

Ejercicios electrónica digital resueltos

Ejercicio 1 - ejercicios_ed.pdf – pag. 1

En un determinado proceso industrial se verifica la calidad de unas piezas metálicas. Las piezas pasan a través de tres sensores que determinan el estado de las mismas. Si al menos dos sensores detectan defectos en las mismas serán desechadas.

- a) Escriba la tabla de verdad de la función de salida del detector de piezas defectuosas.
- b) Simplifique la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- c) Implemente el circuito con puertas lógicas universales NAND.

Solución

a)

Sensores A, B, C

El estado 0 de un sensor indica que la pieza es correcta, el estado 1 que es defectuosa.

El resultado del control S es 1 si dos o más sensores indican 1. En este caso, la pieza es defectuosa.

Tabla de verdad

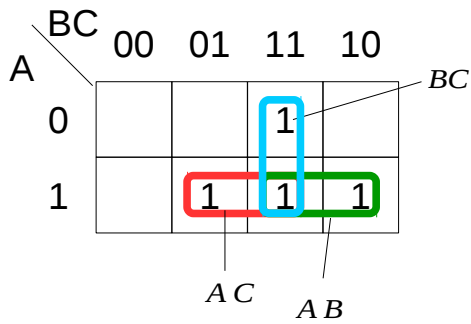
A	B	C	Resultado del control S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

b)

Función lógica sin simplificar, generada mediante los resultados $S = 1$ y la correspondiente suma de productos (minterms).

$$S = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

Metodo de Karnaugh



Función lógica simplificada $S = BC + AB + AC$

Prueba con la tabla de verdad para $S = BC + AB + AC$

A	B	C	Resultado del control S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

c)

Implementar el circuito con puertas lógicas NAND

Primero hay que transformar la función lógica en productos mediante los teoremas de De Morgan's

Negativ OR = NAND

Negativ OR $S = \overline{A+B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND $S = \overline{AB}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

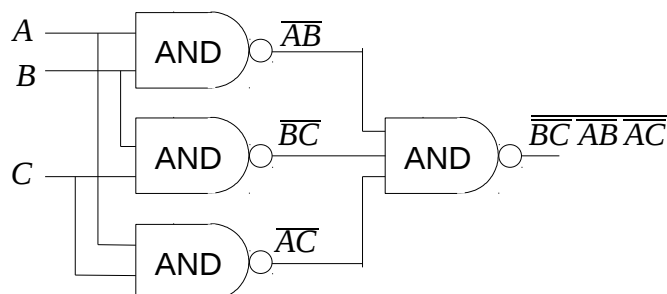
Negativ AND = NOR

Negativ AND $S = \overline{A} \overline{B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR $S = \overline{A+B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Se aplica la transformación de Negativ OR a NAND.

$$S = BC + AB + AC = \overline{\overline{BC} \overline{AB} \overline{AC}}$$



Ejercicio 2 - ejercicios_ed.pdf – pag. 1

Se pretende diseñar un circuito combinacional de cuatro bits de entrada, que detecte cuándo están activos los pesos 2^3 y 2^0 de la combinación.

- a) Escriba la tabla de verdad de la función lógica de salida.
- b) Simplifique la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- c) Implemente el circuito con puertas lógicas universales NOR.

Solución

a)

Tabla de verdad – Condición activos los pesos 2^3 y 2^0 del número binario de 4 cifras.

A – peso 3	B – peso 2	C – peso 1	D – peso 0	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

b)

Función lógica construida mediante suma de productos (minterms).

$$S = A\bar{B}CD + AB\bar{C}D + ABCD$$

Construcción del Greycode para 4 cifras binarias

0	00	000	0000
1	01	001	0001
1	11	011	0011
0	10	010	0010
		110	0110
		111	0111
		101	0101
		100	0100
			1100
			1101
			1111
			1110
			1010
			1011
			1001
			1000

Simplificación mediante método de Karnaugh

	CD	00	01	11	10
AB	00				
	01				
	11		1	1	
	10			1	
			C	B	

	CD	00	01	11	10
AB	00				
	01				
	11		1	1	
	10			1	
			AD	ACD	

Que C o B sean 1 o 0 no influye en el resultado de la función lógica, por tanto pueden ser eliminados.		AD = 1 significa que sólo para A = D = 1 se cumple la condición marcada en verde. ACD = 1 significa que sólo para A = D = C = 1 se cumple la condición marcada en rojo.
$S = AD + AD + AD = AD$		$S = AD + ACD = AD(1 + C) = AD$

c)

Para realizar la función utilizando sólo puertas NOR hay que convertir el producto en suma (teoremas de De Morgan)

Negativ AND = NOR

Negativ AND $S = \overline{A} \overline{B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR $S = \overline{A+B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

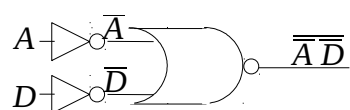
Se aplica la transformación de Negative AND a NOR

$$S = AD = \overline{\overline{A} + \overline{D}}$$

Prueba mediante tabla de verdad

A – peso 3	B – peso 2	C – peso 1	D – peso 0	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$$S = \overline{\overline{A} + \overline{D}}$$



Ejercicio 3 - ejercicios_ed.pdf – pag. 1

Se pretende diseñar un sistema de control de apertura automática de una puerta de un garaje de una nave industrial para vehículos pesados. Dicha apertura depende de tres sensores. El primero detecta la presencia de un vehículo, el segundo la altura del mismo y el tercero su peso. Un “1” en el sensor de presencia indica que hay un vehículo; un “1” en el sensor de altura indica que el vehículo excede los dos metros de altura; un “1” en el sensor de peso indica que el vehículo supera las dos toneladas. La puerta sólo se debe abrir cuando haya un vehículo esperando que además supere las dos toneladas de peso.

- Calcule la función lógica de salida del sistema de control de apertura de la puerta.
- Simplifique la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- Implemente el circuito con puertas lógicas universales.

a)

Tabla de verdad

A presencia	B altura > 2 m	C peso > 2 t	Resultado del control S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Función lógica como suma de productos (minterms)

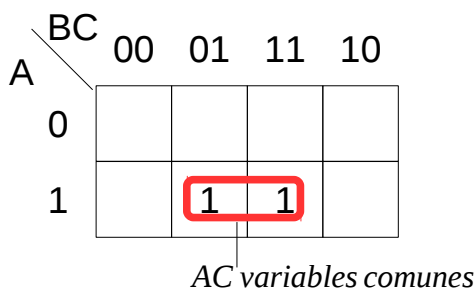
$$S = A\bar{B}C + ABC$$

b)

Se puede simplificar directamente con la regla de $A\bar{B} + AB = A(\bar{B} + B) = A \cdot 1 = A$

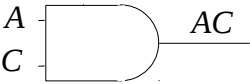
$$S = A\bar{B}C + ABC = AC$$

Pero como el enunciado pide el método de Karnaugh, lo aplicaremos aunque sea una tontería.



$$S = A\bar{B}C + ABC = AC$$

c)



Ejercicio 4 - ejercicios_ed.pdf – pag. 1

Se pretende construir un circuito combinacional de control de paro automático del motor de un ascensor de un edificio. El funcionamiento del motor depende de 4 variables. En primer lugar, de que la puerta del ascensor esté abierta o cerrada (A); en segundo lugar, del peso de las personas que suben al ascensor (P); en tercer lugar, de que alguna de las persona haya pulsado los pulsadores de las distintas plantas (B); y por último, de la temperatura del motor (T). El motor se parará automáticamente siempre que la puerta del ascensor esté abierta, o bien se sobrepase el peso máximo, que es de 800 kg. T → Temperatura; P → peso; A → puerta; B → pulsador de planta

- Calcule la función lógica de salida de paro automático del motor del ascensor.
- Simplifique la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- Implemente el circuito con puertas lógicas universales NAND.

a)

La salida del paro automático se produce cuando la puerta del ascensor está cerrada ($A = 0$) y $\text{peso carga} \leq \text{peso máximo} = 800 \text{ kg} \rightarrow P = 0$.

Tabla de verdad

A – puerta abierta = 1 cerrada = 0	P – peso carga > 800 kg P = 1 carga <= 800 kg P = 0	B – pulsado planta no pulsado = 0 sí pulsado = 1	T – temperatura t < x = 0 t > x = 1	S S = 0 → salida paro S = 1 → paro
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Si hacer ningún cálculo se deduce que la función lógica simplificada es $S = A + P$

El enunciado pide función lógica para simplificar, así que se buscará una función canónica basada en la tabla de verdad utilizando productos de sumas (maxterms).

$$S = (A + P + B + T)(A + P + B + \bar{T})(A + P + \bar{B} + T)(A + P + \bar{B} + \bar{T})$$

b)

Simplificación de $S = (A + P + B + T)(A + P + B + \bar{T})(A + P + \bar{B} + T)(A + P + \bar{B} + \bar{T})$ utilizando el método de Karnaugh.

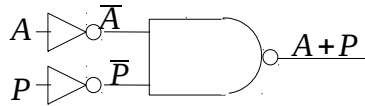
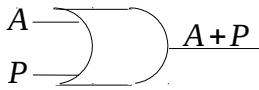
BT \ AP	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01				
11				
10				

$$S = A + P$$

c)

$$\bar{A} = A'$$

$A'P' = (A + P)' \rightarrow (A'P')' = (A + P)'' = A + P$ (negative AND = NOR - teorema de De Morgan)



Ejercicio 5 - ejercicios_ed.pdf – pag. 1

Diseñe un circuito digital de control, que compare a la entrada dos palabras binarias de 2 bits (ab y cd), de manera que cuando la combinación binaria formada por los bits ab, sea menor que la combinación binaria formada por los bits cd, la salida sea 1.

- a) Calcule la función lógica de salida.
- b) Simplifique la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- c) Implemente el circuito con puertas lógicas universales NAND.

a)

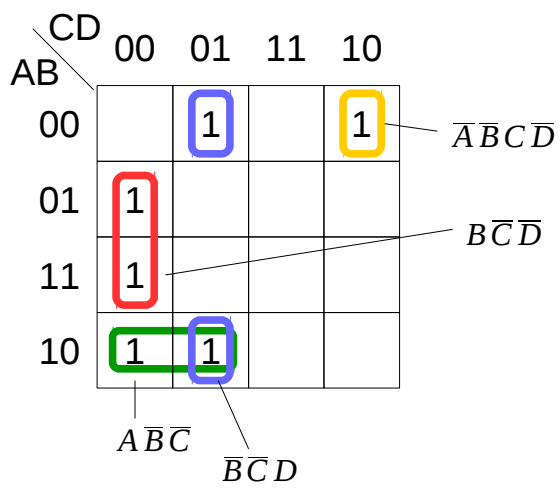
Tabla de verdad

A	B	C	D	S	
0	0	0	0	0	AB = 00, CD = 00 → AB = CD
0	0	0	1	1	AB = 00, CD = 01 → AB < CD
0	0	1	0	1	AB = 00, CD = 10 → AB < CD
0	0	1	1	1	AB = 00, CD = 11 → AB < CD
0	1	0	0	0	AB = 01, CD = 00 → AB > CD
0	1	0	1	0	AB = 01, CD = 01 → AB = CD
0	1	1	0	1	AB = 01, CD = 10 → AB < CD
0	1	1	1	1	AB = 01, CD = 11 → AB < CD
1	0	0	0	0	AB = 10, CD = 00 → AB > CD
1	0	0	1	0	AB = 10, CD = 01 → AB > CD
1	0	1	0	0	AB = 10, CD = 10 → AB = CD
1	0	1	1	1	AB = 10, CD = 11 → AB < CD
1	1	0	0	0	AB = 11, CD = 00 → AB > CD
1	1	0	1	0	AB = 11, CD = 01 → AB > CD
1	1	1	0	0	AB = 11, CD = 10 → AB > CD
1	1	1	1	0	AB = 11, CD = 11 → AB = CD

Construcción de función canónica utilizando suma de productos (minterms).

$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D}$$

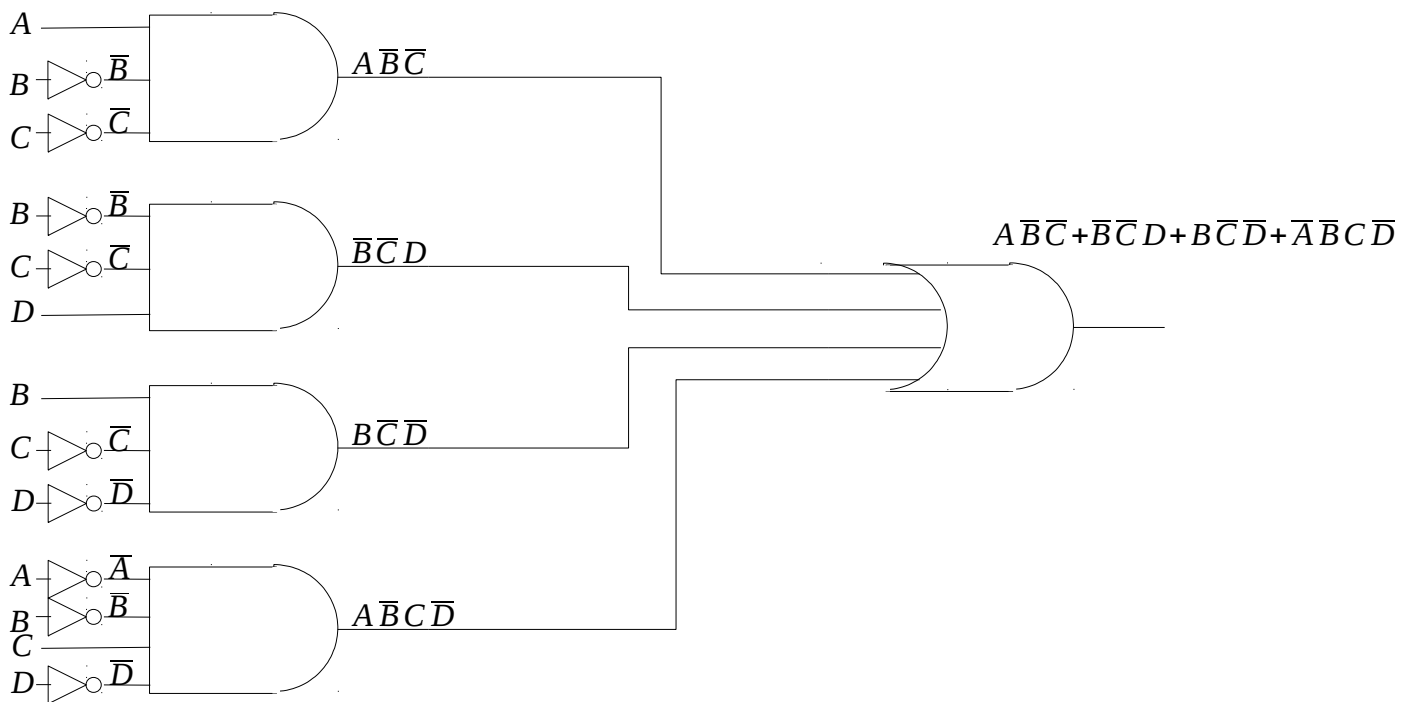
b)
Simplificación de S mediante método de Karnaugh



$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{C}D + B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$$

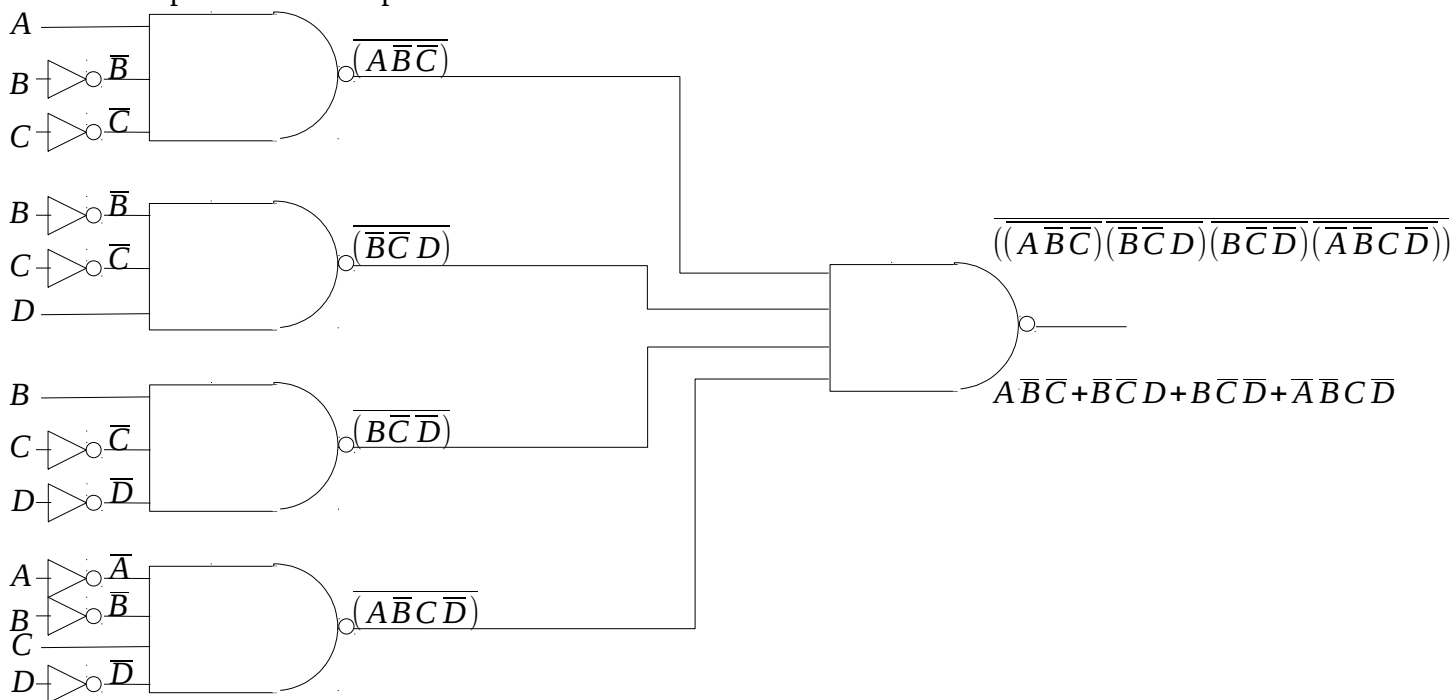
c)

Circuito implementado con puertas AND y OR



$A'B' = (A + B)'$ (negative AND = NOR - De Morgan) $\rightarrow (A'B')' = (A + B)'' = A + B$

Circuito implementado con puertas NAND



Ejercicio 6 - ejercicios_ed.pdf – pag. 1

6. La apertura y cierre del tejado de un invernadero de flores de decoración depende del estado de 4 sensores que controlan la temperatura (T), la velocidad del viento (V), la presión atmosférica (P) y la humedad del ambiente (H). El cierre se producirá de manera automática cuando se active un motor controlado por la señal de salida del circuito de control que queremos diseñar. Dicha señal de salida pondrá en funcionamiento el motor siempre y cuando se produzca alguna de las siguientes condiciones climatológicas:

T ACTIVO → La temperatura ambiente supera los 30 °C; V ACTIVO → Velocidad del viento superior a los 50 Km/h; H ACTIVO → Humedad inferior al 40 %.

- Calcule la función lógica de salida del circuito que activa el motor de cierre.
- Simplifique la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- Implemente el circuito con puertas lógicas universales NAND ó NOR.

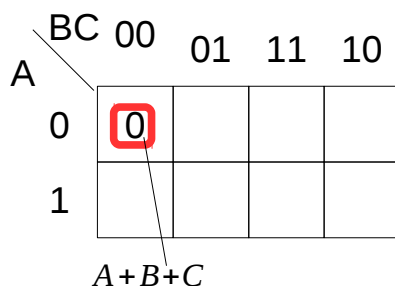
a)

A A = 0 si T ≤ 30 °C A = 1 si T > 30 °C	B B = 0 si V ≤ 50 km /h B = 1 si V > 50 km /h	C C = 0 si H ≥ 40% C = 1 si H < 40%	S S = 0 → señal a motor 0 (desactivado) S = 1 → señal a motor 1 (activado)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Construcción de función canónica utilizando maxterms.

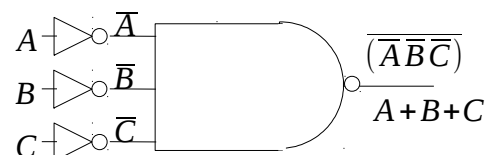
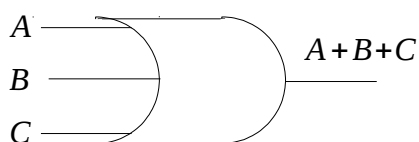
$$S = A + B + C$$

b)



La función $S = A + B + C$ se encuentra en su forma más simple.

c)



Problema 3

Dada la siguiente función:

$$S = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b$$

- Obtenga su forma canónica como suma de productos lógicos.
- Obtenga su expresión más significativa.
- Realice la función empleando sólo puertas NAND.

(Propuesto Andalucía 96/97)

¿Qué significa forma canónica de una función booleana?

Se llama forma canónica de una función booleana a todo producto de sumas o suma de productos en los cuales aparecen todas las variables en cada uno de los términos que constituyen la expresión, bien en forma directa, bien en forma complementada. Son ejemplos de formas canónicas las siguientes funciones

$$\begin{aligned} S_1 &= a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \\ S_2 &= (a + b + c) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c}) \end{aligned}$$

<https://tecnologiaelectron.blogspot.com/2014/03/forma-canonica-de-una-funcion-booleana.html>

Solución

a)

Primer paso, simplificar la función $S = \bar{A} \bar{B} + \bar{A} \bar{C} + A \bar{B} \bar{C} + \bar{A} B$

$$\bar{A} \bar{B} + \bar{A} \bar{C} + A \bar{B} \bar{C} + \bar{A} B \quad \text{con} \quad \bar{A}(\bar{B} + B) = \bar{A} \rightarrow$$

$$\bar{A} + \bar{A} \bar{C} + A \bar{B} \bar{C} \quad \text{con} \quad \bar{A} + \bar{A} \bar{C} = \bar{A} \rightarrow$$

$$\bar{A} + A \bar{B} \bar{C} \quad \text{con} \quad \bar{A} + A \bar{B} \bar{C} = \bar{A} + \bar{B} \bar{C} \rightarrow$$

$$\bar{A} + \bar{B} \bar{C}$$

En este caso se han utilizado las reglas del álgebra booleana para la simplificación, pero se podía haber hecho también mediante el método de Karnaugh.

Segundo paso, crear la tabla de verdad

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Tercer paso observar los resultados $S=1$ para determinar una función canónica de suma de productos (minterms).

Una función canónica es: $S = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$

Otra función canónica se podría haber obtenido de forma más sencilla utilizando el álgebra booleana.

$$S = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B = \bar{A}\bar{B} + (C + \bar{C}) + \bar{A}\bar{C} + (B + \bar{B}) + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B + (C + \bar{C})$$

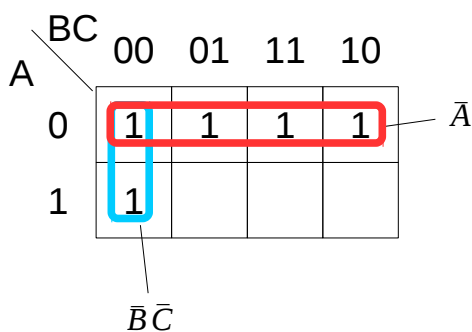
$$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}B + \bar{A}\bar{C}\bar{B} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C}$$

b)

La expresión más significativa es la máxima simplificación de la función lógica y fue calculado en el apartado a) $S = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$

Para simplificar $S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}B + \bar{A}\bar{C}\bar{B} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C}$ se puede utilizar el método de Karnaugh

$$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}B + \bar{A}\bar{C}\bar{B} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C}$$



$$S = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$$

c)

$$S = \overline{A} + B\overline{C}$$

Para realizar la función utilizando sólo puertas NAND hay que convertir la suma en un producto (teoremas de De Morgan)

Negativ OR = NAND

Negativ OR $S = \overline{A} + \overline{B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND $S = \overline{AB}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Negativ AND = NOR

Negativ AND $S = \overline{A} \overline{B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR $S = \overline{A + B}$		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Se aplica la transformación de negativ OR a NAND

Primer paso escribir el producto de los terminos de la suma invertidos

$$\overline{\overline{A}} \overline{\overline{B}} \overline{\overline{C}}$$

Segundo paso invertir el resultado

$$\overline{\overline{\overline{A}} \overline{\overline{B}} \overline{\overline{C}}}$$

El resultado final es $S = \overline{A} + B\overline{C} \rightarrow S = \overline{\overline{\overline{A}} \overline{\overline{B}} \overline{\overline{C}}} = \overline{\overline{A}} \overline{\overline{B}} \overline{\overline{C}}$

