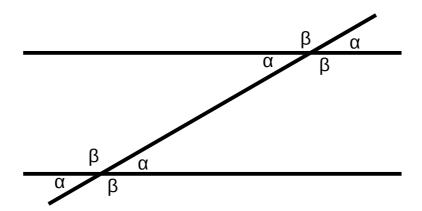
Els angles oposats són aquells que no són adjacents.

Els angles oposats són iguals.



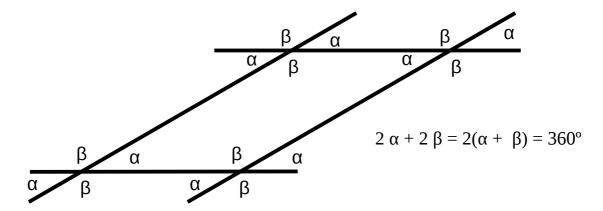
https://puntoyrecta.blogspot.com/2008/08/ngulos-entre-rectas-secantes.html

Angles formats per dues paral·leles i una secant



4.5.2 Paral·lelogram

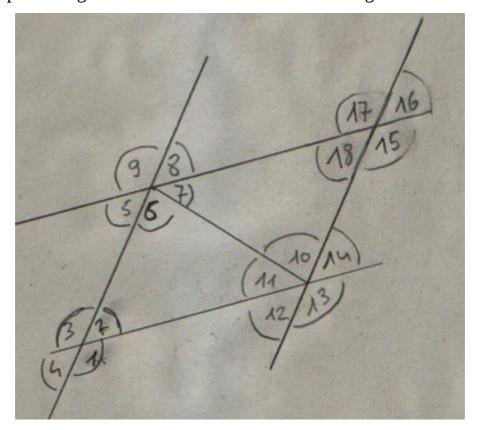
S'anomena paralel·logram a la figura formada per dos parells de paral·leles que es tallen.



En qualsevol paral·lelogram, el doble dels angles adjacents és 360°.

Exercici 4.5.2-1

Dibuixa un paral·lelogram similar i indica els valors dels angles.



4.5.3 Rectangle

Un rectangle és un paral·lelogram en el qual els parlles de línies paral·leles són perpendiculars

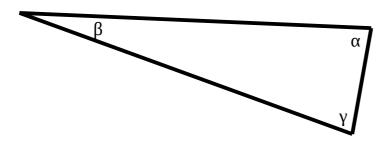


Els quatre angles del rectangle són rectes, és a dir, de 90°.

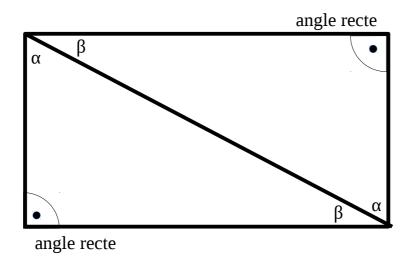
La suma dels angles d'un rectangle fa 360°.

4.5.4 Triangle

Un triangle té tres angles, que sovint s'anomenen α (alfa), β (beta) i γ (gama):



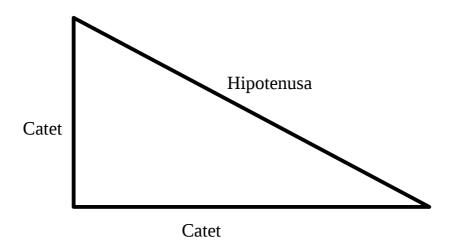
Un rectangle, es pot dividir amb una línia diagonal den dos triangles idèntics.



Els triangles construïts a partir d'un rectangle s'anomenen triangles rectangles, perquè tenen un angle recte.

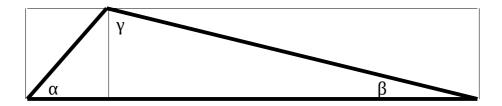
La suma dels angles d'un triagle rectangle és 180° , perquè α i β sumen 90° .

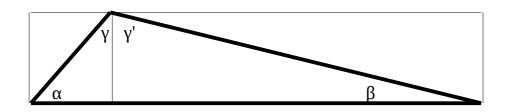
En un triangle rectangle, el costat més llarg s'anomena hipotenusa i els costats curts que formen l'angle recte s'anomenen catets.



4.5.4.1 Suma dels angles d'un triangle

Un triangle qualsevol es pot representar per dos triangles rectes amb un costat comú.





$$180^{\circ} = \alpha + \gamma + 90^{\circ}$$

$$180^{\circ} = \beta + \gamma' + 90^{\circ}$$

$$\rightarrow 360^{\circ} = \alpha + \gamma + 90^{\circ} + \beta + \gamma' + 90^{\circ}$$

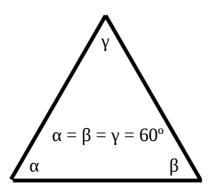
$$\rightarrow 180^{\circ} = \alpha + \beta + \gamma + \gamma'$$

La suma dels angles d'un triangle fa 180° .

Triangle equilater 4.5.4.2

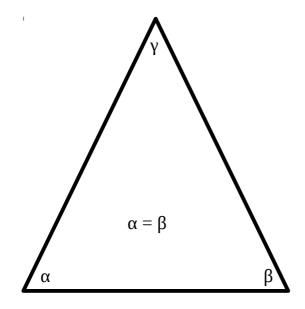
Un triangle amb els tres costats d'igual llargària s'anomena equilater.

També els angles del triangle equilater són iguals i fan 60°.



Triangle isosceles 4.5.4.3

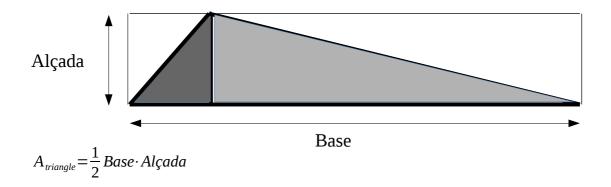
Un triangle isosceles té dos costats d'igual llargària i dos angles iguals.

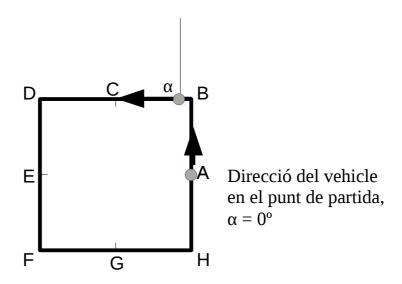


Càlcul de la superfície d'un triangle 4.5.4.4

A partir de qualsevol triangle es pot construir un rectangle amb la mateixa base i alçada que el triangle.

La superfície del triangle es la meitat de la del rectangle.





4.6 Exercicis angles i triangles

Exercici 4.6-1

Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Serán iguales sus áreas?

Exercici 4.6-2

Calcular el área de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio 6 cm.

Exercici 4.6-3

Dado un triángulo equilátero de 6 m de lado, hallar el área de uno de los sectores determinado por la circunferencia circunscrita y por los radios que pasan por los vértices.

Exercici 4.6-4

Determinar el área del cuadrado inscrito en una circunferencia de longitud 18.84 m.

https://www.vitutor.com/geo/eso/sActividades.html