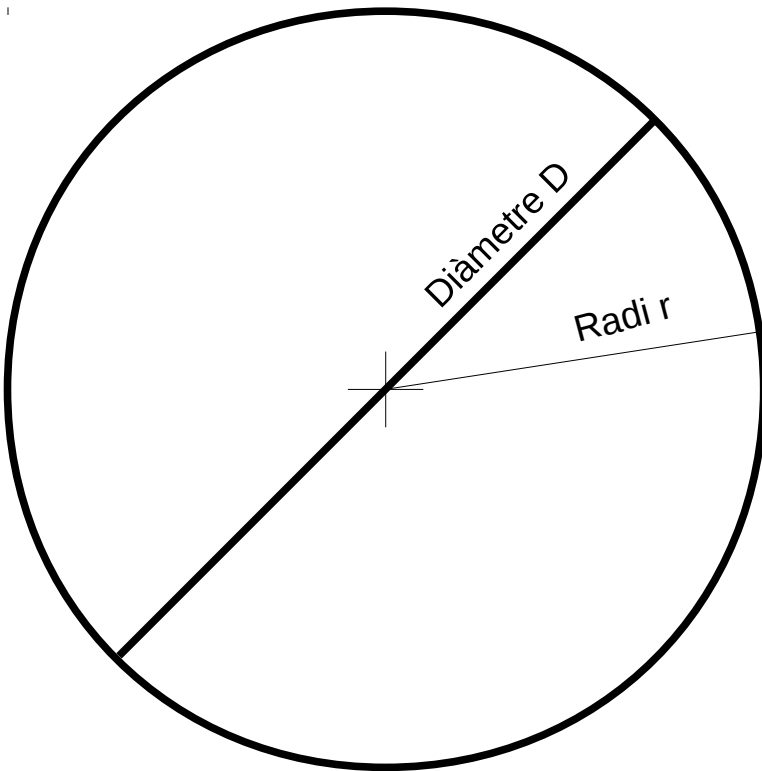


## Index

4.1 La superfície del cercle.....	4
4.2 Les dimensions dels espais.....	6
4.3 Repàs conversió d'unitats.....	14
4.4 Línies.....	23
4.5 Angles.....	28
4.5.1 Tipus d'angles.....	34
4.5.2 Paral·lelogram.....	36
4.5.3 Rectangle.....	37
4.5.4 Triangle.....	37
4.5.4.1 Suma dels angles d'un triangle.....	39
4.5.4.2 Triangle equilater.....	41
4.5.4.3 Triangle isòsceles.....	41
4.5.4.4 Teorema de Pitàgores.....	42
4.5.4.5 Càlcul de la superfície d'un triangle.....	45
4.5.4.6 Triangles semblants.....	46
4.5.4.7 Aplicació dels triangles semblants.....	49
4.5.4.8 Teorema de Tales.....	53
4.6 Exercicis angles i triangles.....	54
4.7 Suma i resta de vectors.....	58
4.7.1 Representació de vectors en un sistema de coordenades.....	68
4.7.2 Exercicis suma i resta de vectors.....	72
4.8 Solucions.....	75

## 4 El cercle

La línia recta que passant pel centre del cercle, tocant el perímetre en dos punts, s'anomena diàmetre.



Diàmetre ***D***

El radi ***r*** és la línia recta des de el centre del cercle al perímetre.

**Exercici 4-1**

Dibuixa tres cercles, mesura diàmetre i perímetre, i completa la taula.

Perímetre cercle 1		Perímetre cercle 2		Perímetre cercle 3	
Diàmetre cercle 1		Diàmetre cercle 2		Diàmetre cercle 3	
Perímetre dividit entre diàmetre cercle 1		Perímetre dividit entre diàmetre cercle 2		Perímetre dividit entre diàmetre cercle 3	

La relació entre perímetre i diàmetre és fixa. Si feim un cercle 1 amb 5 cm de diàmetre i un cercle 2 amb 10 cm de diàmetre, el perímetre del cercle 2 serà el doble del perímetre del cercle 1.

La relació entre perímetre i diàmetre d'un cercle és de

$$\text{Perímetre} / \text{Diàmetre} = 3,14$$

Aquest nombre s'anomena pi.

$$\text{Pi} = 3,14 = \pi$$

Podem calcular el perímetre P d'un cercle coneixent el diàmetre D:

$$P = 3,14 \times D$$

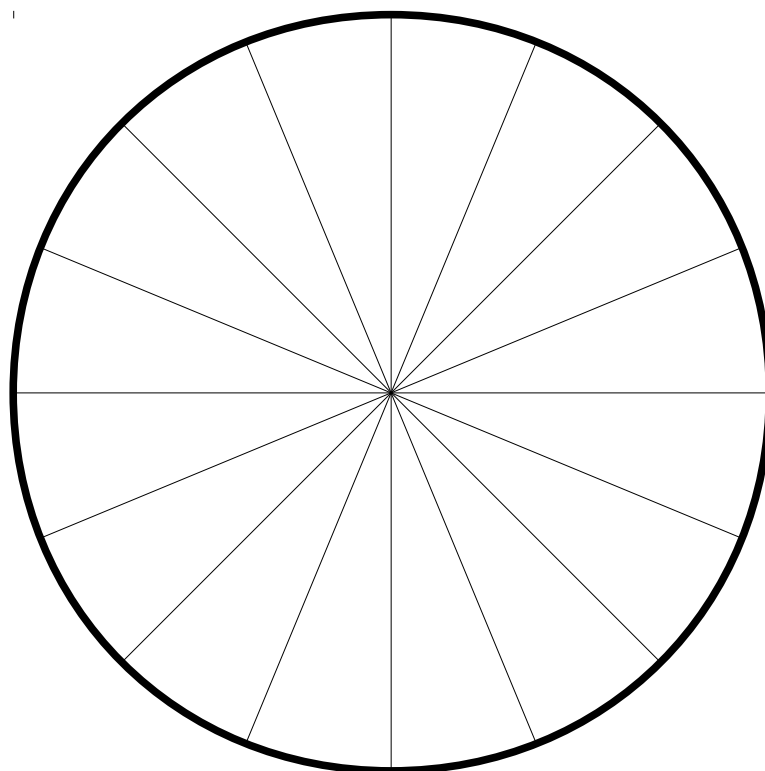
**Exercici 4-2**

Calcula el perímetre dels cercles amb els diàmetres de 1 mm, 3 cm, 1,5 m.

### 4.1 La superfície del cercle

Sovint necessitem conèixer la superfície d'un cercle, per exemple per calcular la quantitat d'aigua que es troba en l'interior una canonada, d'un dipòsit o recipient. Els cables conductors elèctrics es classifiquen per la seva secció, que s'indica en  $\text{mm}^2$ , 1,5 – 2,5 – 4 – 6- 10- 16.

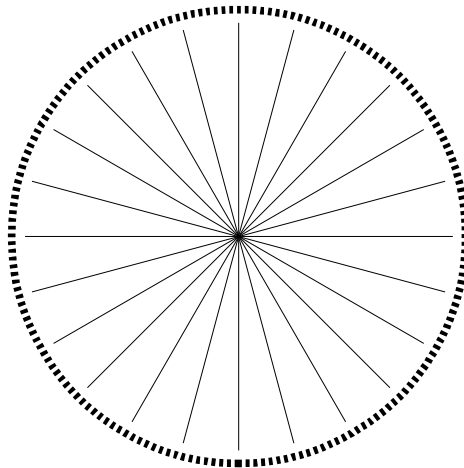
Una de les principals dades d'un motor és el volum dels seus cilindres. Per calcular-ho es necessari calcular la superfície circular dels cilindres.



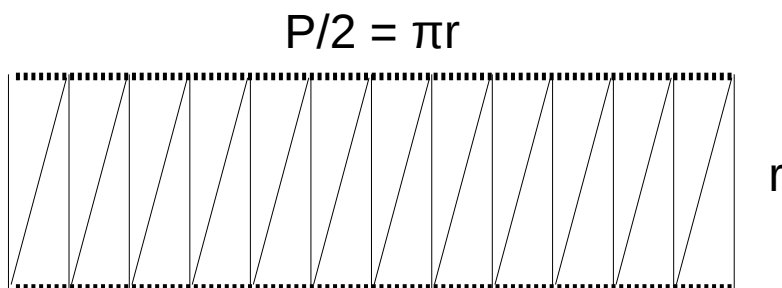
#### Exercici 4.1-1

Dibuixa un cercle de 10 cm de diàmetre i divideix-lo en 16 segments. Retalla els segments i pega-los en un full de formant un rectangle. Calcula la superfície del cercle mesurant el rectangle.

Si dividim un cercle en triangles, el resultat podria ser el següent:



Si separem tots els triangles i formem amb ells un rectangle, el resultat és:



La superfície del cercle convertit en rectangle és:

$$A = r \times (P/2) = r \times ((3,14 \times 2r)/2) = 3,14 \times r^2 = \pi \times r^2$$

#### Exercici 4.1-2

Calcula la superfície del cercle de 10 cm de diàmetre i compara-la amb la mesurada en l'exercici 4.1-1.

#### Exercici 4.1-3

Calcula la superfície de la tapa un got de mermelada de 7 cm de diàmetre.

## 4.2 Les dimensions dels espais

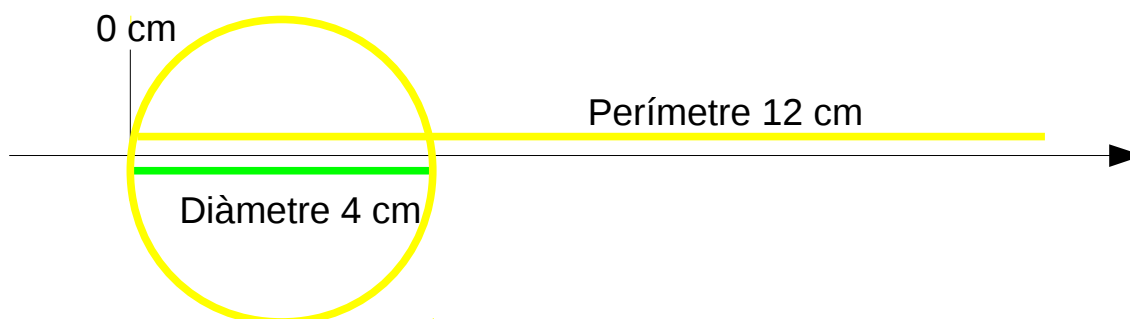
Fins ara hem calculat la llargària del perímetre, utilitzant el diàmetre, i també hem calculat la superfície d'un cercle.

Si us fixeu, el diàmetre i el perímetre es mesuren en mm, cm o m, mentre que la superfície del cercle, o qualsevol altra superfície, es mesura en  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$  o  $\text{m}^2$ . Si volguéssim mesurar el contingut d'un tetràric de llet, ho fariem en  $\text{cm}^3$ .

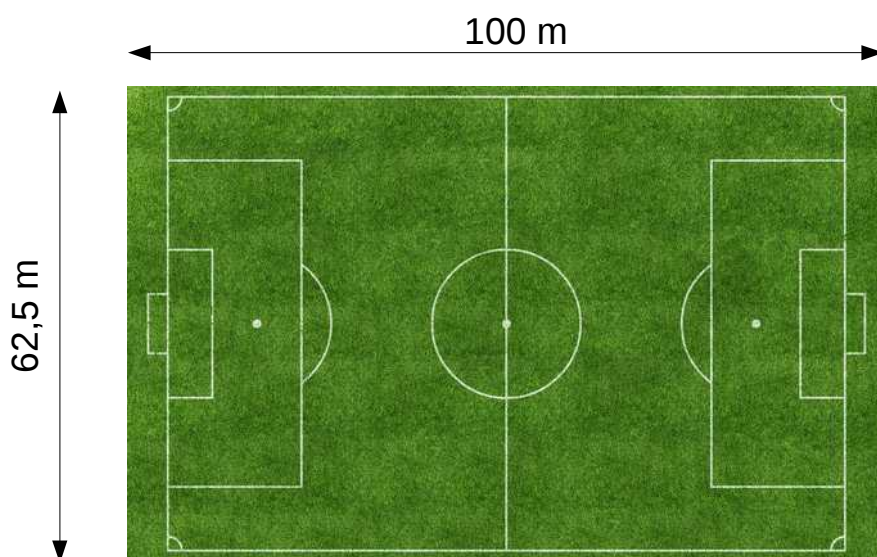
Per què aquestes diferències?

Perquè el diàmetre i el perímetre són llargàries, que només poden variar sobre una línia, augmentant o disminuint.

Imagina un tren que es mou damunt una via. Aquest tren es mou en un espai d'una dimensió. Es mou damunt una línia. El tren es pot moure només en dues direccions damunt la via, cap endavant o cap endarrere. Una línia, encara que no sigui recta, és un espai d'una dimensió. Les llargàries, que són distàncies recorregudes damunt una línia, es mesuren en mm, cm, etc.



Les superfícies són espais de dues dimensions, perquè, a més de permetre el moviment cap endavant i cap endarrere, també permeten un moviment cap a l'esquerra i cap a la dreta. Així, damunt un camp de futbol, els jugadors no només corren cap endavant o darrere, sinó que intenten cobrir tota la superfície del terreny de joc. La grandària d'una superfície es mesura en  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , etc.

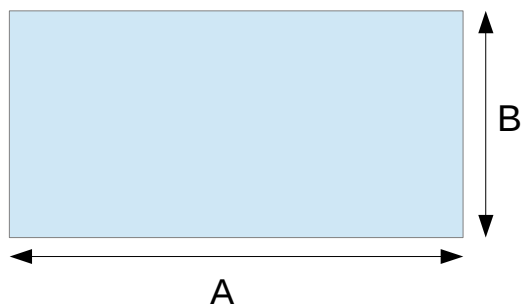


$$\text{Superfície} = 100 \text{ m} \times 62,5 \text{ m} = 6250 \text{ m}^2$$

**Una superfície sempre es calcula multiplicant dues llargàries.**

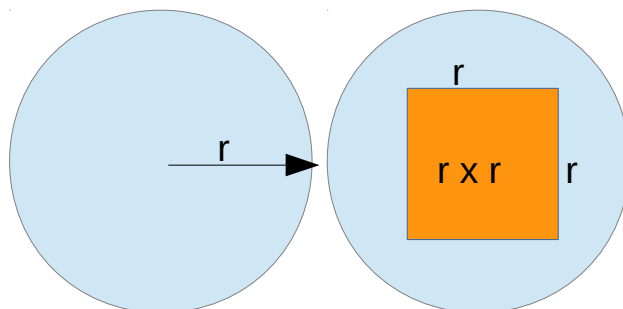
Superfície del rectangle

$$\text{Àrea} = \text{alçada} \times \text{amplària} = A \times B$$



Superfície del cercle

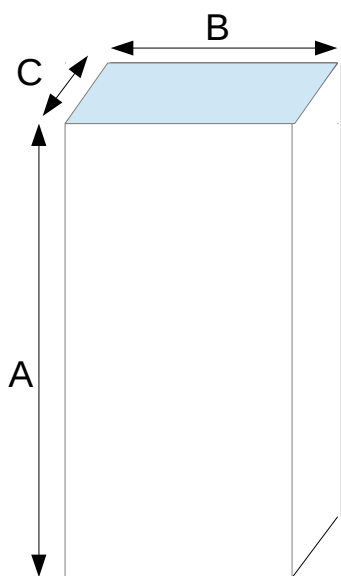
$$\text{Àrea} = 3,14 \times r \times r$$



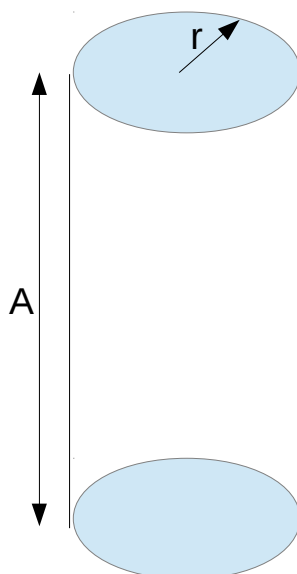
Finalment queda per explicar l'espai de tres dimensions. És el més senzill d'entendre, perquè és el que experimentem en la realitat. En aquest espai, a més de poder moure'ns cap endavant i endarrere, cap a esquerra i dreta, també ens podem moure cap a dalt i cap a baix. Per mesurar aquest espai parlem de volum.

**Un volum sempre es calcula multiplicant tres llargàries.**

$$\text{Volum} = A \times B \times C$$
$$\text{Volum} = \text{alçada} \times \text{Àrea}$$



$$\text{Volum} = A \times 3,14 \times r \times r$$
$$\text{Volum} = \text{alçada} \times \text{Àrea}$$



Els volums es mesuren en  $\text{mm}^3$ ,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{m}^3$ , etc.

#### Exercici 4.2-1

Agafa un recipient rodó de la teva casa. Posa'l damunt una taula, mesura el seu diàmetre i calcula la superfície del recipient vist des de dalt. Mesura la seva alçada i calcula el seu volum.

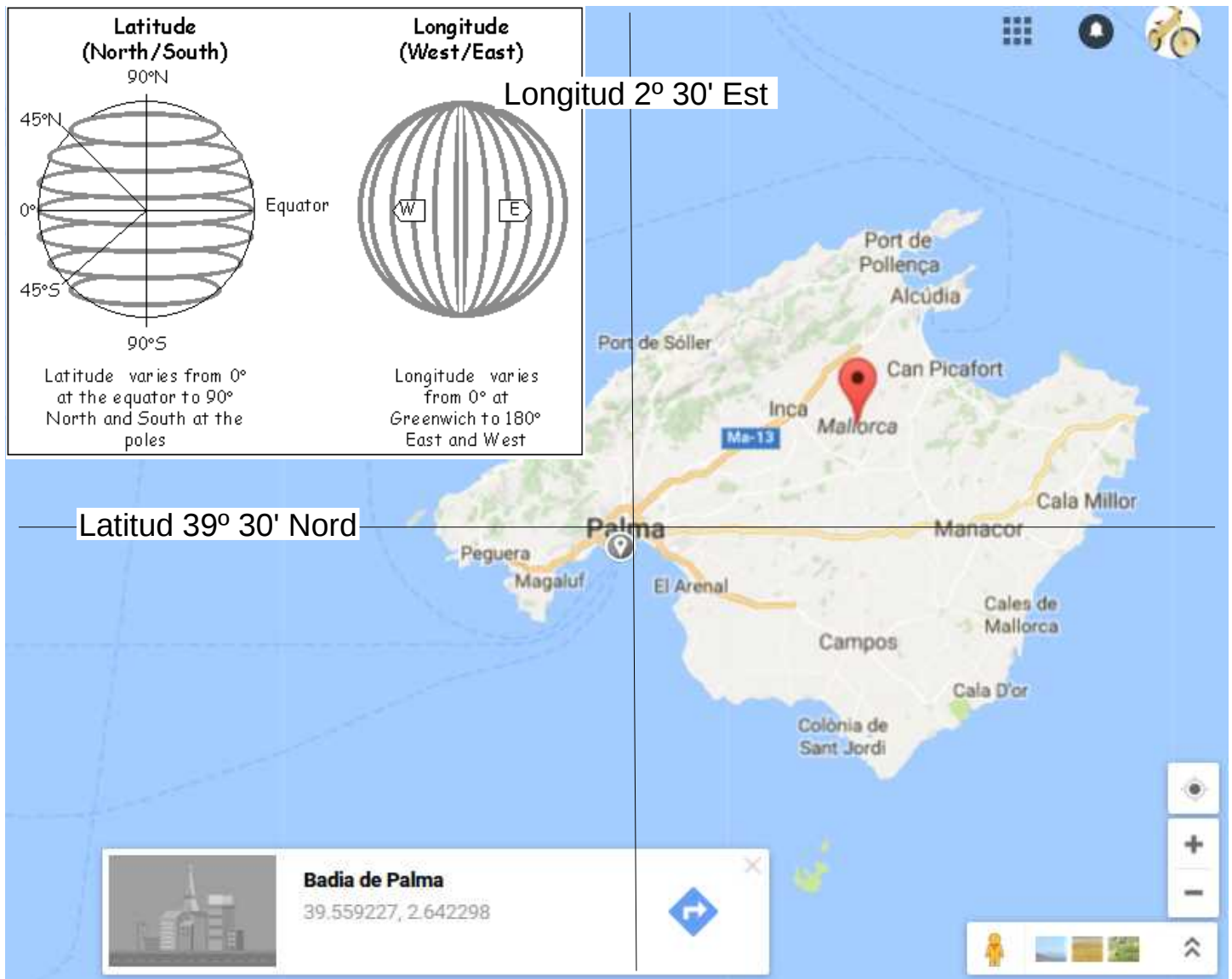
Fes imatges del recipient en les que es puguin apreciar les mides (alçada i diàmetre) i insereix-les en un document de text, en el que han de figurar els càlculs que has fet.

Envia el fitxer per e-mail a [tecnopau2017@gmail.com](mailto:tecnopau2017@gmail.com)



## Las coordenades d'un lloc

Les coordenades d'un lloc ens indiquen on ens trobem. Per exemple les coordenades geogràfiques de Palma de Mallorca són



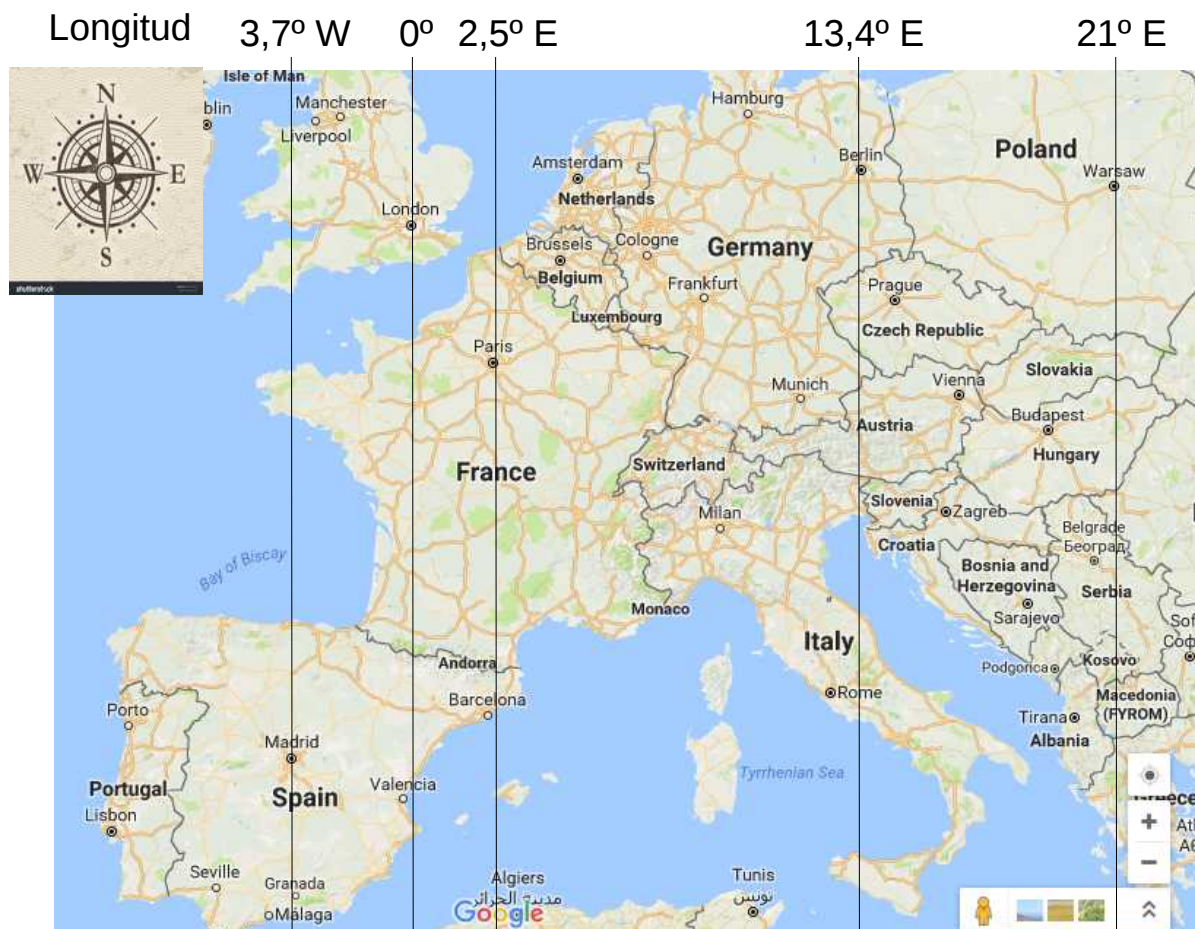
Per raons històriques, s'ha acordat Londres (Greenwich) com l'origen per mesurar la longitud geogràfica.

oest



est

Si viatgem de Londres a Berlin, sense canviar la hora del nostre rellotge, veurem que el sol es lleva quasi una hora abans que a Londres. Cada  $15^\circ$  de desplaçament equivalen a una hora ( $15^\circ \times 24 = 360^\circ$ ).

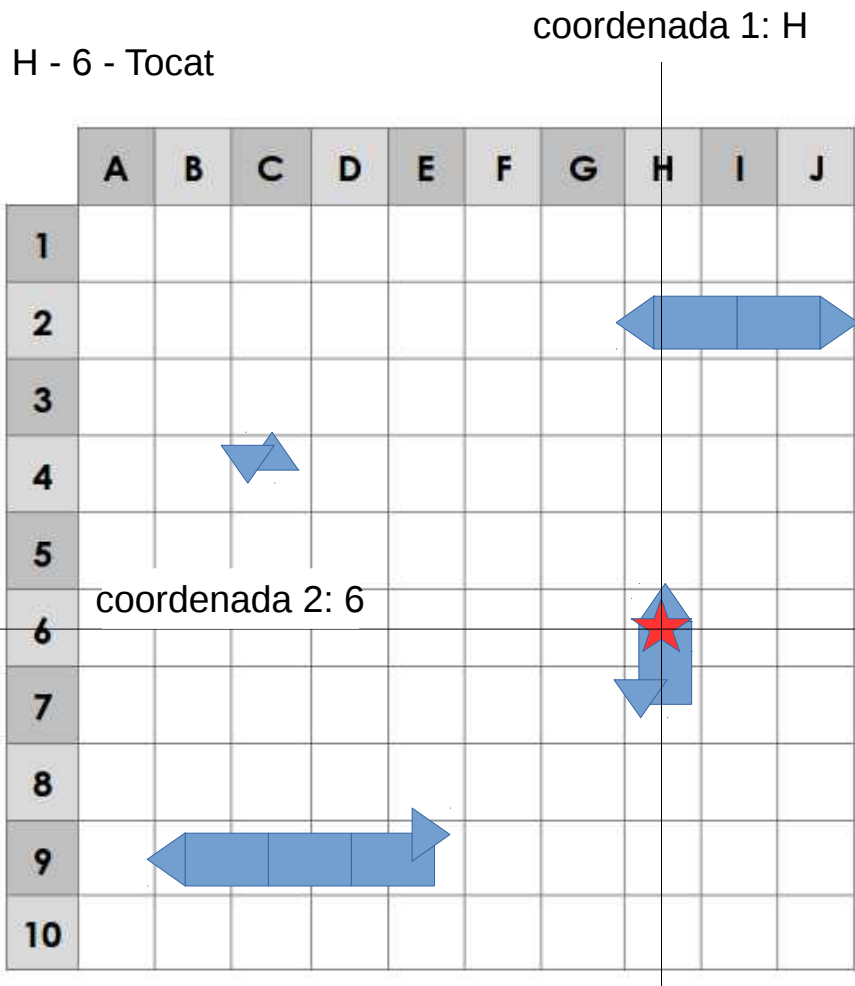


Si viatgem cap a l'oest, p.e. de Mallorca a Madrid, veurem que el sol es lleva i es posa més tard. Madrid es troba aproximadament  $6^\circ$  a l'oest de Mallorca. Com cada  $15^\circ$  de desplaçament equivalen a una hora,  $6^\circ$  equivalen a 24 minuts.

$$\frac{(6^\circ)}{(15^\circ)} \times 60 \text{ minuts} = 24 \text{ minuts}$$

Quan viatgem a l'oest, el sol es lleva i es posa més tard, mentre que quan viatgem a l'est, passa el contrari.

Quan jugues al joc d'enfonsar la flota, també utilitzes coordenades per indicar on es troben els vaixells.



Com veus en els dos exemples anteriors, per situar un lloc amb exactitud damunt una superfície es necessiten dues coordenades. La superfície s'anomena un espai de dues dimensions.

Damunt una línia només necessitem una coordenada per situar-nos respecte a un punt de partida, que sovint anomenem l'origen.

Imagina't vas amb cotxe de Palma a Calvià per la carretera MA-1043 i punxa una roda, mala sort, no? Però pitjor encara, no duus roda recanvi. Llavors, has de trucar a una amiga perquè t'ajudi. Com l'indiques on et trobes exactament?



Doncs li hauràs de dir el kilòmetre de la carretera en el qual et trobes, és a dir, li hauràs d'indicar una distància damunt la carretera. En aquest cas hem convertit la carretera en una línia i hem indicat en quin lloc de la línia ens trobem.

Per situar un lloc amb exactitud damunt una línia basta una coordenada. En el cas de una carretera podem dir, em trobo a tants kilòmetres de l'inici de la carretera.



Anomenem una línia un espai d'una dimensió.



Finalment arribem a l'espai de tres dimensions i com ja et pots imaginar, per situar-nos exactament en aquest espai necessitarem tres coordenades.

Per indicar la seva posició a la torre de control, la copilot d'un avió, a més d'indicar les coordenades geogràfiques, que com ja sabem són dues, ha d'indicar l'altura, respecte a la terra, a la qual l'avió es troba volant.

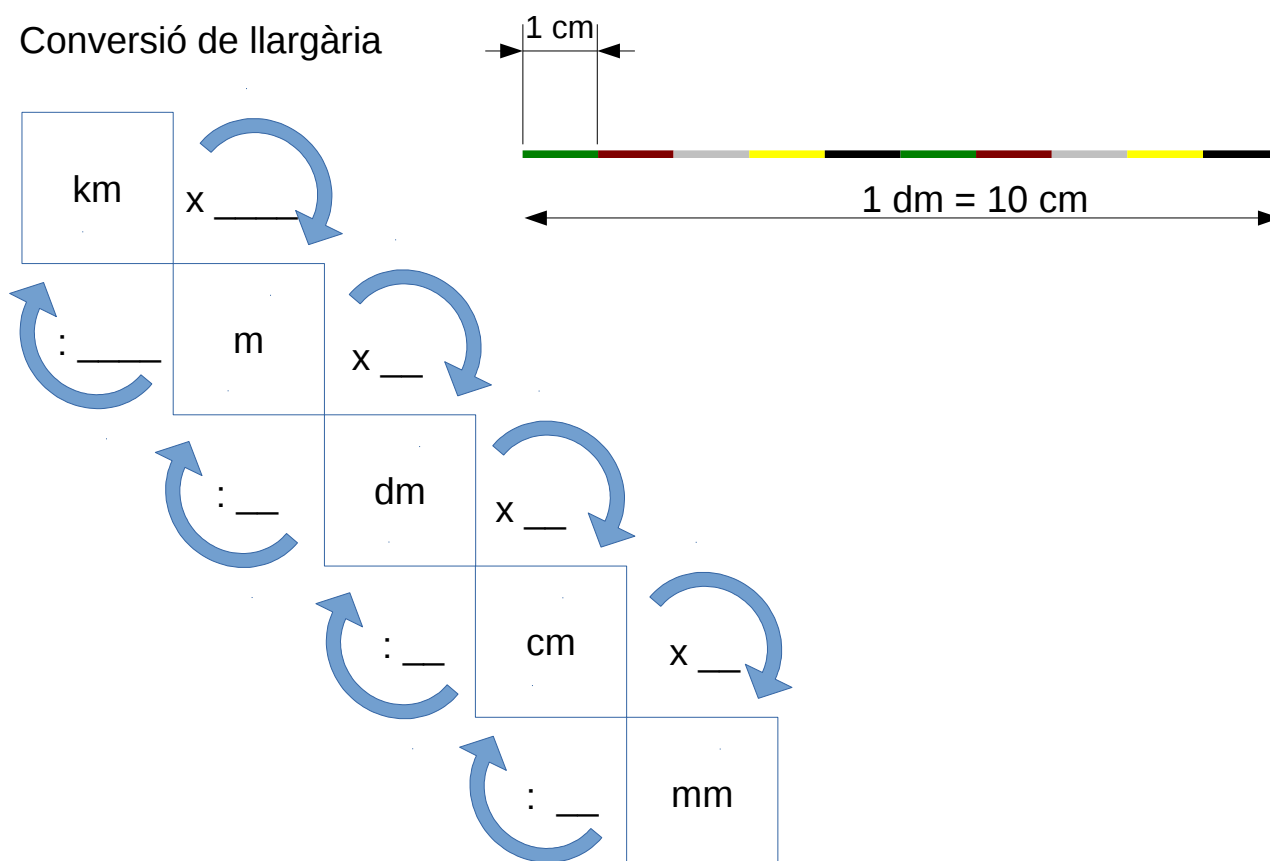


### 4.3 Repàs conversió d'unitats

#### Exercici 4.3-1

Completa l'escala de conversió per a unitats de llargària.

Conversió de llargària



#### Exercici 4.3-2

Fes la conversió de les següents llargàries.

$$145\text{dm} = \underline{\hspace{2cm}}\text{m} = \underline{\hspace{2cm}}\text{mm} = \underline{\hspace{2cm}}\text{km}$$

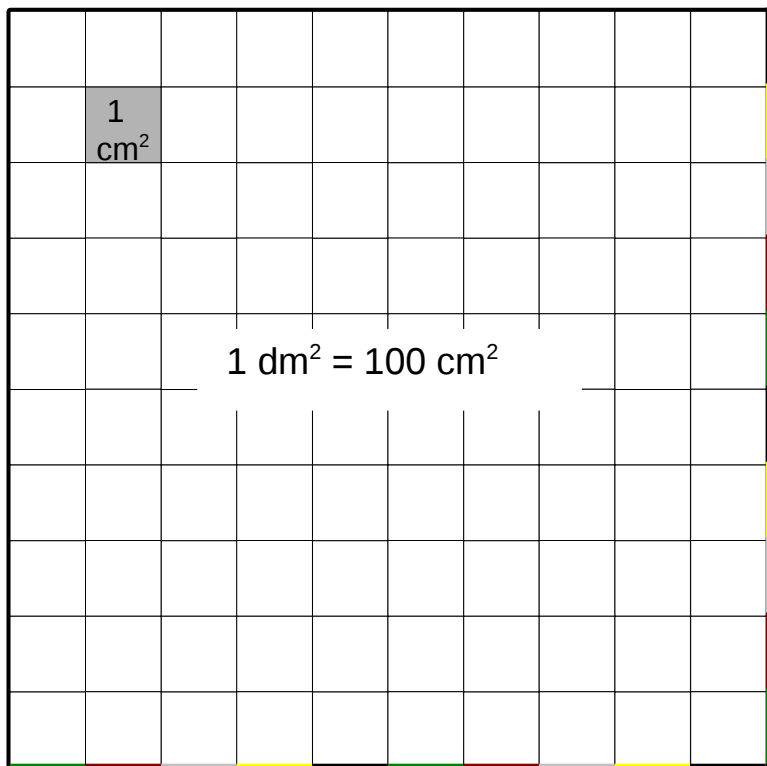
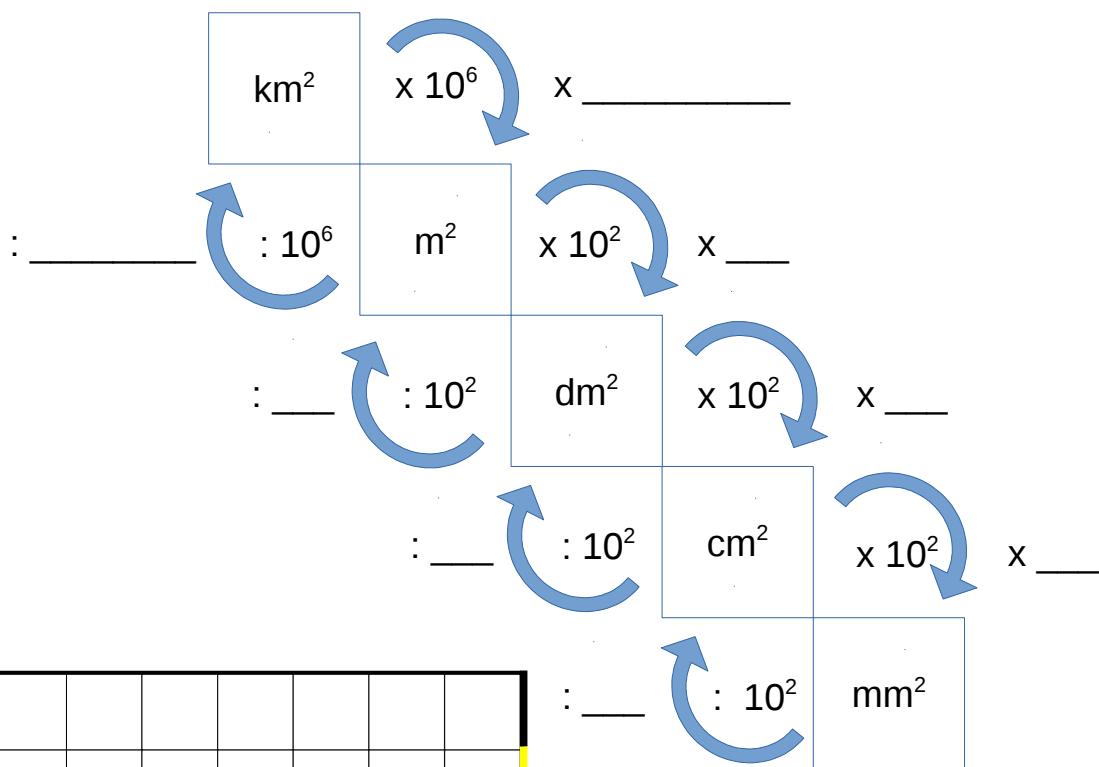
$$0,321\text{km} = \underline{\hspace{2cm}}\text{mm} = \underline{\hspace{2cm}}\text{dm} = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$$

$$21\text{m} = \underline{\hspace{2cm}}\text{mm} = \underline{\hspace{2cm}}\text{dm} = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$$

**Exercici 4.3-3**

Completa l'escala de conversió per a unitats de superfície.

## Conversió de superfície



**Exercici 4.3-4**

Fes la conversió de les següents superfícies.

$$541\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{m}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{mm}^2$$

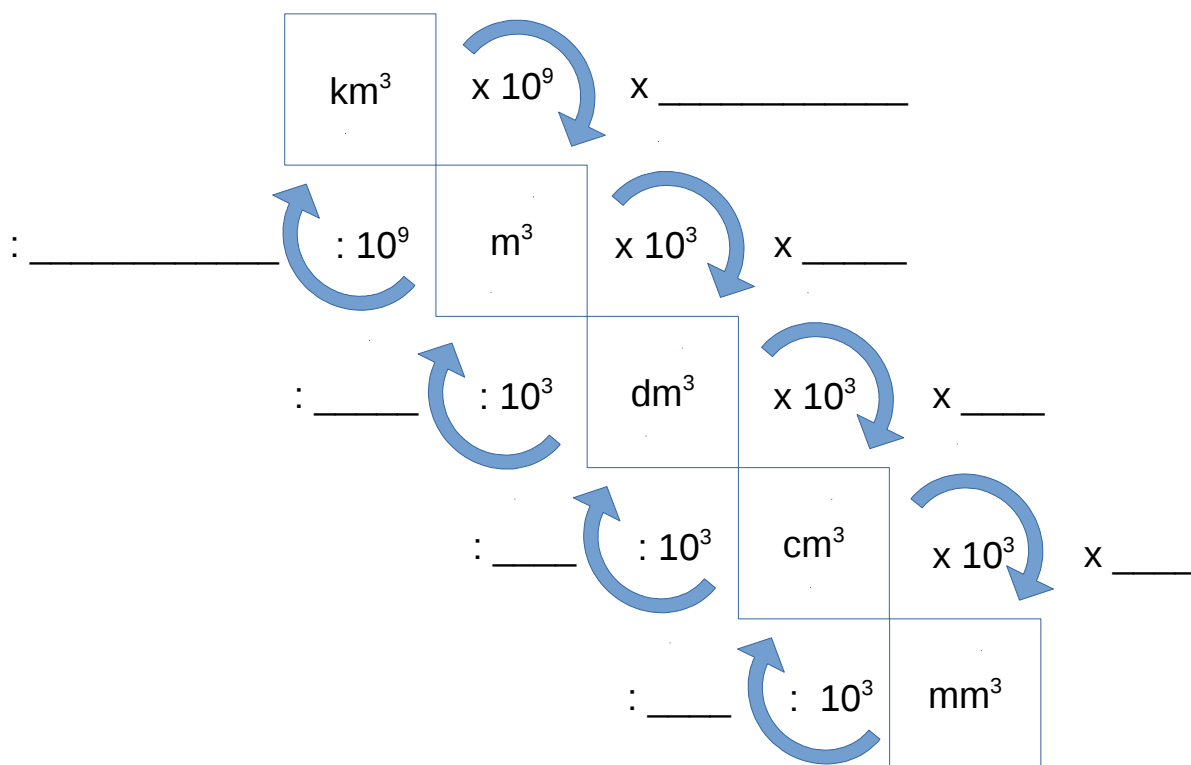
$$0,321\text{mm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$$

$$21\text{m}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{mm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$$

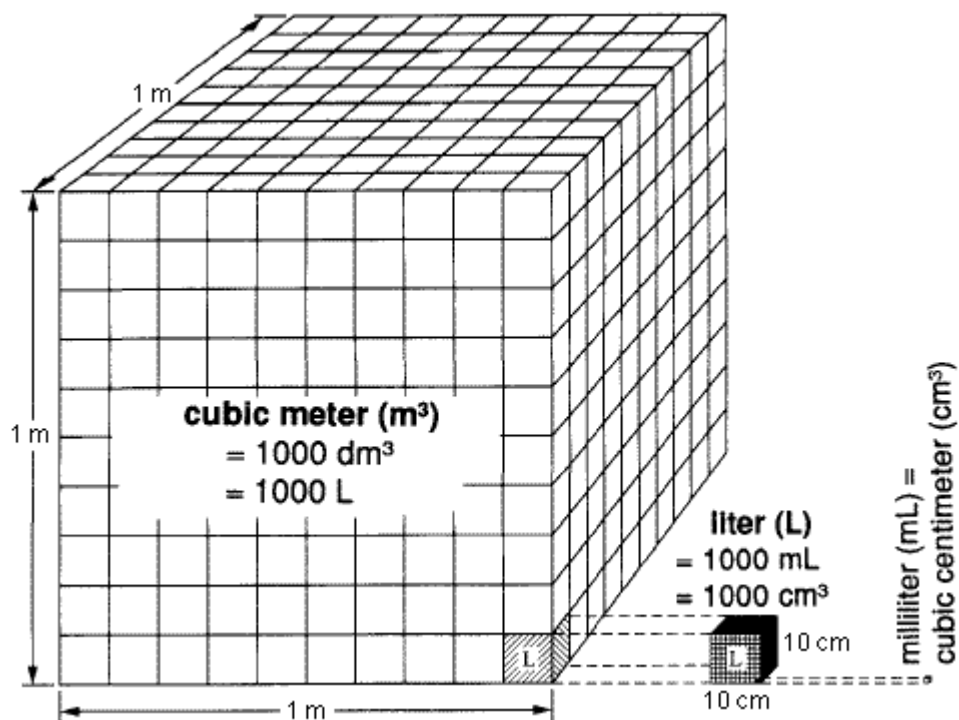
**Exercici 4.3-5**

Completa l'escala de conversió per a unitats de volum.

Conversió de volumen





**Exercici 4.3-6**

Fes la conversió dels següents volums.

$$541 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^3$$

$$0,321 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

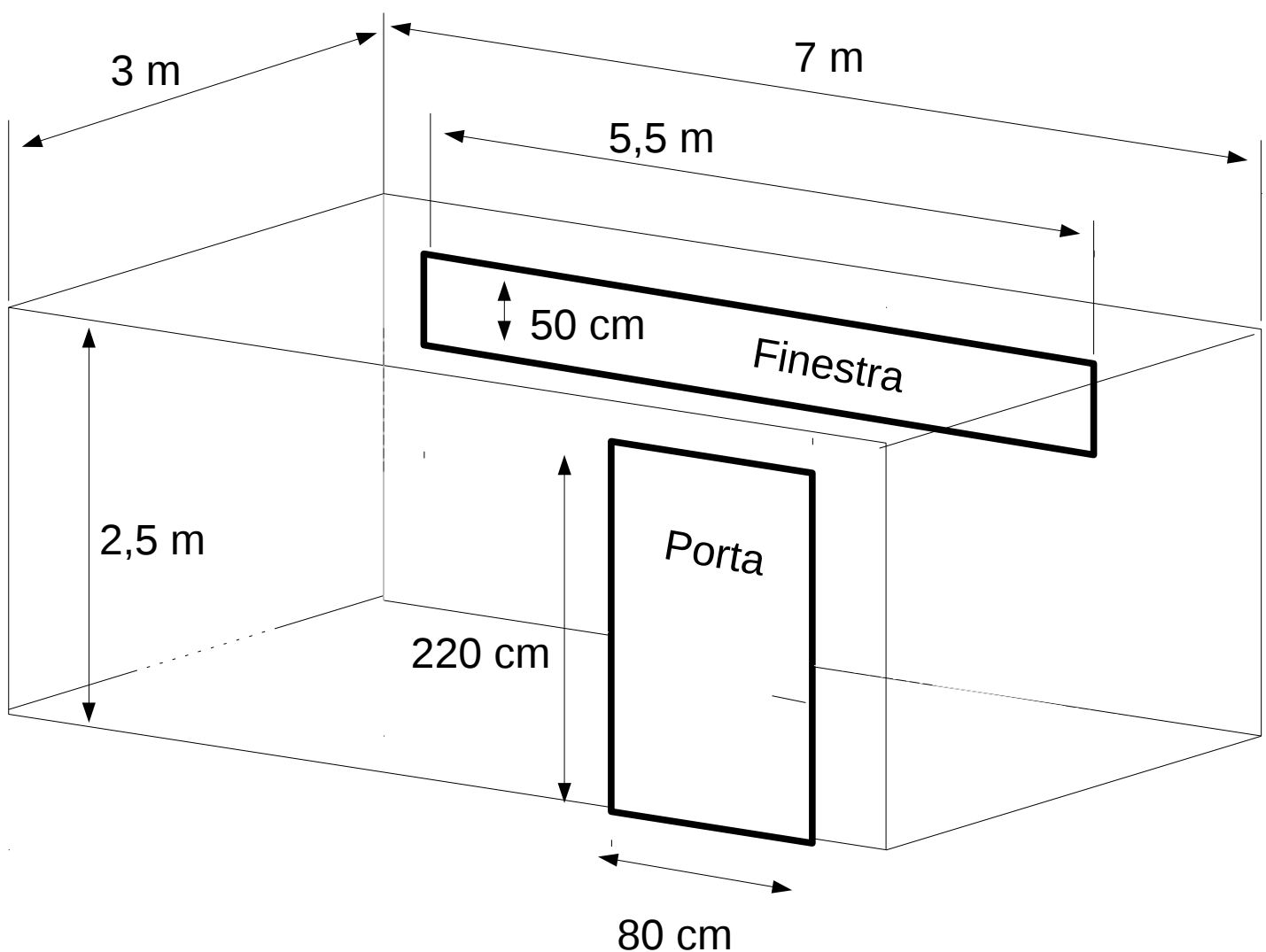
$$21 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

**Exercici 4.3-7**

Calcula la quantitat de pintura necessària per donar dues mans de pintura a la següent habitació.

Les instruccions del pot de pintura indiquen que amb 1 kg de pintura pots pintar  $6 \text{ m}^2$  de superfície de paret.

Fes un croquis (dibux a mà alçada, sense regla) de cada una de las superfícies a pintar, indicant les seves dimensions.



**Exercici 4.3-8**

Calcula superfície coberta i volumen aigua.

Dimensions piscina: 6 m x 3 m x 1,5 m

Calcula el preu de l'aigua per omplir la piscina.



Ajuntament de Palma

**Tarífas agua 2018****Cuotas de servicio (bimestral)**

Vivienda unifamiliar	9,18940 €
Vivienda con familia numerosa	7,86520 €
<b>Hotelería</b>	
Plaza hotelera 4★ y 5★	11,02720 €
Plaza hotelera 3★	7,35160 €
Resto de establecimientos	4,59480 €
<b>Comercial industrial</b>	
Contador calibre hasta 15 mm	20,67620 €
Contador calibre 20 mm	36,75760 €
Contador calibre 25 mm	551,36400 €
Contador calibre 30 mm	827,04600 €
Contador calibre 40 mm	1.470,30400 €
Contador calibre 50 mm	2.756,82000 €
Contador calibre 80 mm	7.351,52000 €
Contador calibre 100 mm	11.027,28000 €
Contador calibre 200 mm	38.595,48000 €
Contador calibre 250 mm	56.974,28000 €
Conexión boca contra incendios	170,00400 €
Derecho a reconexión	18,38000 €

**Cuotas de consumo**

<b>Consumos domésticos</b>	
Entre 0 y 10 m³	0,6000 €/m³
Más de 10 m³ hasta 20 m³	0,8400 €/m³
Más de 20 m³ hasta 40 m³	1,3800 €/m³
Más de 40 m³ hasta 80 m³	3,0900 €/m³
Más de 80 m³	5,7600 €/m³
<b>Familia nombrosa</b>	
Entre 0 y 56 m³	0,8400 €/m³
Más de 56 m³ hasta 80 m³	3,0900 €/m³
Más de 80 m³	5,7600 €/m³
<b>Tarifa proporcional exclosa progressivitat</b>	0,9300 €/m³
<b>Hotels</b>	
Entre 0 i 10 m³ por cada 2 plazas	0,6000 €/m³
Más de 10 m³ hasta 20 m³ por cada 2 plazas	0,8400 €/m³
Más de 20 m³ hasta 40 m³ por cada 2 plazas	1,3800 €/m³
Más de 40 m³ hasta 80 m³ por cada 2 plazas	3,0900 €/m³
Más de 80 m³ por cada 2 plazas	5,7600 €/m³
<b>Agua regenerada</b>	0,2730 €/m³

**Bonificaciones**

<b>Bajo Consumo</b>	
<b>Cuota de consumo</b>	
Entre 0 i 20 m³	7 %
<b>Bajos ingresos</b>	
<b>Cuota de consumo</b>	
Entre 0 i 20 m³	100 %
Més de 20 m³	Aplica tarifa doméstica
<b>Cuota de servicio</b>	100 %

**Mantenimiento y conservación (bimestral)**

<b>Contadores 20 mm</b>	
Doméstico	3,8938 €
No doméstico / No unifamiliar	8,5666 €
<b>Contadores 30 mm</b>	
	39,58000 €
<b>Contadores 40 mm</b>	
	59,06000 €
<b>Contadores 50 mm</b>	
	79,36000 €
<b>Contadores 80 mm</b>	
	91,52000 €
<b>Contadores 100 mm</b>	
	110,18000 €

**Exercici 4.3-9**

Calcula la superfície dels mòduls Techno Sun 150 W i la potència màxima.

Calcula l'energia de radiació solar que incideix damunt els mòduls quan subministren la potència màxima.

Calcula el preu del conjunt de mòduls.


**TECHNO SUN**
**Módulo fotovoltaicos Techno Sun**  
**5 / 10 / 20 / 40 / 100 / 150W**

Datos eléctricos						
Potencia máxima (W)	5	10	20	40	100	150
Tensión de potencia óptima (Vmp)	18,57	18,57	17,82	17,69	18,78	18,99
Corriente operativa óptima (Imp)	0,27	0,54	1,12	2,26	5,32	7,90
Tensión de circuito abierto (Voc)	22,64	22,64	22,54	22,54	22,64	22,42
Corriente de cortocircuito (Isc)	0,29	0,58	1,20	2,42	5,70	8,45
Eficiencia de célula (%)	17,96	17,96	16,76	16,56	17,88	17,96
Eficiencia de módulo (%)	9,16	10,83	11,45	12,74	14,90	15,12
Tolerancia (%)	±3%	±3%	±3%	±3%	±3%	±3%
NOCT	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C

Datos mecánicos						
Célula	52*15,3 (16,8)	52*30,6 (32,1)	156*21,9 (23,5)	156*44,3 (45,7)	156*104	156*156
Tecnología de célula	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina	Monocristalina
Número de células (pcs)	4*9	4*9	2*18	4*9	4*9	4*9
Tamaño del módulo (mm)	260*210*18	260*355*18	485*360*28	470*668*35	1005*668*35	1485*668*35
Grosor del cristal (mm)	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3,2
Máx. carga de superficie	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa
Resistencia al granizo	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g
Peso de la unidad (Kg)	0,7	1,2	2,3	3,8	8	11,6
Corriente máxima del fusible (A)	-	-	-	10	10	10
Marco	18#	18#	28#	28#	35#	35#
Tipo de conector	MC4	MC4	MC4	MC4	MC4	MC4
Parte posterior	TPT	TPT	TPT	TPT	TPT	TPT
Rango de temperatura	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C
FF (%)	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%
Standard Test Conditions	AM1.5 1000W/m² 25°C					



Panel 265W policristalino  
Inteligente -  
JKMS265PP-60 265W  
Maxim D Board - JINKO  
SOLAR  
REF. SOL073  
**229,77 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 100W  
monocristalino |  
CSUN100-36M |  
1020x670x30mm | RED  
SOLAR  
REF. SOL0183  
**92,72 €**



Panel 40W  
monocristalino  
(455x668x28mm) -  
TECHNO SUN  
REF. SOL037  
**41,76 €**



Panel solar policristalino  
5W KS5 - Kyocera  
REF. SOL0187  
**46,20 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar curvable  
FLX150SP-M semiflexible  
150W-25.52V  
(540x1460x3)High Eff.  
19.6% cell Solarworld -  
RED SOLAR  
REF. SOL0192  
**242,55 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar Sunflex  
FLX40SP-M semiflexible  
40W-18V (560x425x3)High  
Eff. 19.6% cell Sunpower  
- RED SOLAR  
REF. SOL0203  
**83,16 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 335W  
policristalino -  
RED335-72P 335W  
(1950X990X40mm)  
LIGHTBEAM series - RED  
SOLAR  
REF. SOL0211  
**175,06 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 160W  
policristalino |  
RED160-36P |  
1480x675x35mm  
QUASAR2 - RED SOLAR  
REF. SOL0209  
**116,00 €**

AÑADIR AL CARRITO



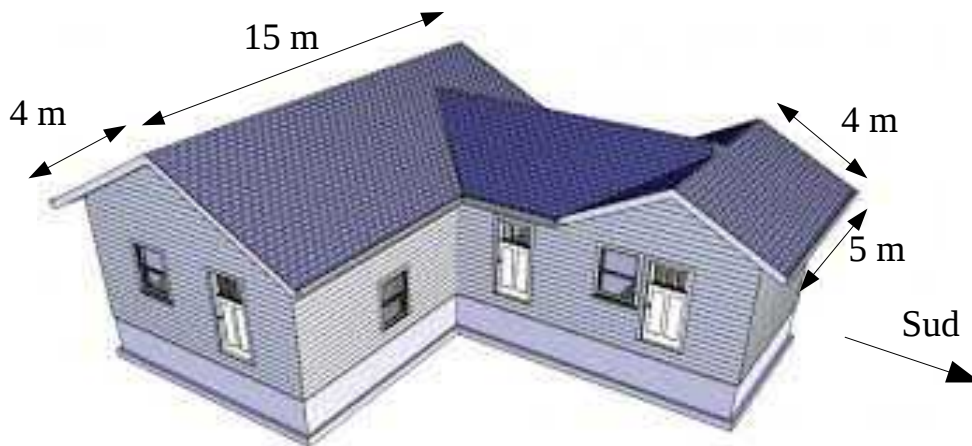
**Exercici 4.3-10**

En aquest terrat, quants mòduls Techno Sun 100 es podrien muntar?

Fes un esquema de la distribució dels mòduls al terrat.

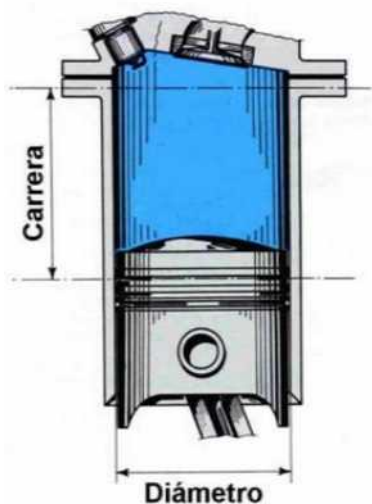
Quina seria la potència màxima del conjunt de mòduls?

Calcula el preu del conjunt de mòduls.

**Exercici 4.3-11**

La cilindrada és la suma del volum útil de tots els cilindres d'un motor. Normalment s'indica en centímetres cúbics.

Els cilindres d'un motor tenen 100 mm de carrera i 50 mm de diàmetre.

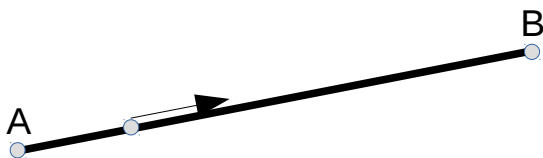


Quina és la cilindrada si el motor és de 4 cilindres?

## 4.4 Línies

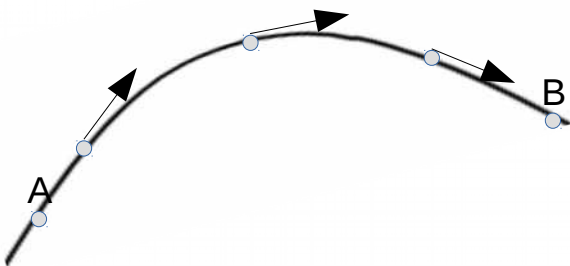
### Recta

La línia recta és la que uneix dos punts pel camí més curt. Si imaginem un punt que es mou damunt aquesta línia, el punt no canvia la seva direcció.



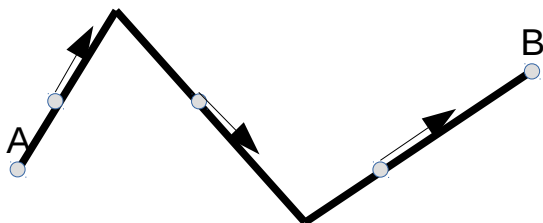
### Curva

En la línia curva, un punt que es mou damunt la curva, va canviant la seva direcció continuament.



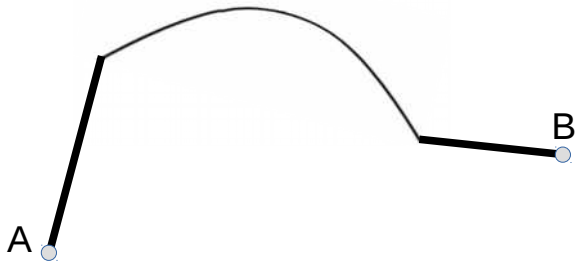
### Trencada

La línia trencada està formada per segments de línies rectes. En els punts de trobada dels segments es produeixen canvis de direcció discontinus.

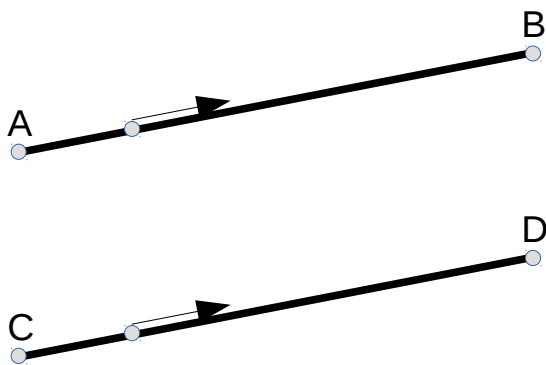


**Mixta**

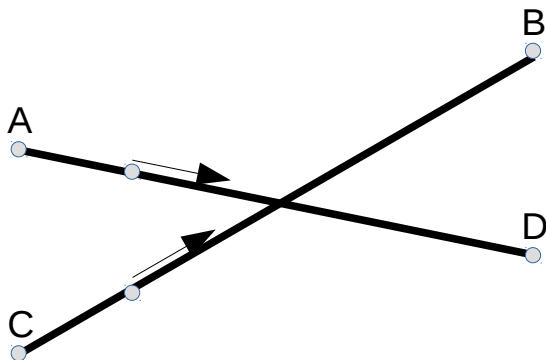
La línia mixta està formada per una combinació de línies rectes i curves.

**Paral·leles**

Les línies paral·leles tenen la mateixa direcció. Per això mai arriben a creuar-se.

**Secants**

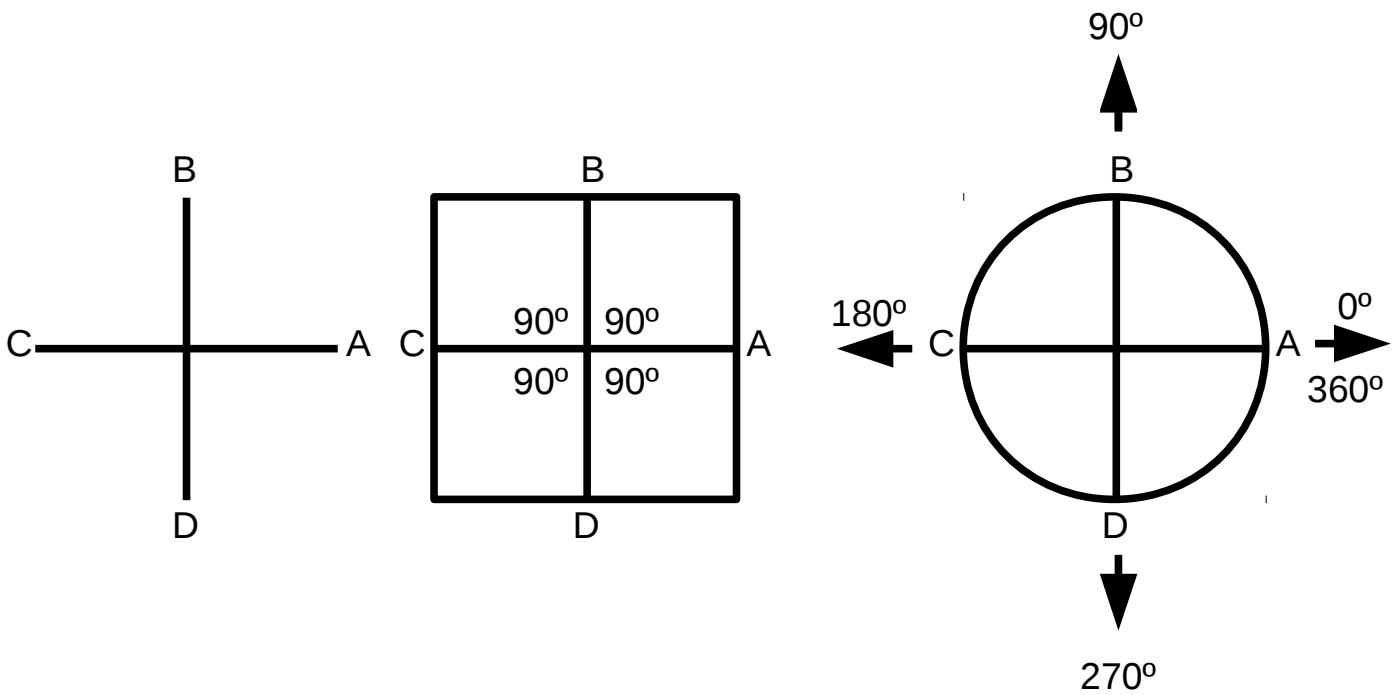
Línies rectes que es creuen en un punt s'anomenen secants.





**Perpendiculars**

Anomenem línies perpendiculars a dues línies que es creuen amb un angle de  $90^\circ$ .



**Exercici 4.4-1**

Partint de la posició A, un vehicle es mou fent un recorregut circular. El radi del cercle és de 1,59 km.

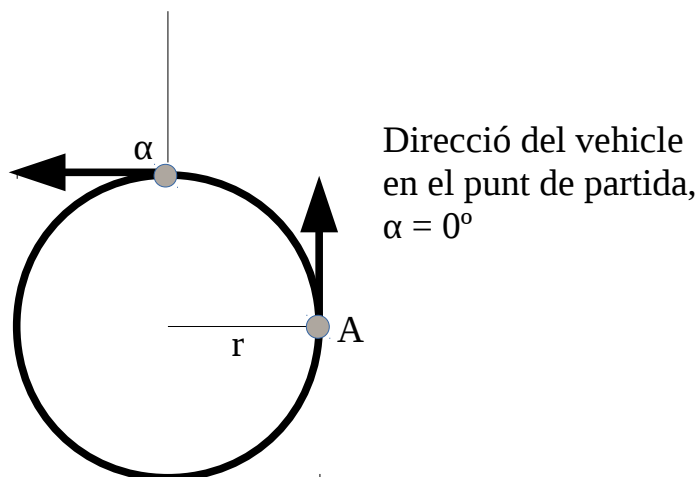
- Calcula la distància del trajecte que recorre el vehicle.
- A quins angles corresponen les distàncies indicades a la taula?

Marca els punts indicats en la taula en el perímetre del cercle.

	B	C	D	E	F
S en km	2	4	6	8	10
$\alpha$					

- Dibuixa un gràfic del angle  $\alpha$  en funció del recorregut del vehicle. El vehicle dóna una volta sencera al cercle.

L'eix horitzontal representa la distància S en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle  $\alpha$  amb  $360^\circ = 10$  cm.



**Exercici 4.4-2**

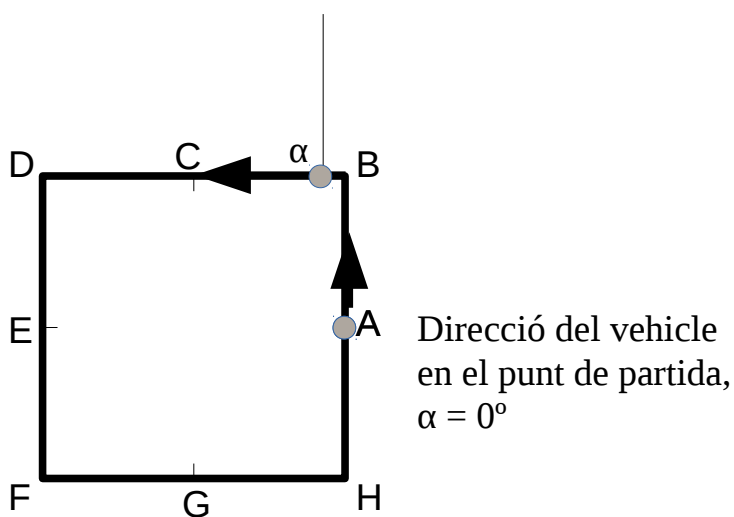
Partint de la posició A, un vehicle es mou recorrent un quadrat. La llargària dels costats del quadrat són de 2,5 km.

- Calcula la distància  $S$  del trajecte que recorre el vehicle.
- Indica la distància recorrida i l'angle que correspon a cada lletra.

	A	B	C	D	E	F	G	H	A
S en km									
$\alpha$									

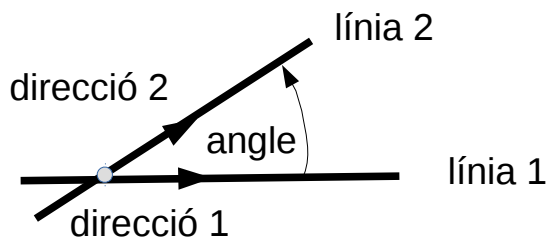
- Dibuixa un gràfic del angle  $\alpha$  en funció del recorregut del vehicle. El vehicle surt del punt A i torna al punt de partida.

L'eix horitzontal representa la distància  $S$  en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle  $\alpha$  amb  $360^\circ = 10$  cm.



## 4.5 Angles

Un angle indica un canvi de direcció. L'angle entre dues línies rectes, indica la diferència entre les direccions d'aquestes línies.

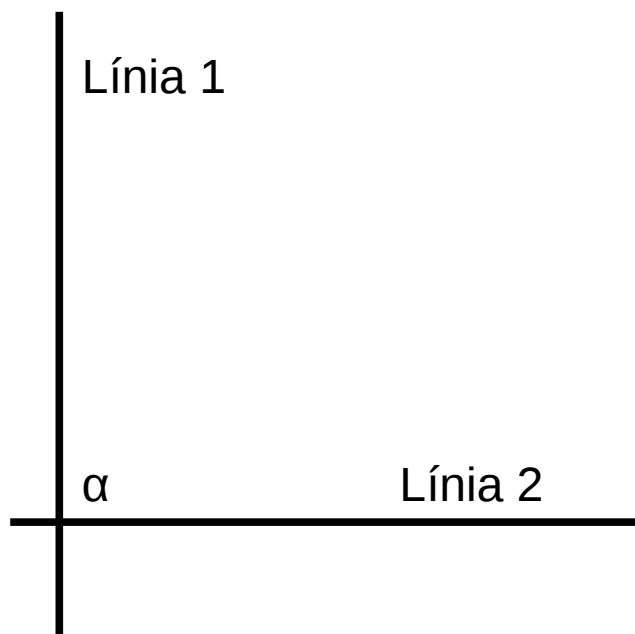


Els angles normalment s'anomenen amb lletres de l'alfabet grec, com  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama),  $\delta$  (delta) ...

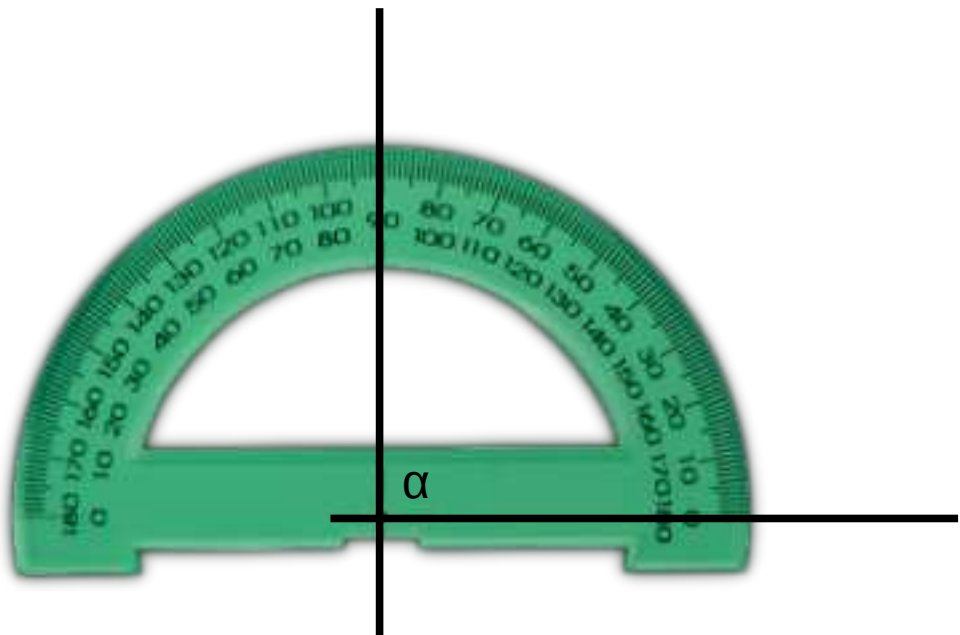
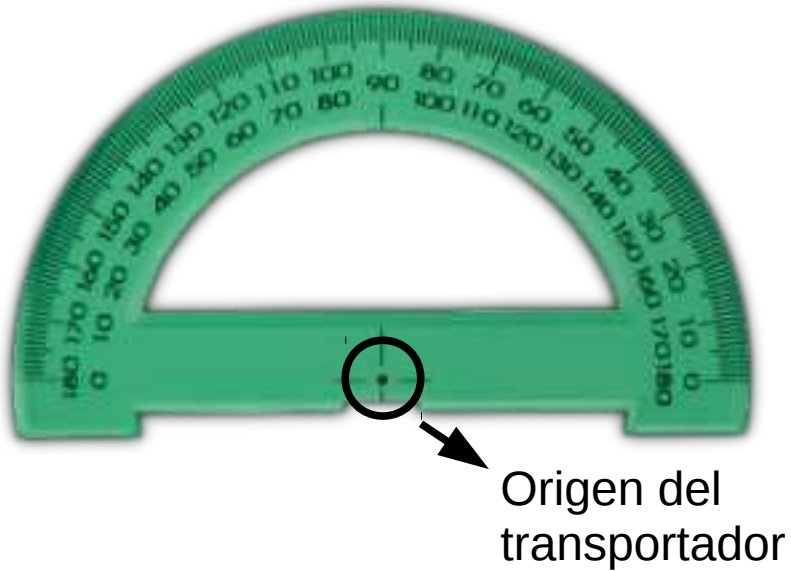
Per mesurar l'angle que formen dues línies utilitzem el transportador d'angles.

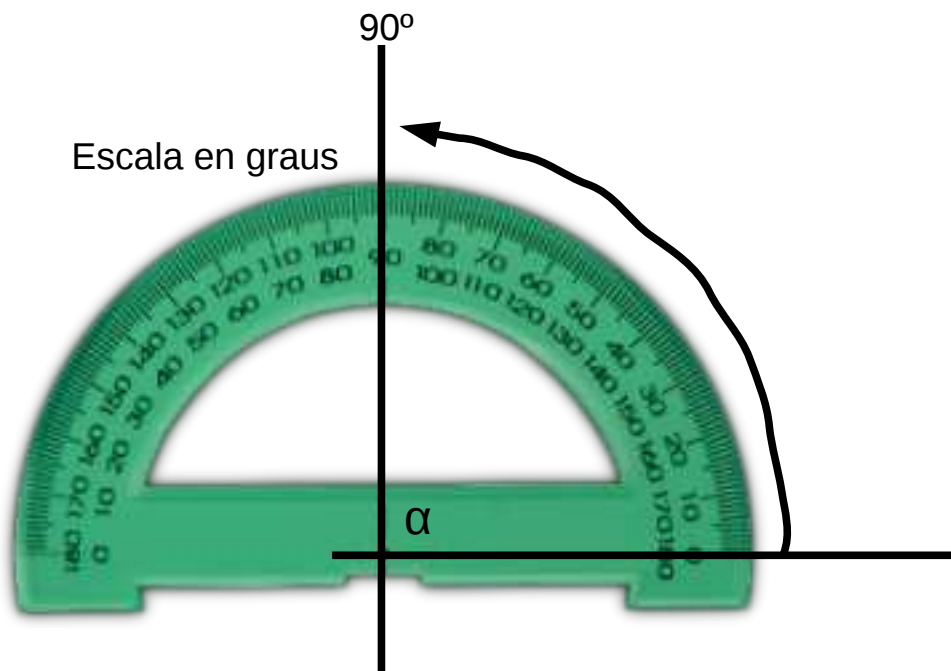


En l'exemple següent, les línies 1 i 2 formen un angle.



Per mesurar l'angle, situem l'origen del transportador en el punt on es creuen les línies.

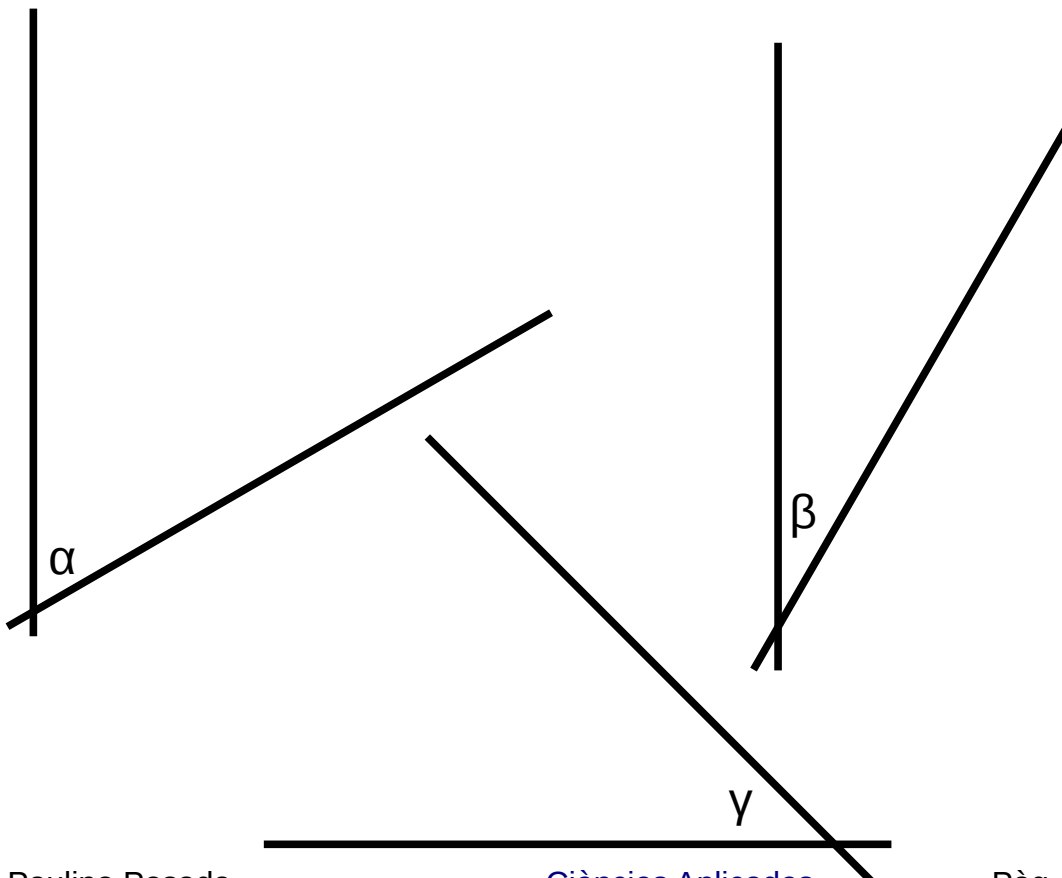




L'angle  $\alpha$  és de  $90^\circ$ .

#### Exercici 4.5-1

Mesura els següents angles.



**Exercici 4.5-2**

Dibuixa dues línies formant els següents angles:  $55^\circ$ ,  $78^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $95^\circ$ ,  $85^\circ$ ,  $90^\circ$ .

**Exercici 4.5-3**

Els segments

S1, de 3 cm,

S2, de 45 mm

S3, de 6 mm

S4, de 5 cm i

S5 de 20 mm,

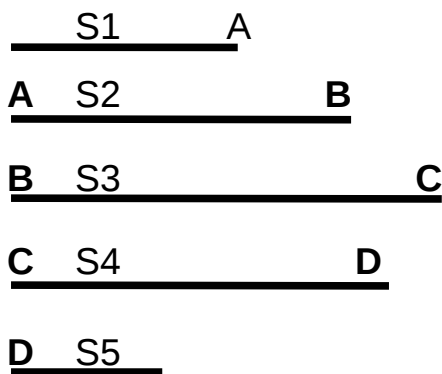
s'han de dibuixar units pels extrems que duen la mateixa lletra.

L'angle A entre els segments S1 i S2 és de  $120^\circ$ .

L'angle B entre els segments S2 i S3 és de  $90^\circ$ .

L'angle C entre els segments S3 i S4 és de  $45^\circ$ .

L'angle D entre els segments S4 i S5 és de  $20^\circ$ .



Quina és la llargària total de la línia que formen els segments?



**Exercici 4.5-4**

Els segments

S1, de 70 mm,

S2, de 6,5 cm

S3, de 5 mm

S4, de 5 cm i

S5 de 17 mm,

s'han de dibuixar units pels extrems que duen la mateixa lletra.

L'angle A entre els segments S1 i S2 és de  $90^\circ$ .

L'angle B entre els segments S2 i S3 és de  $180^\circ$ .

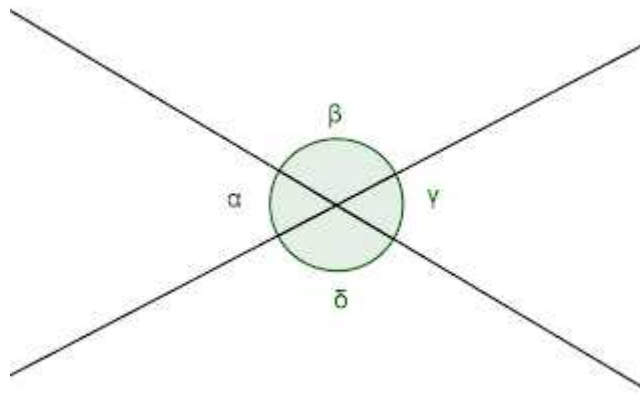
L'angle C entre els segments S3 i S4 és de  $45^\circ$ .

L'angle D entre els segments S4 i S5 és de  $135^\circ$ .

### 4.5.1 Tipus d'angles

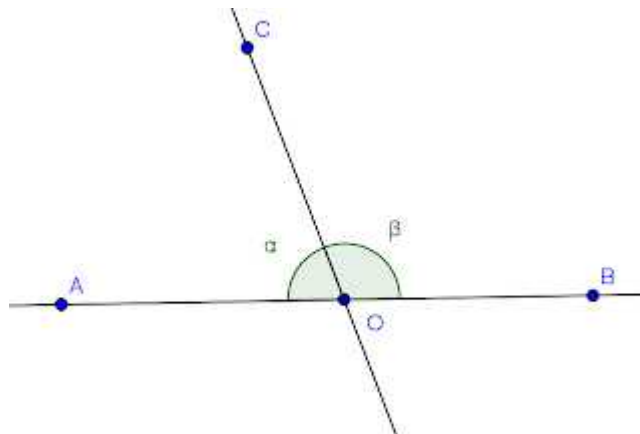
Angles en el creuament de rectes secants

Dues rectes secants presenten quatre angles.



Angles **adjacents**

Els angles amb costat comú s'anomenen adjacents



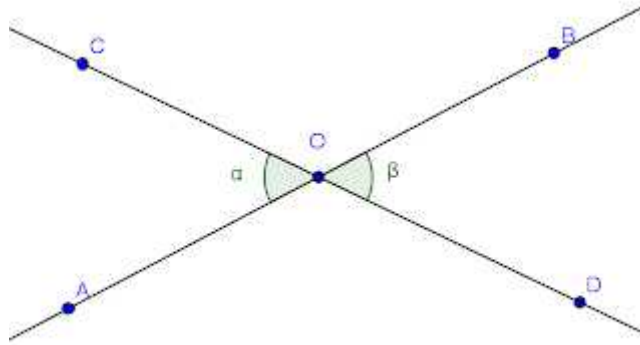
En la imatge l'angle  $\alpha$  és adjacent  $\beta$  perquè comparteixen un costat, la semirecta OC, i els seus altres costats OA i OB són semirectes oposades.

Dos angles adjacents sempre sumen  $180^\circ$ .

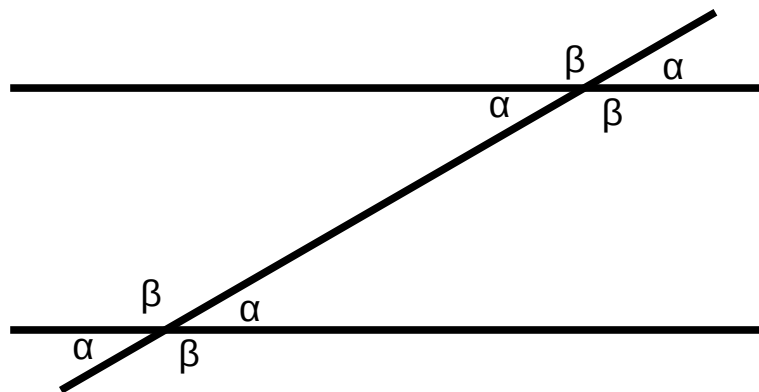
**Angles oposats**

Els angles oposats són aquells que no són adjacents.

Els angles oposats són iguals.

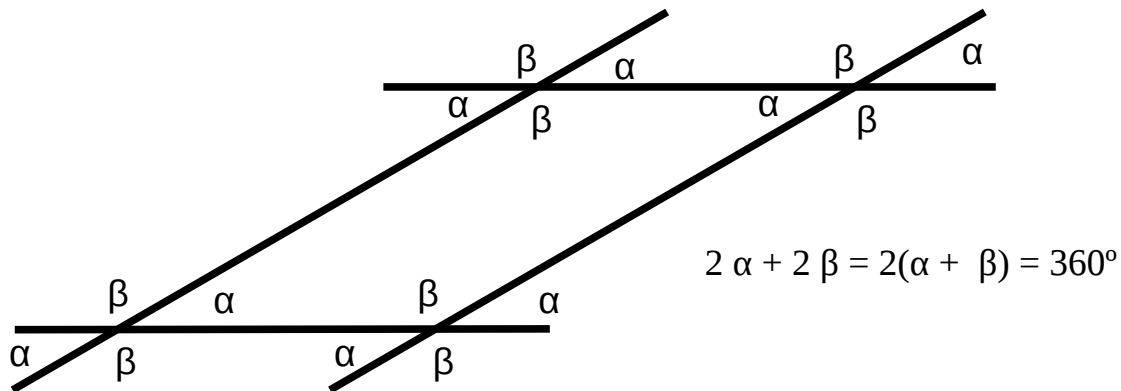


<https://puntoyrecta.blogspot.com/2008/08/ngulos-entre-rectas-secantes.html>

**Angles formats per dues paral·leles i una secant**

### 4.5.2 Paral·lelogram

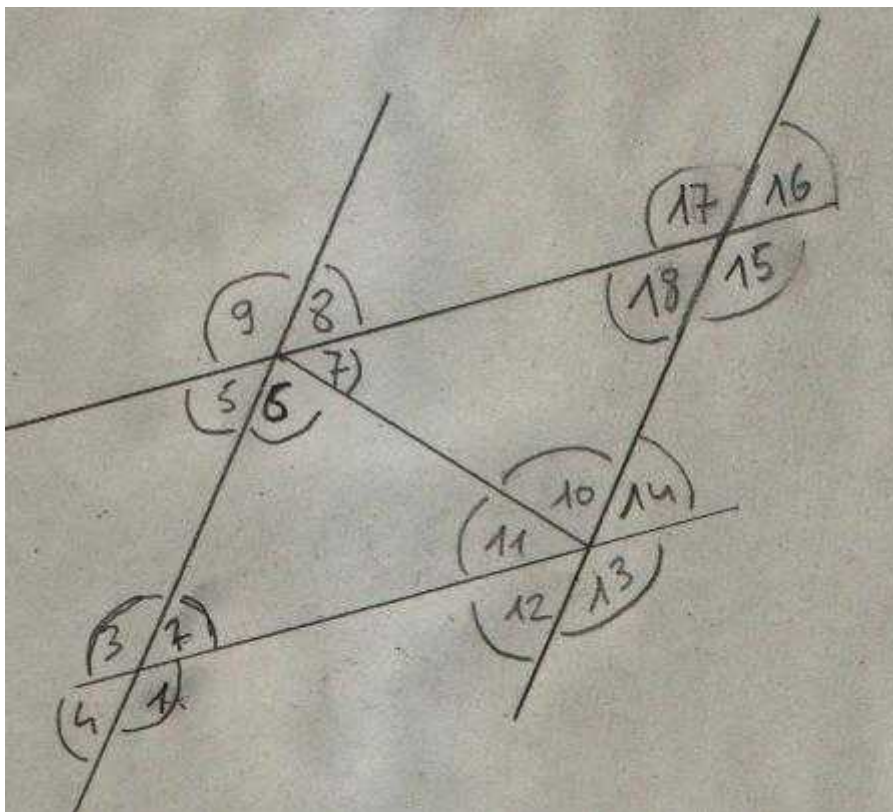
S'anomena paral·lelogram a la figura formada per dos parelles de paral·leles que es tallen.



En qualsevol paral·lelogram, el doble dels angles adjacents és  $360^\circ$ .

#### Exercici 4.5.2-1

Dibuixa un paral·lelogram similar i indica els valors dels angles.



### 4.5.3 Rectangle

Un rectangle és un paral·lelogram en el qual les parelles de línies paral·leles són perpendiculars.

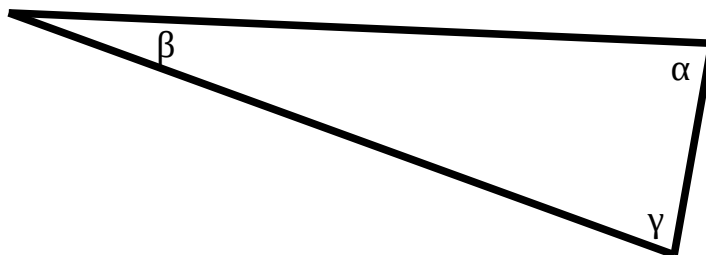


Els quatre angles del rectangle són rectes, és a dir, de  $90^\circ$ .

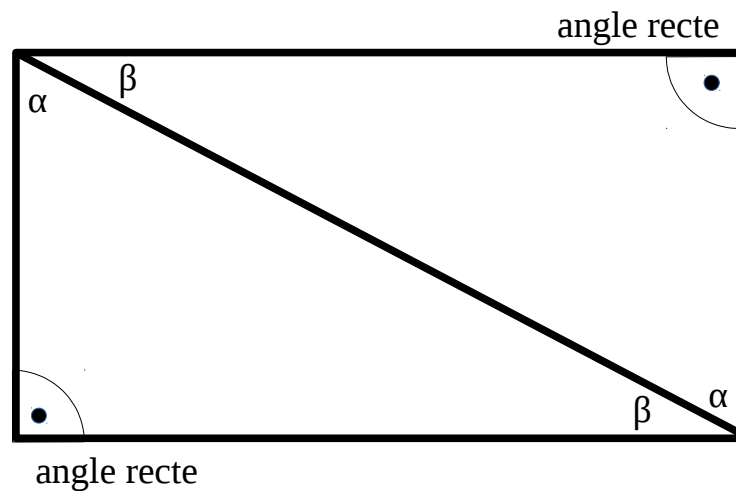
La suma dels angles d'un rectangle fa  $360^\circ$ .

### 4.5.4 Triangle

Un triangle té tres angles, que sovint s'anomenen  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta) i  $\gamma$  (gama):



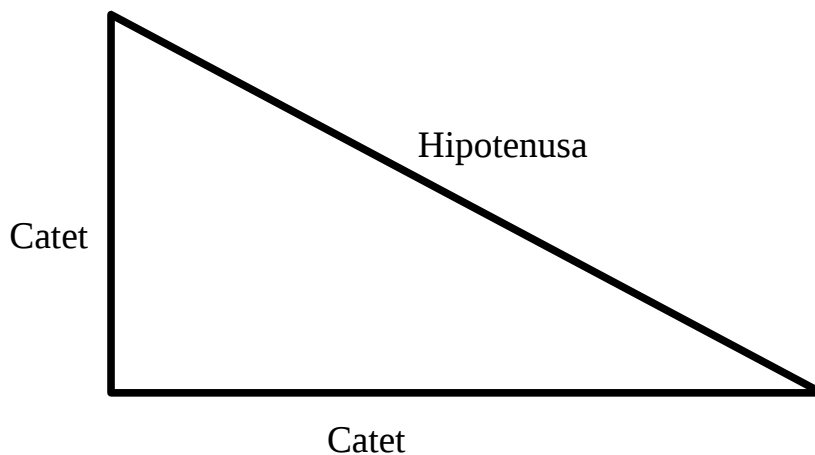
Un rectangle, es pot dividir amb una línia diagonal en dos triangles idèntics.



Els triangles construïts a partir d'un rectangle s'anomenen **triangles rectangles**, perquè tenen un angle recte.

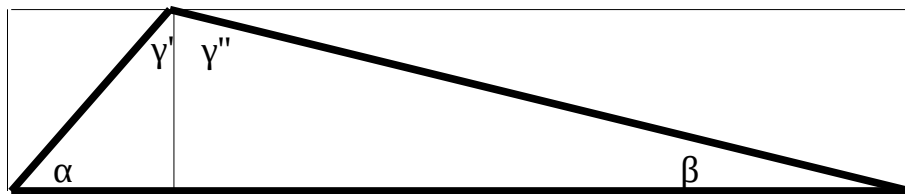
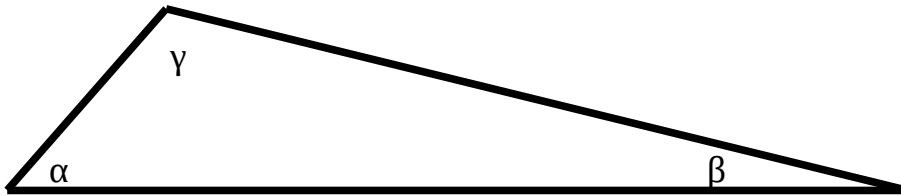
La suma dels angles d'un triangle rectangle és  $180^\circ$ , perquè  $\alpha$  i  $\beta$  sumen  $90^\circ$ .

En un triangle rectangle, el costat més llarg s'anomena hipotenusa i els costats curts que formen l'angle recte s'anomenen catets.



#### 4.5.4.1 Suma dels angles d'un triangle

Un triangle qualsevol es pot representar per dos triangles rectes amb un costat comú.



$$\gamma = \gamma' + \gamma''$$

$$180^\circ = \alpha + \gamma' + 90^\circ$$

$$180^\circ = \beta + \gamma'' + 90^\circ$$

$$\rightarrow 360^\circ = \alpha + \gamma' + 90^\circ + \beta + \gamma'' + 90^\circ$$

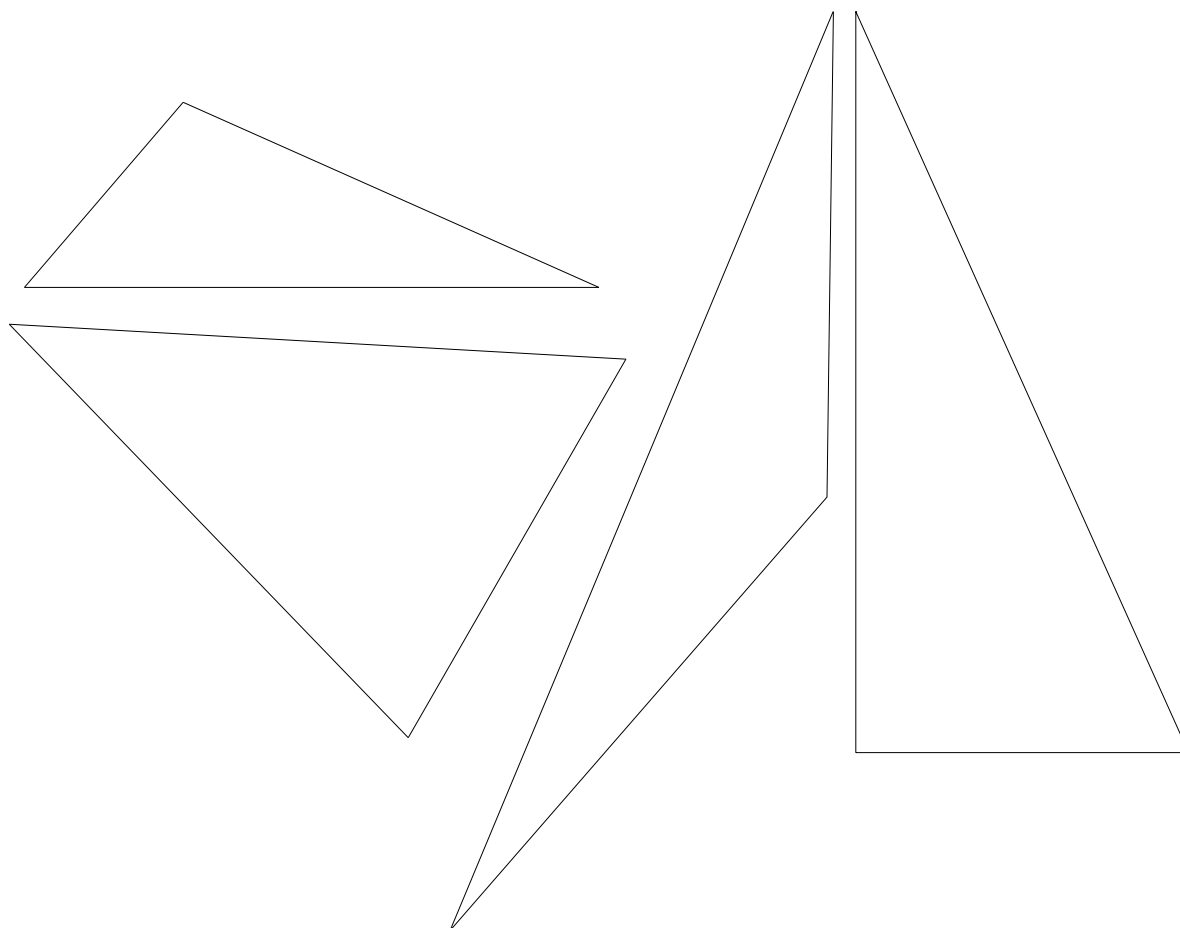
$$\rightarrow 180^\circ = \alpha + \beta + \gamma' + \gamma''$$

$$\rightarrow 180^\circ = \alpha + \beta + \gamma$$

La suma dels angles d'un triangle fa  $180^\circ$ .

**Exercici 4.5.4.1-1**

Indica el valor dels angles.

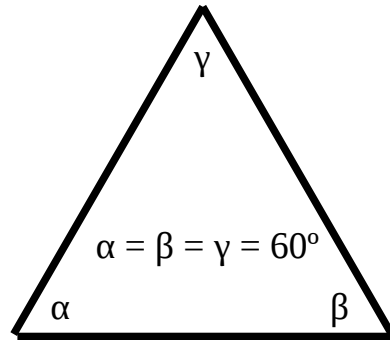




#### 4.5.4.2 Triangle equilater

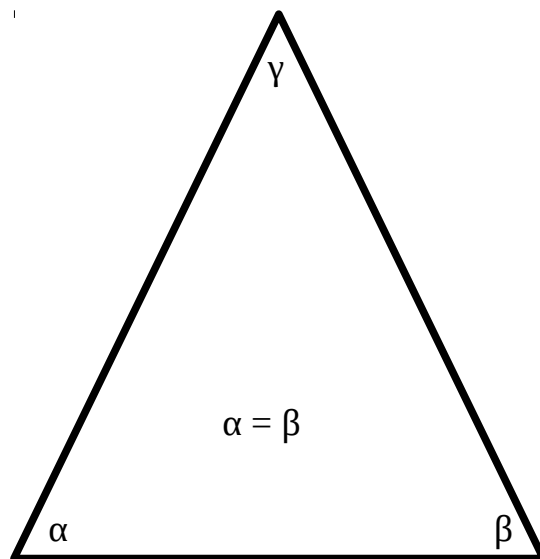
Un triangle amb els tres costats d'igual llargària s'anomena equilater.

També els angles del triangle equilater són iguals i fan  $60^\circ$ .



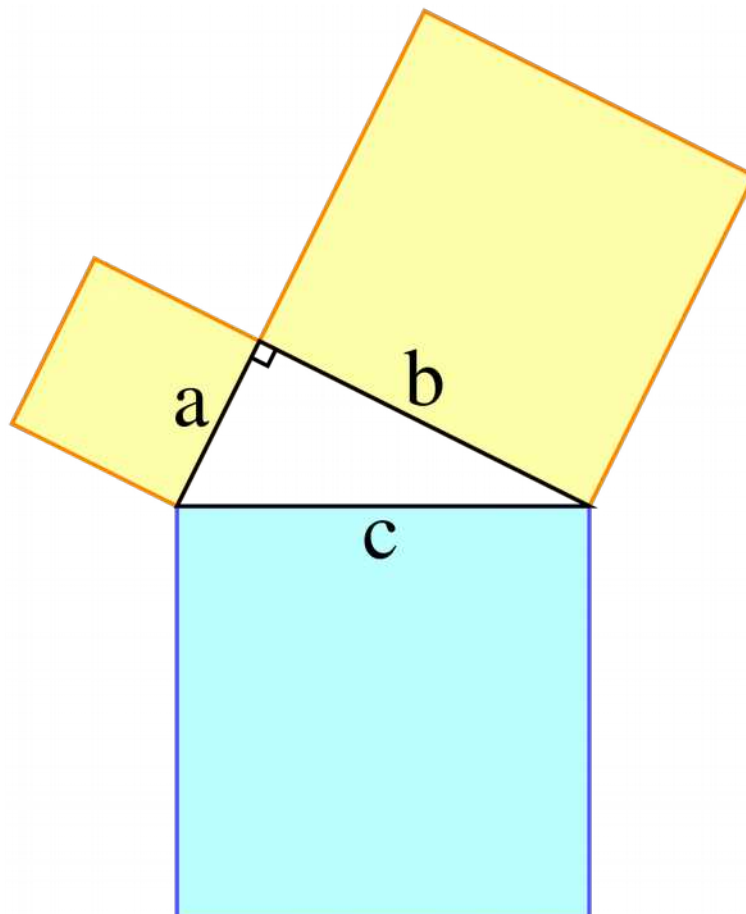
#### 4.5.4.3 Triangle isòsceles

Un triangle isòsceles té dos costats d'igual llargària i dos angles iguals.

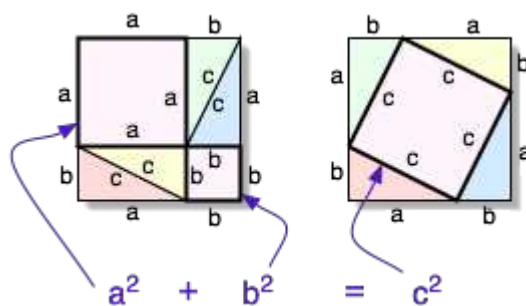


#### 4.5.4.4 Teorema de Pitàgores

En un triangle rectangle, la suma dels quadrats dels catets és igual al quadrat de la hipotenusa.

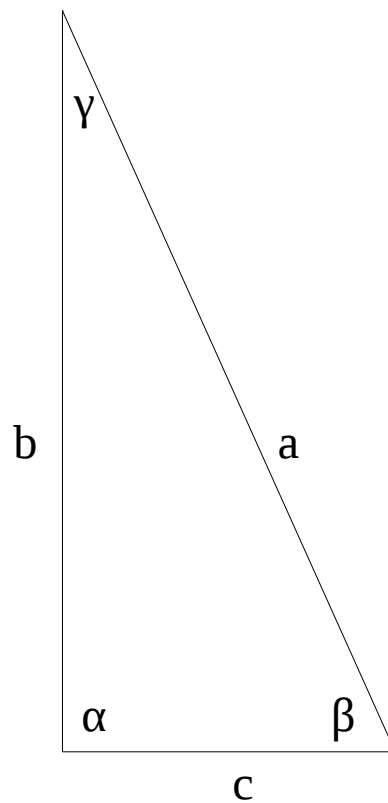


$$a^2 + b^2 = c^2$$



**Exercici 4.5.4.4-1**

- a) Mesura els angles i indica si en aquest triangle es pot aplicar el teorema de Pitàgoras.
- b) Mesura els costats ***a***, ***b*** i ***c***.
- c) En cas que es pugui aplicar el teorema de Pitàgores, calcula la llargària del costat ***a***, utilitzant els valors dels costats ***b*** i ***c***.



**Exercici 4.5.4.4-2**

En un triangle rectangle, la hipotenusa ***a*** mesura 10 cm i un catet ***b*** mesura 5 cm.

Quant mesura el catet ***c*** ?

Dibuixa el triangle.

**Exercici 4.5.4.4-3**

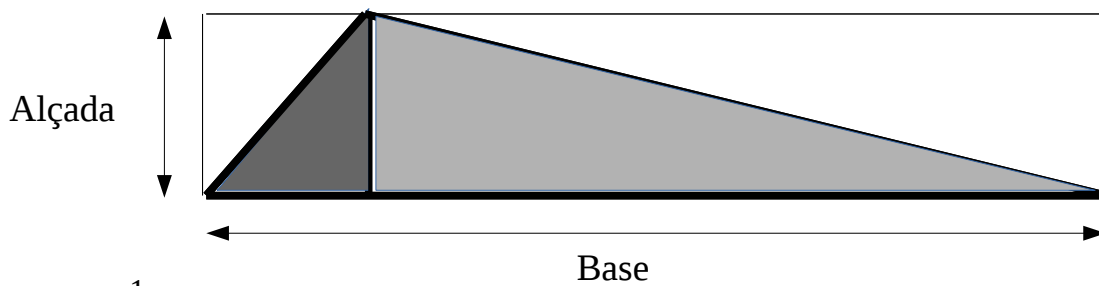
En un triangle rectangle, la hipotenusa ***a*** mesura 10 cm i l'angle ***β*** 30°.

Dibuixa el triangle i indica les mides de tots els costats i angles.

#### 4.5.4.5 Càlcul de la superfície d'un triangle

A partir de qualsevol triangle es pot construir un rectangle amb la mateixa base i alçada que el triangle.

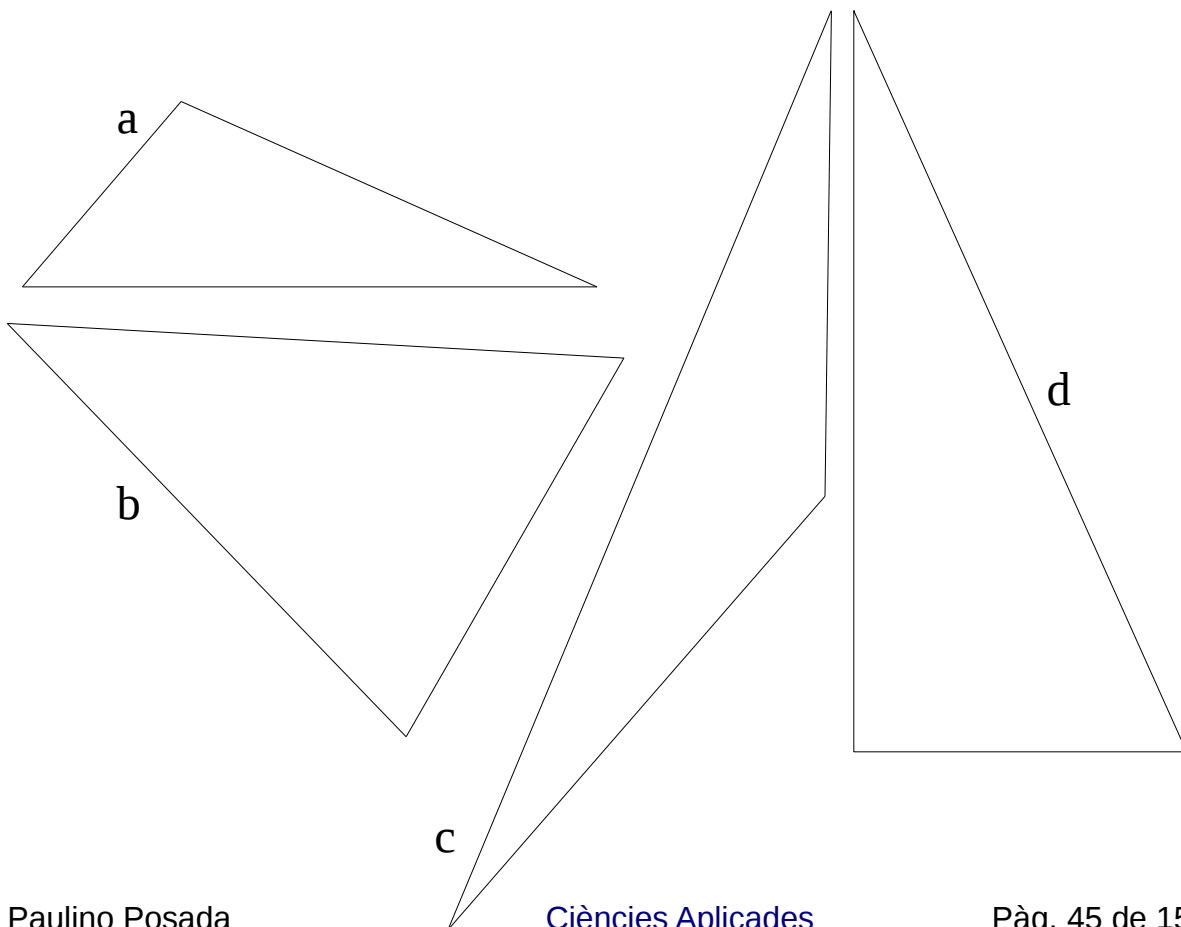
La superfície del triangle es la meitat de la del rectangle.



$$A_{triangle} = \frac{1}{2} Base \cdot Alçada$$

#### Exercici 4.5.4.5-1

Calcula les superfícies dels següents triangles.



#### 4.5.4.6 Triangles semblants

Triangles semblants són aquells, que compleixen una de les següents condicions.

a) Que els angles (homòlegs) siguin iguals.

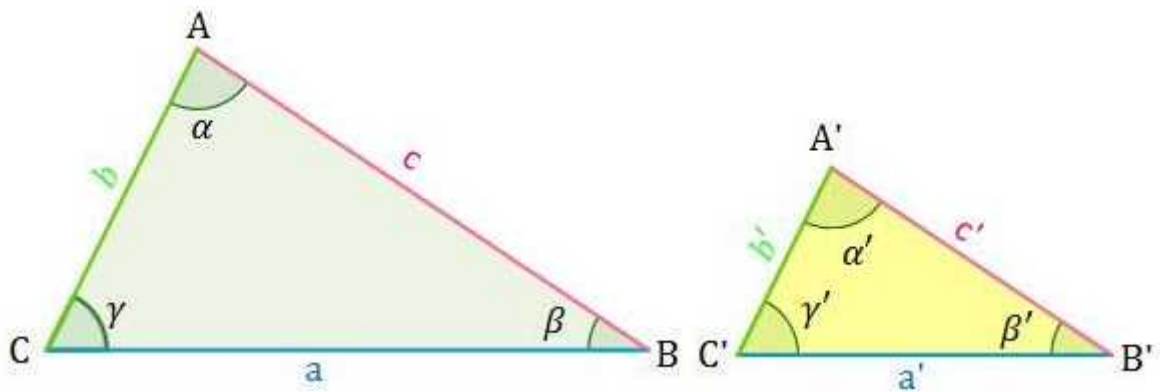
$$\alpha = \alpha'$$

$$\beta = \beta'$$

$$\gamma = \gamma'$$

b) Que els costats (homòlegs) siguin proporcionals.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$



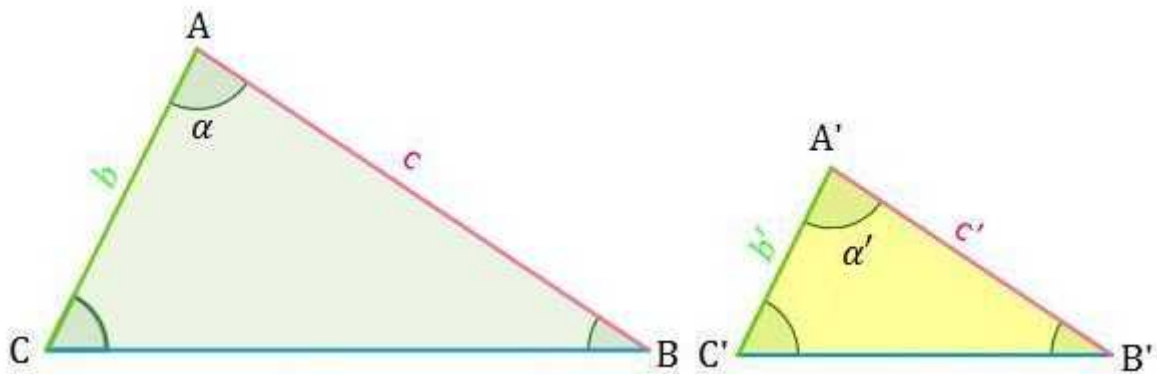
Criteris de semblança de triangles:

a) Que dos angles siguin iguals.

Si dos angles són iguals, el tercer, per força també ho haurà de ser, ja que la suma dels tres fa  $180^\circ$ .

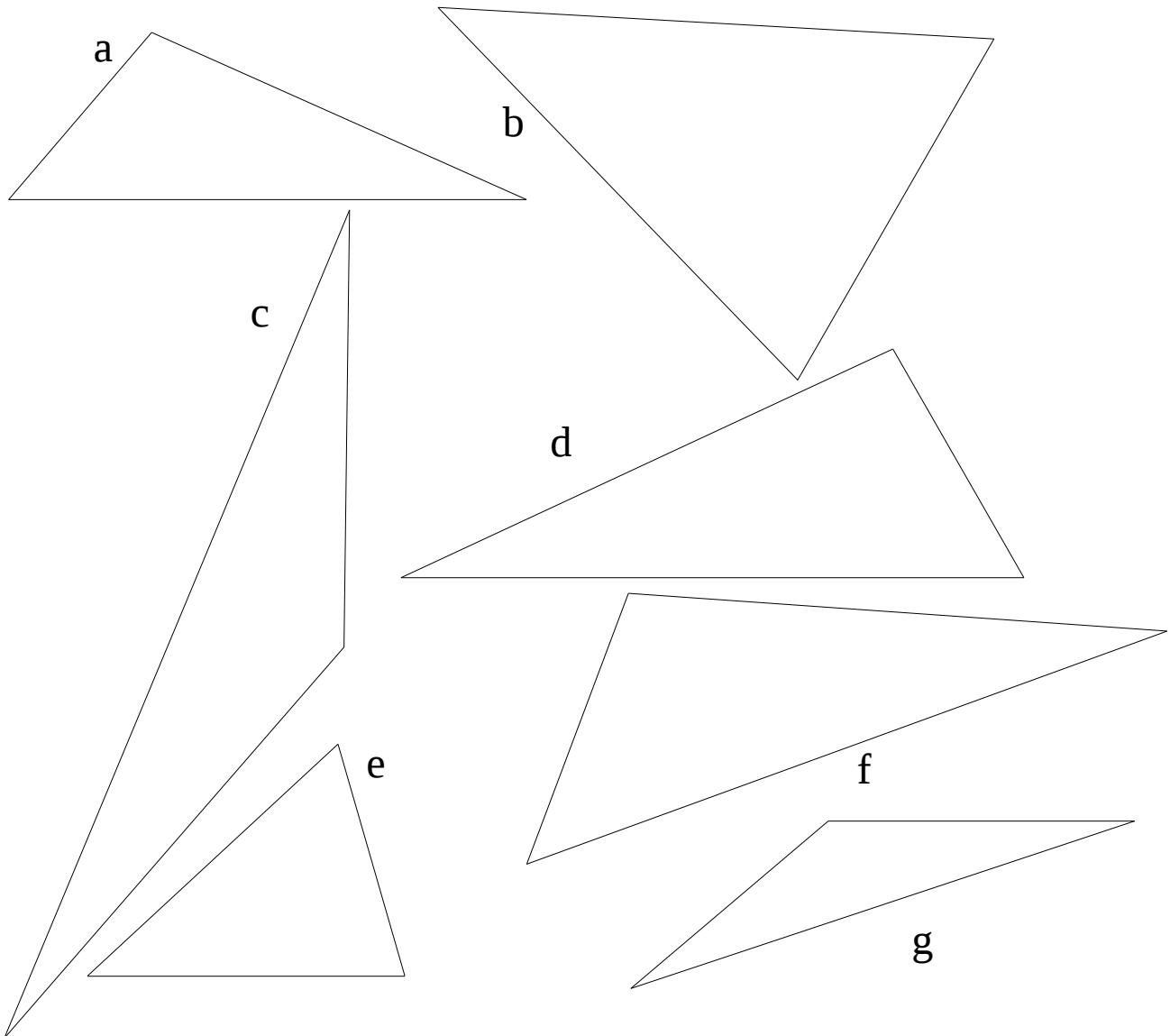
b) Que un angle sigui igual i els dos costats, que formen aquest angle, siguin proporcionals.

$$\alpha = \alpha' \quad \text{i} \quad \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



**Exercici 4.5.4.6-1**

Indica quins d'aquests triangles són semblants, justificant-ho.

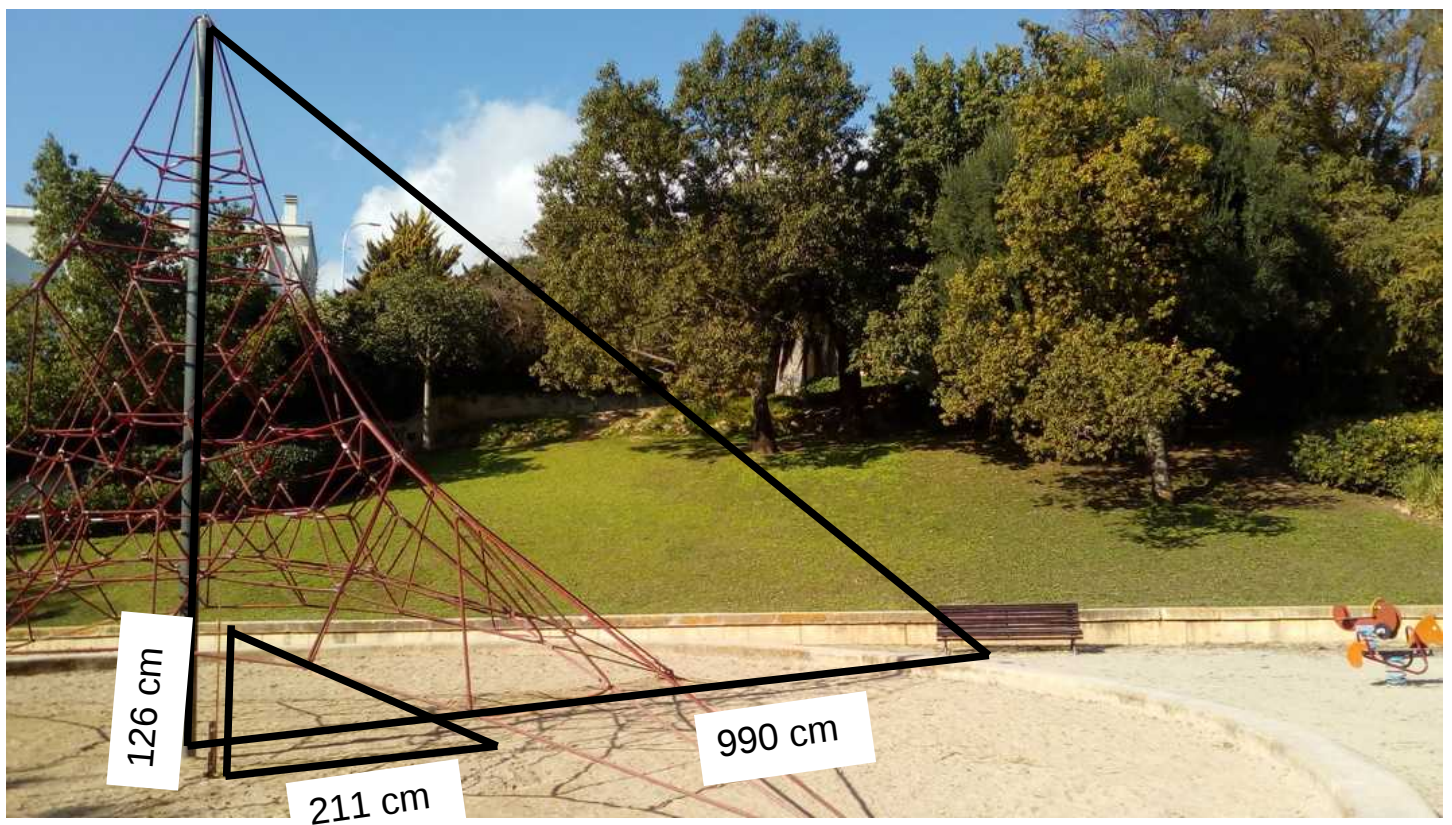


<https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/semejanza-triangulos/>



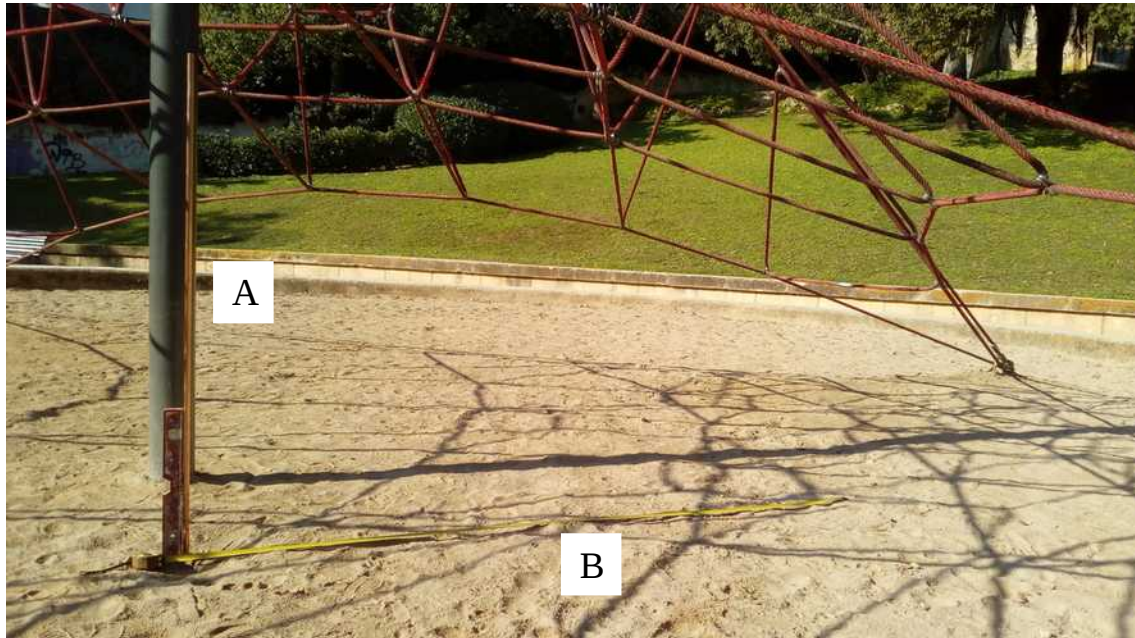
#### 4.5.4.7 Aplicació dels triangles semblants

Càlcul de l'alçada d'un objecte, mesurant la seva ombra.





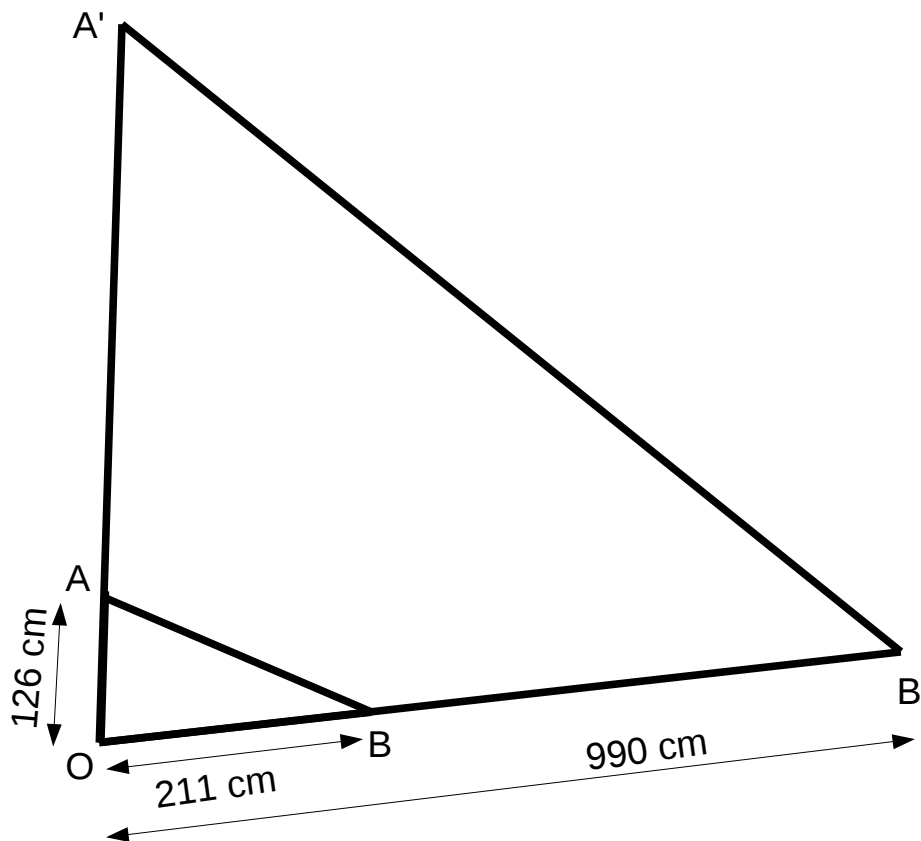
Col·loquem un tub de coure en posició vertical, mesurant la seva alçada i la llargària de la seva ombra.



A - Tub de coure en posició vertical

B – Metre mesurant la llargària de l'ombra del tub





Es tracta de triangles semblants, llavors els costats homòlegs són proporcionals.

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OB'}} \text{ amb}$$

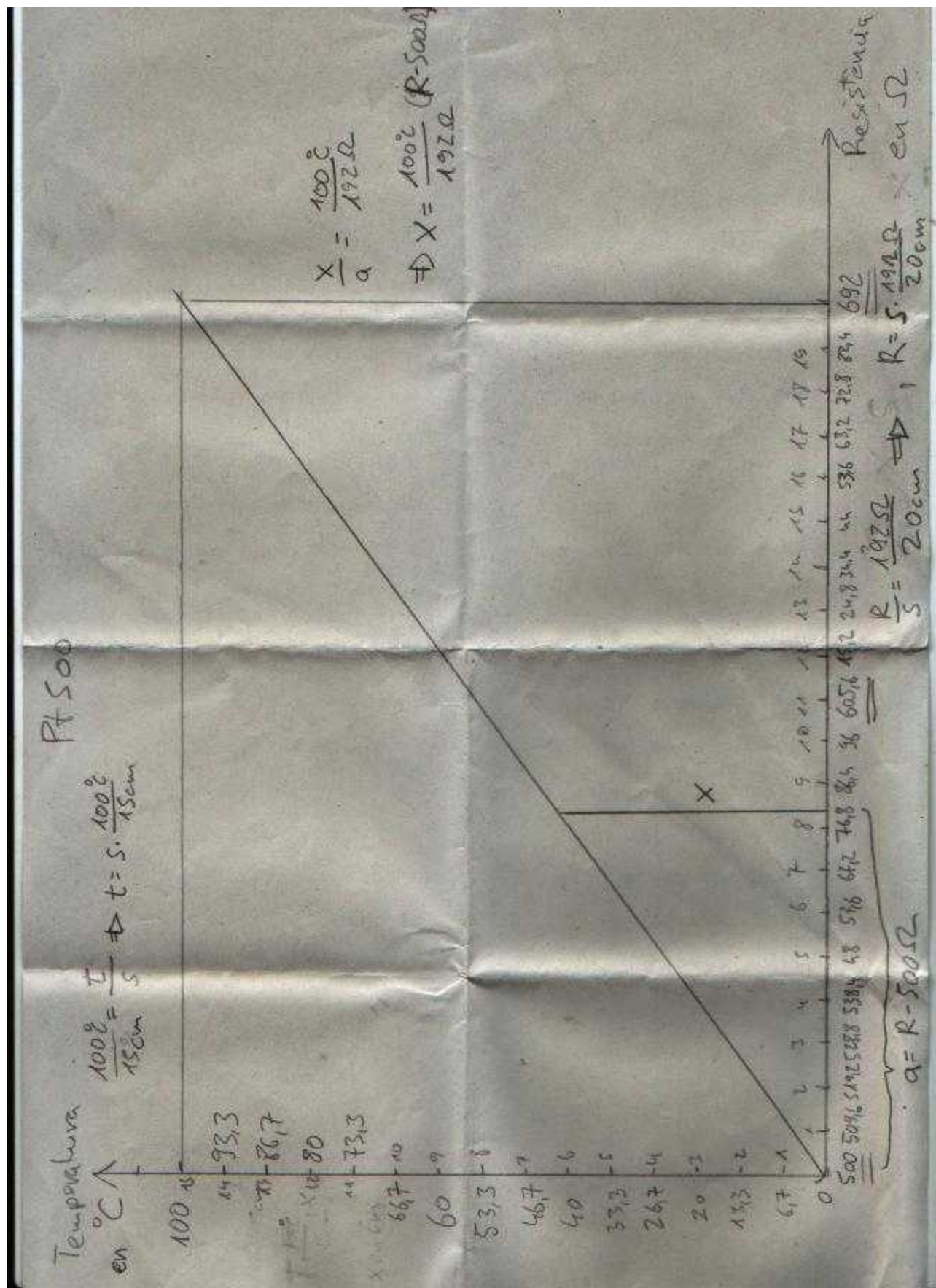
$\overline{OA}$  - Alçada del tub de coure = 126 cm

$\overline{OA'}$  - Alçada de l'objecte =  $x$

$\overline{OB}$  - Llargària de l'ombra del tub de coure = 211 cm

$\overline{OB'}$  - Llargària de l'ombra de l'objecte = 990 cm

$$\frac{126 \text{ cm}}{x} = \frac{211 \text{ cm}}{990 \text{ cm}} \rightarrow x = 126 \text{ cm} \cdot \frac{990 \text{ cm}}{211 \text{ cm}} = 591 \text{ cm} = 5,9 \text{ m}$$

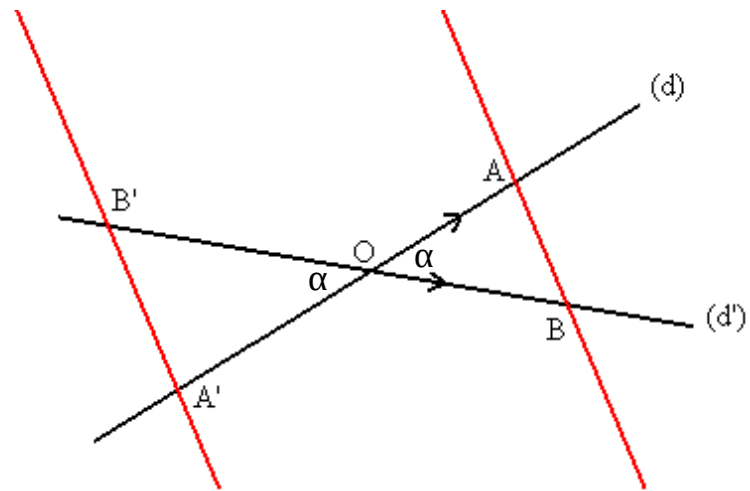
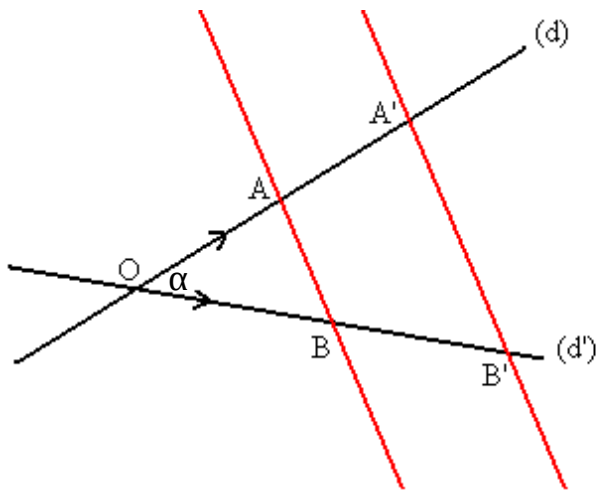




#### 4.5.4.8 Teorema de Tales

Dues línies rectes,  $d$  i  $d'$ , es tallen en el punt  $O$ .

Dues paral·leles tallen  $d$  i  $d'$  en els punts  $A, B$  i  $A', B'$ .



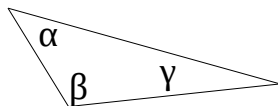
Llavors:

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OB'}}$$

## 4.6 Exercicis angles i triangles

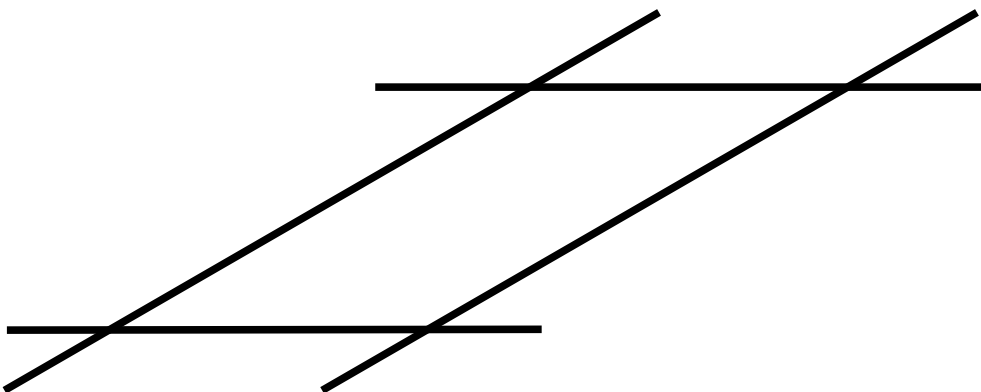
### Exercici 4.6-1

En un triangle, els angles beta i gama sumen  $150^\circ$ . Quin és l'angle alfa?



### Exercici 4.6-2

Quins angles són idèntics al paral·lelogram?



### Exercici 4.6-3

Els catets d'un triangle rectangle mesuren 5 cm.

Quant mesura l'hipotenusa?

Dibuixa el triangle.

Hi ha angles iguals?

**Exercici 4.6-4**

Els costats ***a*** i ***b*** d'un triangle, fan un angle de  $55^\circ$ . El costat ***a*** mesura 60 mm i el ***b*** 90 mm.

Dibuixa el triangle.

**Exercici 4.6-5**

L'angle ***α*** d'un triangle mesura  $40^\circ$  i l'angle ***β***  $70^\circ$ .

Dibuixa el triangle.

**Exercici 4.6-6**

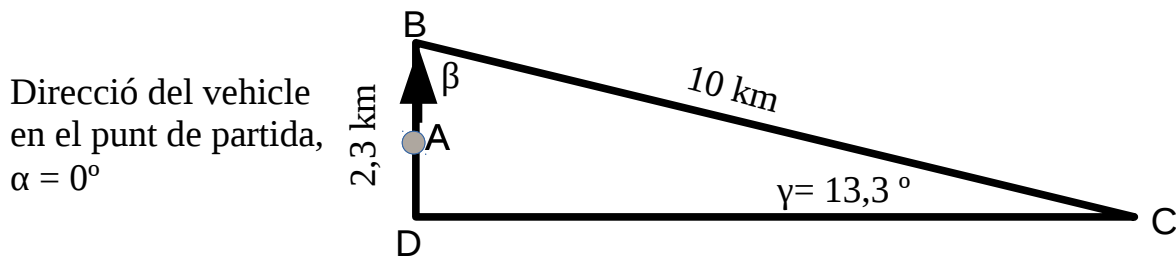
- a) Dibuixa un triangle rectangle amb un angle de  $30^\circ$ . La hipotenusa fa 10 cm de llarg.
- b) Indica la mida dels catets mesurant-los.
- c) Comprova que es compleix el teorema de Pitàgores.

**Exercici 4.6-7**

Partint de la posició A, un vehicle es mou fent un recorregut triangular.

- Calcula la distància del trajecte que recorre el vehicle.
- Quins angles corresponen als canvis de direcció en els punts B, C i D?
- Dibuixa un gràfic del angle  $\alpha$  en funció del recorregut del vehicle. El vehicle recorre el triangle tornant al punt A.

L'eix horitzontal representa la distància S en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle  $\alpha$  amb  $360^\circ = 10$  cm.





**Exercici 4.6-8**

Determinar el costat d'un triangle equilàter, on el perímetre sigui igual al d'un quadrat de 12 cm de costat. Quines són les superfícies del quadrat i del triangle?

**Exercici 4.6-9**

Calcula l'àrea d'un triangle equilàter inscrit en una circumferència d'un radi de 6 cm.

**Exercici 4.6-10**

Un triangle equilàter té 6m de costat, calcula l'àrea d'un dels sectors determinat per la circumferència circumscripita i pels radis que passen pels vèrtexs.

**Exercici 4.6-11**

Determinar l'àrea del quadrat inscrit en una circumferència de llargària 18.84 m.

<https://www.vitutor.com/geo/eso/sActividades.html>

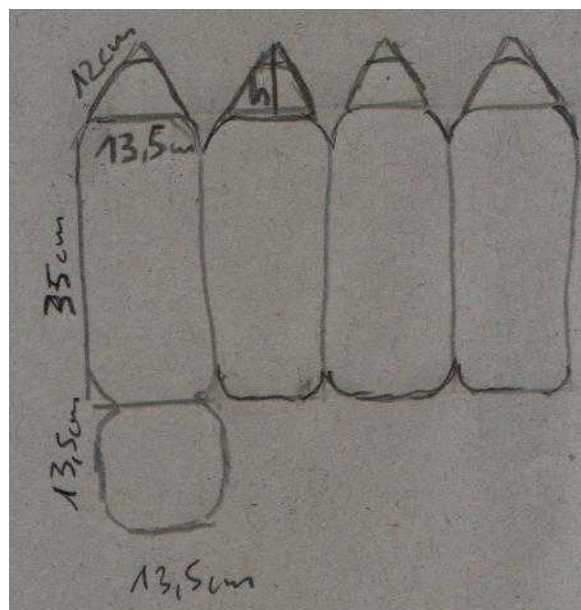
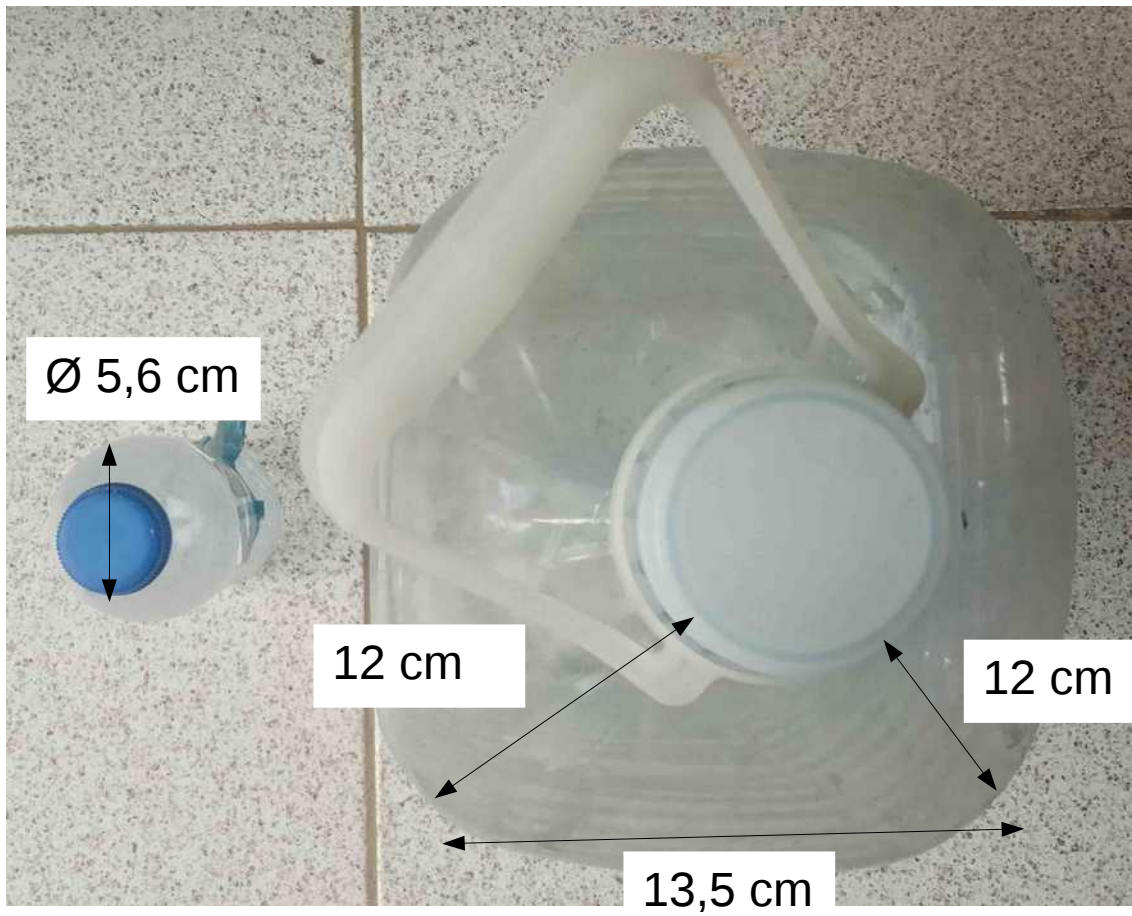
**Exercici 4.6-12**

On hi ha més plàstic, en 16 ampolles petites de mig litre, o en una gran de 8 litres?

Es suposa que la quantitat de plàstic utilitzada per fabricar una ampolla és proporcional a la superfície.

Aproxima la quantitat de plàstic utilitzada en 16 botelles petites i compara-la amb la d'una ampolla de 8 litres, relacionant les superfícies de les ampolles.

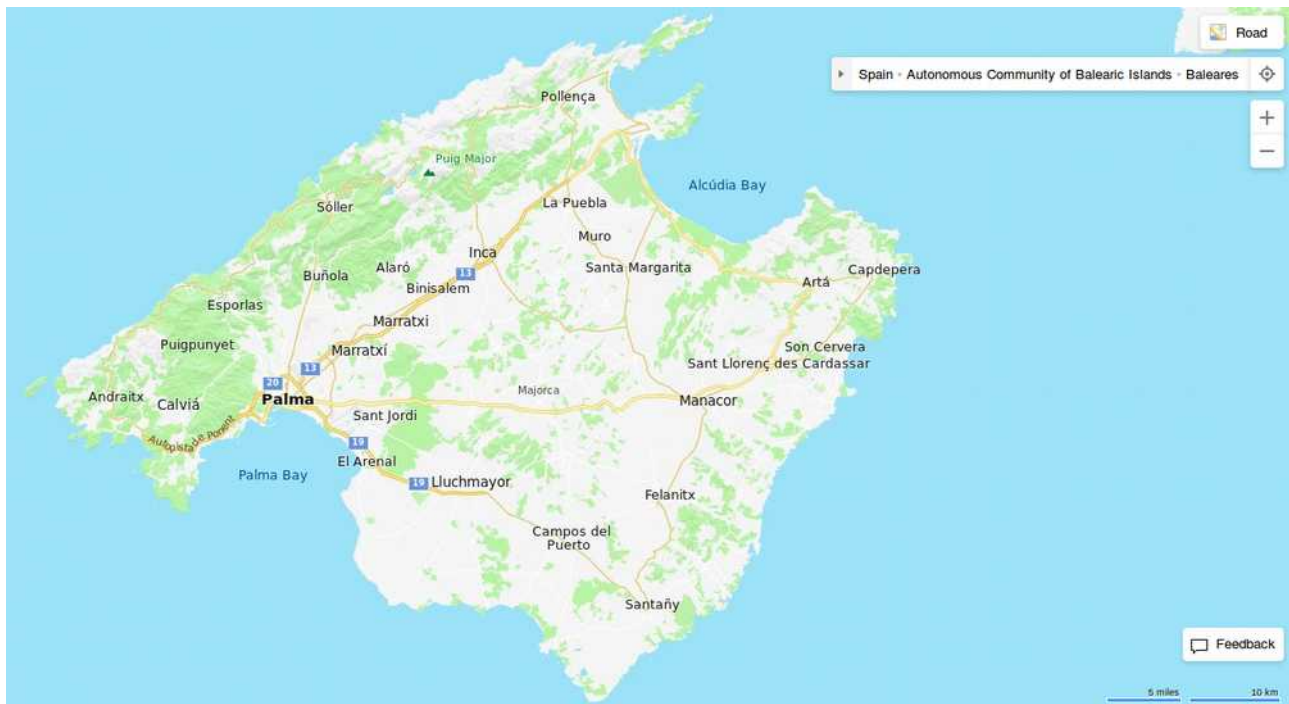




**Exercici 4.6-13**

Calcula la superfície de l'illa de Mallorca, utilitzant formes geomètriques planes.

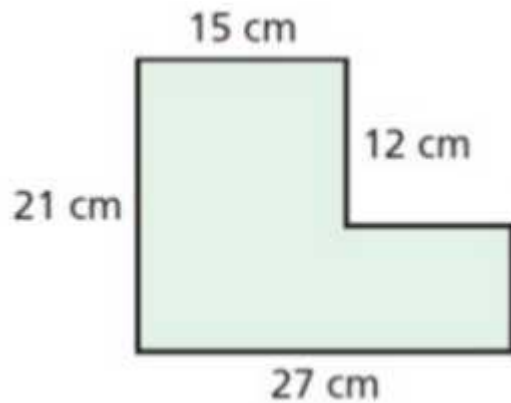
Indica la superfície calculada en  $m^2$  i  $km^2$ .



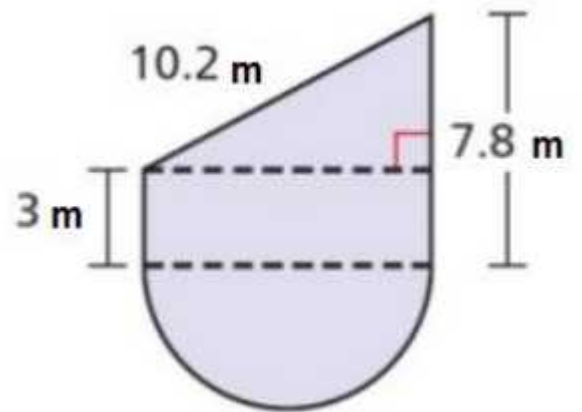
## Exercicis de reforç

r1.) Determina l'àrea i el perímetre de les figures

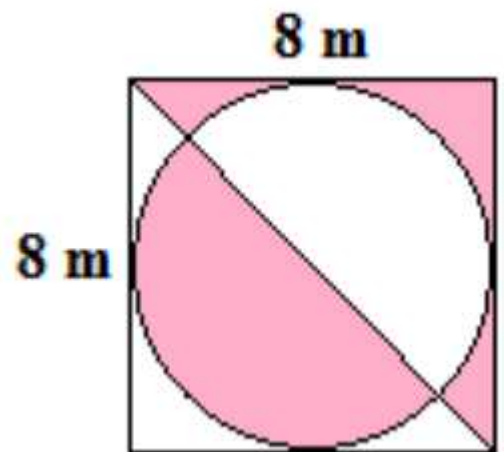
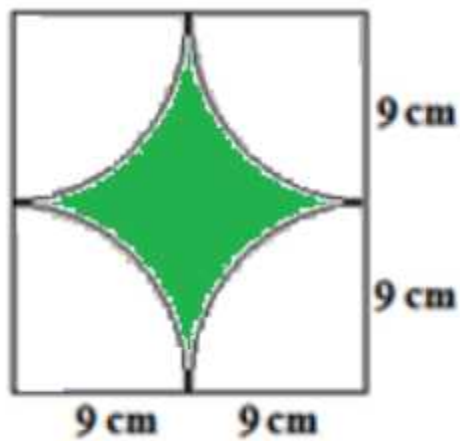
a.)



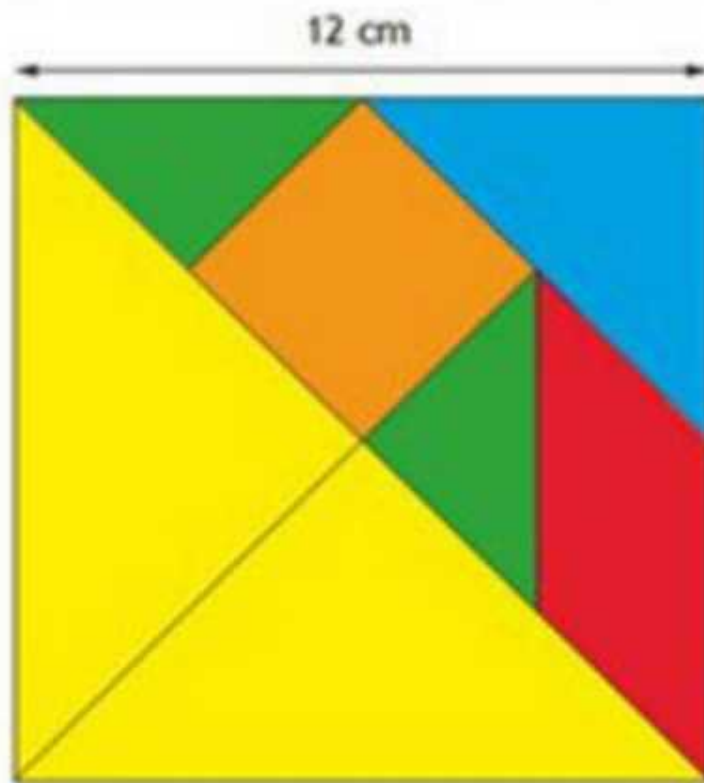
b.)



r2.) Calcula l'àrea acolorida de les figures

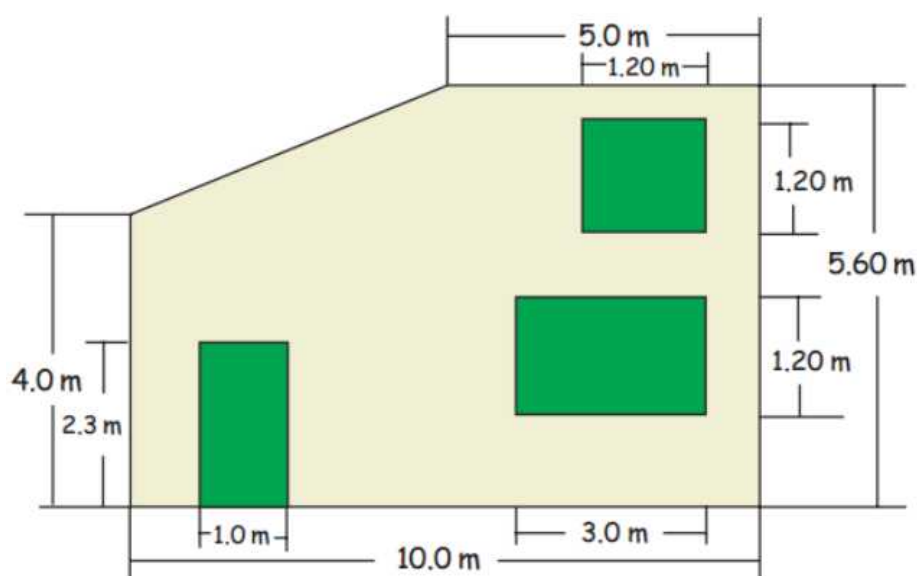


r3.) Quants  $\text{cm}^2$  de catolina groga, blava i verd es necessiten per fer el tangram?



r4.) S'ha de pintar la façana d'un edifici. Quina és la superfície a pintar?

Si el rendiment de la pintura és de  $8 \frac{\text{m}^2}{\text{l}}$  i s'ofereix en pots d'un litre per 18 euros i de 5 l per 70 euros, quant costa la pintura necessària?



r5.) En un paral·lelogram, un dels angles mesura  $110^\circ$ .

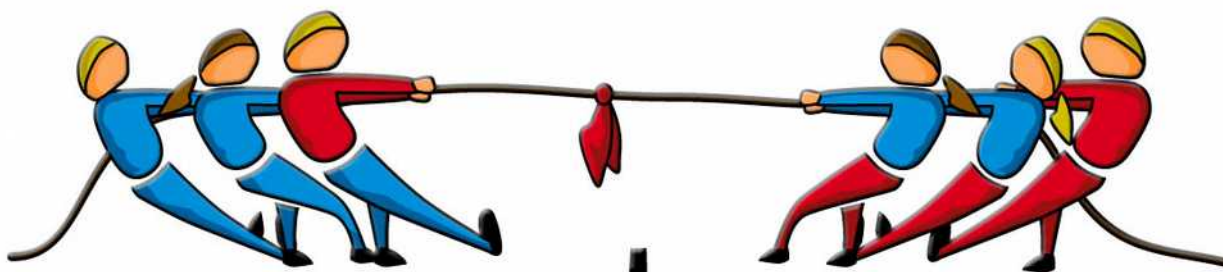
Quant mesuren els altres angles?

Dibuxa'l, sabent que els costats mesuren 4 cm i 6 cm.

#### 4.7 Suma i resta de vectors

En mecànica, una força que actua damunt un objecte, causa el seu moviment. També poden actuar diverses forces que es compensen, de forma que l'objecte no es mou, ja que les forces es troben en equilibri.

En el cas de dues persones que tiren cada una de l'extrem d'una corda, si una força és superior a l'altra, es produeix un moviment, si les forces són iguals, es manté l'equilibri sense produir-se moviment.



La unitat de mesura de la força és el Newton (N). Normalment indiquem el pes d'un objecte en kg, que és una unitat de massa. En la superfície terrestre, la força d'atracció que actua damunt un objecte és proporcional a la seva massa **m** i es calcula

multiplicant la massa **m** en kg pel factor  $g = 10 \frac{N}{kg}$

$$F = g \times m = 10 \frac{N}{kg} \times m$$

Un objecte de 10 kg és atret per la terra amb una força  $F = g \times m = 10 \frac{N}{kg} \times 10 kg = 100 N$



Per exemple, un vaixell de vela aprofita la força del vent pel seu desplaçament. El vent pot variar la seva intensitat, augmentant o reduint la força damunt el vaixell i també pot canviar la seva direcció.



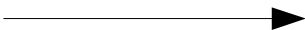
Una força es pot representar gràficament per una línia que s'anomena vector i té dues característiques, **direcció** i **mòdul**.

El **mòdul** es representa amb la llargària de la línia.

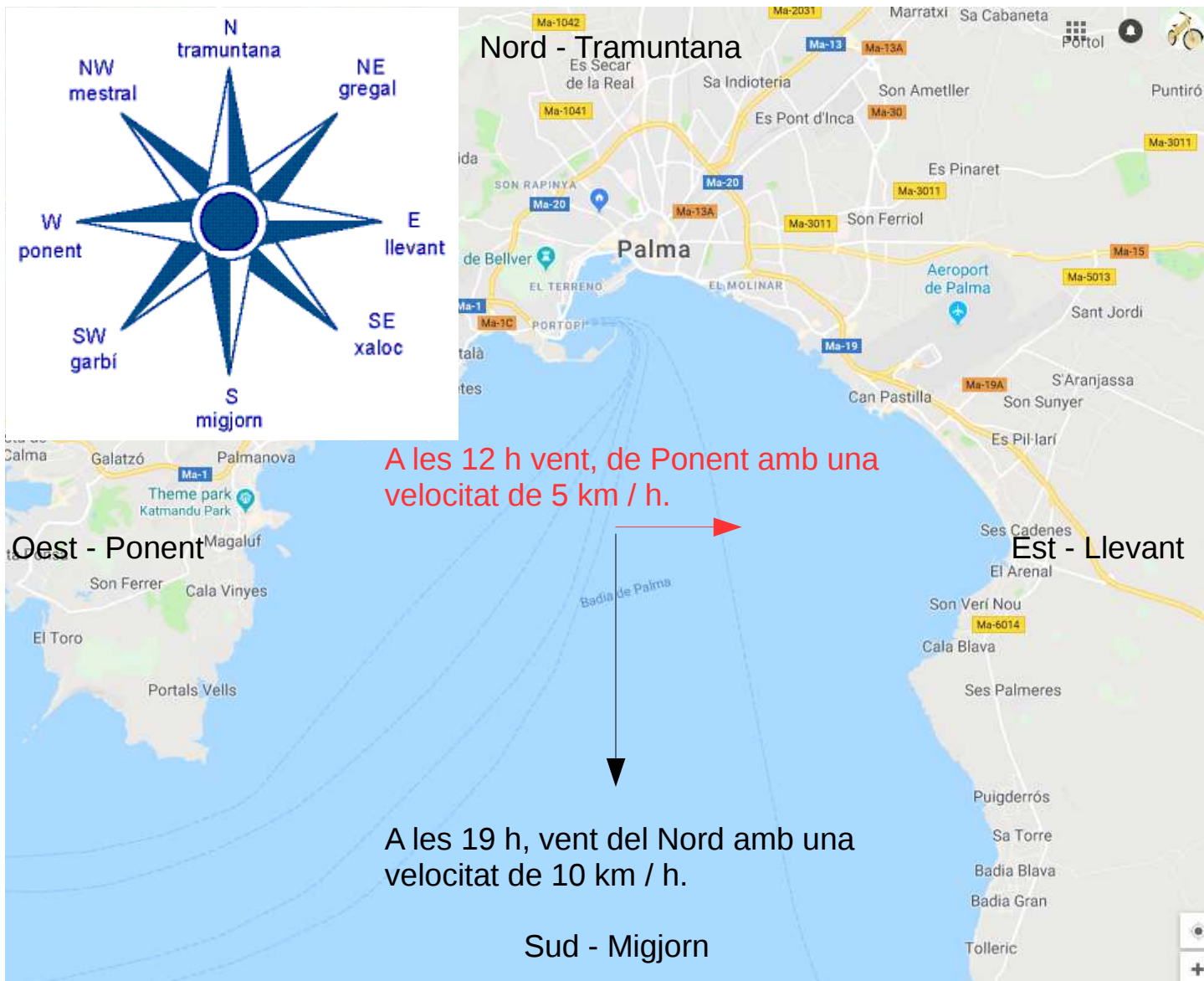
Vent amb una velocitat de 5 km / h



Vent amb una velocitat de 10 km / h



Els vectors s'identifiquen amb una fletxa damunt la lletra que representa una variable. Per exemple, si la variable és una força, normalment es representa amb una  $F$  i per mostrar que es tracta d'un vector, s'escriu  $\vec{F}$  amb una fletxa damunt la  $F$ .



Imaginem ara un creuer que surt de la badia de Palma dirigint-se cap al sud un dia sense vent. Suposem que la força amb la qual els motors propulsen el creuer cap endavant és de 100 000 N.



Escala 25 000 N : 1 cm

De cop comença a bufar un vent del sud que fa actuar una força de 25 000 N damunt el creuer. Quin seria l'efecte d'aquesta força?



— Força motors  $\vec{F}_M$

— Força vent  $\vec{F}_V$

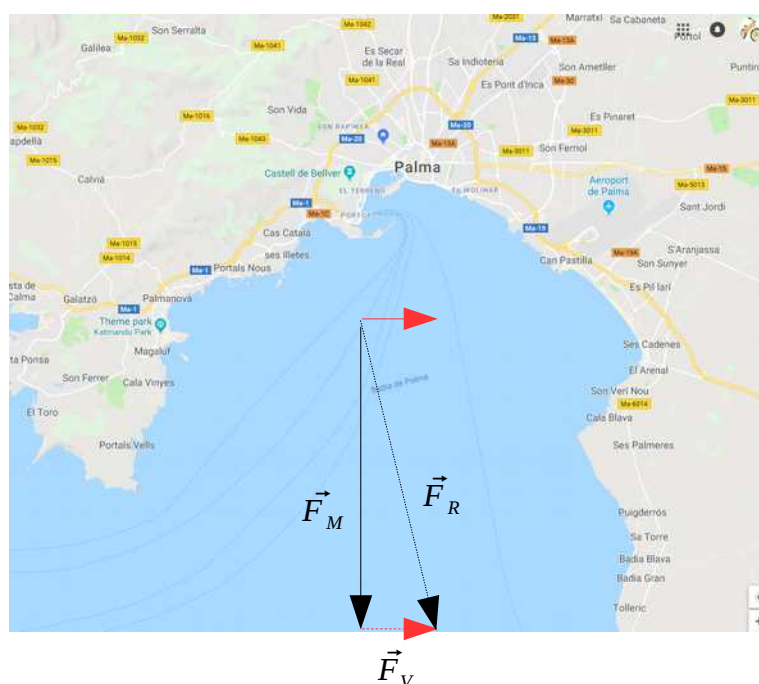
— Força resultant  $\vec{F}_R$

Escala 25 000 N : 1 cm

El vent bufa en direcció oposada al moviment del creuer, reduint la seva velocitat, ja que la força resultant cap endavant (direcció sud) és la diferència entre la força dels motors i la del vent.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_M + \vec{F}_V = 100\,000\,N - 25\,000\,N = 75\,000\,N$$

Si el vent bufés de Ponent, la situació seria la següent.



- Força motors  $F_M$
- Força vent  $F_V$
- ..... Força resultant  $F_R$

### Suma de vectors

Es poden sumar gràficament les forces del vent i dels motors, unint el punt d'inici d'un vector al punt final de l'altre.

$$\vec{F}_M + \vec{F}_V = \vec{F}_R$$

### Exercici 4.7-1

Un creuer és impulsat pels motors en direcció est amb una força  $\vec{F}_m$  de 300 000 N.

El vent bufant del nord-est provoca una força  $\vec{F}_v$  de 100 000 N damunt el creuer.

Dibuixa el triangle de forces i indica la direcció respecte al nord i el mòdul de la força resultant.

Escala 50 000 N : 1 cm

**Exercici 4.7-2**

Un creuer avariament es troba a la deriva. El vent bufant del sud-oest provoca una força de 20 000 N damunt el creuer.

Dibuixa el vector de força damunt el creuer.

Escala 5 000 N : 1 cm

**Resta de vectors**

Es poden restar gràficament dos vectors, unint els inicis en el mateix punt.

Exemple: Sobre un vaixell actuen la força d'un corrent d'aigua  $F_{\text{corrent}}^{\rightarrow}$  i la del motor

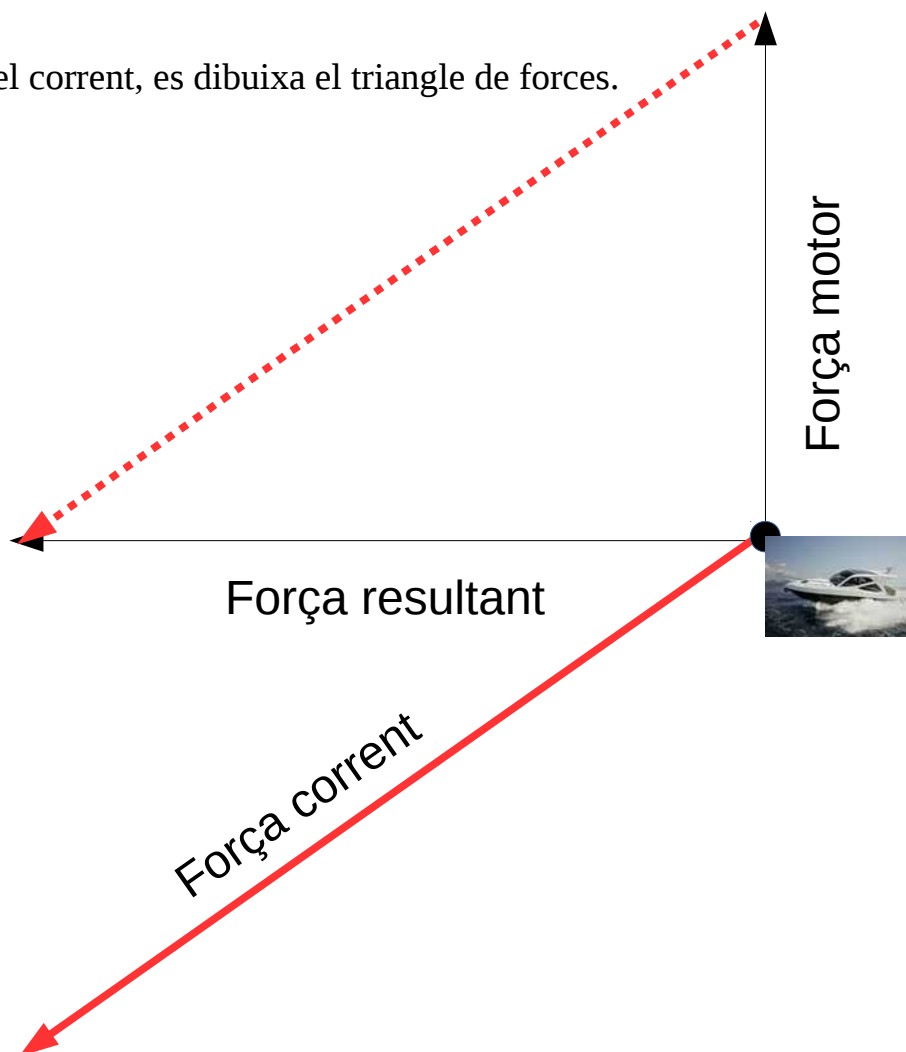
$F_{\text{motor}}^{\rightarrow} = 700 \text{ N}$  amb direcció nord. La força resultant és de  $F_{\text{resultant}}^{\rightarrow} = 1000 \text{ N}$ , amb direcció oest.

Escala 100 N = 1 cm

Per determinar la força del corrent, es dibuixa el triangle de forces.

$$F_{\text{corrent}}^{\rightarrow} + F_{\text{motor}}^{\rightarrow} = F_{\text{resultant}}^{\rightarrow}$$

$$F_{\text{corrent}}^{\rightarrow} = F_{\text{resultant}}^{\rightarrow} - F_{\text{motor}}^{\rightarrow}$$



**Exercici 4.7-3**

Paula i Joan estiren cada un de l'extrem d'una corda. Paula estira cap a la dreta i Joan cap a l'esquerra. Joan estira amb una força de 200 N i la força resultant en la corda és de 100 N cap a la dreta.

Forces cap a la dreta s'han de contar com positives, cap a l'esquerra com negatives.

Dibuixa les forces a escala de 50 N : 1 cm

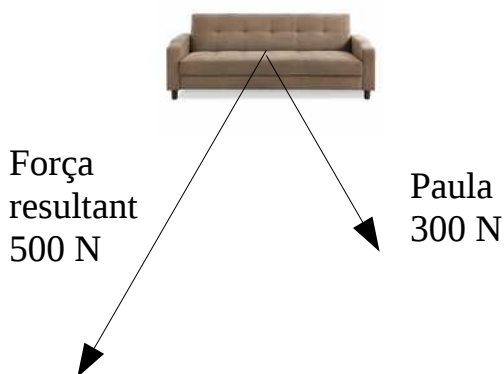
Amb quina força estira Paula?

**Exercici 4.7-4**

Paula i Joan volen moure un sofà. Paula empeny el sofà amb una força de 300 N. La força resultant és de 500 N.

Amb quina força empeny Joan?

Dibuixa el vector de força que representa a Joan.



**Exercici 4.7-5**

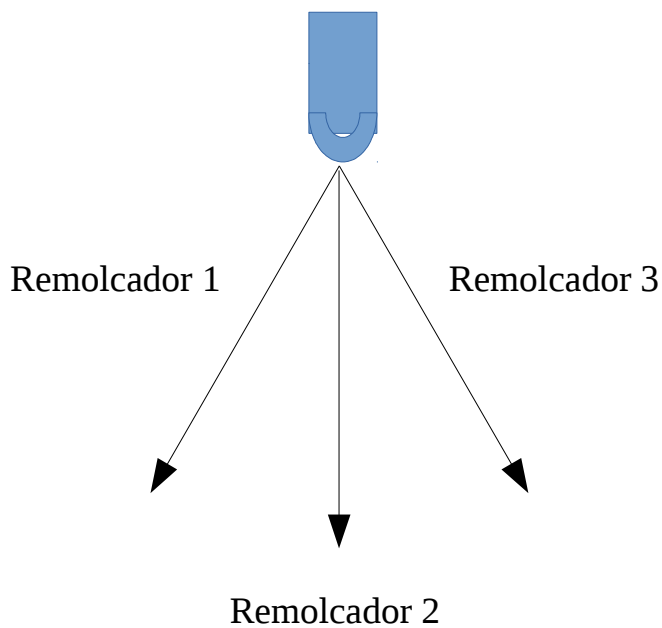
Tres vaixells remolcadors remolquen un creuer.

Dibuixa el vector de força resultant que actua damunt el creuer.

Quin són els mòduls de les forces dels remolcadors?

Quin és el mòdul de la força resultant i en quina direcció senyala?

Escala  $100\,000\text{ N} = 1\text{ cm}$ .



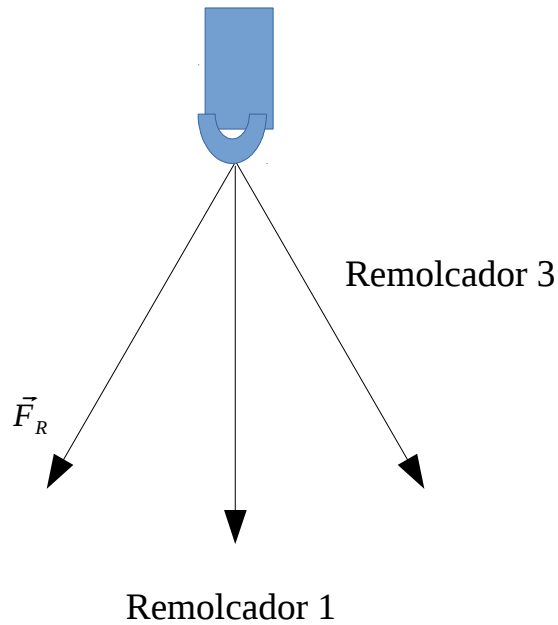
**Exercici 4.7-6**

Tres vaixells remolcadors remolquen un creuer.

Dibuixa el vector de força que representa al remolcador 2.

Escala 100 000 N = 1 cm.

$F_r$  : Força resultant





**Exercici 4.7-7**

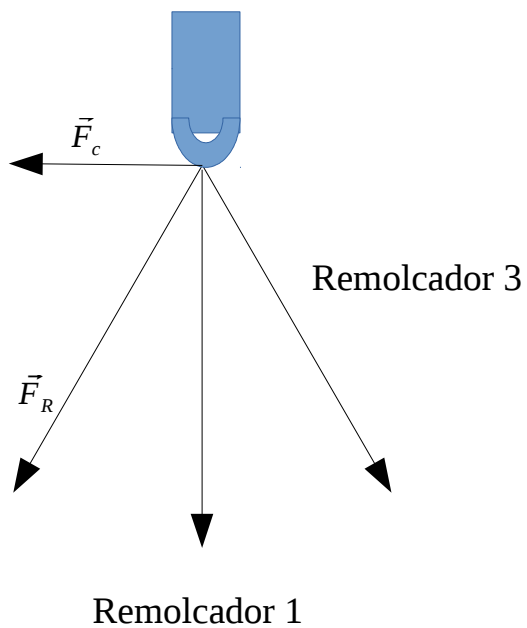
Tres vaixells remolcadors remolquen un creuer.

Un corrent provoca una força  $\vec{F}_c$  damunt el vaixell.

Dibuixa el vector de força que representa al remolcador 2.

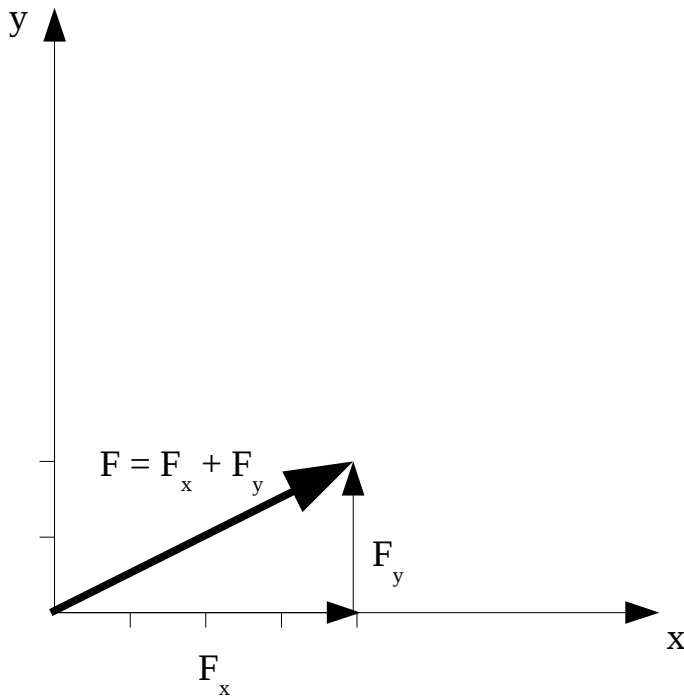
Escala 100 000 N = 1 cm.

$F_r$  : Força resultant



#### 4.7.1 Representació de vectors en un sistema de coordenades

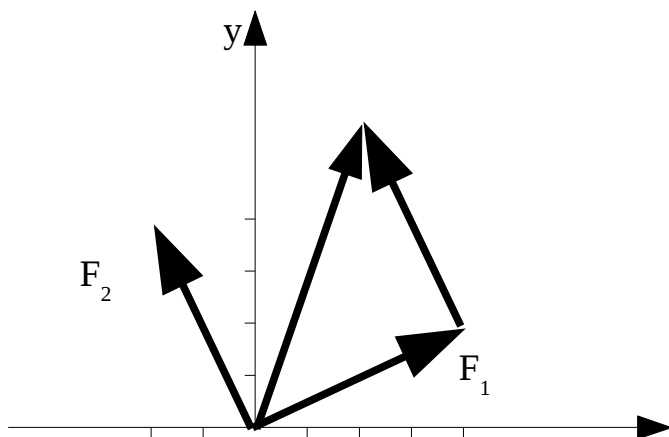
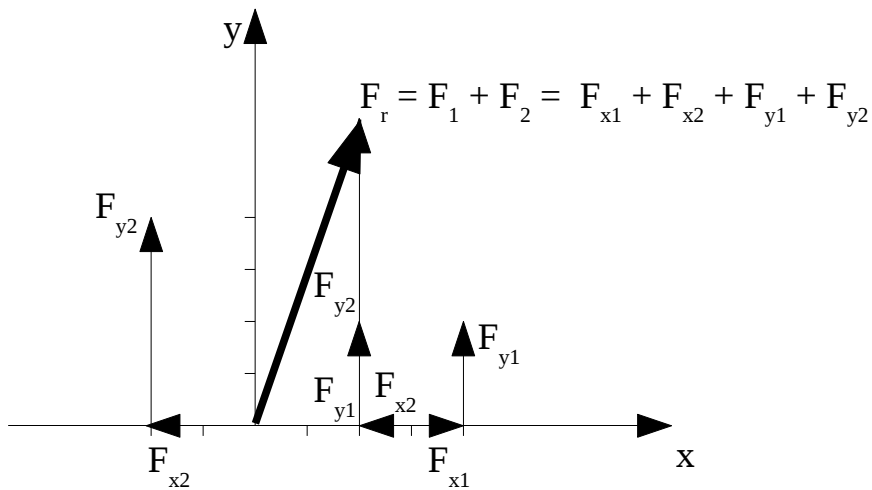
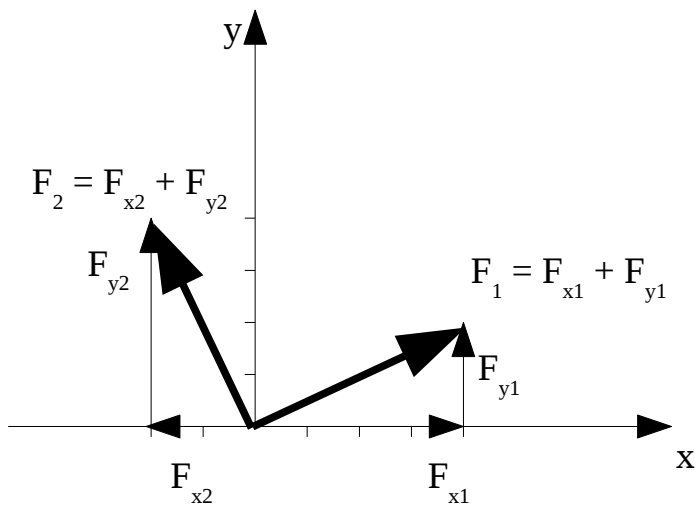
Un vector es pot representar en un sistema de coordenades, indicant el component horitzontal, en direcció de l'eix  $x$ , i el component vertical, en direcció de l'eix  $y$ .

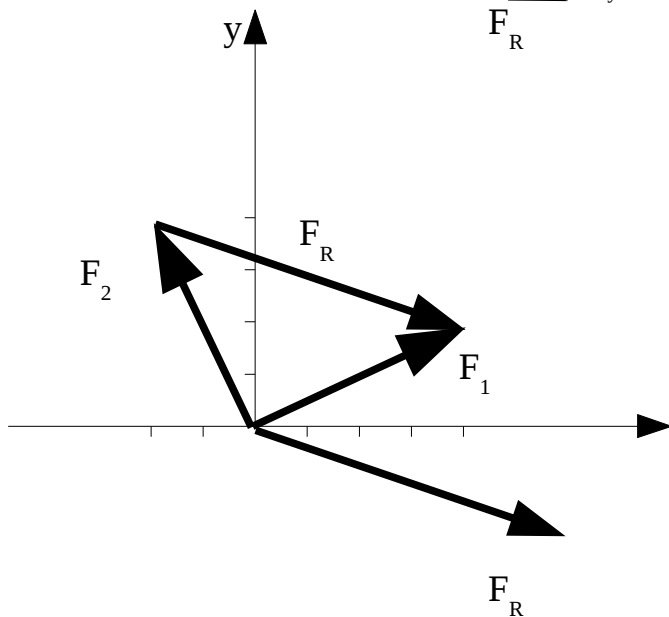
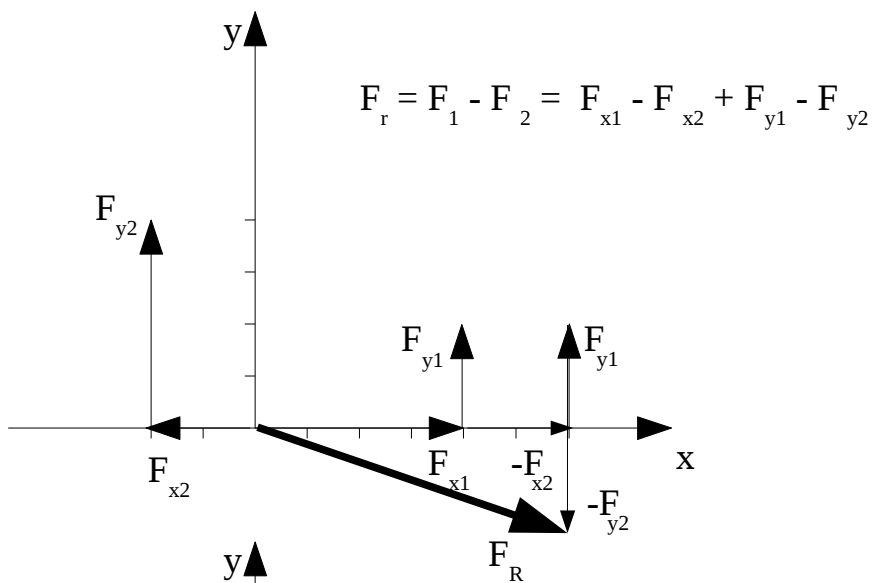
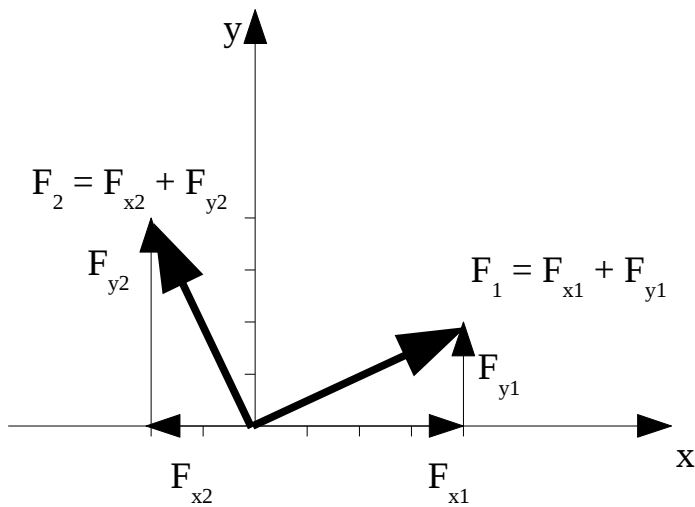


El vector  $F$  es representa en forma d'un par de nombres ordenats, on el nombre superior és el component horitzontal i el nombre inferior el component vertical

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} .$$

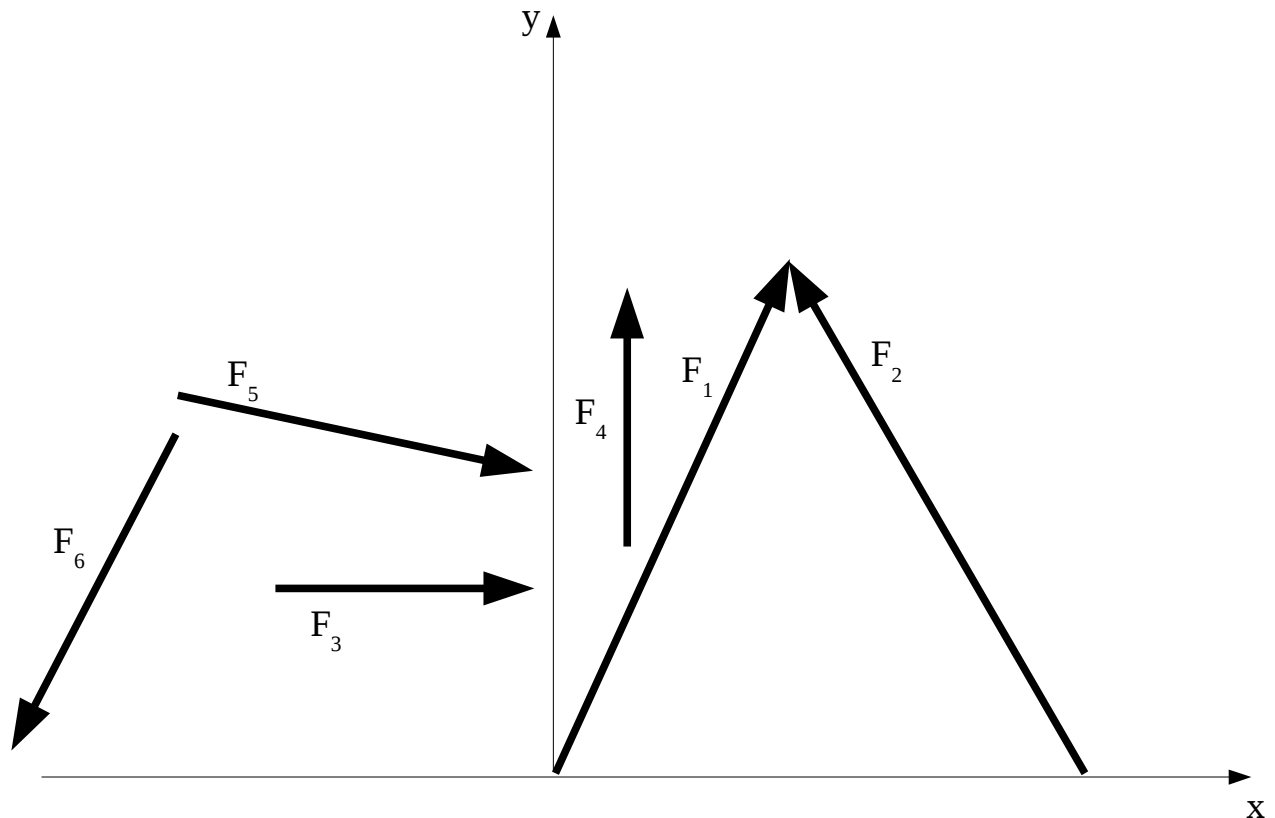
Amb aquesta representació, la suma i resta de vectors equival a la suma i resta dels seus components  $x$  i  $y$ .

**Suma de vectors**

**Resta de vectors**

**Exercici 4.7.1-1**

a) Descompon els següents vectors en els seus components  $x$  i  $y$ .



Vector	$F_x$	$F_y$
$F_1$		
$F_2$		
$F_3$		
$F_4$		
$F_5$		
$F_6$		

b) Indica les coordenades de la suma dels vectors  $F_1$  i  $F_5$ . Dibuixa el vector resultant en el sistema de coordenades.

c) Indica les coordenades de la resta dels vectors  $F_1$  i  $F_5$ . Dibuixa el vector resultant en el sistema de coordenades.

**4.7.2 Exercicis suma i resta de vectors****Exercici 4.7.2-1**

Com actua la força de la gravetat?

**Exercici 4.7.2-2**

En quina unitat es mesura la força?

**Exercici 4.7.2-3**

Quin és l'efecte d'una força damunt un objecte?

**Exercici 4.7.2-4**

Com es representa una força?

**Exercici 4.7.2-5**

En què es diferencia un vector de un nombre?

**Exercici 4.7.2-6**

Si representem la velocitat amb un vector, quina diferència hi haurà entre el vector que representa 5 km/h i el que representa 10 km/h?

**Exercici 4.7.2-7**

Si representem la velocitat amb un vector, quina diferència hi haurà entre el vector que representa 5 km/h en direcció nord i el que representa 5 km/h en direcció oest?

**Exercici 4.7.2-8**

Representa amb un vector una força de 1000 N en direcció sud (200N : 1 cm).

**Exercici 4.7.2-9**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció nord de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?

**Exercici 4.7.2-10**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció est de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?

**Exercici 4.7.2-11**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció sud de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?

**Exercici 4.7.2-12**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció suroest de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?

**Exercici 4.7.2-13**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força desconeguda damunt el vaixell.

La força resultant és de 1000 N en direcció oest.

Representa les forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En qué direcció es mou el vaixell?

Indica mòdul i direcció de la força que produeix el corrent.



**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

**SOLUCIONS**

## 4.8 Solucions

### Exercici 4.3-2

Fes la conversió de les següents llargàries.

$$145 \text{ dm} = 14,5 \text{ m} = 14\,500 \text{ mm} = 0,0145 \text{ km}$$

$$0,321 \text{ km} = 321\,000 \text{ mm} = 3\,210 \text{ dm} = 32\,100 \text{ cm}$$

$$21 \text{ m} = 21\,000 \text{ mm} = 210 \text{ dm} = 2\,100 \text{ cm}$$

### Exercici 4.3-4

Fes la conversió de les següents superfícies.

$$541 \text{ dm}^2 = 5,41 \text{ m}^2 = 54\,100 \text{ mm}^2$$

$$0,321 \text{ mm}^2 = 0,0000321 \text{ dm}^2 = 0,00321 \text{ cm}^2$$

$$21 \text{ m}^2 = 21\,000\,000 \text{ mm}^2 = 210 \text{ dm}^2 = 210\,000 \text{ cm}^2$$

### Exercici 4.3-6

Fes la conversió dels següents volums.

$$541 \text{ dm}^3 = 0,541 \text{ m}^3 = 541\,000\,000 \text{ mm}^3$$

$$0,321 \text{ mm}^3 = 0,000000321 \text{ dm}^3 = 0,000321 \text{ cm}^3$$

$$21 \text{ m}^3 = 21\,000\,000\,000 \text{ mm}^3 = 21\,000 \text{ dm}^3 = 21\,000\,000 \text{ cm}^3$$

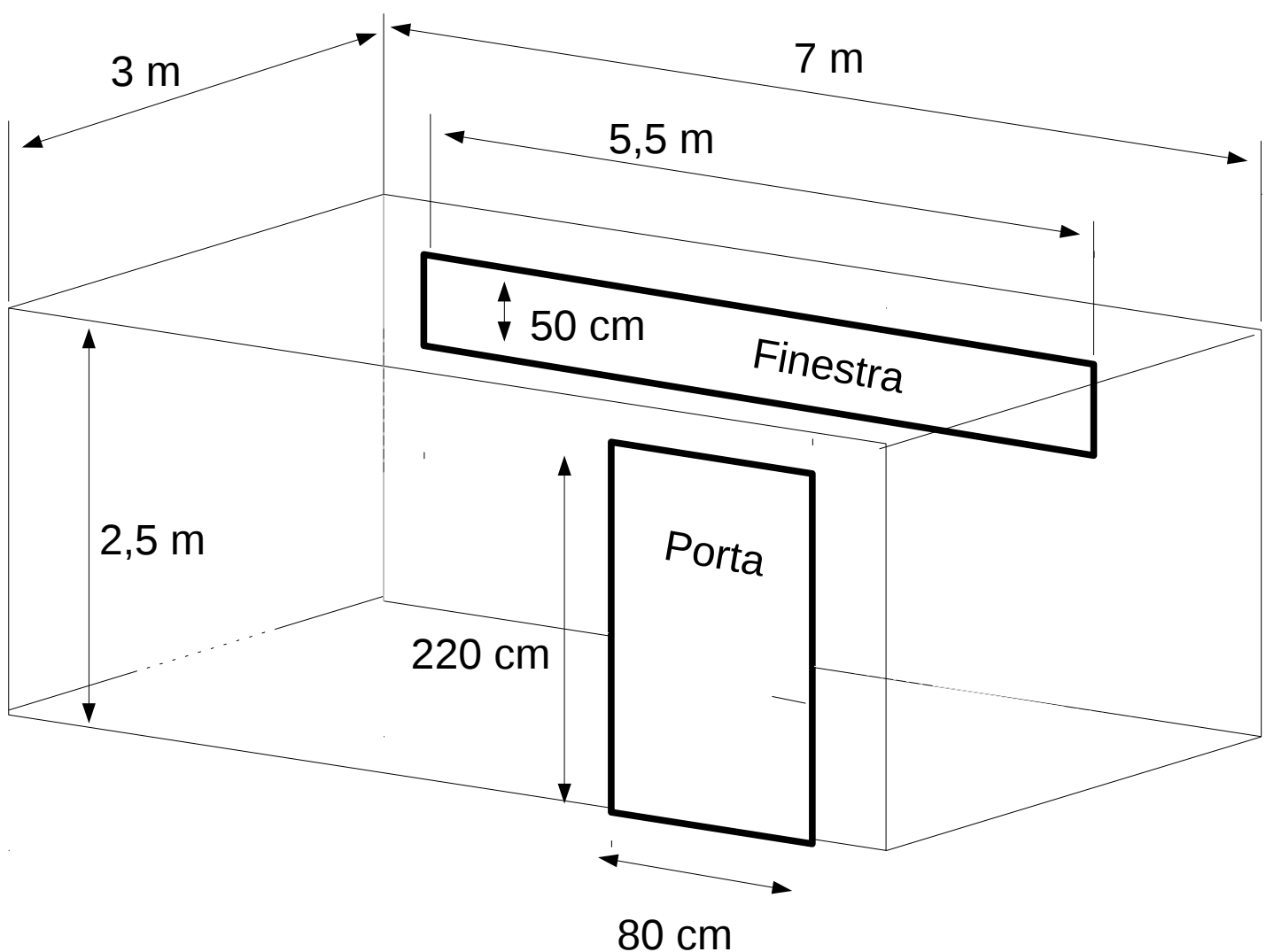
**Exercici 4.3-7**

Calcula la quantitat de pintura necessària per donar dues mans de pintura a la següent habitació.

Les instruccions del pot de pintura indiquen que amb 1 kg de pintura pots pintar  $6 \text{ m}^2$  de superfície de paret.

La pintura es ven en envasos de 1 kg i 5 kg. Quants envasos i de quin tipus comparies?

Fes un croquis (dibux a mà alçada, sense regla) de cada una de las superfícies a pintar, indicant les seves dimensions.



### Exercici 4.3-7 Solució

Primer pas: Calcular la superfície a pintar.

$$\text{Paret porta} - S_1 = 2,5\text{m} \times 7\text{m} - 0,8\text{m} \times 2,2\text{m} = 15,74\text{m}^2$$

$$\text{Paret finestra} - S_2 = 2,5\text{m} \times 7\text{m} - 0,5\text{m} \times 5,5\text{m} = 14,75\text{m}^2$$

$$\text{Parets laterals} - S_3 = 3\text{m} \times 2,5\text{m} \times 2 = 15\text{m}^2$$

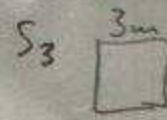
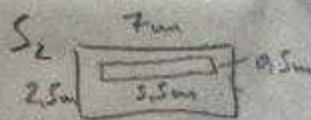
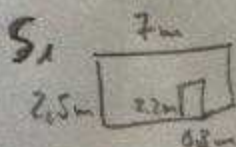
$$\text{Sostre} - S_4 = 3\text{m} \times 7\text{m} = 21\text{m}^2$$

$$\text{Superfície a pintar} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 66,49\text{m}^2$$

Com s'han de donar dues mans de pintura,  
es multiplica la superfície per 2  $\Rightarrow 133\text{m}^2$

Càlcul de la quantitat de pintura:

$$\frac{133\text{m}^2}{6\frac{\text{m}^2}{1\text{kg}}} = 22,2\text{kg} \Rightarrow \underline{\underline{4 \times 5\text{kg} + 2 \times 1\text{kg}}}$$



**Exercici 4.3-8**

Calcula superfície coberta i volum d'aigua.

Dimensions piscina: 6 m x 3 m x 1,5 m

Calcula preu aigua per omplir piscina.



Ajuntament de Palma

**Tarifas agua 2018**

Cuotas de servicio (bimestral)		Cuotas de consumo		Bonificaciones	
Vivienda unifamiliar	9,18940 €	Consumos domésticos		Bajo Consumo	
Vivienda con familia numerosa	7,86520 €	Entre 0 y 10 m³		Cuota de consumo	
<b>Hotelería</b>		Más de 10 m³ hasta 20 m³		Entre 0 i 20 m³	
Plaza hotelera 4★ y 5★	11,02720 €	Más de 20 m³ hasta 40 m³		7 %	
Plaza hotelera 3★	7,35160 €	Más de 40 m³ hasta 80 m³		<b>Bajos ingresos</b>	
Resto de establecimientos	4,59480 €	Más de 80 m³		Cuota de consumo	
<b>Comercial industrial</b>		<b>Familia nombrosa</b>		Entre 0 i 20 m³	
Contador calibre hasta 15 mm	20,67620 €	Entre 0 y 56 m³		100 %	
Contador calibre 20 mm	36,75760 €	Más de 56 m³ hasta 80 m³		Més de 20 m³	
Contador calibre 25 mm	551,36400 €	Más de 80 m³		Aplica tarifa doméstica	
Contador calibre 30 mm	827,04600 €	<b>Tarifa proporcional exclosa progressivitat</b>		Cuota de servicio	
Contador calibre 40 mm	1.470,30400 €	<b>Hotels</b>		100 %	
Contador calibre 50 mm	2.756,82000 €	Entre 0 i 10 m³ por cada 2 plazas		<b>Mantenimiento y conservación (bimestral)</b>	
Contador calibre 80 mm	7.351,52000 €	Más de 10 m³ hasta 20 m³ por cada 2 plazas		<b>Contadores 20 mm</b>	
Contador calibre 100 mm	11.027,28000 €	Más de 20 m³ hasta 40 m³ por cada 2 plazas		Doméstico	
Contador calibre 200 mm	38.595,48000 €	Más de 40 m³ hasta 80 m³ por cada 2 plazas		No doméstico / No unifamiliar	
Contador calibre 250 mm	56.974,28000 €	Más de 80 m³ por cada 2 plazas		<b>Contadores 30 mm</b>	
Conexión boca contra incendios	170,00400 €	<b>Agua regenerada</b>		39,58000 €	
Derecho a reconexión	18,38000 €	0,2730 €/m³		<b>Contadores 40 mm</b>	
				59,06000 €	
				<b>Contadores 50 mm</b>	
				79,36000 €	
				<b>Contadores 80 mm</b>	
				91,52000 €	
				<b>Contadores 100 mm</b>	
				110,18000 €	



Exercici 4.3-8 solució

- Càlcul superfície

$$\underline{S = 6\text{m} \times 3\text{m} = 18\text{m}^2}$$



- Càlcul volum

$$\underline{V = S \times h = 18\text{m}^2 \times 1,5\text{m} = 27\text{m}^3}$$



- Preu aigua

Costa consum de  $20\text{m}^3$  a  $40\text{m}^3 \rightarrow 1,38 \frac{\text{€}}{\text{m}^3}$

$$\Rightarrow \text{Preu} = 27\text{m}^3 \cdot 1,38 \frac{\text{€}}{\text{m}^3} = 37,3 \text{ €}$$

**Exercici 4.3-9**

Calcula la superfície dels mòduls Techno Sun 150 W i la potència màxima.

Calcula l'energia de radiació solar que incideix damunt els mòduls quan subministren la potència màxima.

Calcula el preu del conjunt de mòduls.


**TECHNO SUN**

**Módulo fotovoltaicos Techno Sun**  
5 / 10 / 20 / 40 / 100 / 150W

Datos eléctricos						
Potencia máxima (W)	5	10	20	40	100	150
Tensión de potencia óptima (Vmp)	18,57	18,57	17,82	17,69	18,78	18,99
Corriente operativa óptima (Imp)	0,27	0,54	1,12	2,26	5,32	7,90
Tensión de circuito abierto (Voc)	22,64	22,64	22,54	22,54	22,64	22,42
Corriente de cortocircuito (Isc)	0,29	0,58	1,20	2,42	5,70	8,45
Eficiencia de célula (%)	17,96	17,96	16,76	16,56	17,88	17,96
Eficiencia de módulo (%)	9,16	10,83	11,45	12,74	14,90	15,12
Tolerancia (%)	±3%	±3%	±3%	±3%	±3%	±3%
NOCT	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C	47°C +/-2°C

Datos mecánicos						
Célula	52*15,3 (16,8)	52*30,6 (32,1)	156*21,9 (23,5)	156*44,3 (45,7)	156*104	156*156
Tecnología de célula	Monocrystalina	Monocrystalina	Monocrystalina	Monocrystalina	Monocrystalina	Monocrystalina
Número de células (pcs)	4*9	4*9	2*18	4*9	4*9	4*9
Tamaño del módulo (mm)	260*210*18	260*355*18	485*360*28	470*668*35	1005*668*35	1485*668*35
Grosor del cristal (mm)	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3,2
Máx. carga de superficie	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa	2400-5400Pa
Resistencia al granizo	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g	23m/s ,7.53g
Peso de la unidad (Kg)	0,7	1,2	2,3	3,8	8	11,6
Corriente máxima del fusible (A)	-	-	-	10	10	10
Marco	18#	18#	28#	28#	35#	35#
Tipo de conector	MC4	MC4	MC4	MC4	MC4	MC4
Parte posterior	TPT	TPT	TPT	TPT	TPT	TPT
Rango de temperatura	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C	-40°C / +85°C
FF (%)	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%	70-76%
Standard Test Conditions	AM1.5 1000W/m² 25°C					



Panel 265W policristalino  
Inteligente -  
JKMS265PP-60 265W  
Maxim D Board - JINKO  
SOLAR  
REF. SOL073  
**229,77 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 100W  
monocrystalino |  
CSUN100-36M |  
1020x670x30mm | RED  
SOLAR  
REF. SOL0183  
**92,72 €**



Panel 40W  
monocrystalino  
(455x668x28mm) -  
TECHNO SUN  
REF. SOL037  
**41,76 €**



Panel solar policristalino  
5W KS5 - Kyocera  
REF. SOL0187  
**46,20 €**

AÑADIR AL CARRITO



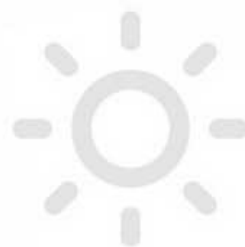
Panel solar curvable  
FLX150SP-M semiflexible  
150W-25.52V  
(540x1460x3)High Eff.  
19.6% cell Solarworld -  
RED SOLAR  
REF. SOL0192  
**242,55 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar Sunflex  
FLX40SP-M semiflexible  
40W-18V (560x425x3)High  
Eff. 19.6% cell Sunpower  
- RED SOLAR  
REF. SOL0203  
**83,16 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 335W  
policristalino -  
RED335-72P 335W  
(1950X990X40mm)  
LIGHTBEAM series - RED  
SOLAR  
REF. SOL0211  
**175,06 €**

AÑADIR AL CARRITO



Panel solar 160W  
policristalino |  
RED160-36P |  
1480x675x35mm  
QUASAR2 - RED SOLAR  
REF. SOL0209  
**116,00 €**

AÑADIR AL CARRITO



Exercici 4.3-9

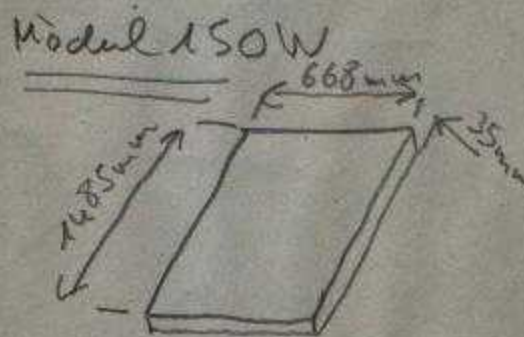
Solució

Camp mòduls fotovoltaics

	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							

21 mòduls

La taula de l'enunciat indica pel mòdul de 150W

- Mida del mòdul:  $1485 \times 668 \times 35$ 

La potència màxima del conjunt de mòduls és:

$$P_{\text{total max}} = 150 \frac{\text{W}}{\text{mòdul}} \times 21 \text{ mòduls} = 3150 \text{ W}$$

La superfície d'un mòdul és:

$$1485 \text{ mm} \times 668 \text{ mm} = 991980 \text{ mm}^2 = 0,992 \text{ m}^2$$

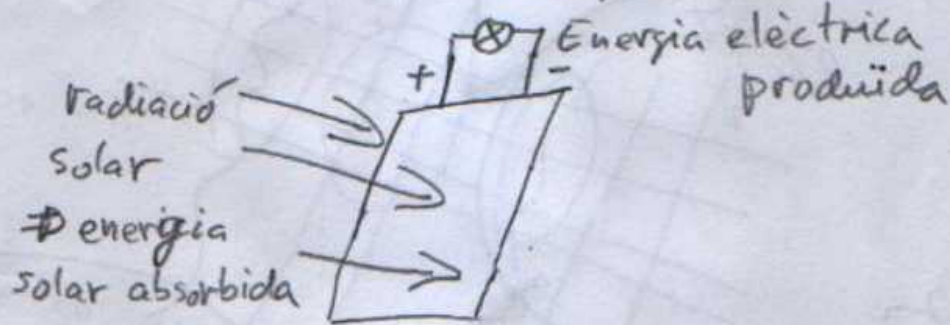
La superfície total és:

$$21 \text{ mòduls} \times 0,992 \frac{\text{m}^2}{\text{mòdul}} = 20,83 \text{ m}^2$$

Exercici 4.3-9

## Solució

$$\text{Eficiència del mòdul} = \frac{\text{Energia produïda}}{\text{Energia absorbida}}$$



mòdul foto voltaic

⇒ Energia absorbida = radiació solar que incideix  
davant el mòdul

$$\text{Energia absorbida} = \frac{\text{Energia produïda}}{\text{Eficiència del mòdul}}$$

$$\text{Energia absorbida} = \frac{3150 \text{ W}}{0,1512} = \underline{\underline{20833,33 \text{ W}}}$$

$$\text{Potència de radiació per m}^2 = \frac{20833,33 \text{ W}}{20,83 \text{ m}^2} = \underline{\underline{1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}}$$

$$\text{Preu conjunt mòduls: } 21 \text{ mòduls} \times 116 \frac{\text{€}}{\text{mòdul}} = \underline{\underline{2436 \text{ €}}}$$

Model: RED 160-36 P

Ref: SOLO 209

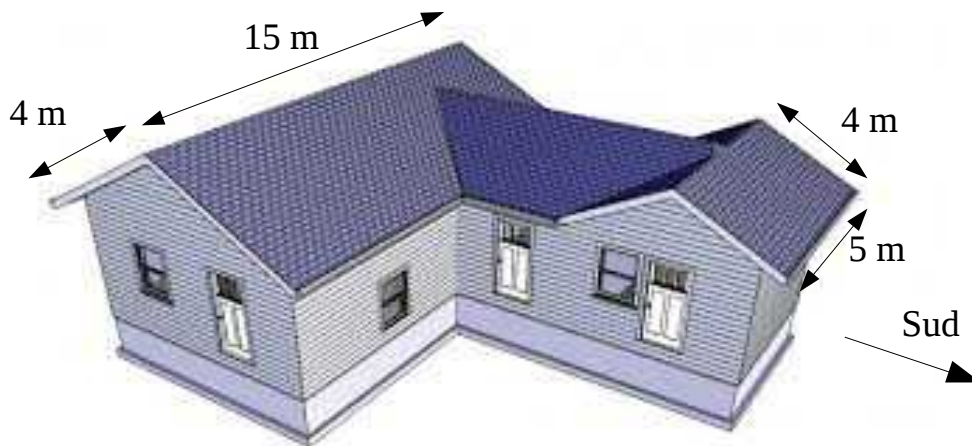
**Exercici 4.3-10**

En aquest terrat, quants mòduls Techno Sun 100 es podrien muntar?

Fes un esquema de la distribució dels mòduls al terrat.

Quina seria la potència màxima del conjunt de mòduls?

Calcula el preu del conjunt de mòduls.

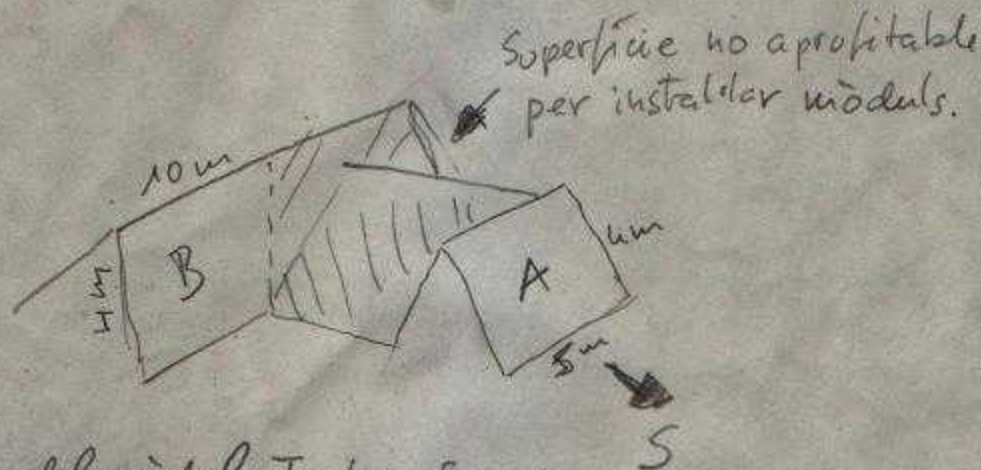
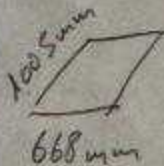




Exercici 4.3-10 solució

Començem considerant quines són les superfícies útils per instal·lar mòduls fotovoltaics.

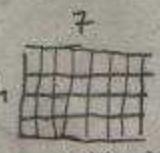
Les superfícies útils són aquelles orientades al sud, perquè són les que reben més radiació al llarg del dia.

Mides del mòdul Techno Sun 100Zona A: 4m x 5m

Opció 1 - mòdul en posició vertical

$$\frac{4m}{1,005m} = 4 \text{ mòduls}$$

$$\frac{5m}{0,668} = 7,49 \rightarrow 7 \text{ mòduls}$$



28 mòduls

Opció 2 - mòdul en posició horitzontal


$$\frac{4m}{0,668} = 5,99 \rightarrow 5 \text{ mòduls}$$

$$\frac{5m}{1,005m} = 4,99 \rightarrow 4 \text{ mòduls}$$



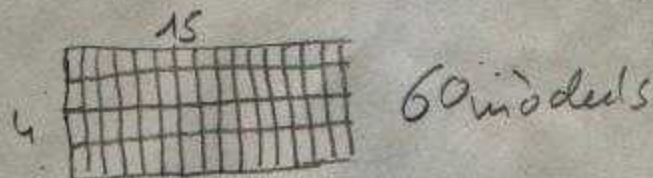
20 mòduls


Zona B: 4m x 10m

Opció 1 - mòdul en posició vertical 

$$\frac{4m}{1,005m} = 3,98 \rightarrow 4 \text{ mòduls}$$

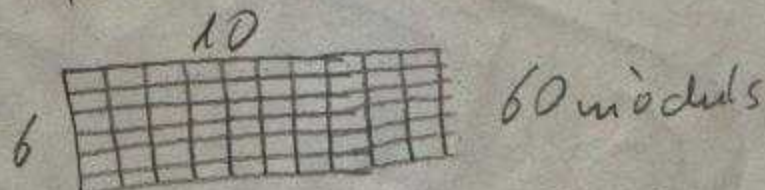
$$\frac{10m}{0,668m} = 14,97 \rightarrow 15 \text{ mòduls}$$



Opció 2 - mòdul en posició horitzontal 

$$\frac{4m}{0,668m} = 5,99 \rightarrow 6 \text{ mòduls}$$

$$\frac{10m}{1,005m} = 9,95 \rightarrow 10 \text{ mòduls}$$



La millor opció seria instal·lar els mòduls en posició horitzontal. El nombre de mòduls instal·lat seria Zona A = 30 mòduls + Zona B = 60 mòduls = 90 mòduls



Potència màxima del conjunt de mòduls:

$$\underline{P_{\max}} = 90 \text{ mòduls} \times \frac{100 \text{ W}_{\max}}{\text{mòdul}} = \underline{9000 \text{ W}}$$

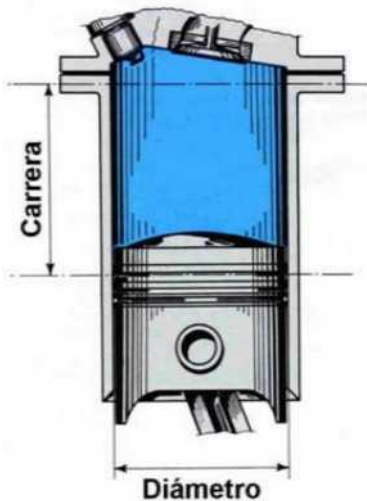
El preu del conjunt de mòduls seria:

$$90 \text{ mòduls} \times \frac{92,72 \text{ €}}{\text{mòdul}} = \underline{8344,8 \text{ €}}$$

**Exercici 4.3-11**

La cilindrada és la suma del volum útil de tots els cilindres d'un motor. Normalment s'indica en centímetres cúbics.

Els cilindres d'un motor tenen 100 mm de carrera i 50 mm de diàmetre.



Quina és la cilindrada si el motor és de 4 cilindres?

Exercici 4.3-11 solució

Càlcul del volum d'un cilindre.

$$V_{\text{cilindre}} = S_{\text{cilindre}} \times \text{Carrera}$$
$$S_{\text{cilindre}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (2,5 \text{ cm})^2 = 19,6 \text{ cm}^2$$
$$V_{\text{cilindre}} = 19,6 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} = 196 \text{ cm}^3$$
A hand-drawn diagram of a cylinder. The radius is labeled '5 cm' and the height (stroke) is labeled '10 cm'.

$$V_{\text{motor}} = 4 \times V_{\text{cilindre}} = 4 \times 196 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{motor}} = \underline{\underline{784 \text{ cm}^3}}$$

**Exercici 4.4-1**

Partint de la posició A, un vehicle es mou fent un recorregut circular. El radi del cercle és de 1,59 km.

- a) Calcula la distància del trajecte que recorre el vehicle.

$$S = \pi \cdot D = 3,14 \cdot 2 \cdot 1,59 \text{ km} = 10 \text{ km}$$

- b) A quins angles corresponen les distàncies indicades a la taula?

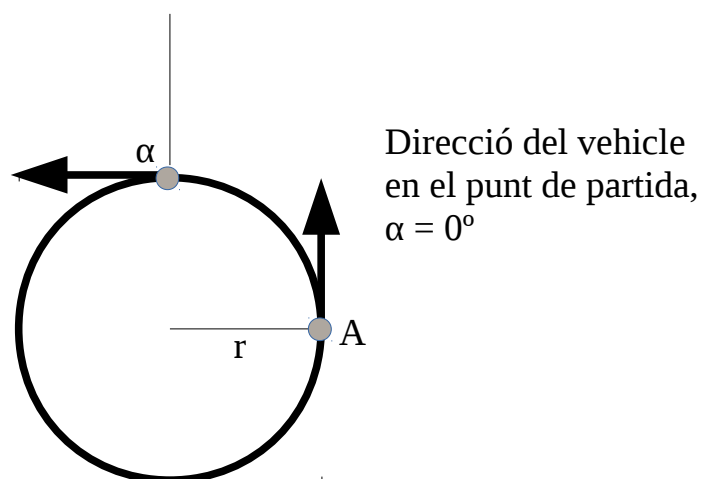
Marca els punts indicats en la taula en el perímetre del cercle.

	B	C	D	E	F
S en km	2	4	6	8	10
$\alpha$	$72^\circ$	$144^\circ$	$216^\circ$	$288^\circ$	$360^\circ$

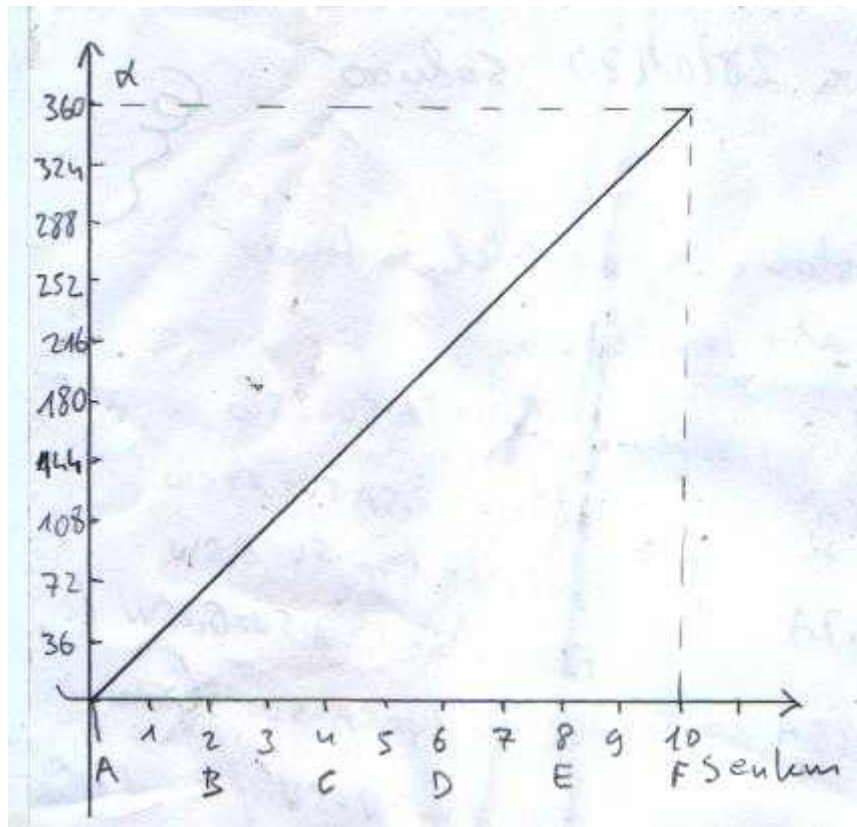
$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{S}{10 \text{ km}} \rightarrow \alpha = 360^\circ \cdot \frac{S}{10 \text{ km}}$$

- c) Dibuixa un gràfic del angle  $\alpha$  en funció del recorregut del vehicle. El vehicle dóna una volta sencera al cercle.

L'eix horitzontal representa la distància S en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle  $\alpha$  amb  $360^\circ = 10 \text{ cm}$ .







**Exercici 4.4-2**

Partint de la posició A, un vehicle es mou recorrent un quadrat. La llargària dels costats del quadrat són de 2,5 km.

a) Calcula la distància S del trajecte que recorre el vehicle.

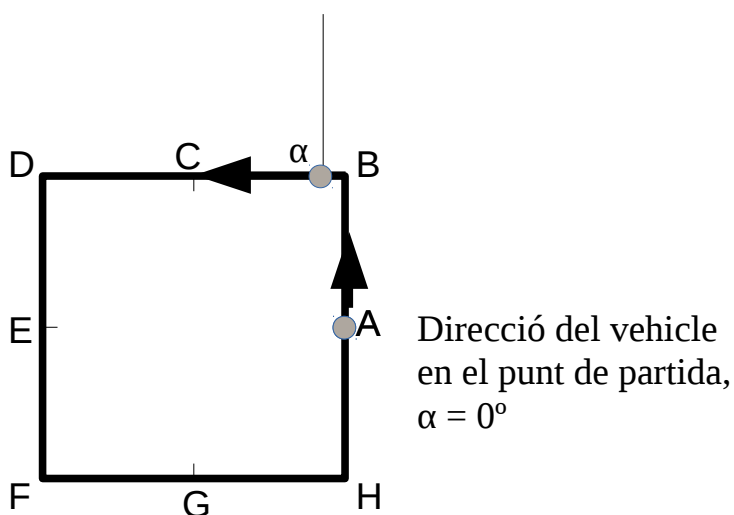
$$S = 4 \cdot 2,5 \text{ km} = 10 \text{ km}$$

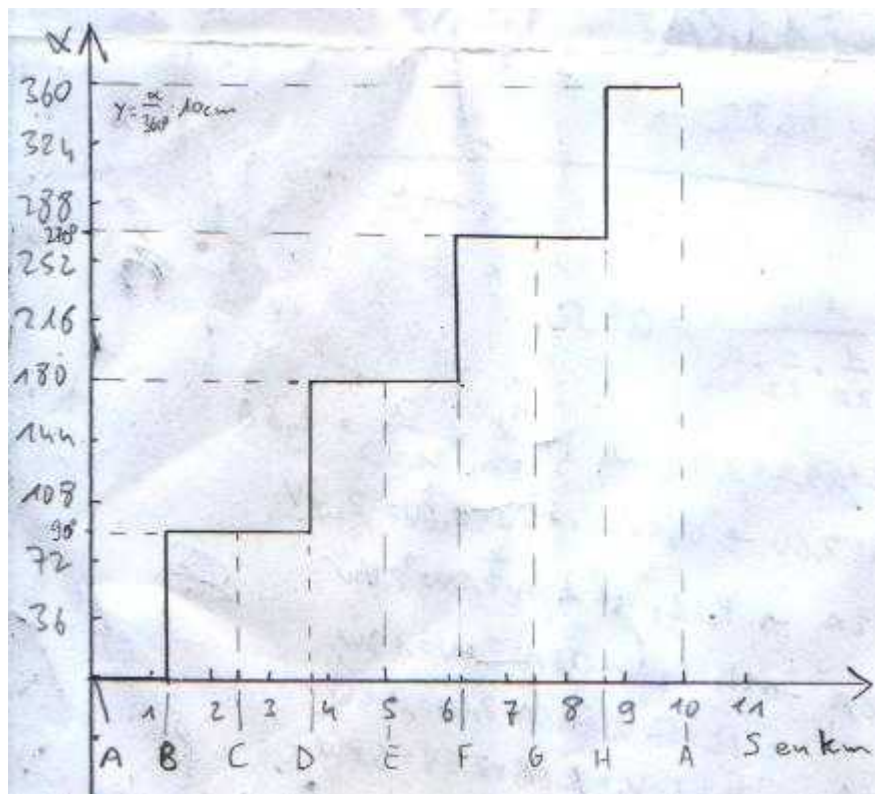
b) Indica la distància recorrida i l'angle que correspon a cada lletra.

	A	B	C	D	E	F	G	H	A
S en km	0	1,25	2,5	3,75	5	6,25	7,5	8,75	10
$\alpha$	$0^\circ$	gir de $0^\circ$ a $90^\circ$	$90^\circ$	gir de $90^\circ$ a $180^\circ$	$180^\circ$	gir de $180^\circ$ a $270^\circ$	$270^\circ$	gir de $270^\circ$ a $360^\circ$	$360^\circ$

c) Dibuixa un gràfic del angle  $\alpha$  en funció del recorregut del vehicle. El vehicle surt del punt A i torna al punt de partida.

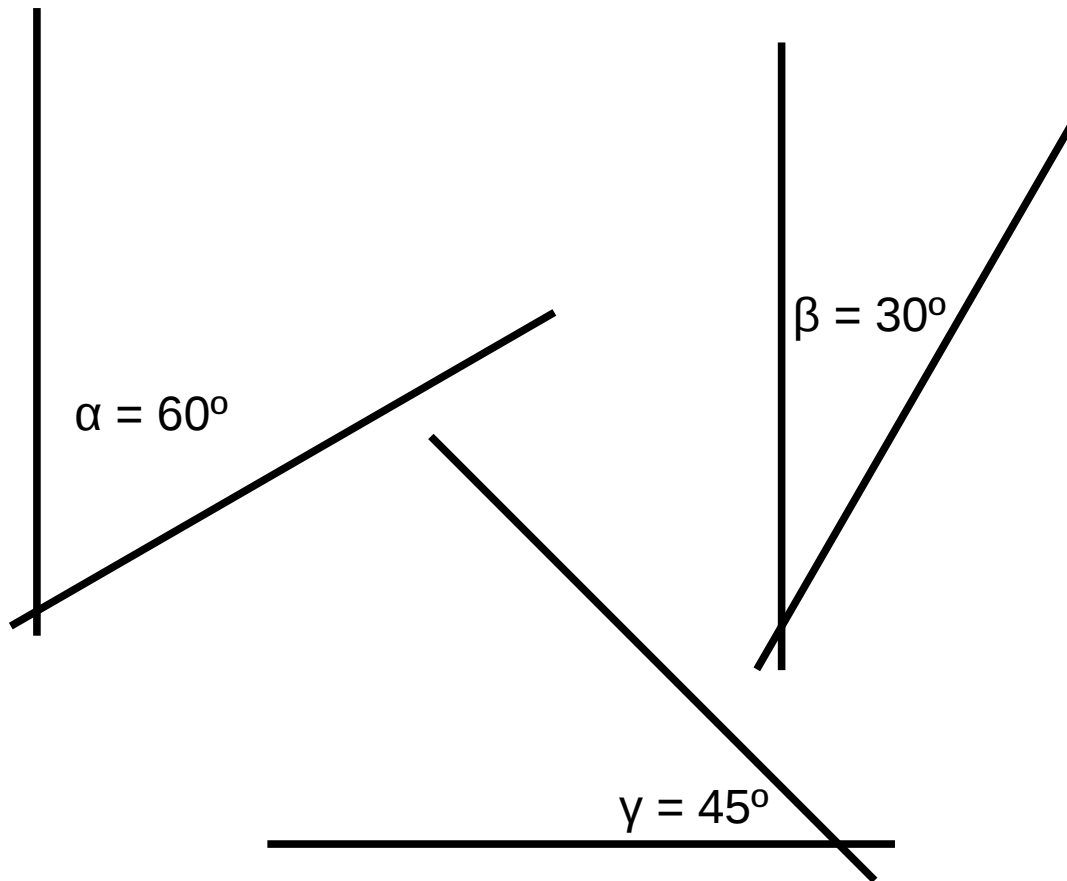
L'eix horitzontal representa la distància S en km amb una escala de 1 km = 1 cm. L'eix vertical l'angle  $\alpha$  amb  $360^\circ = 10 \text{ cm}$ .





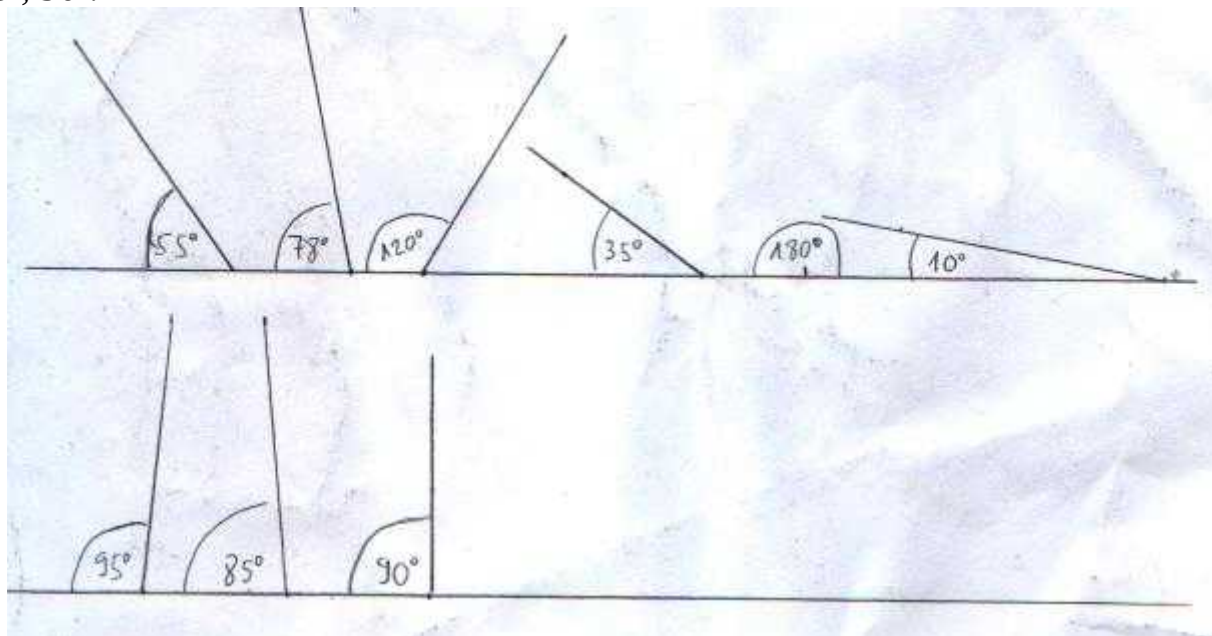
**Exercici 4.5-1**

Mesura els següents angles.



**Exercici 4.5-2**

Dibuixa dues línies formant els següents angles:  $55^\circ$ ,  $78^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $95^\circ$ ,  $85^\circ$ ,  $90^\circ$ .



**Exercici 4.5-3**

Els segments

S1, de 3 cm,

S2, de 45 mm

S3, de 6 mm

S4, de 5 cm i

S5 de 20 mm,

s'han de dibuixar units pels extrems que duen la mateixa lletra.

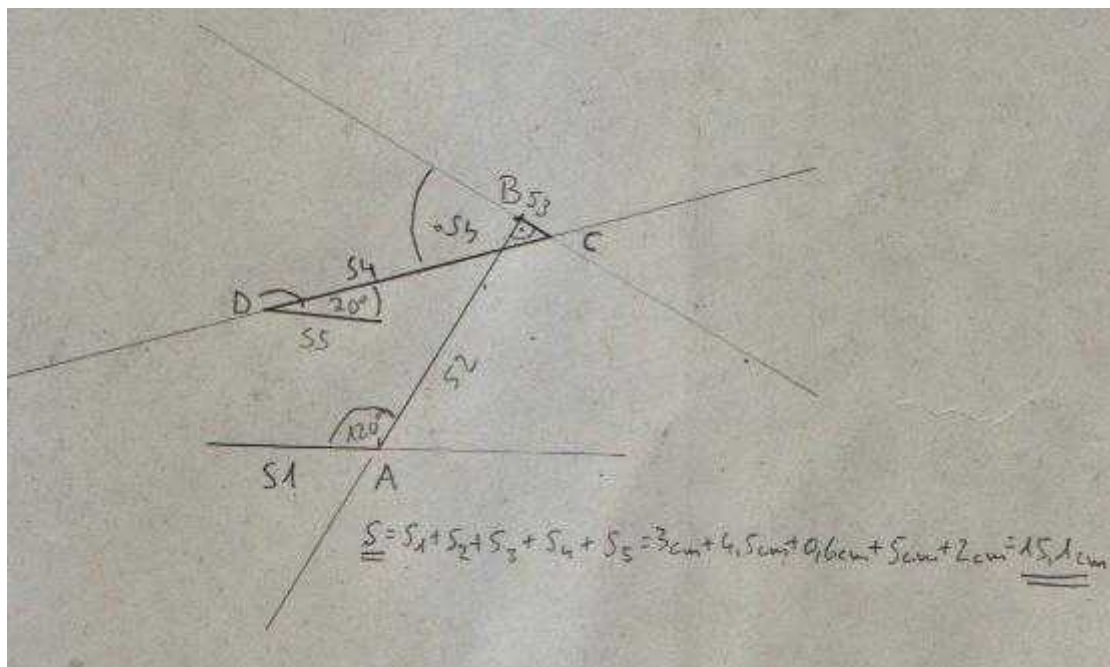
L'angle A entre els segments S1 i S2 és de  $120^\circ$ .

L'angle B entre els segments S2 i S3 és de  $90^\circ$ .

L'angle C entre els segments S3 i S4 és de  $45^\circ$ .

L'angle D entre els segments S4 i S5 és de  $20^\circ$ .

Quina és la llargària total de la línia que formen els segments?



**Exercici 4.5-4**

Els segments

S1, de 70 mm,

S2, de 6,5 cm

S3, de 5 mm

S4, de 5 cm i

S5 de 17 mm,

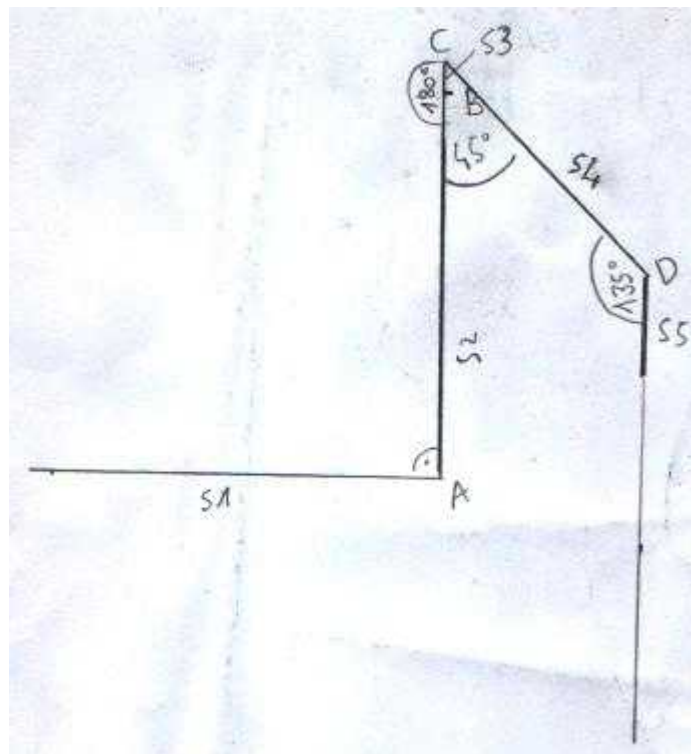
s'han de dibuixar units pels extrems que duen la mateixa lletra.

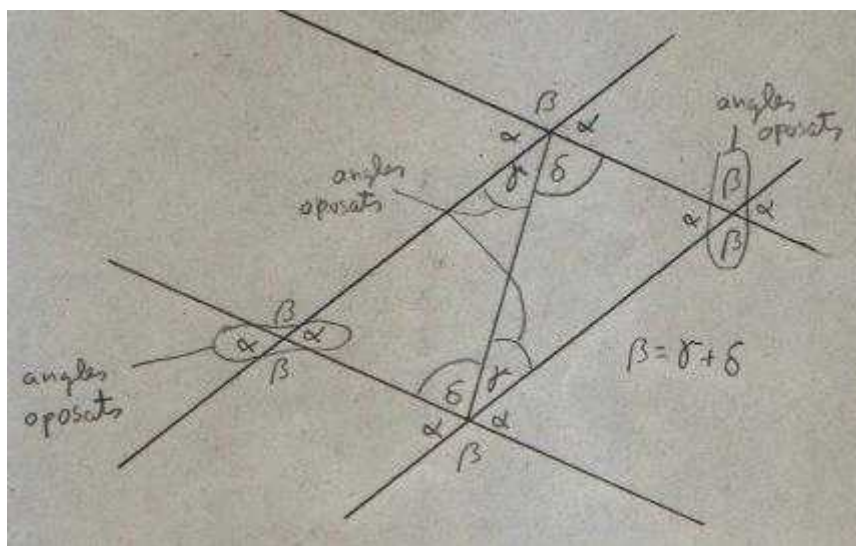
L'angle A entre els segments S1 i S2 és de  $90^\circ$ .

L'angle B entre els segments S2 i S3 és de  $180^\circ$ .

L'angle C entre els segments S3 i S4 és de  $45^\circ$ .

L'angle D entre els segments S4 i S5 és de  $135^\circ$ .

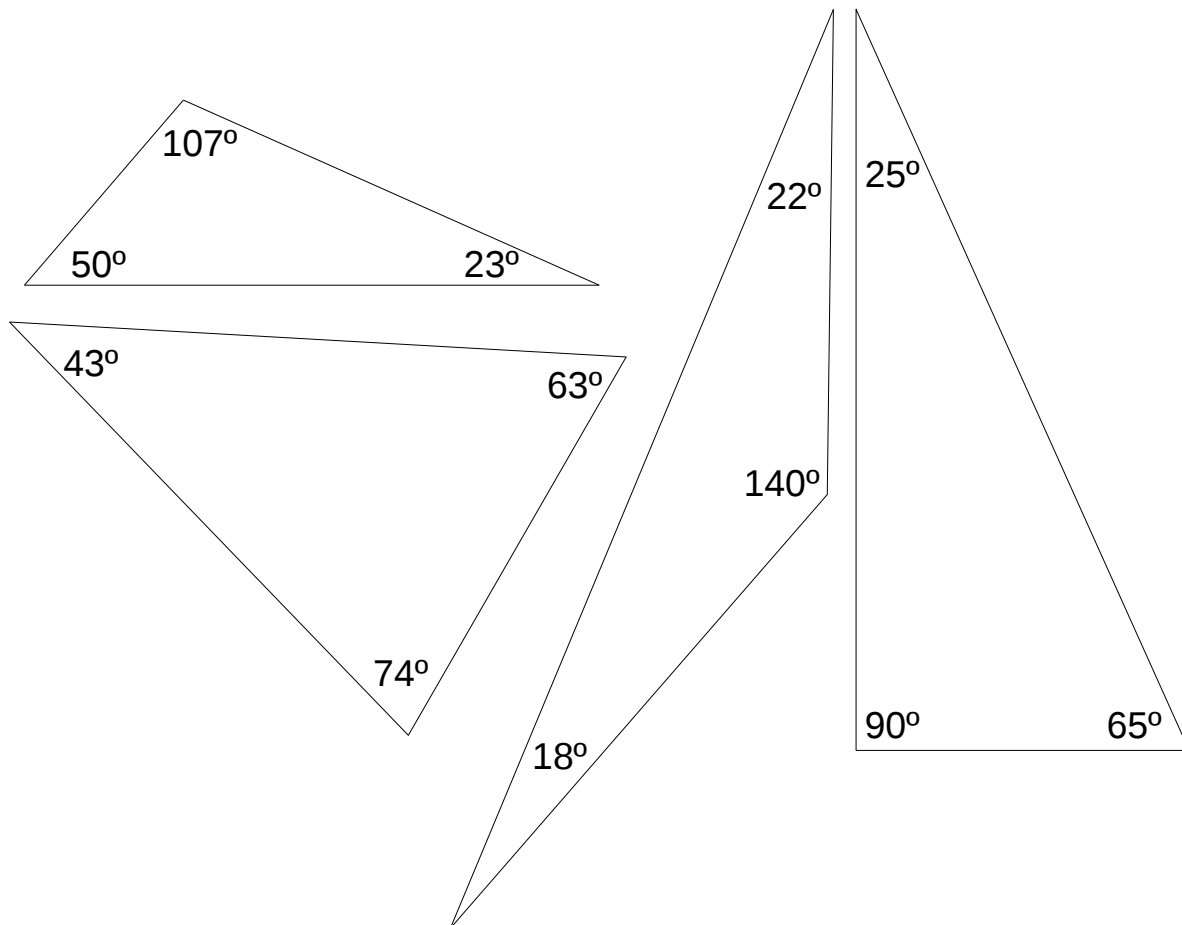


**Exercici 4.5.2-1**



**Exercici 4.5.4.1-1**

Indica el valor dels angles.



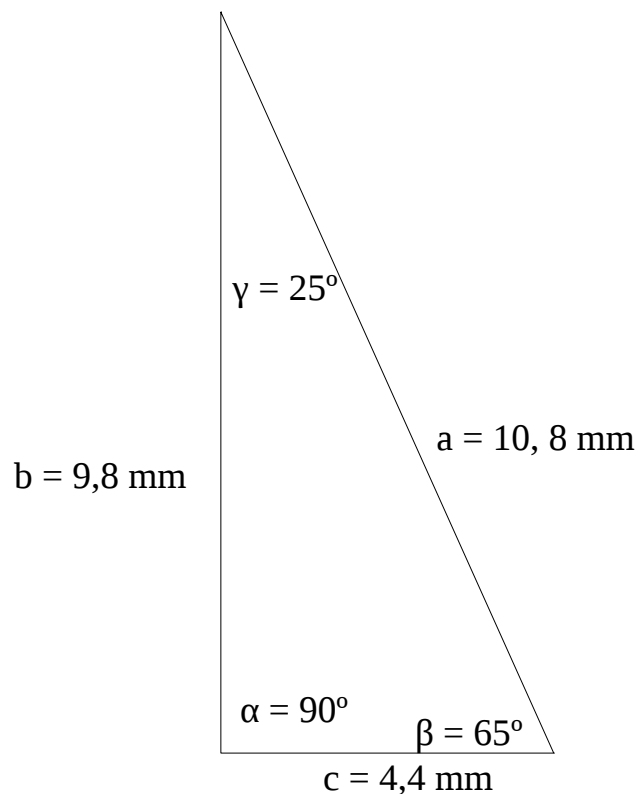
**Exercici 4.5.4.4-1**

a) Mesura els angles i indica si en aquest triangle es pot aplicar el teorema de Pitàgoras.

*Si, es pot aplicar el teorema de Pitàgoras, es tracta d'un triangle-rectangle.*

b) Mesura els costats **a**, **b** i **c**.

c) En cas que es pugui aplicar el teorema de Pitàgoras, calcula la llargària del costat **a**, utilitzant els valors dels costats **b** i **c**.



$$a^2 = b^2 + c^2 = (9,8 \text{ mm})^2 + (4,4 \text{ mm})^2 = 115,4 \text{ mm}^2$$

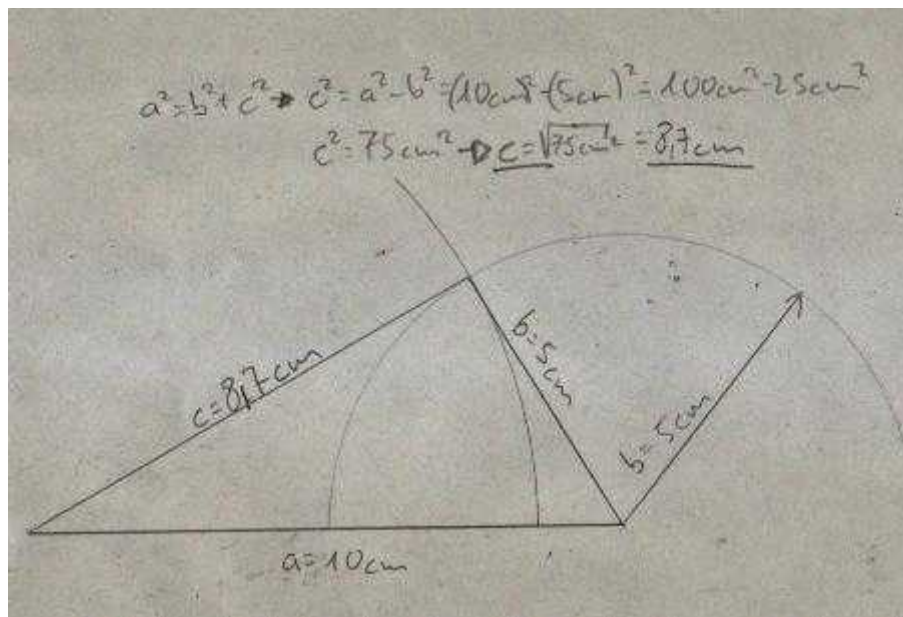
$$a = \sqrt{115,4 \text{ mm}^2} = 10,74 \text{ mm}$$

**Exercici 4.5.4-2**

En un triangle rectangle, la hipotenusa **a** mesura 10 cm i un catet **b** mesura 5 cm.

Quant mesura el catet **c** ?

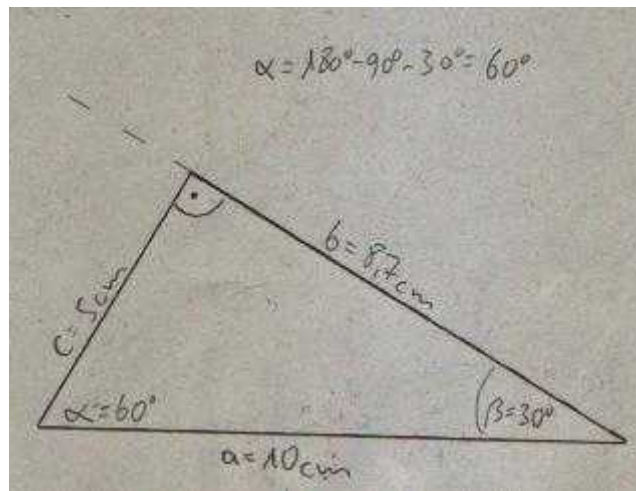
Dibuixa el triangle.



**Exercici 4.5.4.4-3**

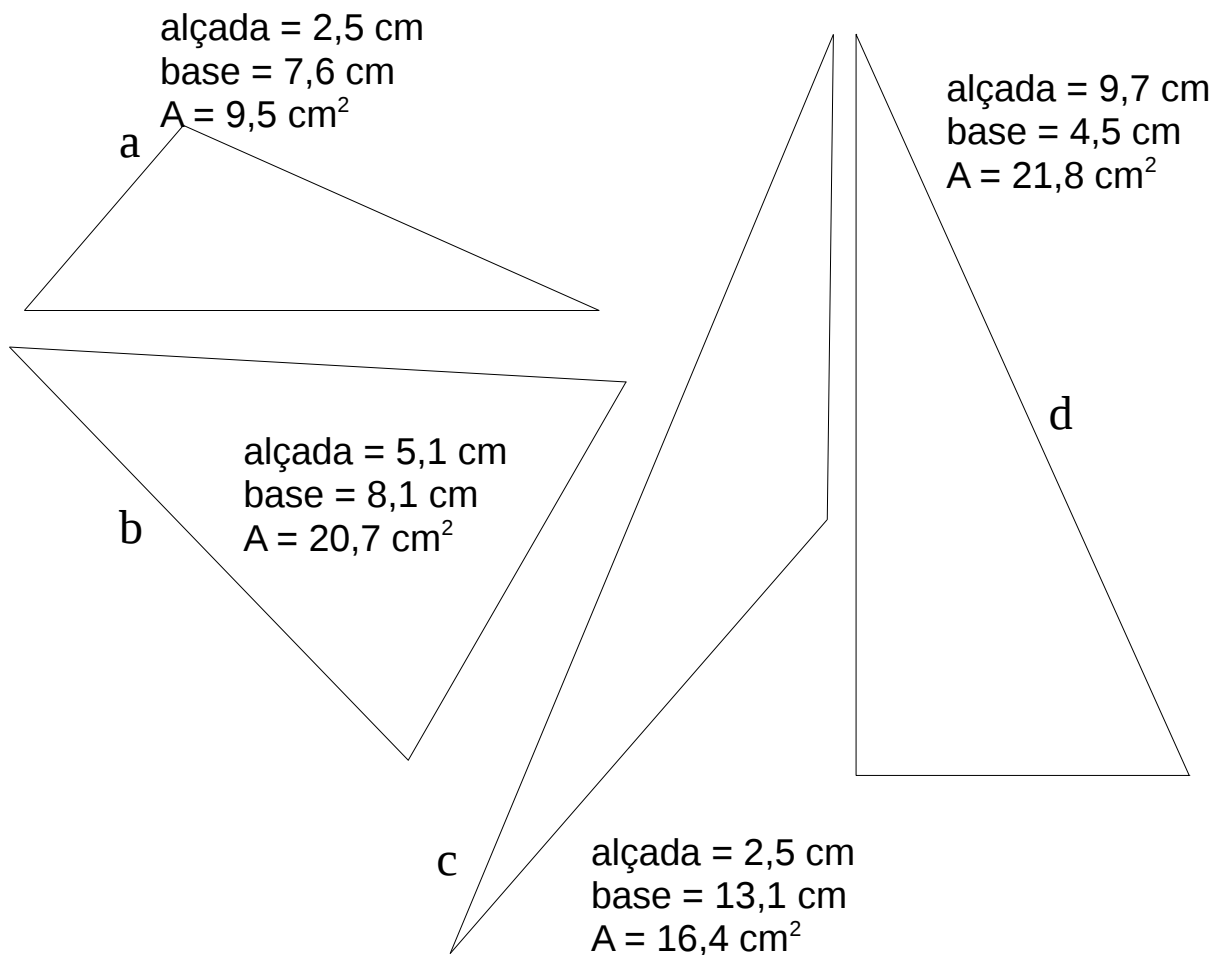
En un triangle rectangle, la hipotenusa **a** mesura 10 cm i l'angle  **$\beta$**  30°.

Dibuixa el triangle i indica les mides de tots els costats i angles.



**Exercici 4.5.4.5-1**

Calcula les superfícies dels següents triangles.



**Exercici 4.5.4.6-1**

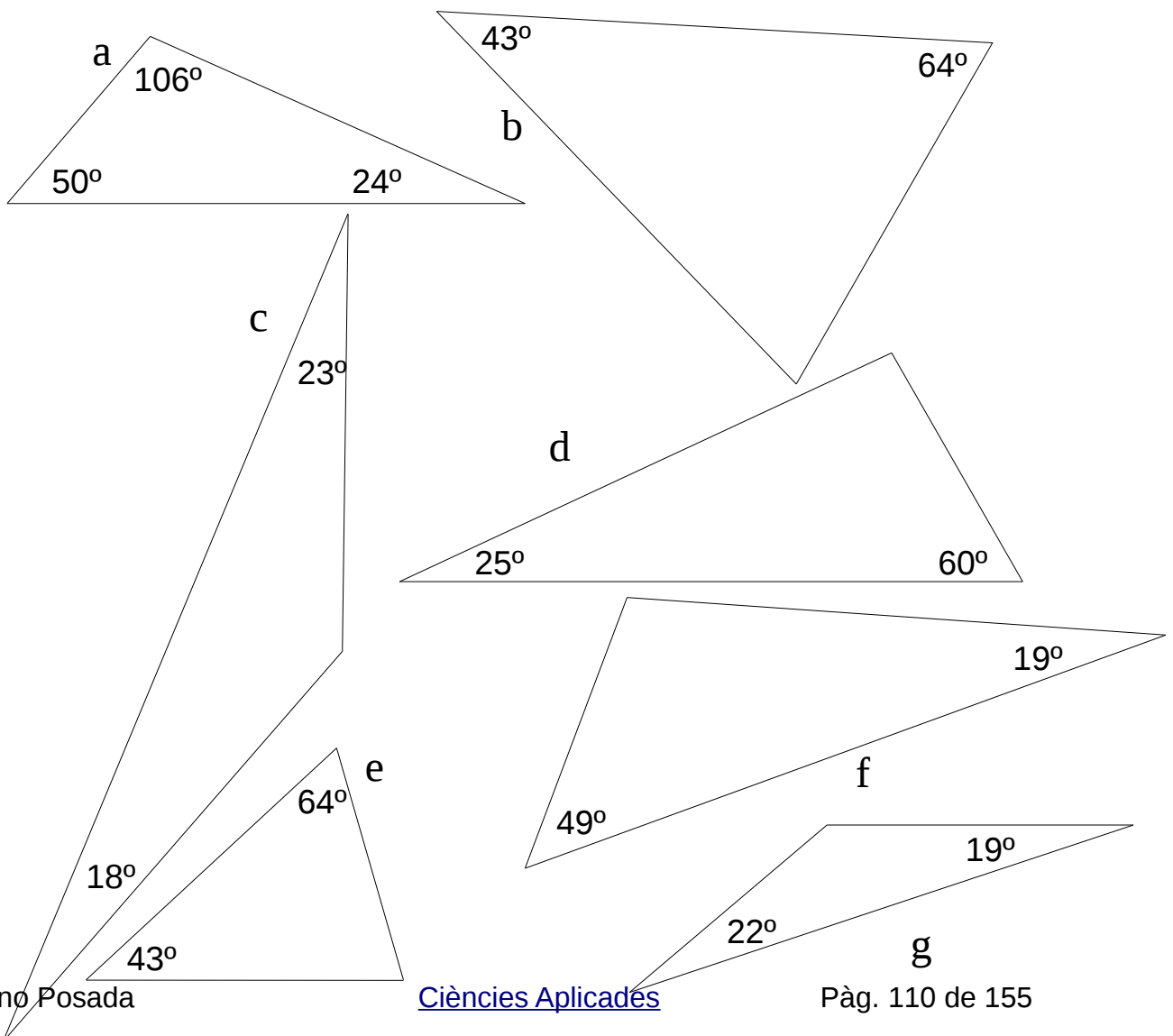
Indica quins d'aquests triangles són semblants, justificant-ho.

Criteris de semblança de triangles:

a) Que dos angles siguin iguals.

Si dos angles són iguals, el tercer, per força també ho haurà de ser, ja que la suma dels tres fa  $180^\circ$ .

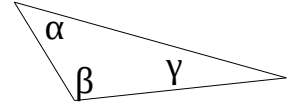
b) Que un angle sigui igual i els dos costats, que formen aquest angle, siguin proporcionals.



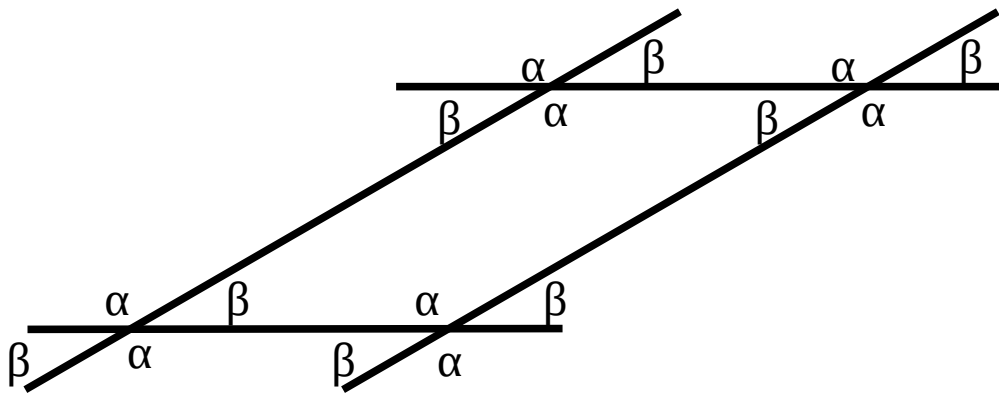
**Exercici 4.6-1**

En un triangle, els angles beta i gama sumen  $150^\circ$ . Quin és l'angle alfa?

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \rightarrow \alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

**Exercici 4.6-2**

Quins angles són idèntics al paral·lelogram?



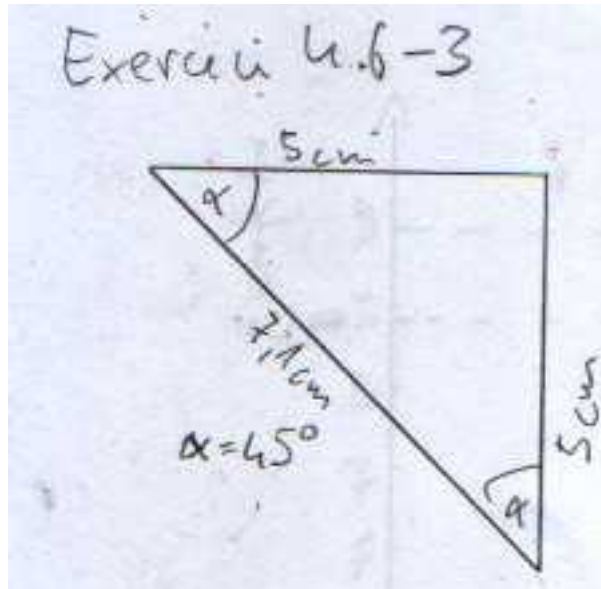
**Exercici 4.6-3**

Els catets d'un triangle rectangle mesuren 5 cm.

Quant mesura l'hipotenusa?

Dibuixa el triangle.

Hi ha angles iguals?

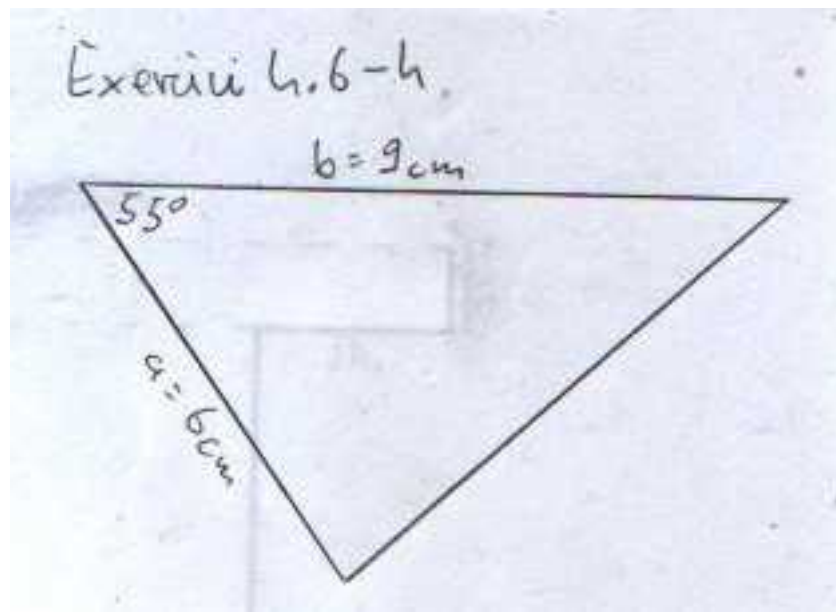




**Exercici 4.6-4**

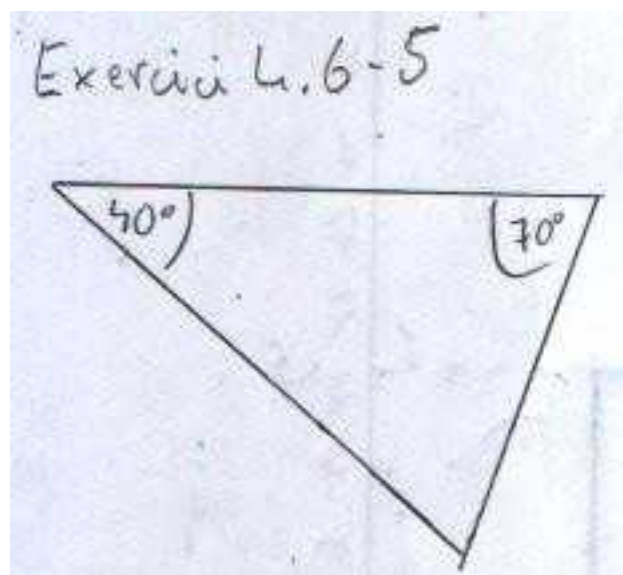
Els costats **a** i **b** d'un triangle, fan un angle de  $55^\circ$ . El costat **a** mesura 60 mm i el **b** 90 mm.

Dibuixa el triangle.

**Exercici 4.6-5**

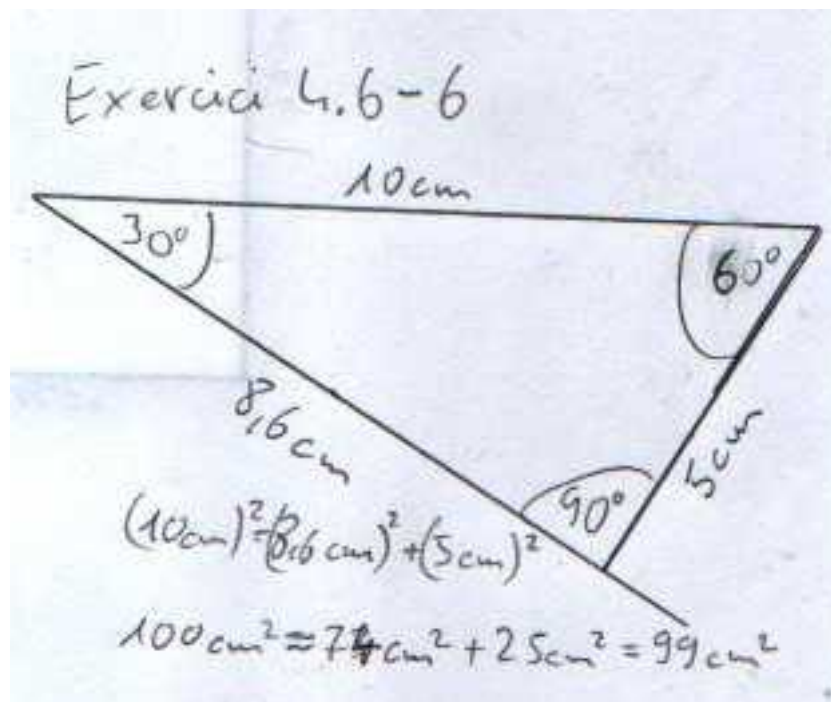
L'angle  $\alpha$  d'un triangle mesura  $40^\circ$  i l'angle  $\beta$   $70^\circ$ .

Dibuixa el triangle.



**Exercici 4.6-6**

- a) Dibuixa un triangle rectangle amb un angle de  $30^\circ$ . La hipotenusa fa 10 cm de llarg.
- b) Indica la mida dels catets mesurant-los.
- c) Comprova que es compleix el teorema de Pitàgores.





Exercici 4.6-7

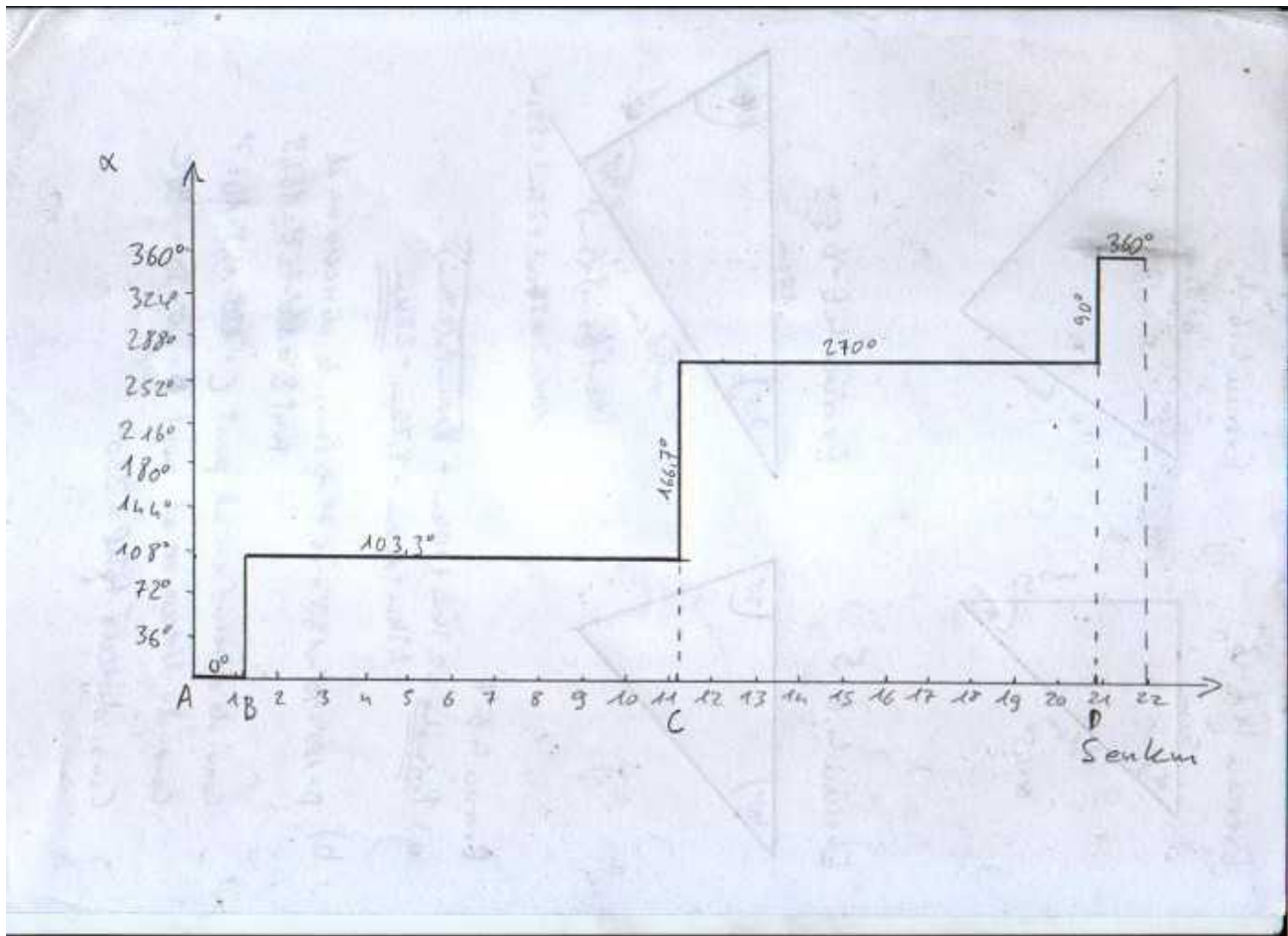
a.) Perímetre  $= 2,3\text{km} + 10\text{km} + \sqrt{(10\text{km})^2 - (2,3\text{km})^2}$   
 $= 2,3\text{km} + 10\text{km} + 9,7\text{km} = \underline{\underline{22\text{km}}}$

b.)  $\beta = 180^\circ - 90^\circ - 13,3^\circ = 76,7^\circ \rightarrow$  Canvi de direcció en el  
punt B  $= 180^\circ - 76,7^\circ = 103,3^\circ$

Canvi de direcció en el punt C  $= 180^\circ - 13,3^\circ = 166,7^\circ$

Canvi de direcció en el punt D  $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

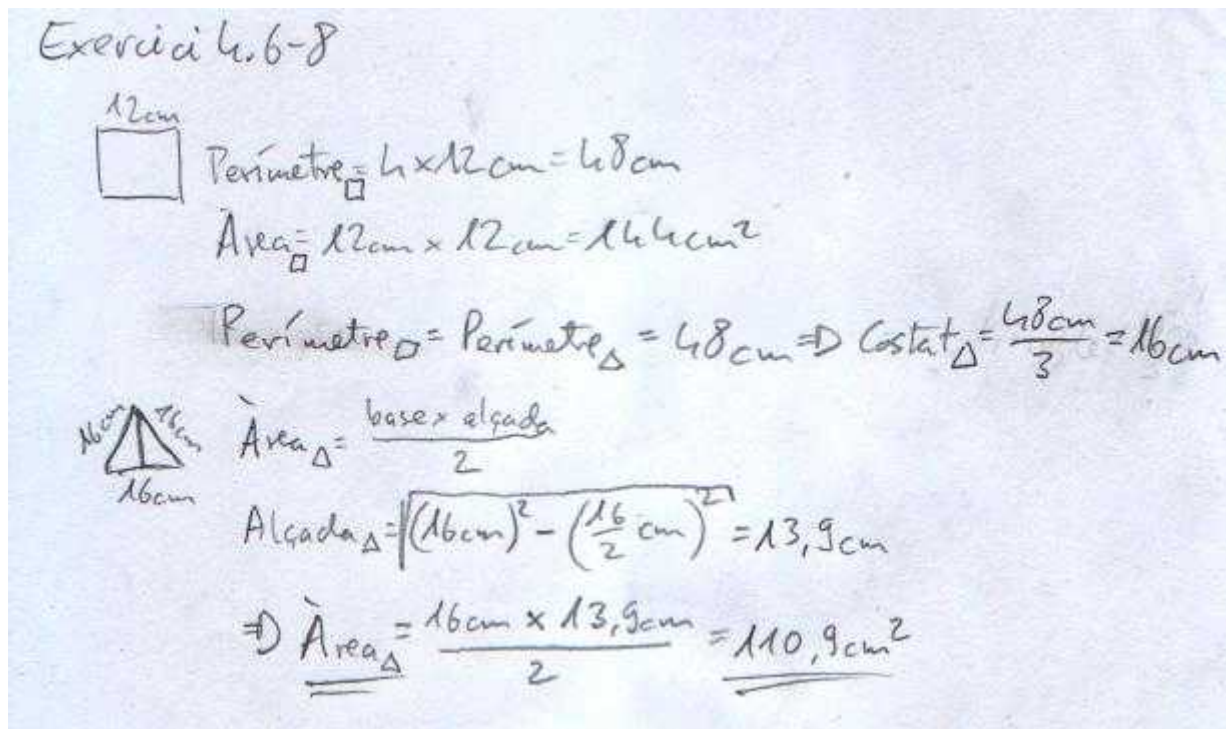
Canvi direcció total  $= 360^\circ$




**Exercici 4.6-8**


Determinar el costat d'un triangle equilàter, on el perímetre sigui igual al d'un quadrat de 12 cm de costat. Quines són les superfícies del quadrat i del triangle?

Exercici 4.6-8



$12\text{cm}$   

 $\text{Perímetre}_{\square} = 4 \times 12\text{cm} = 48\text{cm}$   
 $\text{Àrea}_{\square} = 12\text{cm} \times 12\text{cm} = 144\text{cm}^2$

$\text{Perímetre}_{\square} = \text{Perímetre}_{\Delta} = 48\text{cm} \Rightarrow \text{Costat}_{\Delta} = \frac{48\text{cm}}{3} = 16\text{cm}$


 $\text{Àrea}_{\Delta} = \frac{\text{base} \times \text{alçada}}{2}$   
 $\text{Alçada}_{\Delta} = \sqrt{(16\text{cm})^2 - \left(\frac{16}{2}\text{cm}\right)^2} = 13,9\text{cm}$   
 $\Rightarrow \underline{\underline{\text{Àrea}_{\Delta} = \frac{16\text{cm} \times 13,9\text{cm}}{2} = 110,9\text{cm}^2}}$



**Exercici 4.6-9**

Calcula l'àrea d'un triangle equilàter inscrit en una circumferència d'un radi de 6 cm.

Exercici 4.6-9

Triangles semblants

$$I: \frac{a}{r/2} = \frac{r}{x} \rightarrow 2x = r$$

$$x = \frac{r}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{(x+r) \cdot a}{2} = \frac{\frac{3}{2}r \cdot a}{2} = \frac{3}{4}r \cdot a = \frac{3}{4} \cdot 6\text{cm} \cdot 10,4\text{cm} = \underline{\underline{45\text{cm}^2}}$$

Pitàgoras

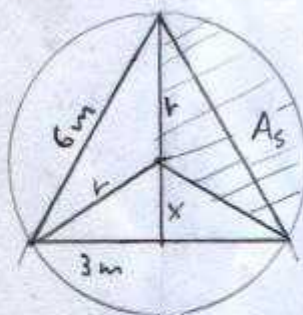
$$II: a^2 = (r+x)^2 + \frac{a^2}{4} \rightarrow a^2 = r^2 + 2rx + x^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4}a^2 = r^2 + 2 \cdot \frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{4} \rightarrow \frac{3}{4}a^2 = \frac{9}{4}r^2 \rightarrow a^2 = 3r^2 \rightarrow a = r\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{a = 6\text{cm}\sqrt{3} = 10,4\text{cm}}}$$

**Exercici 4.6-10**

Un triangle equilàter té 6m de costat, calcula l'àrea d'un dels sectors determinat per la circumferència circumscripita i pels radis que passen pels vèrtexs.



$\frac{x}{r} = \frac{3m}{6m}$   
 $\rightarrow x = \frac{r}{2}$

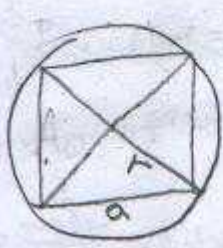
$(6m)^2 = (3m)^2 + (r+x)^2$   
 $27m^2 = \left(r + \frac{r}{2}\right)^2$   
 $27m^2 = 2,25 \cdot r^2$   
 $r = \sqrt{\frac{27m^2}{2,25}} = 3,46m$

$A_0 = 3,14 \cdot (3,46m)^2 = 37,7m^2$   
 $A_s = \frac{A_0}{3} = 12,56m^2$

**Exercici 4.6-11**

Determinar l'àrea del quadrat inscrit en una circumferència de llargària 18.84 m.

Exercici 4.6-11



$\text{Perímetre} = 2\pi r \rightarrow r = \frac{\text{Perímetre}}{2\pi} = \frac{18,84m}{2 \cdot \pi} = 3m$

$a^2 = r^2 + r^2 \rightarrow a = r\sqrt{2} = 3m\sqrt{2} = 4,2m$

$\underline{\underline{A_{\square} = a^2 = 18m^2}}$

<https://www.vitutor.com/geo/eso/sActividades.html>



**Exercici 4.6-12**

On hi ha més plàstic, en 16 ampolles petites de mig litre, o en una gran de 8 litres?

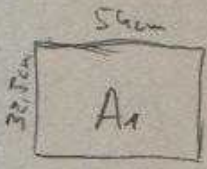
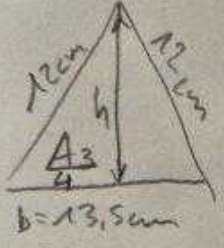
Es suposa que la quantitat de plàstic utilitzada per fabricar una ampolla és proporcional a la superfície.

Aproxima la quantitat de plàstic utilitzada en 16 botelles petites i compara-la amb la d'una ampolla de 8 litres, relacionant les superfícies de les ampolles.





Botella 1 - 8L  $\rightarrow A_6$

$$A_1 = 5\text{cm} \cdot 32,5\text{cm} = 162,5\text{cm}^2$$

$$A_2 = (13,5\text{cm})^2 = 182,25\text{cm}^2$$

$$A_3 = 267,3\text{cm}^2$$

$$A_6 = A_1 + A_2 + A_3 = 2204,6\text{cm}^2$$

$$A_p \cdot 8 = 395,5\text{cm}^2 \cdot 8 = 3164\text{cm}^2$$

$$\frac{A_6}{8 \cdot A_p} = \frac{5,6}{8}$$

$$\frac{V_6}{V_p} = 8$$

$$\frac{A_p \cdot 8}{A_6} = \frac{3164\text{cm}^2}{2204,6\text{cm}^2} = 1,44$$

$\Rightarrow$  8 botellons petits  
signifiquen un 40% més de  
plàstic

$$b = 13,5\text{cm}$$

$$\frac{A_3}{h} = \frac{h \cdot b}{2}$$

Pitagoras

$$(12\text{cm})^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$$

$$(12\text{cm})^2 = \left(\frac{13,5\text{cm}}{2}\right)^2 + h^2$$

$$h^2 = 12\text{cm}^2 - \left(\frac{13,5\text{cm}}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 144\text{cm}^2 - 45,56\text{cm}^2 = 98,44\text{cm}^2$$

$$h = \sqrt{98,44} = 9,92\text{cm}$$

$$\frac{A_3}{h} = \frac{9,92\text{cm} \cdot 13,5\text{cm}}{2} = 66,8\text{cm}^2$$

$$A_3 = 267,3\text{cm}^2$$



Botella 2 -  $\frac{1}{2}l \rightarrow A_p$

$$D = 5,6 \text{ cm} \rightarrow P = 19 \text{ cm}$$

$$A_1 = P \cdot h = 19 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm}$$

$$A_1 = 304 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \pi \cdot (2,8 \text{ cm})^2$$

$$A_2 = 24,6 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 66,9 \text{ cm}^2$$

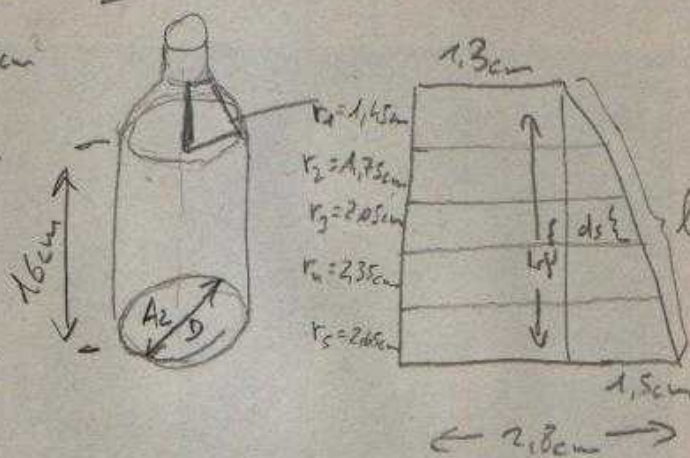
$$A_p = A_1 + A_2 + A_3 = 395,5 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{(5 \text{ cm})^2 + (1,5 \text{ cm})^2} = 5,2 \text{ cm} \rightarrow ds = \frac{l}{5} = 1,04 \text{ cm}$$

$$A_3 = 2\pi \cdot (1,45 \text{ cm} + 1,75 \text{ cm} + 2,05 \text{ cm} + 2,35 \text{ cm} + 2,65 \text{ cm}) \cdot 1,04 \text{ cm} =$$

$$A_3 = 2\pi \cdot 10,25 \text{ cm} \cdot 1,04 \text{ cm} = 66,9 \text{ cm}^2$$

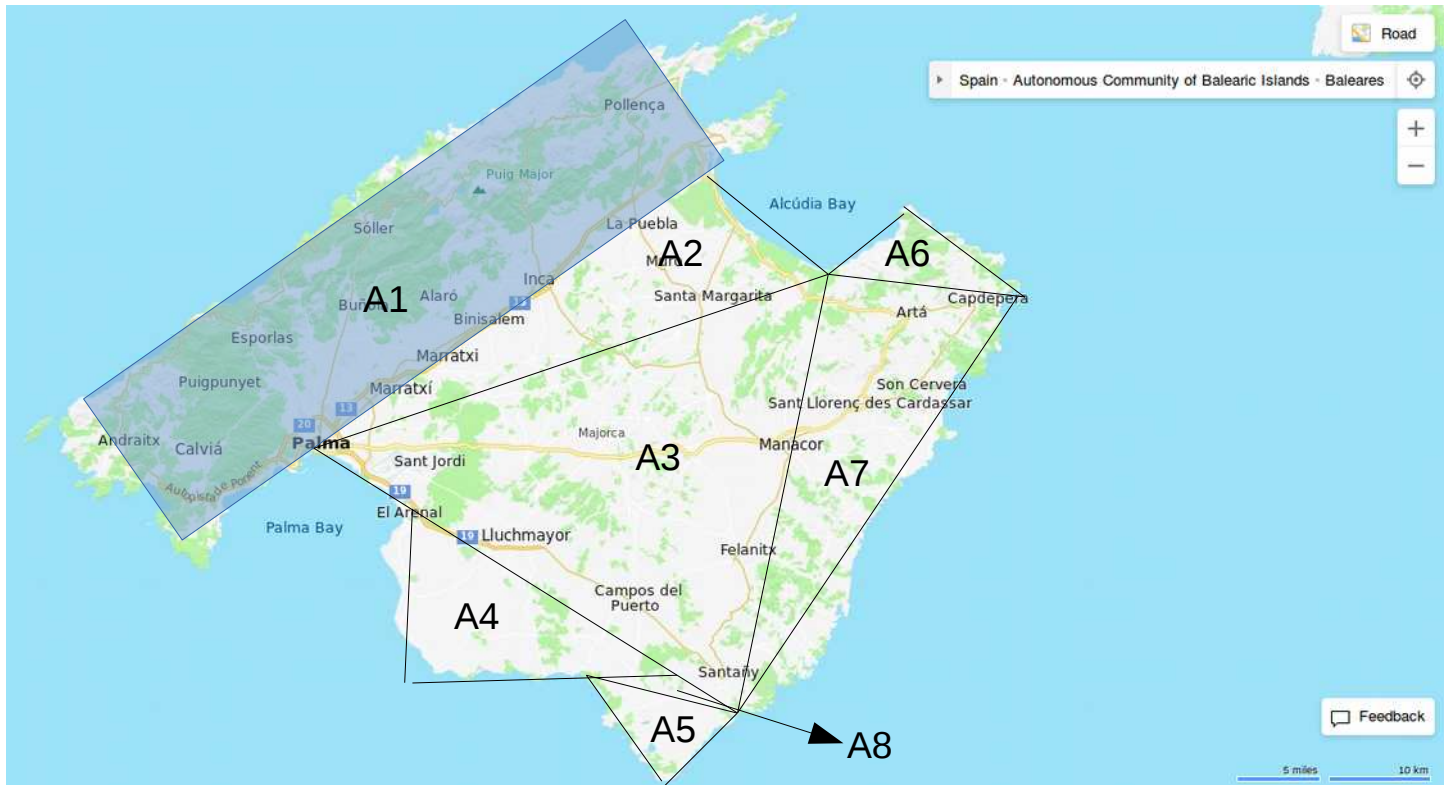
$$\boxed{8 A_p = 3164 \text{ cm}^2}$$



**Exercici 4.6-13**

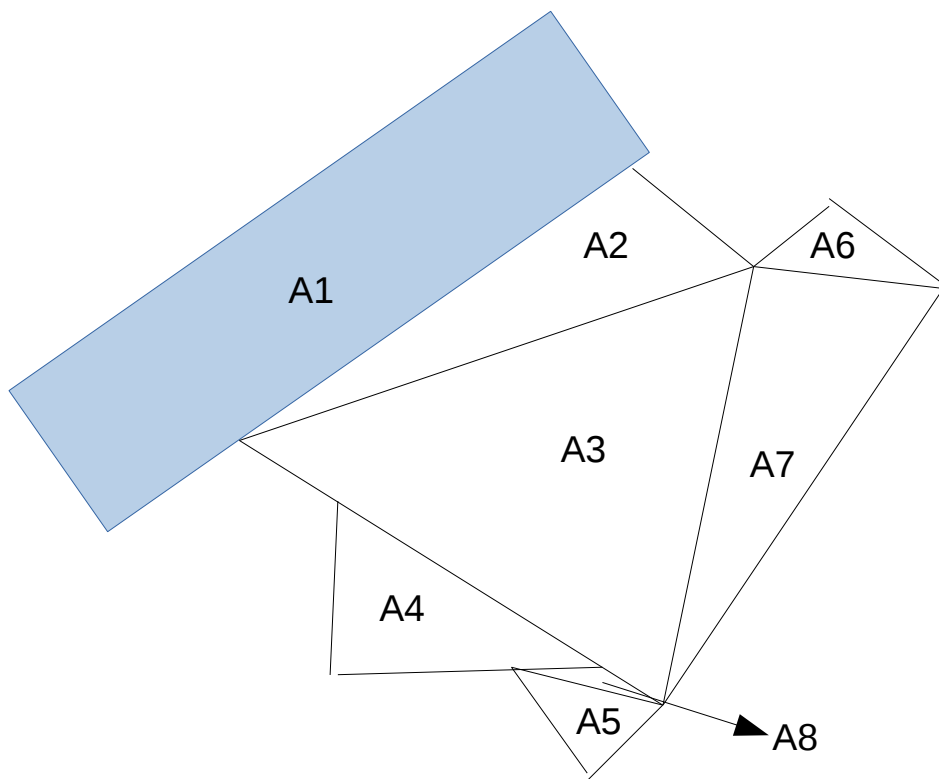
Calcula la superfície de l'illa de Mallorca, utilitzant formes geomètriques planes.

Indica la superfície calculada en  $m^2$  i  $km^2$ .



escala 1,8 cm : 10 km

escala 1 : 555556



$$A1 = 88 \text{ mm} \times 23 \text{ mm} = 2024 \text{ mm}^2$$

$$A2 = (72 \text{ mm} \times 18 \text{ mm}) / 2 = 648 \text{ mm}^2$$

$$A3 = (66 \text{ mm} \times 56 \text{ mm}) / 2 = 1848 \text{ mm}^2$$

$$A4 = (41 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}) / 2 = 615 \text{ mm}^2$$

$$A5 = (20 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}) / 2 = 120 \text{ mm}^2$$

$$A6 = (26 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}) / 2 = 130 \text{ mm}^2$$

$$A7 = (66 \text{ mm} \times 32 \text{ mm}) / 2 = 1056 \text{ mm}^2$$

$$A8 = (20 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}) / 2 = 20 \text{ mm}^2$$

$$A_{Mallorca\text{imatge}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 = 6461\text{ mm}^2$$

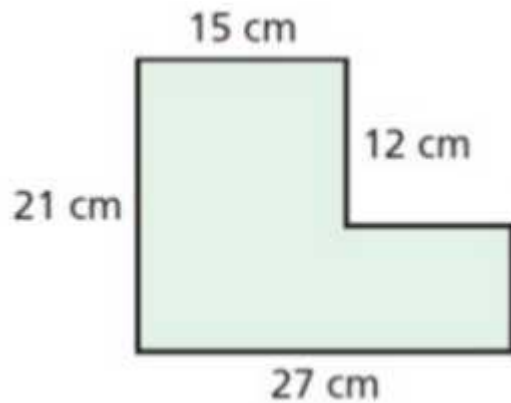
$$A_{Mallorca} = A_{Mallorca\text{imatge}} \cdot \text{escala}^2$$

$$A_{Mallorca} = 6461\text{ mm}^2 \cdot 555556^2 = 1,99 \cdot 10^{15}\text{ mm}^2 = 1,99 \cdot 10^9\text{ m}^2 = 1,99 \cdot 10^3\text{ km}^2 = 1990\text{ km}^2$$

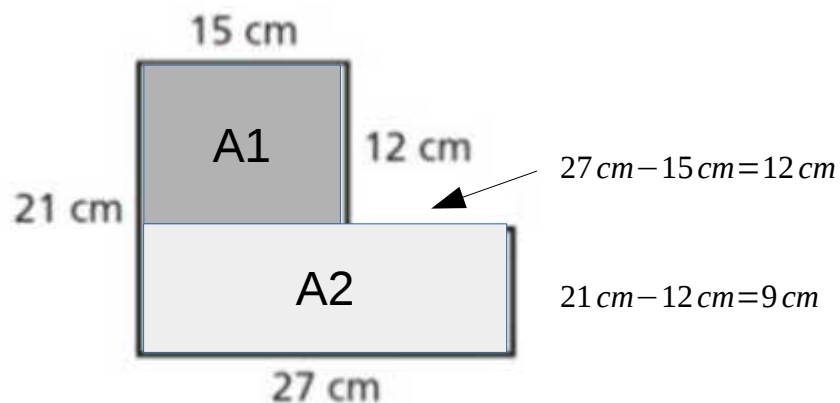
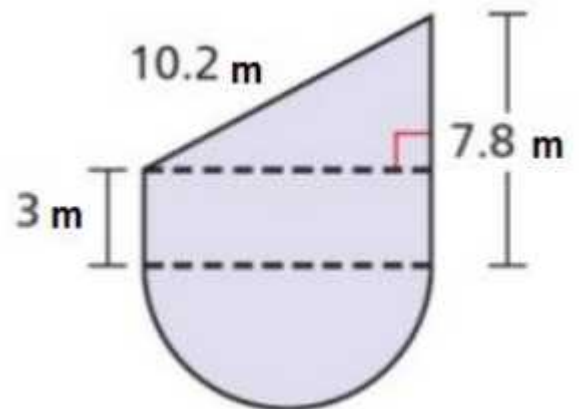
## Exercicis de reforç

r1.) Determina l'àrea i el perímetre de les figures

a.)



b.)



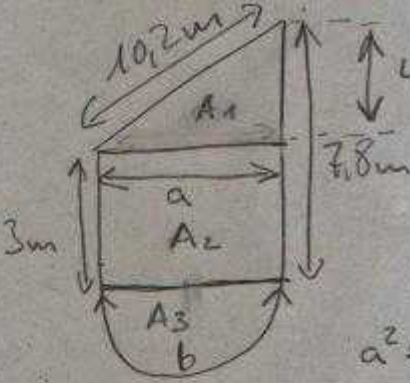
$$\text{Perímetre} = 15\text{ cm} + 21\text{ cm} + 27\text{ cm} + 9\text{ cm} + 12\text{ cm} + 12\text{ cm} = 96\text{ cm}$$

$$A_1 = 12\text{ cm} \cdot 15\text{ cm} = 180\text{ cm}^2$$

$$A_2 = 27\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} = 243\text{ cm}^2$$

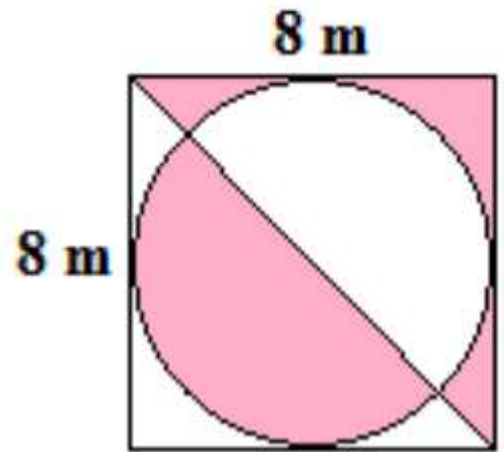
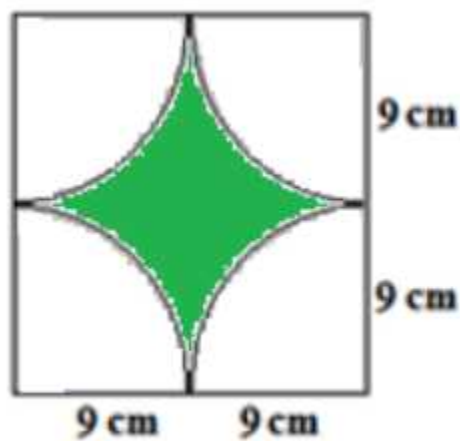
$$\text{Àrea} = A_1 + A_2 = 180\text{ cm}^2 + 243\text{ cm}^2 = 423\text{ cm}^2$$





$a^2 + (4.8\text{m})^2 = (10.2\text{m})^2$   
 $\Rightarrow a^2 = (10.2\text{m})^2 - (4.8\text{m})^2$   
 $a^2 = 104.04\text{m}^2 - 23.04\text{m}^2$   
 $a^2 = 81\text{m}^2$   
 $\sqrt{a^2} = \sqrt{81\text{m}^2}$   
 $a = 9\text{m}$   
 $b = \frac{\pi \cdot a}{2} = \frac{3.14 \cdot 9\text{m}}{2} = 14.13\text{m}$   
 Perímetre =  $10.2\text{m} + 7.8\text{m} + 14.13\text{m} + 3\text{m} = 35.13\text{m}$   
 Àrea =  $A_1 + A_2 + A_3 = 80.04\text{m}^2$   
 $A_1 = \frac{9\text{m} \cdot 4.8\text{m}}{2} = 21.6\text{m}^2$   
 $A_2 = 3\text{m} \cdot 9\text{m} = 27\text{m}^2$   
 $A_3 = \frac{\pi \cdot (4.5\text{m})^2}{2} = 31.8\text{m}^2$

r2.) Calcula l'àrea acolorida de les figures



r2.)

a.)  $A_{\text{cercle}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (9 \text{ cm})^2 = 254,34 \text{ cm}^2$

$A_{\text{quadrat}} = 18 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm} = 324 \text{ cm}^2$

$A_{\text{acolorida}} = A_{\text{quadrat}} - A_{\text{cercle}} = 324 \text{ cm}^2 - 254,34 \text{ cm}^2 = 69,66 \text{ cm}^2$

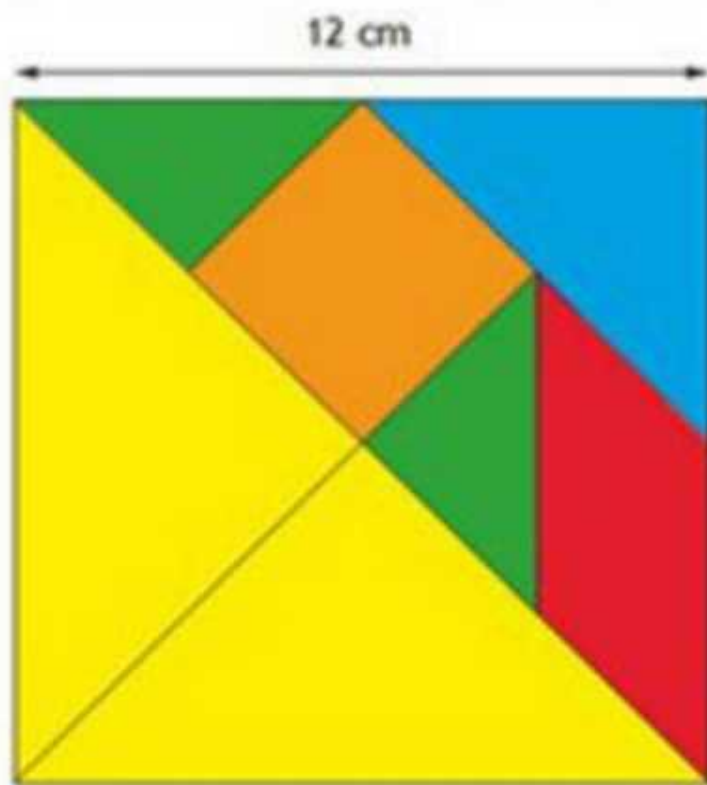
b.)  $A_{\text{cercle}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (4 \text{ m})^2 = 50,24 \text{ m}^2$

$A_{\text{quadrat}} = 8 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 64 \text{ m}^2$

$A_{\text{acolorida}} = \frac{A_{\text{cercle}}}{2} + \frac{A_{\text{quadrat}}}{2} - \frac{A_{\text{cercle}}}{2} - \frac{A_{\text{quadrat}}}{2}$

$A_{\text{acolorida}} = \frac{64 \text{ m}^2}{2} = 32 \text{ m}^2$

r3.) Quants  $\text{cm}^2$  de catolina groga, blava i verd es necessiten per fer el tangram?



r3.)

Triangle 1 (grog)

El triangle 1 és un triangle rectangle on cada catet fa 12 cm.

$$A_1 = \frac{(12 \text{ cm})^2}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

Triangle 2 (blau)

El triangle 2 és un triangle rectangle on cada catet fa 6 cm.

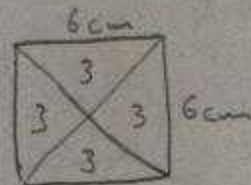
$$A_2 = \frac{(6 \text{ cm})^2}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

Triangle 3 (verd)

El triangle 3 és un triangle rectangle on l'hipotenusa fa 6 cm. Quatre d'aquests triangles formen un quadrat on les hipotenuses formen els costats.

$$4 \cdot A_3 = 36 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 9 \text{ cm}^2$$



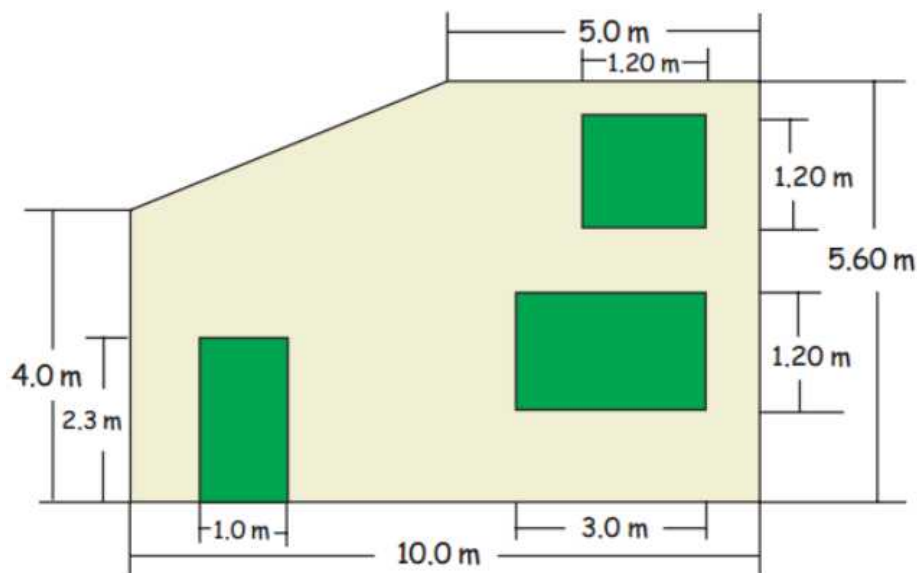
Com el triangle 1 ha 2 triangles 3, es necessiten

$$2 \cdot A_3 = 18 \text{ cm}^2$$



r4.) S'ha de pintar la façana d'un edifici. Quina és la superfície a pintar?

Si el rendiment de la pintura és de  $8 \frac{m^2}{l}$  i s'ofereix en pots d'un litre per 18 euros i de 5 l per 70 euros, quant costa la pintura necessària?



r5.) En un paral·lelogram, un dels angles mesura  $110^\circ$ .

Quant mesuren els altres angles?

Dibuxa'l, sabent que els costats mesuren 4 cm i 6 cm.

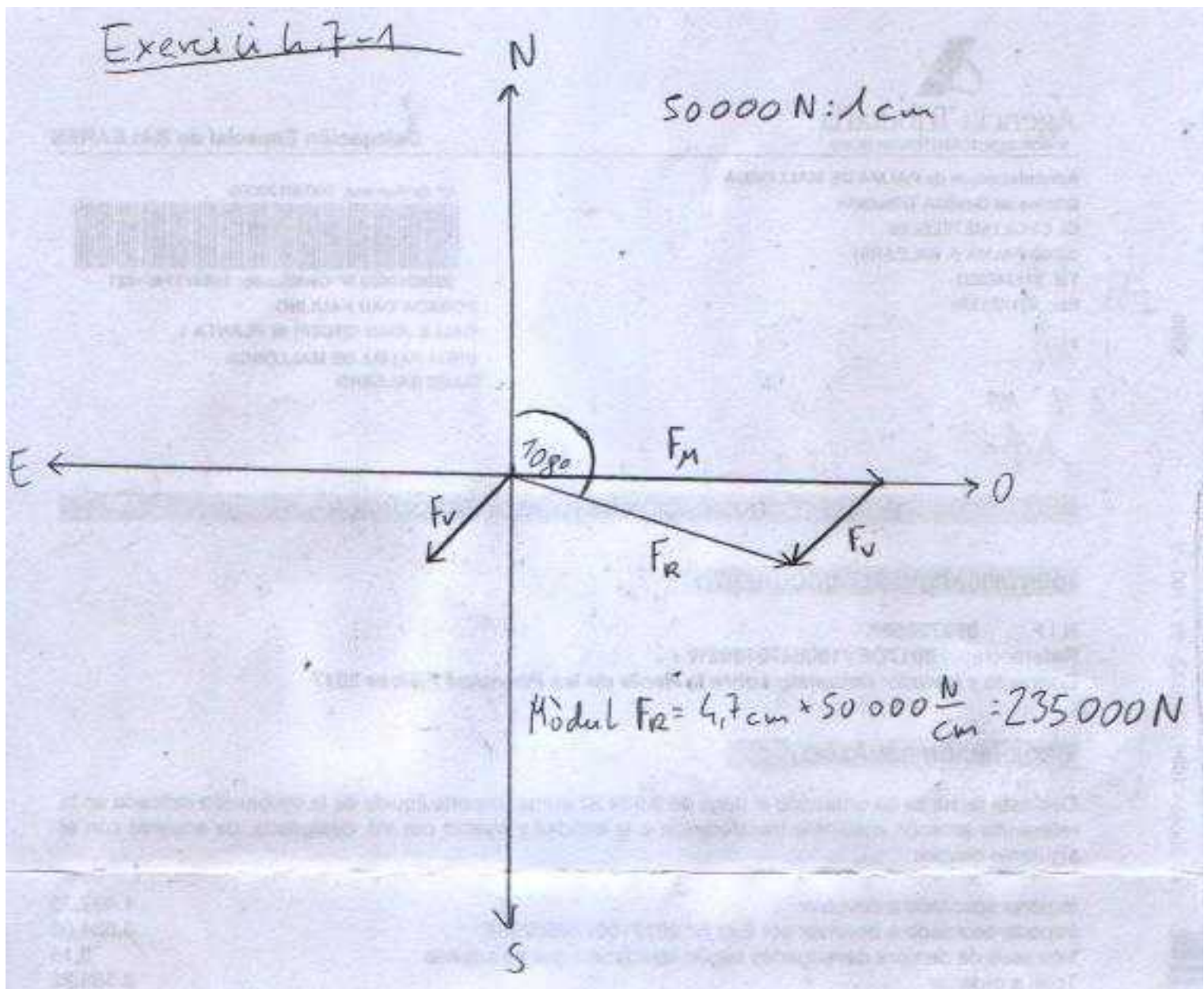
**Exercici 4.7-1**

Un creuer és impulsat pels motors en direcció est amb una força  $F_m$  de 300 000 N.

El vent bufant del nord-est provoca una força  $F_v$  de 100 000 N damunt el creuer.

Dibuixa el triangle de forces i indica la direcció respecte al nord i el mòdul de la força resultant.

Escala 50 000 N : 1 cm

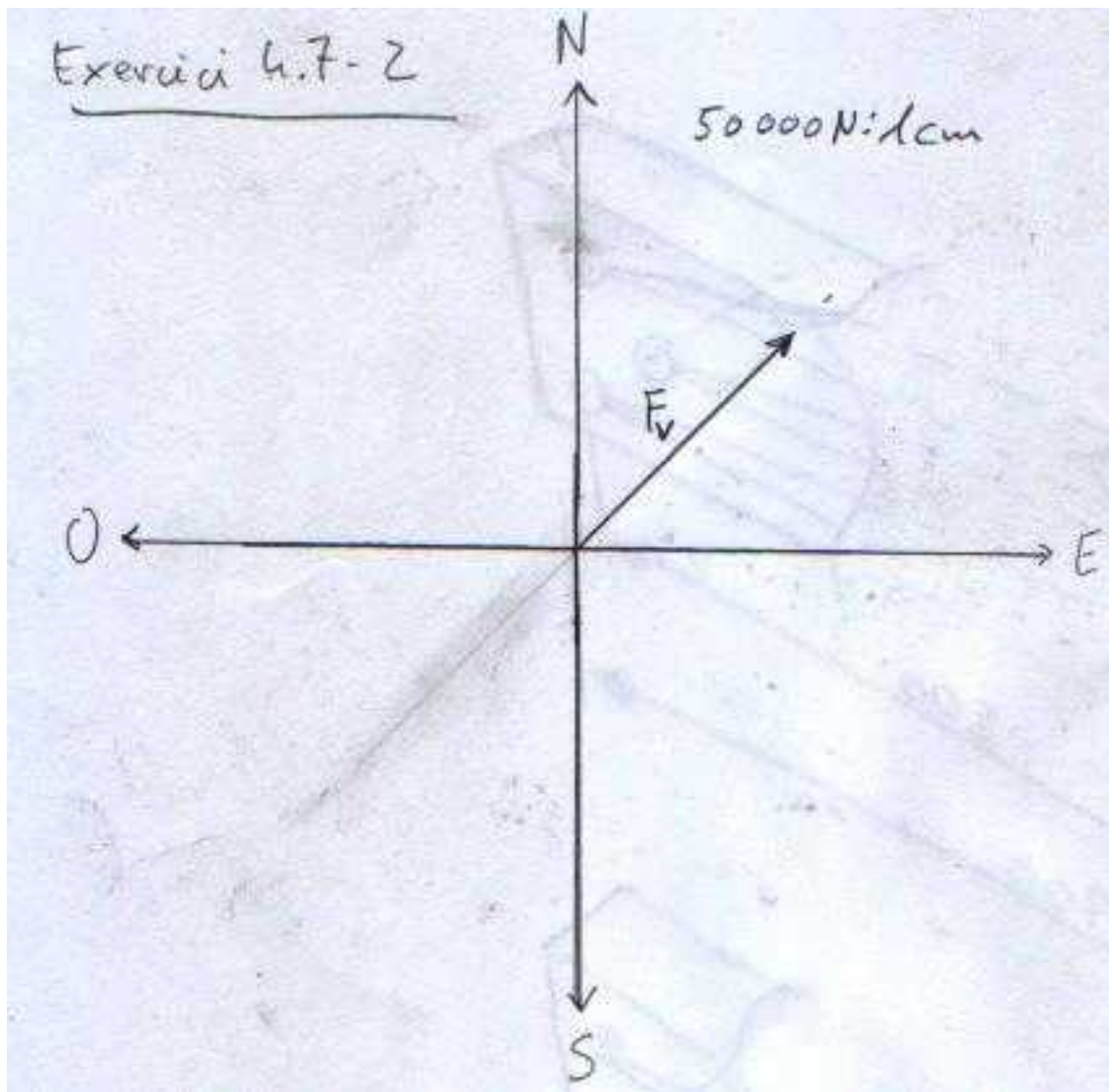


**Exercici 4.7-2**

Un creuer avariat es troba a la deriva. El vent bufant del sud-oest provoca una força de 20 000 N damunt el creuer.

Dibuixa el vector de força damunt el creuer.

Escala 5 000 N : 1 cm





**Exercici 4.7-3**

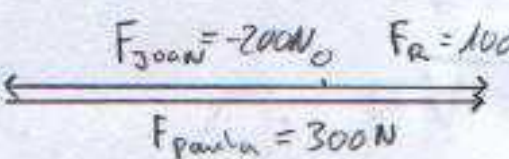
Paula i Joan estiren cada un de l'extrem d'una corda. Paula estira cap a la dreta i Joan cap a l'esquerra. Joan estira amb una força de 200 N i la força resultant en la corda és de 100 N cap a la dreta.

Forces cap a la dreta s'han de contar com positives, cap a l'esquerra com negatives.

Dibuixa les forces a escala de 50 N : 1 cm

Amb quina força estira Paula?

Exercici 4.7-3


$$F_{Joan} + F_{Paula} = F_R \Rightarrow \underline{\underline{F_{Paula} = F_R - F_{Joan} = 100N - (-200N) = 300N}}$$

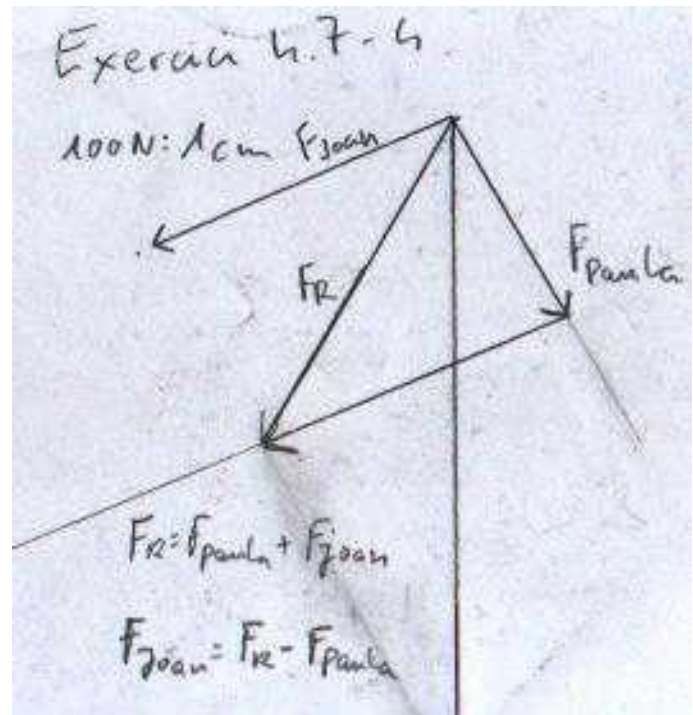
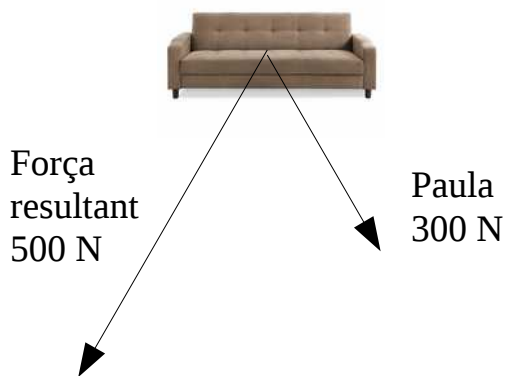
**Exercici 4.7-4**

Paula i Joan li volen moure un sofà. Paula empeny el sofà amb una força de 300 N.

La força resultant és de 500 N.

Amb quina força empeny Joan?

Dibuixa el vector de força que representa a Joan.



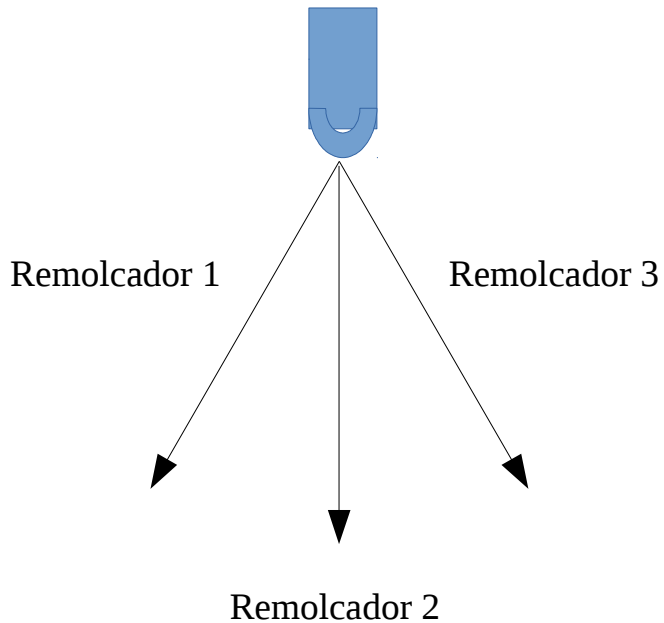
**Exercici 4.7-5**

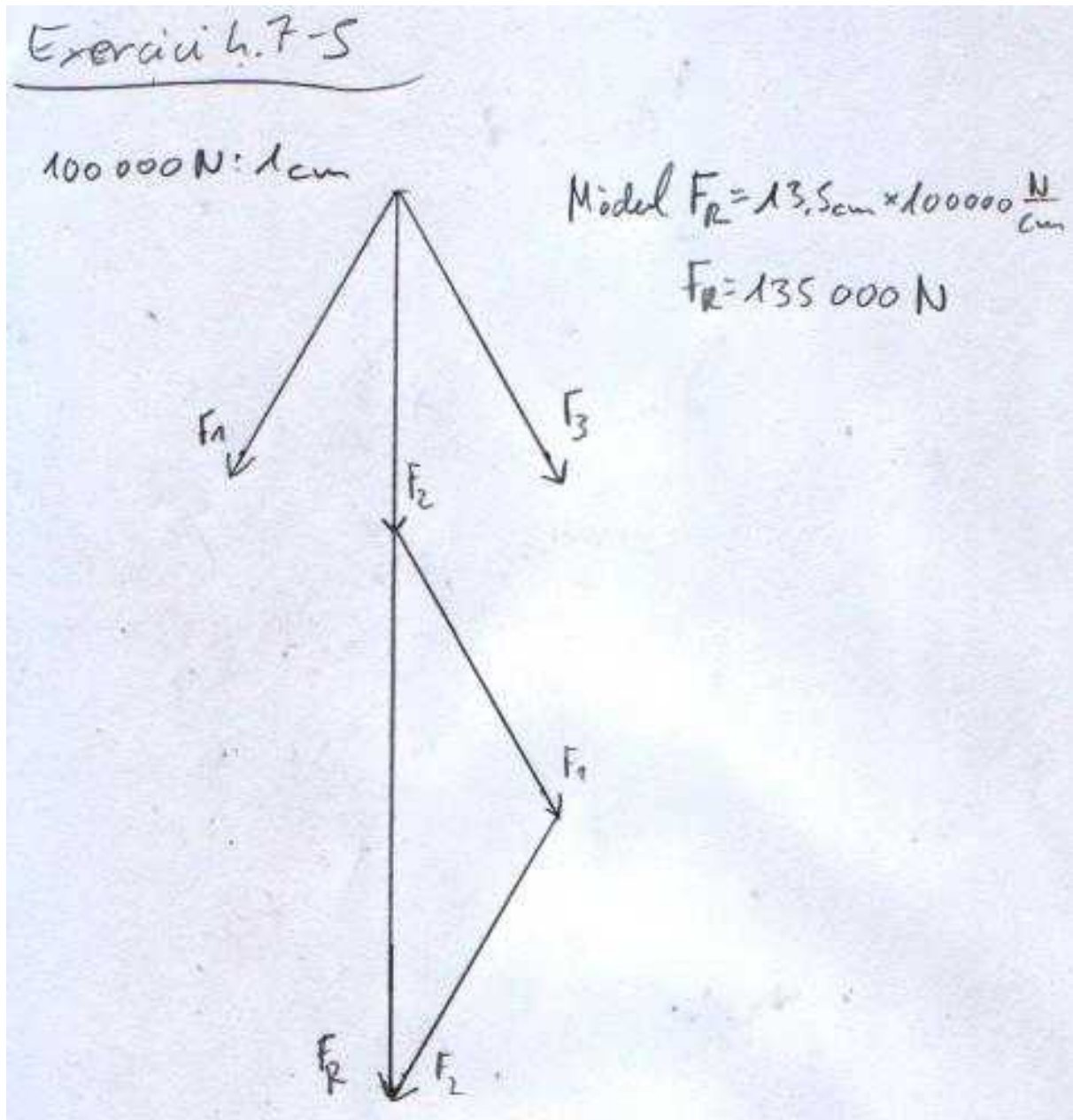
Tres vaixells remolcadors remolquen un creuer.

Dibuixa el vector de força resultant que actua damunt el creuer.

Quin és el mòdul de la força resultant i en quina direcció senyala?

Escala  $100\,000\text{ N} = 1\text{ cm}$ .





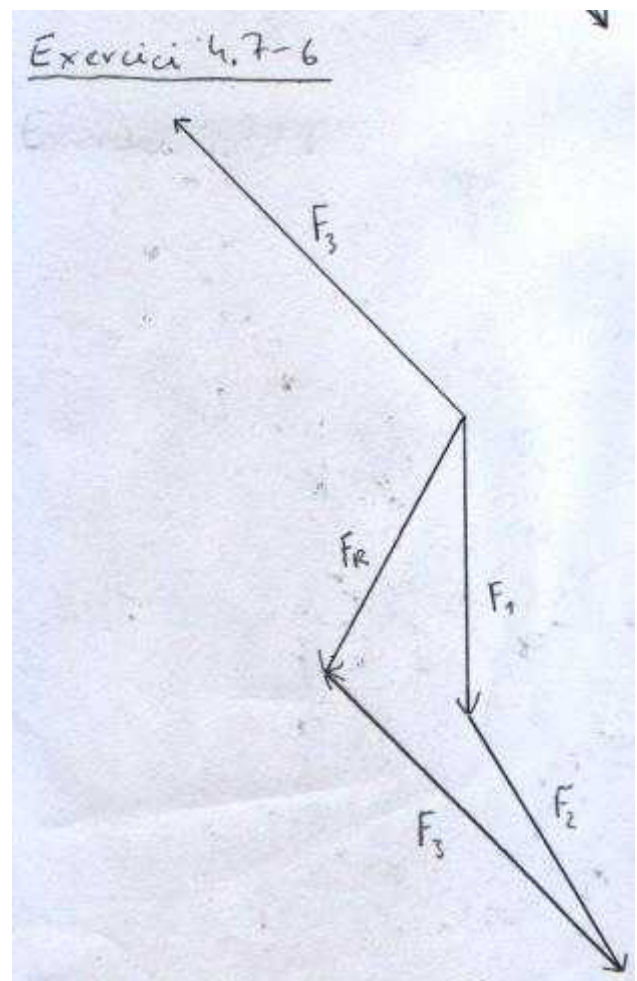
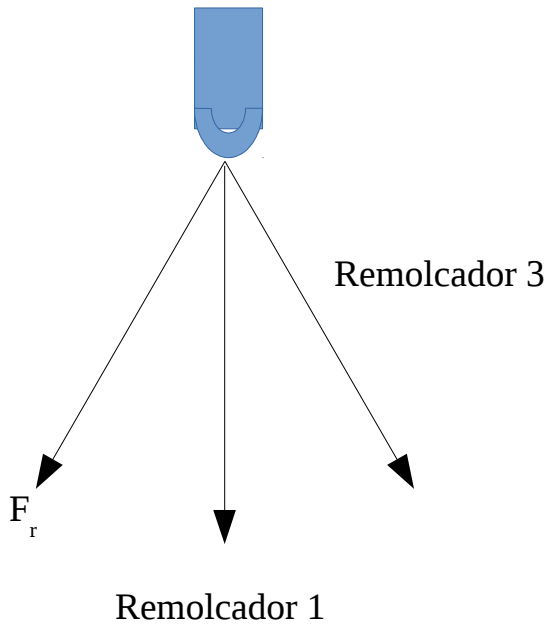
**Exercici 4.7-6**

Tres vaixells remolcadors remolquen un creuer.

Dibuixa el vector de força que representa al remolcador 2 i indica el seu mòdul.

Escala 100 000 N = 1 cm.

$F_r$  : Força resultant



**Exercici 4.7-7**

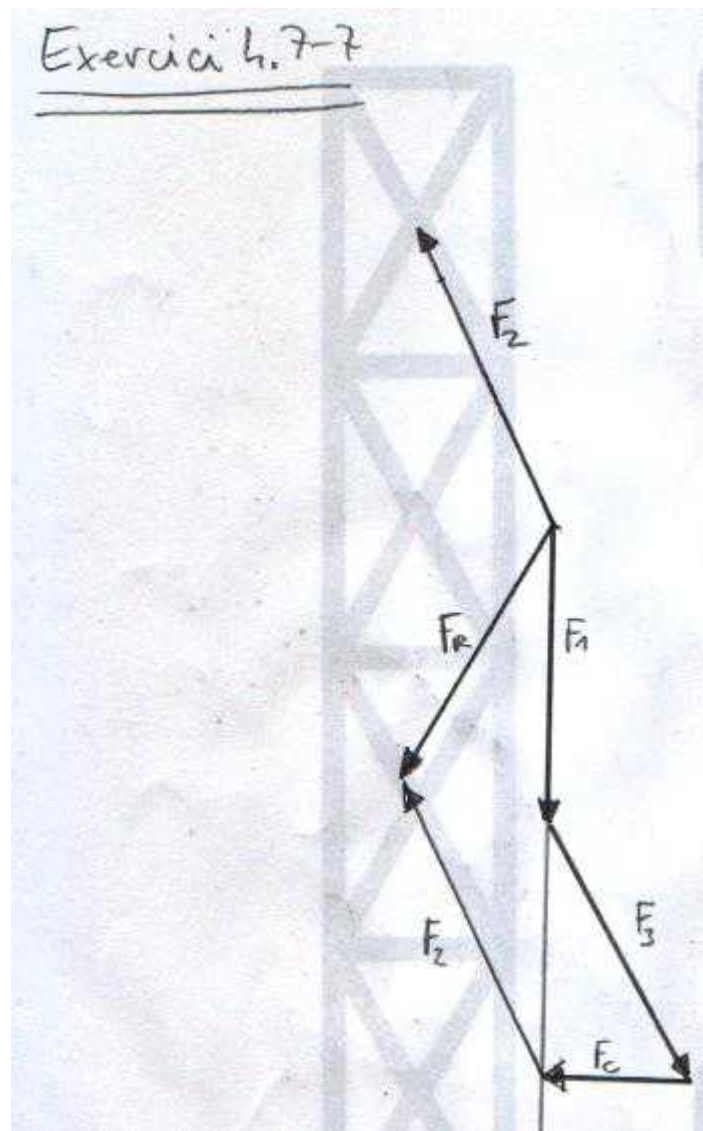
Tres vaixells remolcadors remolquen un creuer.

Un corrent provoca una força  $\vec{F}_c$  damunt el vaixell.

Dibuixa el vector de força que representa al remolcador 2.

Escala 100 000 N = 1 cm.

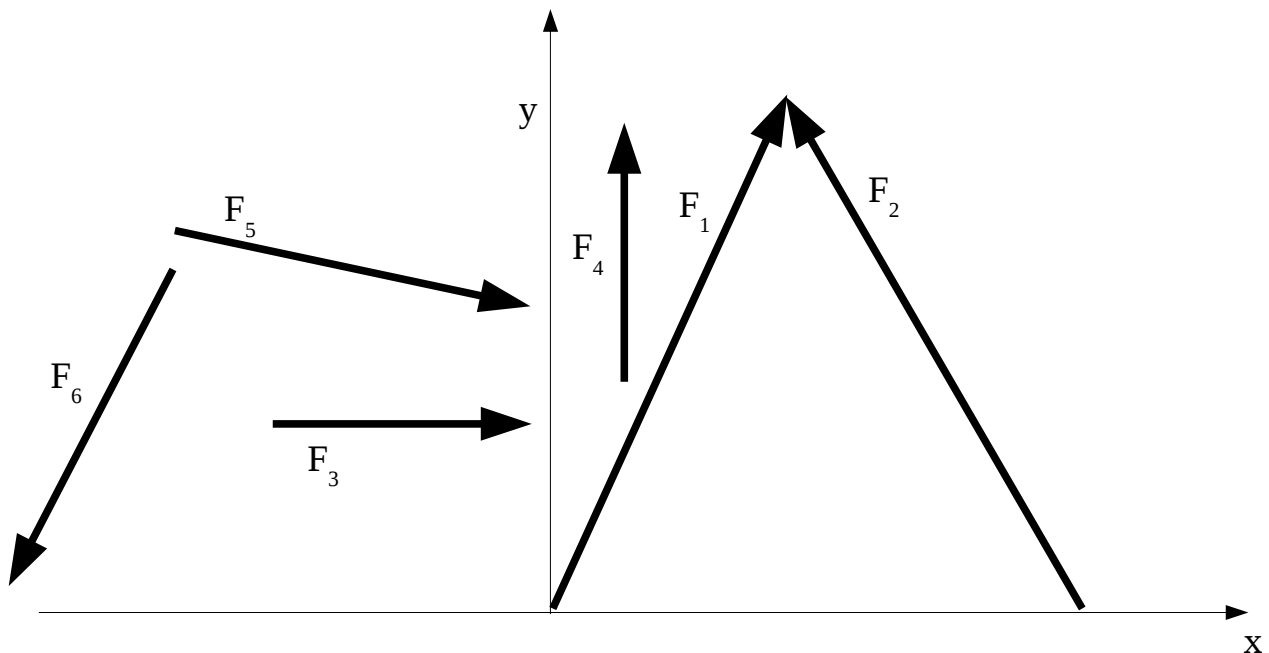
$F_r$  : Força resultant



**Exercici 4.7.1-1**

a) Descompon els següents vectors en els seus components  $x$  i  $y$ .

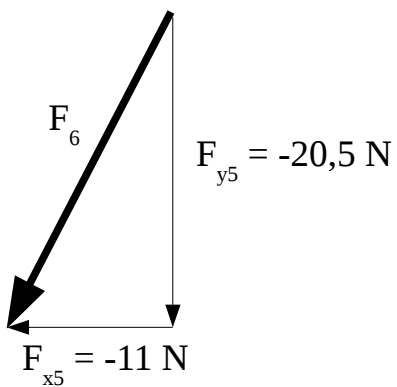
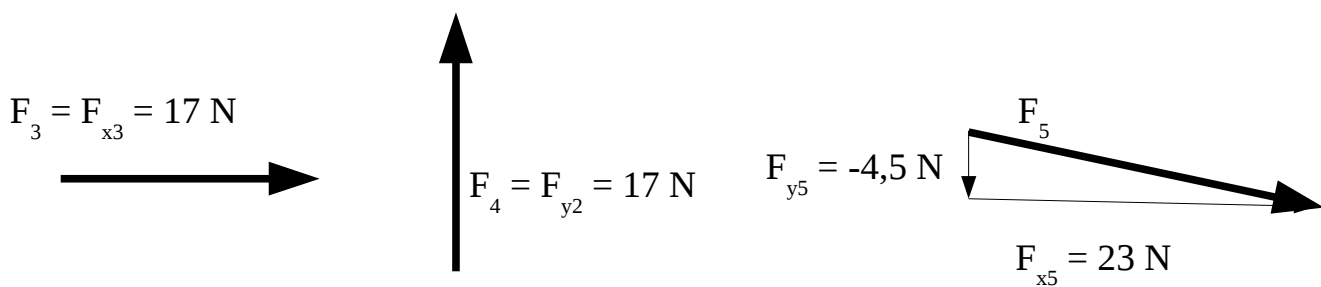
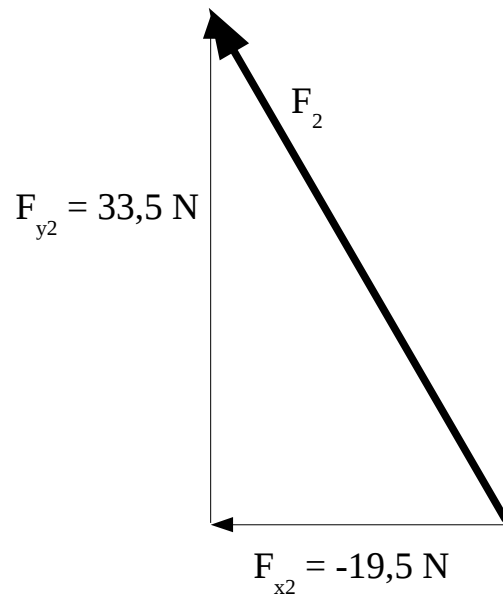
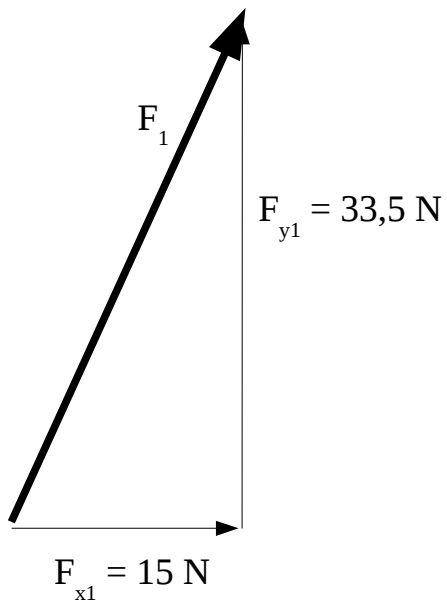
Escala 5 N : 1 cm



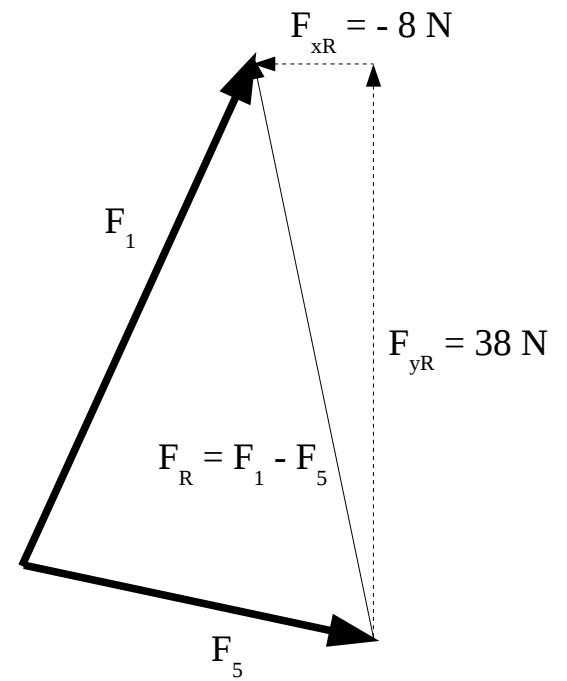
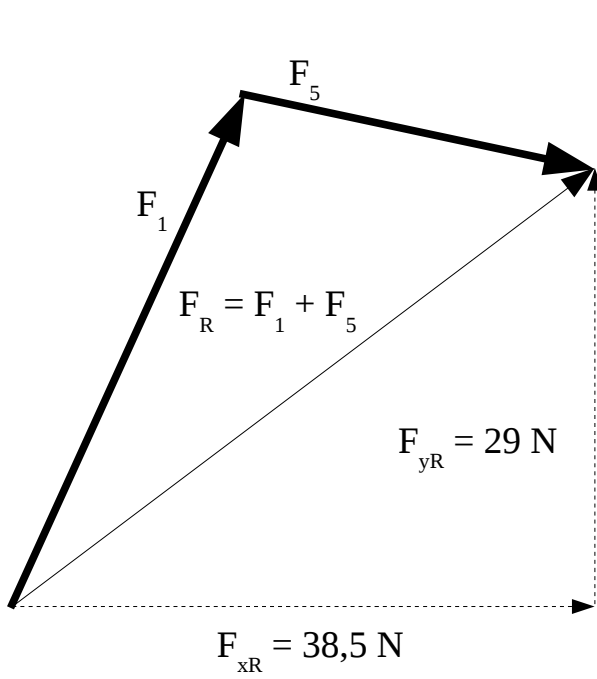
Vector	$F_x$	$F_y$
$F_1$	15 N	33,5 N
$F_2$	-19,5 N	33,5 N
$F_3$	17 N	0 N
$F_4$	0 N	17 N
$F_5$	23 N	-4,5 N
$F_6$	-11 N	-20,5 N
$F_1 + F_5$	38 N	29 N
$F_1 - F_5$	-8 N	38 N

b) Indica les coordenades de la suma dels vectors  $F_1$  i  $F_5$ . Dibuixa el vector resultant en el sistema de coordenades.

c) Indica les coordenades de la resta dels vectors  $F_1$  i  $F_5$ . Dibuixa el vector resultant en el sistema de coordenades.







**Exercici 4.7.2-1**

Com actua la força de la gravetat?

Atreu el objectes cap al centre de la terra.

**Exercici 4.7.2-2**

En quina unitat es mesura la força?

En Newton.

**Exercici 4.7.2-3**

Quin és l'efecte d'una força damunt un objecte?

Normalment causa un moviment de l'objecte. Si actuen diverses forces damunt un objecte i estan en equilibri, l'objecte no es mou.

**Exercici 4.7.2-4**

Com es representa una força?

Amb una fletxa que s'anomena vector.

**Exercici 4.7.2-5**

En què es diferencia un vector de un nombre?

En que el vector té direcció.

**Exercici 4.7.2-6**

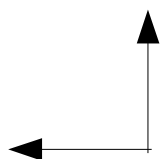
Si representem la velocitat amb un vector, quina diferència hi haurà entre el vector que representa 5 km/h i el que representa 10 km/h?

El vector de 10 km/h serà el doble de llarg que el de 5 km/h.

**Exercici 4.7.2-7**

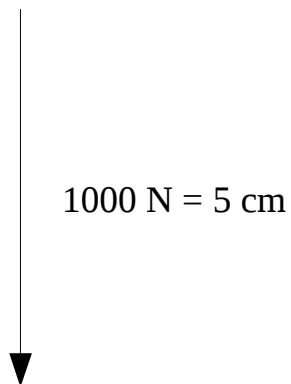
Si representem la velocitat amb un vector, quina diferència hi haurà entre el vector que representa 5 km/h en direcció nord i el que representa 5 km/h en direcció oest?

Que tindran direccions diferents i entre els vectors hi haurà un angle de 90°.



**Exercici 4.7.2-8**

Representa amb un vector una força de 1000 N en direcció sud (200N : 1 cm).



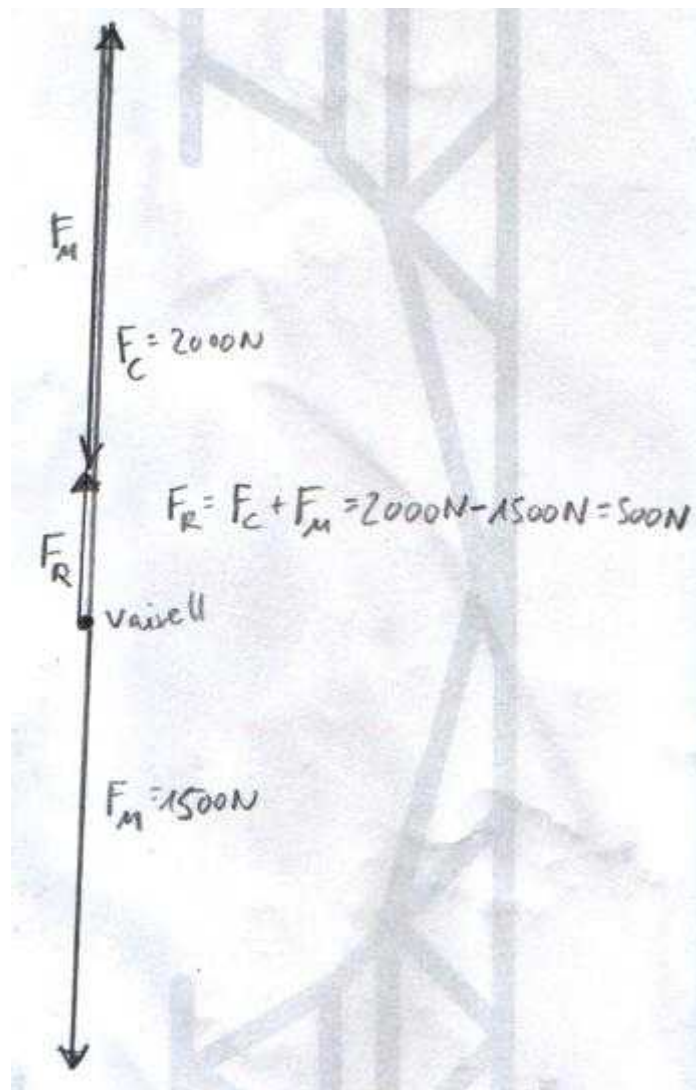
**Exercici 4.7.2-9**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció nord de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?



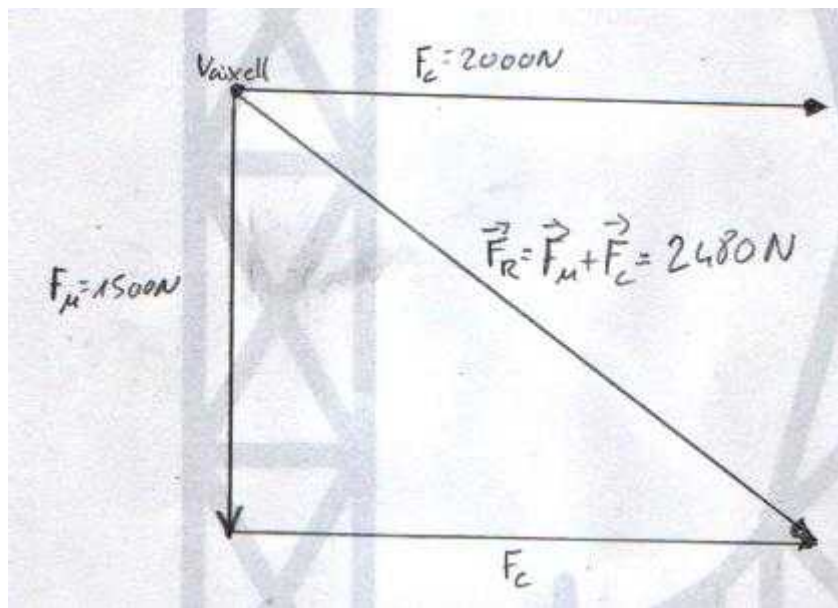
**Exercici 4.7.2-10**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció est de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?



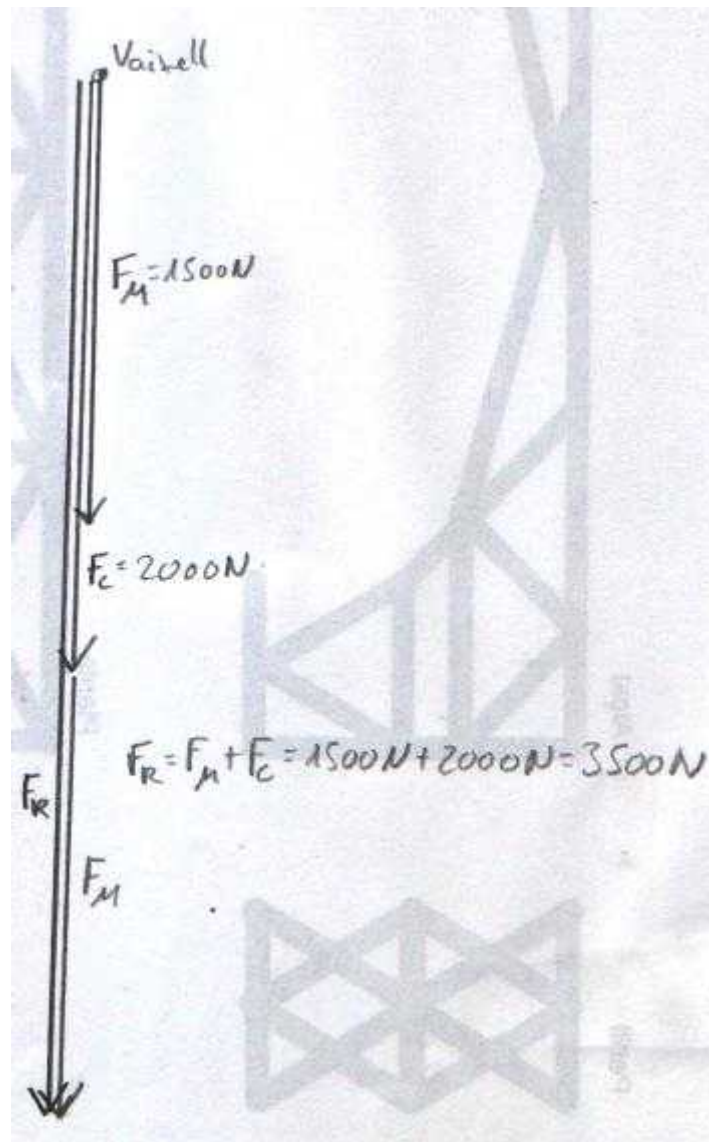
**Exercici 4.7.2-11**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció sud de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?



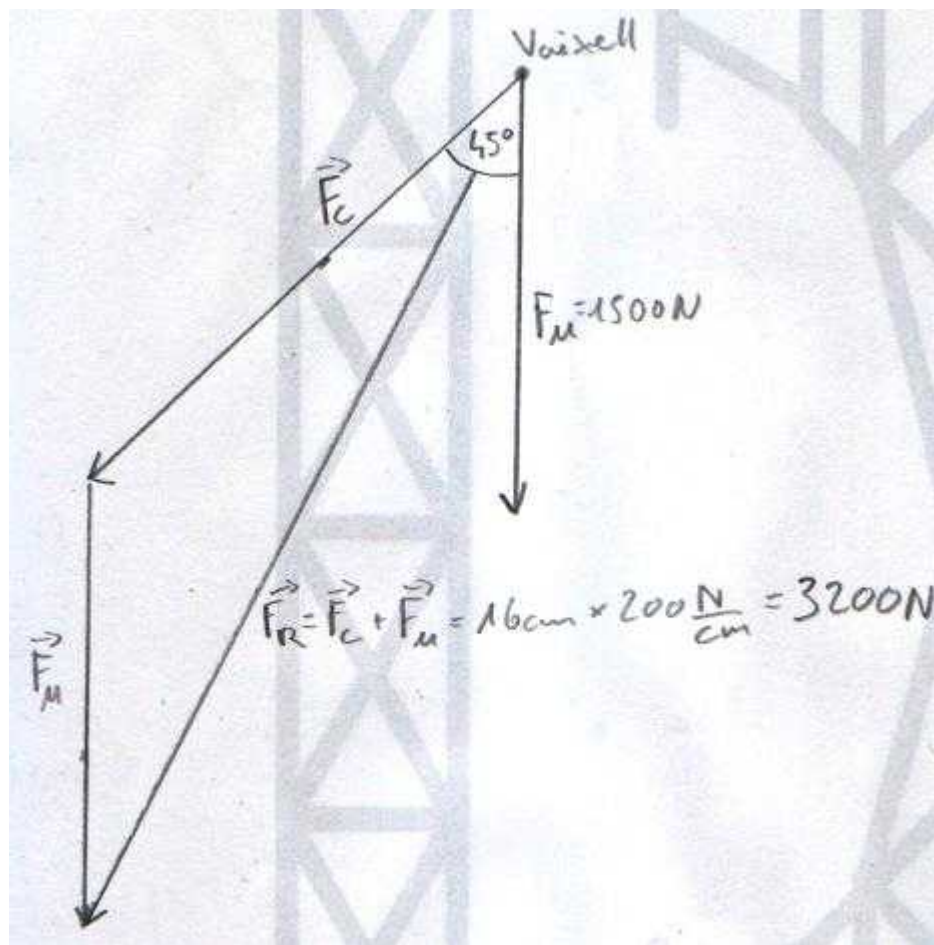
**Exercici 4.7.2-12**

Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força en direcció sudoest de 2000 N.

Representa las forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En quina direcció es mou el vaixell?

Quina és la força resultant?





**Exercici 4.7.2-13**

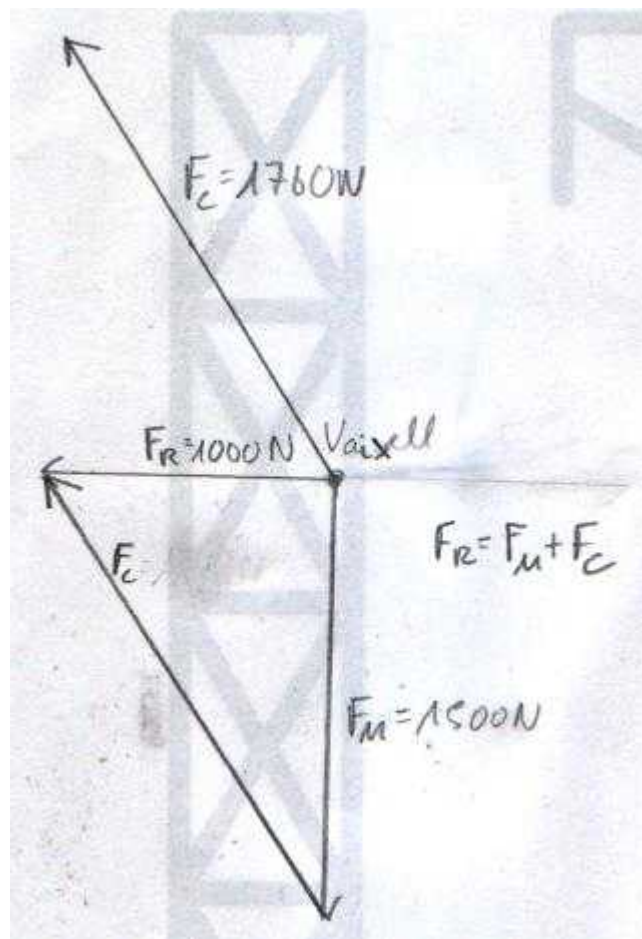
Un vaixell és impulsat pel motor en direcció sud amb una força de 1500 N. Un corrent d'aigua causa una força desconeguda damunt el vaixell.

La força resultant és de 1000 N en direcció oest.

Representa les forces gràficament (200N : 1 cm).

¿En qué direcció es mou el vaixell?

Indica mòdul i direcció de la força que produeix el corrent.



Fonts geometria plana

<http://paramisalumnosdematematicas.blogspot.com/p/2-de-eso-repaso-de-geometria-plana.html>

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/pgarsane/files/2015/10/EJERCICIOS-Y-PROBLEMAS-DE-GEOMETRIA-PLANA.pdf>

[https://www.edu.xunta.es/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1491479279/contido/ud08\\_movimientos\\_plano/ndice.html](https://www.edu.xunta.es/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1491479279/contido/ud08_movimientos_plano/ndice.html)

[http://www.pps.k12.or.us/district/depts/edmedia/videoteca/curso2/htmlb/SEC\\_55.HTM](http://www.pps.k12.or.us/district/depts/edmedia/videoteca/curso2/htmlb/SEC_55.HTM)

<https://www.vitutor.com/geo/eso/sActividades.html>

Realización de medidas en figuras geométricas:

Puntos y rectas.

Rectas secantes y paralelas.

Polígonos: descripción de sus elementos y clasificación.

Ángulo: medida.

Suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Semejanza de triángulos.

Resolución de triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras.

Circunferencia y sus elementos. Cálculo de la longitud.

Cálculo de áreas y volúmenes.

Resolución de problemas geométricos en el mundo físico.

Vectors

Relación de las fuerzas sobre el estado de reposo y movimientos de cuerpos:

Clasificación de los movimientos según su trayectoria.

Velocidad y aceleración. Unidades.

Magnitudes escalares y vectoriales. Identificación.

Movimiento rectilíneo uniforme características. Interpretación gráfica.

Cálculos sencillos relacionados con el movimiento rectilíneo uniforme características.

Fuerza: Resultado de una interacción.

Clases de Fuerzas: de contacto y a distancia. Efectos.

Leyes de Newton.

Representación de fuerzas aplicadas a un sólido en situaciones habituales. Resultante.

Producción y utilización de la energía eléctrica:

Electricidad y desarrollo tecnológico.

La electricidad y la mejora de la vida actual.

Materia y electricidad.

Conductores, aislantes y elementos de uso habitual.

Magnitudes básicas manejadas en el consumo de electricidad: energía y potencia. Aplicaciones en el entorno del alumno.

Hábitos de consumo y ahorro de electricidad.

Medidas

de ahorro eléctrico en su entorno.

Sistemas de producción de energía eléctrica.

Tipos de centrales eléctricas. Ventajas y desventajas.

Centrales eléctricas en España. Relación con el entorno.

Transporte y distribución de la energía eléctrica. Etapas.

Identificación de componentes de circuitos básicos.

Elementos de un circuito eléctrico.

Componentes básicos de un circuito eléctrico.

Tipos de circuitos. Serie, paralelo, mixto.

Magnitudes eléctricas básicas.

Medida y unidades.

Cálculo de magnitudes element

ales sobre receptores de uso cotidiano y

su relación con los elementos del circuito eléctrico.