Index

Introducció

Per a què serveixen les matemàtiques?

Les matemàtiques serveixen per a moltes coses, entre elles per fer prediccions. Per exemple, amb la Llei d'Ohm podem predir el corrent que passarà per una resistència, si apliquem certa tensió. Els coneixements necessaris per fer aquesta predicció són molt bàsics. Un altre exemple, que requereix coneixements matemàtics avançats, és realitzar models matemàtics per predir el temps.

Les matemàtiques també serveixen per descriure perímetres, superfícies o volums de figures i formes. Per això, troben la seva aplicació en el dibuix tècnic o la cartografia.

Per adquirir coneixements a qualsevol àrea tecnològica, és imprescindible tenir unes nocions matemàtiques mínimes. A més, encara que a primera vista sembli impossible, les matemàtiques poden resultar interessants.

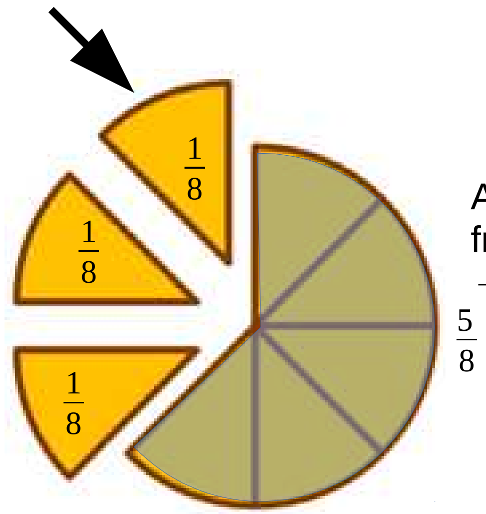
1.1 Repàs fraccions

Una fracció $\frac{a}{b}$ és la división del nombre sencer ***a*** entre el nombre sencer ***b***.

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Anomenem :
a → numerador, indica el nombre d'unidades fraccionarias
b → denominador, indica el nombre de parts en les quals es divideix la unitat.

Aquesta és una fraccion d'un octau.



Aquest troç de tarta està format per 5 fraccions d'un octau cadascuna
→ numerador = 5

La unitat (tarta) està dividida en 8 parts → denominador = 8

Fraccions equivalents

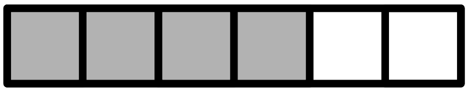
Dues fraccions són equivalents quan representen la mateixa quantitat.

Exemples:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$$

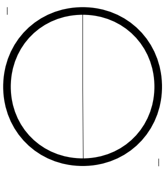
$$\frac{2}{3}$$

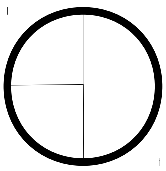
$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$





L'**amplificació d'una fracció** s'aconsegueix multiplicant numerador i denominador amb el mateix nombre.

Exemple:

$$\frac{2\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{4}{6}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{14}{21}$$

La **simplificació d'una fracció** resulta de dividir numerador i denominador per el mateix nombre.

Exemple:

$$\frac{18}{12}=\frac{18\div 2}{12\div 2}=\frac{9}{6}=\frac{18\div 3}{12\div 3}=\frac{6}{4}$$

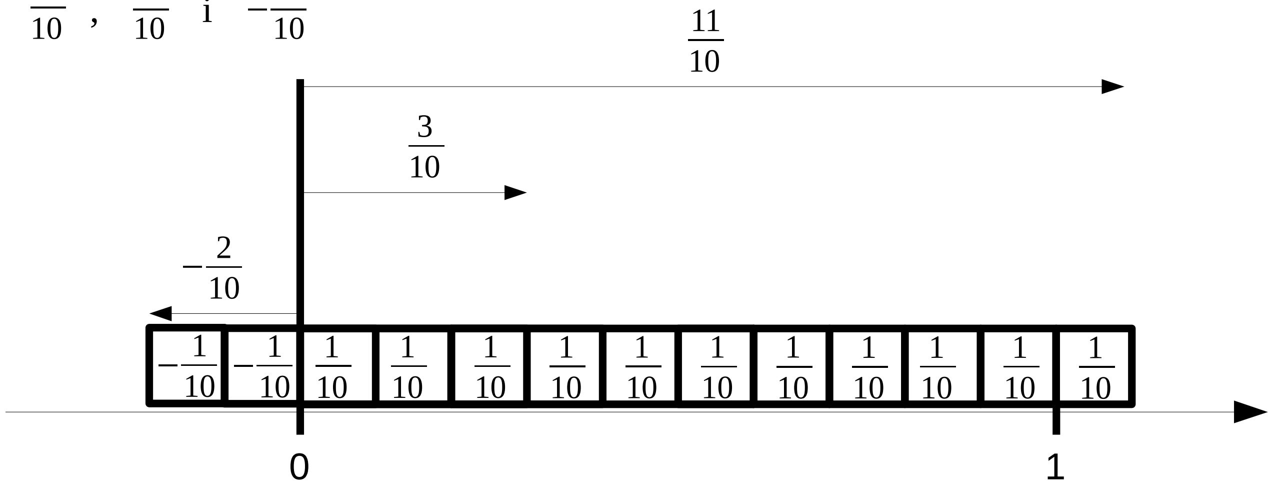
Quan no existeix un divisor comú la **fracció** s'anomena **irreductible**.

Les fraccions obtingudes per amplificació o simplificació són equivalents.

Per representar una **fracció en la recta numèrica**, es divideix la unitat en tantes parts com indica el denominador.

Exemple:

$\frac{3}{10}$, $\frac{11}{10}$ i $-\frac{2}{10}$



Exercici 1.1-1

En què es diferencien els següents grups de fraccions?

Grup 1 $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{12}$

Grup 2 $\frac{3}{2}$, $\frac{16}{8}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{30}{12}$

Representa les fraccions en la recta numèrica.

Exercici 1.1-2

Quines de les següents parelles de fraccions són equivalents?

a) $\frac{12}{5}$ i $\frac{18}{20}$
b) $\frac{25}{35}$ i $\frac{5}{4}$
c) $\frac{3}{5}$ i $\frac{9}{15}$

Exercici 1.1-3

Escriu dues fraccions amplificades per a cada fracció.

a) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{15}{2}$

Exercici 1.1-4

Simplifica les següents fraccions fins obtenir una fracció irreductible.

a) $\frac{48}{20}$
b) $\frac{36}{24}$
c) $\frac{14}{10}$

Exercici 1.1-5

Cerca les fraccions equivalents.

a) $\frac{3}{5}$	d) $\frac{18}{20}$
b) $\frac{25}{35}$	e) $\frac{5}{4}$
c) $\frac{3}{5}$	f) $\frac{9}{15}$

Exercici 1.1-6

Amplifica cada fracció.

a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{12}{5}$
c) $\frac{4}{7}$
d) $\frac{24}{15}$

Exercici 1.1-7

Transforma en fraccions irreductibles.

a)	$\frac{20}{28}$
b)	$\frac{-125}{45}$
c)	$\frac{360}{480}$
d)	$\frac{270}{15}$

Exercici 1.1-8

Omple els buits per aconseguir fraccions equivalents.

a)	$\frac{2}{6}=\frac{(...)}{12}=\frac{1}{(...)}=\frac{(...)}{18}$
b)	$\frac{(...)}{7}=\frac{6}{21}=\frac{18}{(...)}=\frac{(...)}{126}$
c)	$\frac{1}{4}=\frac{3}{(...)}=\frac{(...)}{8}$
d)	$\frac{15}{10}=\frac{(...)}{2}=\frac{6}{(...)}$

Exercici 1.1-9

Simplifica i representa les següents fraccions en la recta numèrica.

a) $-\frac{20}{10}$ *b)* $\frac{77}{77}$ *c)* $\frac{132}{66}$ *d)* $\frac{24}{8}$

Exercici 1.1-10

Representa en la recta numèrica les següents fraccions.

a) $-\frac{2}{5}$ *b)* $\frac{7}{3}$ *c)* $\frac{4}{7}$ *d)* $-\frac{8}{3}$

Exercici 1.1-11

Simplifica hasta transformar en fracción irreductible.

a) $\frac{25}{3}$ *b)* $\frac{16}{24}$ *c)* $\frac{3300}{1100}$ *d)* $\frac{60}{75}$

Exercici 1.1-12

Simplifica fins transformar en fracció irreductible.

a) $\frac{260}{300}$	d) $\frac{180}{120}$
b) $\frac{75}{120}$	e) $\frac{330}{121}$
c) $\frac{45}{90}$	f) $\frac{36}{54}$

Exercici 1.1-13

Representa gràficament les següents fraccions ordenades de major a menor.

a) $\frac{1}{2}$ *b)* $\frac{3}{4}$ *c)* $\frac{3}{8}$

Suma i resta

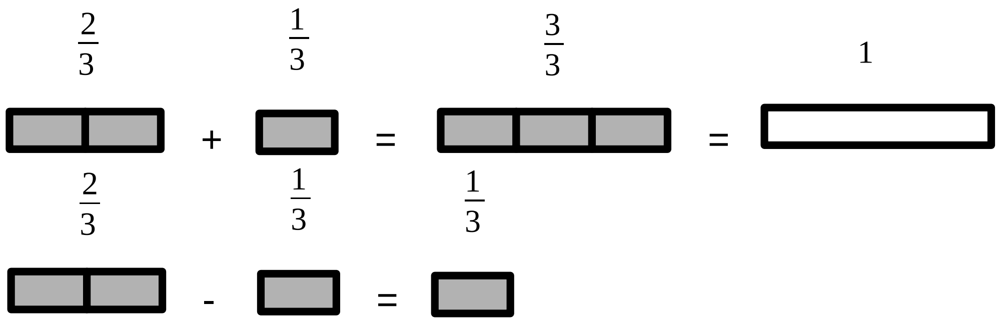
Primer cas: **Fraccions amb denominador idèntic**.

Quan el denominador és idèntic, les fraccions es poden sumar i restar sumant i restant els numeradors.

Exemples:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$



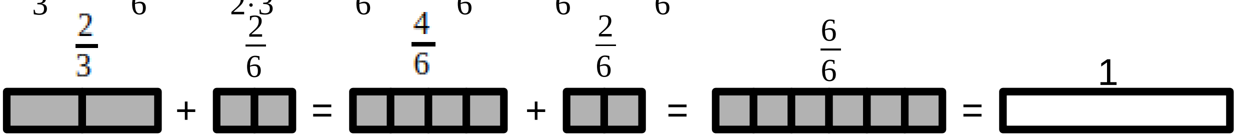
Segon cas: **Fraccions amb denominador distint.**

Quan el denominador de les fraccions a sumar o restar és distint, s'han de transformar les fraccions per aconseguir que tinguin un denominador comú.

Exemples:

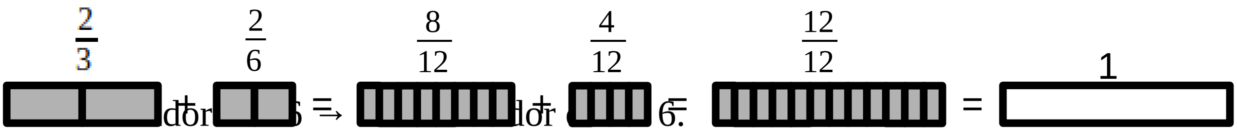
Denominadors 3 i 6 → denominador comú 6.

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{6}=\frac{2\cdot 2}{2\cdot 3}+\frac{2}{6}=\frac{4}{6}+\frac{2}{6}=\frac{6}{6}=1$$

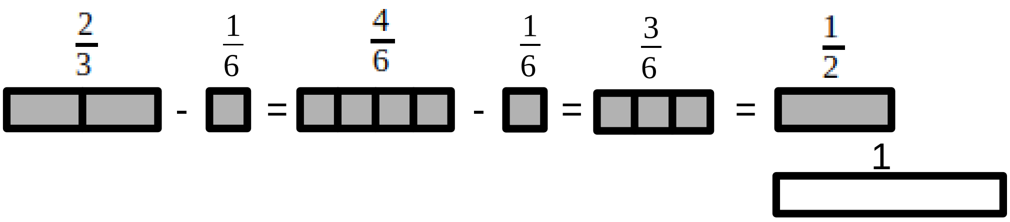


Denominadors 3 i 6 → denominador comú 12.

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{6}=\frac{4\cdot 2}{4\cdot 3}+\frac{2\cdot 2}{2\cdot 6}=\frac{8}{12}+\frac{4}{12}=\frac{12}{12}=1$$

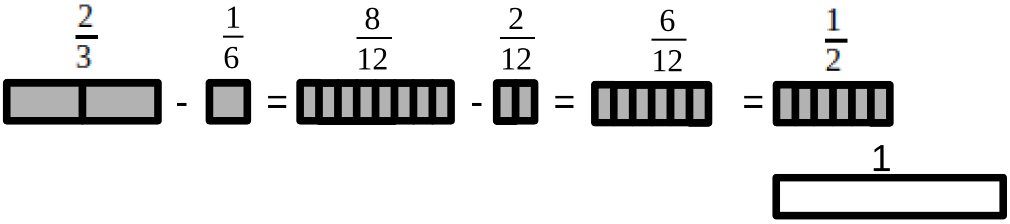


$$\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2\cdot 2}{2\cdot 3}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{3\div 3}{6\div 3}=\frac{1}{2}$$



Denominadors 3 i 6 → denominador comú 12.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{8}{12} - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{8}{12} - \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}$$



Multiplicació

Es multiplica numerador amb numerador i denominador amb denominador.

Exemples:

$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{4}{3}$$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 6} = \frac{4}{18}$ Aquesta fracció es pot simplificar. $\frac{4}{18} = \frac{4 \div 2}{18 \div 2} = \frac{2}{9}$

Divisió (multiplicació en creu)

Es divideix multiplicant numerador de la primera fracció amb denominador de la segona fracció, donant aquesta multiplicació el numerador de la fracció resultant. El denominador de la fracció resultant el dóna la multiplicació de denominador de la primera fracció amb numerador de la segona fracció.

Exemples:

$$\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3} = \frac{2}{3} : \frac{2}{1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{1}} = \frac{2\cdot 1}{3\cdot 2} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{2}} = \frac{2\cdot 2}{3\cdot 4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b}\cdot\frac{\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{c}}{1} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\cdot\frac{\frac{d}{c}}{1}$$

La divisió de fraccions es torna multiplicació, girant la segona fracció.

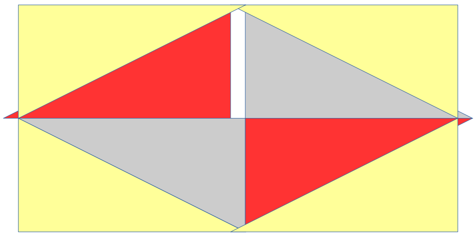
Potencia

$$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^b}{b^n}$$ Exemple: $$(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

$$(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$$ Exemple: $$(\frac{2}{3})^{-3}\cdot(\frac{2}{3})^3 = (\frac{2}{3})^0 = 1 = (\frac{3}{2})^3\cdot(\frac{2}{3})^3 \rightarrow (\frac{2}{3})^{-3} = (\frac{3}{2})^3$$

Exercici 1.1-14

Quines fraccions de la superfície de la imatge representen les àrees grises, grogues i vermelles?



Exercici 1.1-15

Ordena de major a menor les fraccions.

$\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$

Exercici 1.1-16

Suma i resta les següents fraccions.

$\frac{3}{6}+\frac{2}{5}-\frac{3}{8}$

Exercici 1.1-17

Resol.

a)	$\frac{2}{7}\div\frac{3}{5}$
b)	$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$
c)	$8\cdot\frac{3}{5}\div\frac{23}{7}$

Exercici 1.1-18

Calcula.

a)	$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3$
b)	$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \div \left(\frac{1}{2}\right)^2$
c)	$\left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right)$

Exercici 1.1-19

Calcula.

a)	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$	d)	$\frac{8}{10} + \frac{13}{15} + \frac{2}{30}$
b)	$\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{7}{4}$	e)	$\frac{12}{6} - \frac{3}{5} + \frac{4}{7}$
c)	$\frac{4}{7} + \frac{3}{8} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)$	f)	$-\frac{2}{3} - \frac{3}{7} - \frac{5}{8}$

Exercici 1.1-20

Ordena de major a menor.

$$\frac{2}{3} \ , \ \frac{1}{4} \ , \ \frac{3}{2}$$

Exercici 1.1-21

Calcula.

a)	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$	d)	$\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$
b)	$2 \cdot \frac{3}{8}$	e)	$\frac{3}{7} \cdot 2 \div \frac{1}{5}$
c)	$\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{8}$	f)	$\left(\frac{2}{7} \div \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{4}{7}$

Exercici 1.1-22

Calcula.

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{3} \div \left(\frac{1}{3}\right)^{2}$	d) $\left(\frac{-5}{4}\right)^{2} \div \left(\frac{-5}{4}\right)^{3}$
b) $-\left(\frac{3}{5}\right)^{5} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{7}$	e) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$
c) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-2}$	f) $\left(\frac{8}{3}\right)^{2} \div \left(\frac{8}{3}\right)^{5}$

Exercici 1.1-23

Calcula.

a) $\frac{5}{3}-\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{5}$	d) $\frac{5}{3}\div\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3}{7}\div\frac{2}{14}\right)$
b) $\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}$	e) $3-\frac{5}{7}\cdot\left(\frac{2}{3}\div\frac{7}{2}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\cdot\frac{5}{3}$
c) $\frac{5}{2}-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)+\frac{10}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)$	f) $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{5}\right)\div\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{7}\right)-\frac{2}{7}$

Exercici 1.1-24

Uns pantalons encogeixen $\frac{1}{13}$ *de la seva llargària al rentar-los.*

Quant mesuraran els pantalons després de rentar-los, si la seva llargària original era de 130 cm?

Exercici 1.1-25

Al teatre han assistit 793 persones , de les quals $\frac{6}{13}$ *són adolescents.*

a) Quants adolescents hi han assistit?

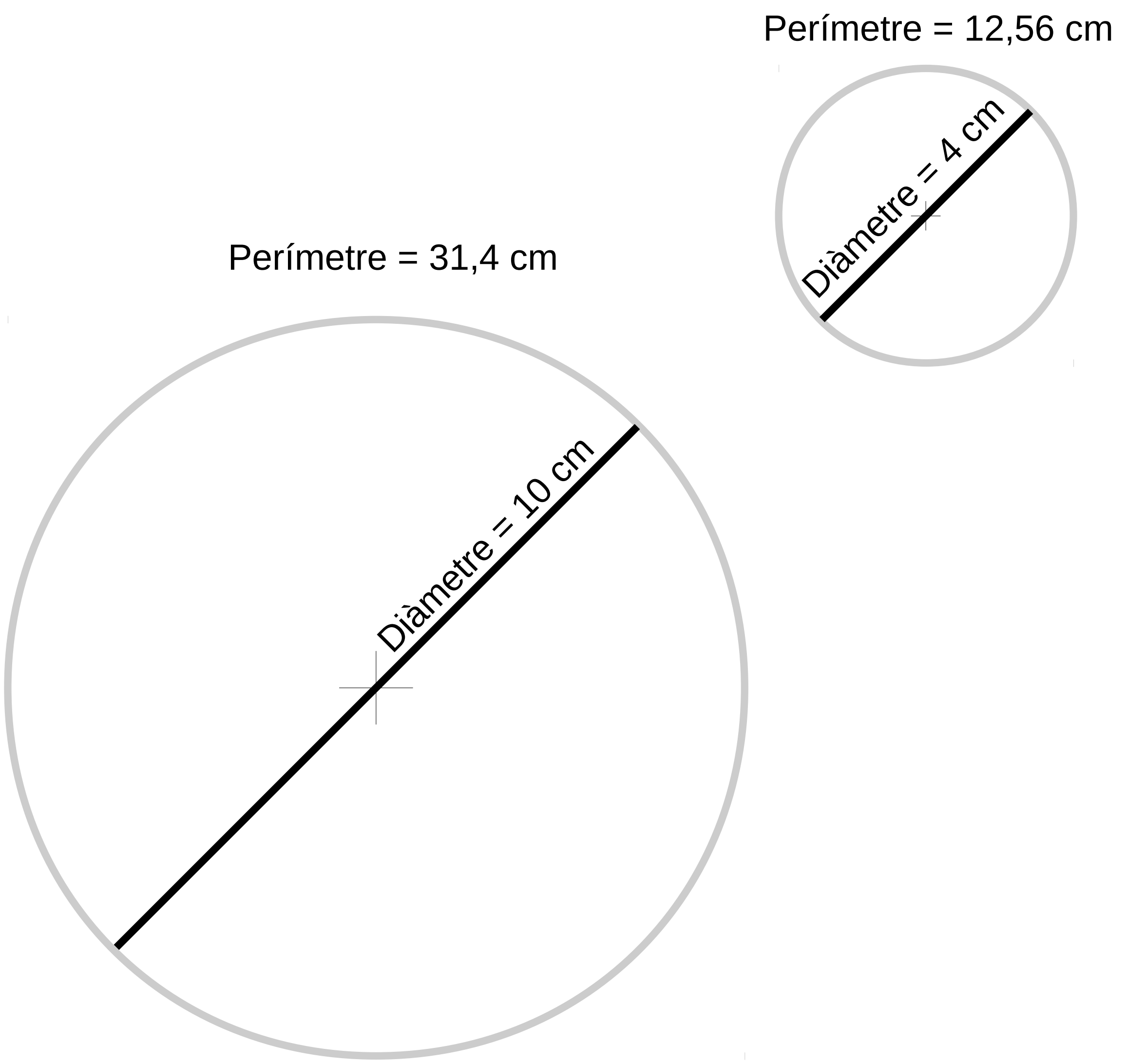
b) Si $\frac{2}{3}$ *dels adolescents eren al·lotes, quantes al·lotes hi han assistit?*

1.2 Proporcionalitat

La proporcionalitat relaciona dues magnituds, veiem alguns exemples:

Exemple 1.2-1:

En la figura geomètrica d'un cercle, el **perímetre** i el **diàmetre** presenten una **relació proporcional**.



Podem dibuixar un cercle de la mida que vulguem, si dividim el perímetre entre el diàmetre, el resultat sempre és el mateix: 3,14.

Aquest nombre l'anomenem PI i també es pot anomenar factor de proporcionalitat. Aquest factor de proporcionalitat és invariable i relaciona el perímetre amb el diàmetre d'un cercle.

$$\frac{Perímetre}{Diàmetre} = 3{,}14$$

En l'exemple, la **proporcionalitat** relaciona **perímetre** i **diàmetre**. El factor de proporcionalitat és 3,14.

Exemple 1.2-2:

Quan anem de compres, els preus dels productes estan indicats com a factors de proporcionalitat.

El preu de les patates està marcat amb $0{,}8\ \frac{€}{kg}$.

Això significa que si dividim el preu de les patates que hem comprat, per exemple 3 € entre el pes 3,75 kg, el resultat sempre serà el mateix, $0{,}8\ \frac{€}{kg}$.

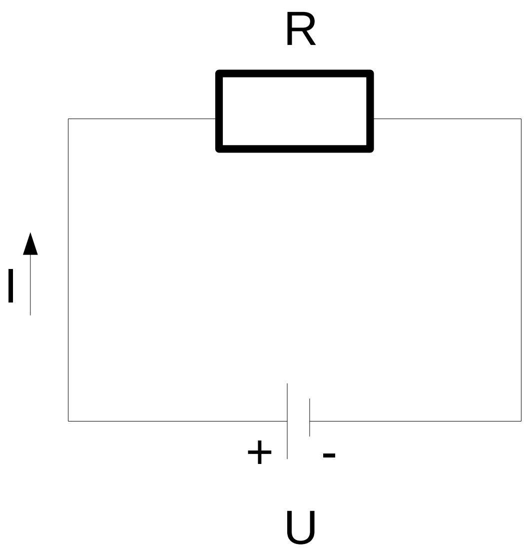
$$\frac{Preu}{Pes} = 0{,}8\ \frac{€}{kg}$$

En aquest exemple la **proporcionalitat** relaciona **preu** i **pes** d'un producte. En l'exemple el factor de proporcionalitat és $0{,}8\ \frac{€}{kg}$.

Exemple 1.2-3:

El valor R d'una resistència elèctrica, és un factor de proporcionalitat entre la tensió U i el corrent I.

$R = \frac{U}{I}$



Si en aquest circuit augmentem o reduïm la tensió, el corrent augmentarà o disminuirà de forma proporcional.

En aquest exemple la **proporcionalitat** relaciona **tensió U** i **corrent I** en una resistència elèctrica.

Els exemples anteriors mostren una **proporcionalitat directa**. En augmentar el perímertre augmenta el diàmetre, en augmentar el pes del producte que comprem, augmenta el preu, en augmentar la tensió, augmenta el corrent elèctric.

Raó entre dos nombres

Una raó entre dos nombres ***a*** i ***b*** és $\frac{a}{b}$ (el quocient entre ***a*** i ***b***).

Proporció numèrica

Una proporció numèrica és una igualtat entre dues raons numèriques.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ | · b multipliquem tots dos costats per b, mantenint la igualtat

$(\frac{a}{b})\cdot b=(\frac{c}{d})\cdot b \rightarrow a=(\frac{c}{d})\cdot b$ | ·d tots dos costats, mantenint la igualtat

$a\cdot d=(\frac{c}{d})\cdot b\cdot d \rightarrow a\cdot d=b\cdot c$

En qualsevol proporció el producte dels extrems (a, d) és igual al producte dels mitjans (b, c).

Exemple 1.2-4

En mi clase hay 18 chicas y 12 chicos.

¿Cuál es la razón entre chicas y chicos?¿Y entre chicos y chicas?

Razón entre chicas y chicos

$$\frac{\text{chicas}}{\text{chicos}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

- **Por cada 3 chicas hay 2 chicos.**
- **El número de chicas es 1,5 veces el número de chicos.**

Razón entre chicas y chicos

$$\frac{\text{chicos}}{\text{chicas}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} = 0{,}67$$

- **Por cada 2 chicos hay 3 chicas.**
- **El número de chicos es 0,67 veces el número de chicas.**

Exercici 1.2-1

L'equip A ha marcat 68 punts, el contrari B ha marcat 44.

Quina és la raó entre els punts d'A i B?

Exercici 1.2-2

Cantidad de lluvia registrada en dos ciudades A y B, en un año completo y en un mes. Comparar las razones del agua de enero y de todo el año.

	Todo el año	Enero
A	1200	150
B	480	80

Exercici 1.2-3

A la ciutat A, al gener va ploure una quantitat de 80 l i al llarg de tot l'any van ser 480 l. A la ciutat B al gener van caure 150 l. Si la pluja al llarg de l'any va ser proporcional entre les ciutats A i B, quants litres van ploure a la ciutat B a l'any?

Exercici 1.2-4

Completa la taula, calculant els perímetres dels cercles corresponents als diàmetres.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi els diàmetres i l'eix vertical els perímetres.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi el diàmetre i l'eix vertical el perímetre.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de 1 $\frac{cm}{cm}$, la de l'eix vertical de 3 $\frac{cm}{cm}$.

Diàmetre en cm	2	4	6	8	10
Perímetre en cm					

Exercici 1.2-5

Completa la taula, calculant el preu del conductor elèctric MANGUERA ELECTRICA 3X1.5 RV-K0.6/1KV en funció de la seva llargària si el preu del metre és de 0,57 €.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la llargària i l'eix vertical l'import.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la llargària i l'eix vertical l'import.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de 10 $\frac{m}{cm}$, la de l'eix vertical de 5,7 $\frac{€}{cm}$.

Llargària en m	20	40	60	80	100
Import en €					

Exercici 1.2-6

Completa la taula, calculant el corrent elèctric ***I*** en funció de la tensió ***U*** si la resistència del circuit és de 13 Ω.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la tensió i l'eix vertical el corrent.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la tensió i l'eix vertical el corrent.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de 10 $\frac{V}{cm}$, la de l'eix vertical de 1,3 $\frac{A}{cm}$.

Tensió U en V	20	40	60	80	100
Corrent I en A					

Exercici 1.2-7

Completa la taula, calculant el temps ***t*** en funció de la velocitat ***v*** necessari per recorre una distància ***s*** de 20 km.

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la velocitat i l'eix vertical el temps.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la velocitat i l'eix vertical el temps.

L'escala de l'eix horitzontal ha de ser de 10 $\frac{\frac{km}{h}}{cm}$, la de l'eix vertical de 0,1 $\frac{h}{cm}$.

Velocidad **v** en $\frac{km}{h}$	20	40	60	80	100
Tiempo **t** en **h**					

Exercici 1.2-8

*Completa la taula, calculant el corrent **I** en funció de la resistència **R**. La tensió **U** del circuit és constant i té un valor de 5 V.*

Utilitza el programa Calc per crear un gràfic on l'eix horitzontal representi la resistència i l'eix vertical el corrent.

Dibuixa un gràfic on l'eix horitzontal representi la resistència i l'eix vertical el corrent.

Resistència ***R*** en Ω	100	200	300	400	500
Corrent ***I*** en mA					

Exercici 1.2-9

En la següent taula es relaciona litres d'oli i nombre de garrafes.

Litres	15	25
Garrafes	3	5

Expressa la relació com a proporció.

Indica el factor de proporcionalitat

Calcula el nombre de litres d'oli en 10 garrafes.

Indica quantes garrafes es necessiten per emmagatzemar 125 l d'oli.

Exercici 1.2-10

Un kilo de castyes val 0,6 €. Fes una taula que relacioni el pes en kg amb el preu en euros.

Fes una representació gràfica de la taula.

Exercici 1.2-11

Comprova si les següents igualtats són correctes.

a) $\frac{12}{3} = \frac{16}{4}$ b) $\frac{14}{5} = \frac{56}{20}$ c) $\frac{14}{5} = \frac{21}{10}$

Exercici 1.2-12

Són correctes les següents igualtats?

a) $\frac{3}{2} = \frac{8}{7}$ b) $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$

Exercici 1.2-13

Per a la funció y = 4x:

a) Estableix la taula de valors per a x = -3, -2, 2 i 4

b) Indica el factor de proporcionalitat.

Exercici 1.2-14

Si 120 llibres del mateix preu valen 2400 €, quant valen 240 llibres del mateix preu?

Exercici 1.2-15

Hem comprat 4 quilos de fruita, pomes, peres, platans i raïm.

Una quinta parts són pomes,

un sisé són peres

quatre desenes parts són plàtans

i la resta és raïm.

Els preus són:

Pomes 1,6 euros / quilo

Peres 1 euros / quilo

Plàtans 1,3 euros / quilo

Raïm 2,5 euros / quilo

Quants quilos hem comprat de cada fruita?

Quant hem pagat per cada tipus de fruita?

1.3 Resolució de proporcions numèriques amb una incògnita

Si una proporció numèrica conté una incògnita, és a dir, un nombre desconegut, aquest es pot calcular.

Exemple 1.3-1

$\frac{1}{2}=\frac{x}{4}$ Perquè es compleixi la igualtat, la incògnita x ha de ser igual a 2.

El primer exemple es resol fàcilment sense necessitat d'aïllar la incògnita, però en el cas que els nombres siguin diferents, pot resultar convenient aïllar x.

Exemple 1.3-2

$$\frac{371}{88}=\frac{x}{25}$$

En aquest segon exemple convé resoldre la igualtat cap a x per calcular el seu valor. Per a això, hem de recordar que una igualtat es pot transformar aplicant les operacions de suma, resta, multiplicació o divisió a banda i banda de forma idèntica. En aquest cas, per aïllar x, multiplicarem tots dos costats pel denominador 25.

$$\left(\frac{371}{88}\right)\cdot 25=\left(\frac{x}{25}\right)\cdot 25 \rightarrow \left(\frac{371}{88}\right)\cdot 25=x$$

$$x=\left(\frac{371}{88}\right)\cdot 25=105{,}4$$

Exemple 1.3-3

$$\frac{234}{99}=\frac{25}{x}$$

En aquest cas, per aïllar ***x***, primer la canviarem de posició, passant-la del denominador al numerador. Per a això multipliquem tots dos costats de la igualtat per ***x***.

$$\frac{234}{99}=\frac{25}{x} \quad | \cdot \boldsymbol{x}$$

$$(\frac{234}{99})\cdot x=(\frac{25}{x})\cdot x \rightarrow (\frac{234}{99})\cdot x=25$$

Tenint ***x*** en el numerador, l'aïllem multiplicant tots dos costats de la igualtat amb la inversa de $\frac{234}{99}$, és a dir, $\frac{99}{234}$, ja que una fracció multipilacada per la seva inversa da 1 $\rightarrow (\frac{234}{99})\cdot(\frac{99}{234})=1$

$$(\frac{234}{99})\cdot x=25 \quad | \cdot \frac{99}{234}$$

$$(\frac{234}{99})\cdot x\cdot(\frac{99}{234})=25\cdot(\frac{99}{234})$$

$$x=25\cdot(\frac{99}{234})=10{,}6$$

Exercici 1.3-1

Fent un viatge amb moto, observem que el consum és de 8,5 litres cada 100 km.

Quant consumira en un trajecte de 250 km?

Exercici 1.3-2

Una impressora imprimeix 8 pàgines per minut.

Quant tardarà en imprimir 400 pàgines?

Exercici 1.3-3

Un payés té 90 paquets d'herba per donar menjar a les vaques durant 40 dies.

Si només tingués 50 paquets, quants dies podria alimentar les vaques?

Exercici 1.3-4

Un autobús circulant a 60 km/hora tarda 5 hores en fer el trajecte.

Quant temps tardarà si circula a 50 km/h?

Exercici 1.3-5

Tres quaders valen 6,75 €.

Quants quaderns es poden comprtar amb 40,5 €?

Exercici 1.3-6

Per confeccionar 4 pantalons es necessiten 3,5 m^2 de tela.

Quants pantalons es poden confeccionar amb 12,25 m^2 ?

Exercici 1.3-7

Un payés compra 25 ovelles, pagant 1500 €. Quant li costaran 60 ovelles?

Exercici 1.3-8

Un treballador guanya 500 € en 5 dies. Quants dies haurà de treballar per guanyar 2000 €?

Exercici 1.3-9

Un ciclista tarda 6 h en recórrer la distància entre dues poblacions a una velocitat mitjana de 15 km/h.

Quant tardarà en recórre el mateix camí a 12 km/h?

Exercici 1.3-10

Dues aixetes omplen una piscina en 10 h.

Quan tardaran en omplir la piscina 5 aixetes amb el mateix cabal d'aigua?

Exercici 1.3-11

En realitzar una compra per valor de 18 000 € es fa una descompte de 1 500 €.

Quin serà el descompte si es mantenen les condicions i la nostra compra és de 15 000 €?

Exercici 1.3-12

Quatre aixetes omplen en 12 hores 2 dipòsits de 60 m^3 cadascun.

Quant tardaran 6 aixetes iguals en omplir 3 dipòsits de 80 m^3 cadascun?

1.4 Percentages

El percentatge es una fracció en la qual el denominador és 100.

Quan parlem d'un percentatge estem repartint una quantitat total en 100 parts.

Exemples:

Aquets any els preus han pujat un 3 % = $\frac{3}{100}$ respecte dels preus de l'any passat.

Això significa que si l'any passat una cosa costava 100 €, aquest any costa

100 € + 100 € $\frac{3}{100}$ = 100 € + 3 € = 103 €

Un altre preu que l'any passat era de 175 € passa a

175 € + 175 € $\frac{3}{100}$ = 175 € + 5,25 € = 180,25 €

Per transformar una fracció en un percentatge, es multiplica el numerador amb 100 i és calcula el nombre decimal resultant.

Exemples

$\frac{1}{3}$ a % → $\frac{1}{3} \cdot 100 = \frac{100}{3}$ = $33,\overline{3}\%$

$\frac{3}{4}$ a % → $\frac{3}{4} \cdot 100 = \frac{300}{4}$ = 75 %

Exercici 1.4-1

En una tenda fan dues rebaixes, una primera del 25% i una altra, posterior del 30%. A la factura el preu final es calcula afegint un 25% d'IVA. Quant es pagarà per un article etiquetat amb un preu de 25 €?

Exercici 1.4-2

En comprar un producte valorat en 7830,00 € ens han fet un descompte de 626,4 €. Calcula el descompte en % aplicat.

Exercici 1.4-3

En un curs de l'ESO hi ha 15 alumnes que pertanyen a un grup de diversificació i 7 alumnes que formen un grup ordinari. Considerant el nombre total d'alumnes, calcula el percentatge que representa el grup ordinari i el de diversificació.

Exercici 1.4-4

Calcula el 26% de 11 700 €.

Exercici 1.4-5

Es deposita un capital de 150 000 € en un banc a un interès anual del 3 %.
Calcula l'import passat un any, dos anys i 5 anys, si no es retiren diners del compte.

Exercici 1.4-6

Troba ***x*** en les següents igualtats.

a) $\frac{x}{4}=\frac{10}{8}$ b) $\frac{6}{12}=\frac{10}{x}$

1.5 Ordre d'operacions

Una expressió pot contenir diverses operacions com sumes, restes, divisions i multilplicacions. Hem de saber quin és l'ordre de prioritat de cada tipus d'operació, per obtenir el resultat correcte.

Exemple 1.5-1

En l'expressió $3+5\cdot 2=¿$ hem de saber si

començar amb la suma i continuar amb la multiplicació, en aquest cas el resultat seria

$1000+5\cdot 2=1005\cdot 2=2005$

o començar amb la multiplicació i terminar amb la suma

$1000+5\cdot 2=1000+10=1010$

Si recordem que una multiplicació no és altra cosa que una suma escrita de forma abreujada $5\cdot 2=5+5$, sembla lògic que $1000+5+5=1010$

Exemple 1.5-2

En l'expressió $1000+6\div 2=¿$ hem de saber si

començar amb la suma i continuar amb la divisió, en aquest cas el resultat seria

$1000+6\div 2=1006\div 2=503$

o començar amb la divisió i terminar amb la suma

$1000+6\div 2=1000+3=1003$

Si a 1000 sumem un nombre ($6\div 2=3$), el resultat hauria de ser major a 1000.

Per obtenir el resultat correcte, hem de començar per la divisió.

Norma:

Les operacions de multiplicació i divisió s'han de fer abans de les opèracions de suma i resta.

Exemple 1.5-3

En l'expressió $60-30\div3\cdot5+7=¿$ es junten les operacions de suma, resta, multiplicació i divisió.

Seguint la norma, comencem amb la divisió i multiplicació

$30\div3\cdot5=10\cdot5=30\div15=2$

ara apliquem aquest resultat a la expressió inicial

$60-2+7=51$

Exercici 1.5-1

Simplifica les següents expressions

a.) $20\cdot3\div6-5\div5$

b.) $20-6\div3+5-2$

c.) $20-6+3+5\cdot2$

d.) $30\div5\cdot3\div6\cdot2$

e.) $30+5+3+6+2$

f.) $30+5\cdot3+6\div2$

g.) $3\cdot4\cdot4\cdot5+2$

1.5.1 Símbols d'agrupació

En cas que volguem donar prioritat a una suma o resta sobre la multiplicació o divisió, podem utilitzar un parentesí

$$(3+5)\cdot 2=3\cdot 2+5\cdot 2=8\cdot 2=16$$

$$(4+6)\div 2=4\div 2+6\div 2=10\div 2=5$$

El parentesí és un símbol d'agrupació, ni ha d'altres com el claudàtor [] i la clau {}. Quan en una expressió apareixen diversos símbols d'agrupació, sempre es comença simplificant des de l'interior de l'expressió, és a dir, amb una expressió que no contengi símbols d'agrupació en el seu interior.

Exemple 1.5.1-1

$\{\ 4-3[20-3\cdot 4-(2+4)]\div 2\ \}\cdot 3$

Comencem amb l'expressió $(2+4)$ = 6, perquè no conté símbols d'agrupació.

Resolt el parentesí, passem al claudàtor, continuem amb $[20-3\cdot 4-6]$ = 2.

Resolt el claudàtor passem a la clau, $\{\ 4-3\cdot 2\div 2\ \}=1$

Resolta la clau queda l'expressió 1 · 3 = 3

Exercici 1.5.1-1

Simplifica les següents expressions

a.) $40-(4+6)\div 2+3$

b.) $4-3[20-3\cdot 4-(2+4)]\div 2$

c.) $\{\ [(2+4)\cdot(8-2)-6]\div 6\ \}\cdot 5$

d.) $\{\ [(2\cdot 4)\div(8-4)\cdot 6]\div 6\ \} - 5$

e.) $\{\ [(2\cdot 4)\div(8-4)\cdot 6]\cdot 6\ \}\cdot\ (6-4)$

f.) $\frac{1}{2}\cdot(\frac{3}{4}+\frac{5}{4})$

g.) $(\frac{1}{2}+\frac{3}{4})\div(\frac{5}{4}-\frac{1}{2})$

h.) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\div\frac{5}{4}-\frac{1}{2}$

i.) $[(\frac{1}{2}+\frac{3}{4})\div(\frac{5}{4}-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}]\cdot(\frac{10}{8}-\frac{5}{8})$