

Index

2.1 Potències amb exponent sencer.....	3
2.2 Exercicis potències amb exponent sencer.....	5
2.3 Potències amb exponent zero, negatiu i base 10.....	8
2.4 Exercicis de potències amb exponent zero, negatiu i base 10.....	10
2.5 Potències amb exponent fraccionari.....	13
2.6 Exercicis de potències amb exponent fraccionari.....	16
2.7 Radicals d'índex 2.....	19
2.8 Exercicis amb radicals d'índex 2.....	20
2.9 Operacions amb radicals d'índex 2.....	22
2.10 Exercicis amb operacions amb radicals d'índex 2.....	23
2.11 Solucions.....	27

2 Potències i arrels

La potencia és una operació amb la qual un mateix nombre es multiplica diverses vegades amb si mateix. Per exemple

$$1 \cdot 10^6 \text{ byte} = 1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ byte} = 1\,000\,000 = 1 \text{ MB}$$

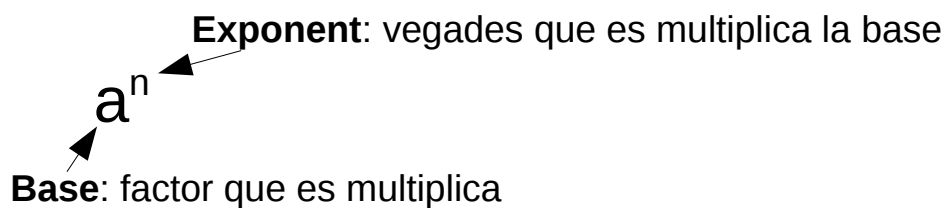
L'avantatge d'expressar un nombre en forma de potència és manifesta en els nombres molt grans, ja que s'expressa amb menys xifres i resulta més curt.

2.1 Potències amb exponent sencer

Una potència és un producte de factors iguals que es pot escriure de forma abreujada.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$

En aquest exemple anomenem 5 la base, ja que és el nombre que es multiplica i 3 l'exponent, ja que en la multiplicació apareix el cinc, la base, 3 vegades



Amb paraules es diu: (nombre de la base) elevat a (nombre de l'exponent).

10^3 Deu elevat a tres.

7^5 Set elevat a cinc.

Propietats

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \rightarrow 2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \rightarrow 2^3 : 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2) = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2^1 = 2$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \rightarrow (2^3)^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$
$$(2^3)^2 = 2^6$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \rightarrow 2^2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 3)^2$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n \rightarrow 2^2 : 3^2 = (2 \cdot 2) : (3 \cdot 3) = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = (2 : 3)^2$$

2.2 Exercicis potències amb exponent sencer

Exercici 2.2-1

Escriu en forma de potència única

a) $5^3 \cdot 5^5$	d) $(-10)^5 : (-10)^2$	g) $(3^2)^5$	j) $a^3 \cdot a^{-5}$
b) $5^{14} : 5^5$	e) $(-4)^3 \cdot 7^3$	h) $15^2 \cdot 15^{-2}$	k) $(a^3)^6$
c) $(-5)^5 \cdot 3^5$	f) $(-75)^2 : 15^2$	i) $[(-10)^2]^3$	l) $a^5 : a^{-3}$

Exercici 2.2-2

Simplifica i calcula:

a) $\frac{2^4 \times 2^{-4}}{2^3}$	c) $\frac{2^3 \times 2^5 \times 2^{-2}}{2^5 \times 2^6 \times 2^7}$	e) $\frac{7^2 \times (-3)^2 \times 5}{5 \times 5^2 \times 3^4 \times (7^2)^3}$
b) $\frac{a^3 \times a^5 \times a^2}{a^5 \times a}$	d) $\frac{a \times b^3 \times a^3 \times b^5}{(b^3)^2 \times a^5}$	

Exercici 2.2-3

Descompon en factors primers els nombres i simplifica:

a) $\frac{121 \times 36}{539 \times 9}$	b) $\frac{243 \times 21}{81 \times 49}$
---	---

Exercici 2.2-4

Indica quines de les següents igualtats són vertaderes i per a les que no ho siguin, calcula el resultat correcte.

a) $(-3)^4 = 3^4$	c) $(-2)^3 = 8$	e) $(-3)^7 = 3^7$	g) $(-8)^2 = 8^2$
b) $(-1)^5 = 1$	d) $(-3)^6 = -3^6$	f) $(-3)^8 = 3^8$	h) $-(-3)^6 = 3^6$

Exercici 2.2-5*Escriu en forma de potència única:*

a) $3^5 : 3^7$	e) $(7^3 \cdot 3^3)^2$	i) $(2^2)^3$
b) $(3^{-2})^7$	f) $(3^{-2})^{-2}$	j) $10^{-2} : 10^{-8}$
c) $5^2 \cdot 3^2$	g) $3^5 \cdot 3^{-2}$	k) $4^{-2} : 4^{-8}$
d) $10^3 \cdot 5^3$	h) $2^3 \cdot 2^{-4}$	l) $(7^5 \cdot 3^5)^{-2}$

Exercici 2.2-6*Simplifica i calcula:*

a) $\frac{3^5 \times 3^2 \times 3}{3^2 \times 3}$	e) $\frac{a^3 \times b^3 \times b^{-2}}{a^2 \times b^4 \times b^5}$
b) $\frac{(-5)^2 \times 3^2 \times 3}{5^{-3} \times 3^4}$	f) $\frac{a^3 \times b^3 \times (c^3)^2 \times c^5}{a^3 \times (b^2)^2 \times b \times c}$
c) $\frac{(-7)^2 \times 11^5}{7^{-3} \times 11}$	g) $\frac{10^2 \times 10^5 \times (10^2)^3}{10^6 \times 10^{-2}}$
d) $\frac{a^2 \times a^{-3} \times a^0}{a^{10} \times a^{-3}}$	h) $\frac{(a^3 \times b) \times c^{-3}}{(a^2)^5 \times b \times (c^5)}$

Exercici 2.2-7*Descompon en factors primers i simplifica:*

a) $\frac{216 \times 1024}{4}$	c) $\frac{64 \times 32 \times 9}{243 \times 8}$
b) $\frac{625 \times 20}{125 \times 270}$	d) $\frac{100}{360 \times 90}$

2.3 Potències amb exponent zero, negatiu i base 10

$$a^0 = 1$$

Qualsevol **potència amb exponent 0** té com a valor **sempre 1**.

Demostració:

$$3^4 \cdot 3^{-4} = 3^0 = 3^4 \times \frac{1}{3^4} = 3^4 : 3^4 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{81}{81} = 81 : 81 = 1$$

En la multiplicació de dues potències amb la misma base, es sumen els exponents.

La suma dels exponents dóna 0 quan són iguals però amb signe contrari.

En aquest cas sempre es divideix un nombre entre si mateix, amb el resultat 1.

Exponent negatiu

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Una potència amb exponent negatiu és igual a la inversa de la potència amb exponent positiu.

Demostració:

$$(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2) = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2^4}{2^2} = 2^4 \times 2^{-2} = 2^2 = 4$$

Potències amb base 10 - Notació científica

Les potències amb base 10 són útils per expressar nombres molt grans o molt petits.

Per exemple, la capacitat d'un disc dur pot ser de 1 000 000 000 000 bytes (1 TB) i el radi d'un protó és aproximadament 0,00000000005 m.

Per expressar aquets nombres és més còmoda la notació científica, que és el producte d'un nombre decimal i una potència de 10.

$$1 \cdot 10^{12} \text{ byte} = 10^{12} \text{ byte} = 1 \text{ TB}$$

$$5 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,00000000005 \text{ m}$$

Notació científica

a,bc... · 10ⁿ

- a,bc... és un nombre decimal
- 10ⁿ és una potència amb base 10 i amb exponent n que pot ser positiu (nombres molt grans) o negatiu (nombres molt petits).

En la notació científica també s'anomena l'exponent ordre de magnitud.

2.4 Exercicis de potències amb exponent zero, negatiu i base 10

Exercici 2.4-1

Transforma en potències positives:

a) 3^{-6}	d) $\frac{1}{3^{-10}}$	g) $(2^{-2})^4$	j) $9^{-3} : 9^6$
b) 3^{-4}	e) $\frac{1}{5^{-3}}$	h) $15^{-3} \cdot 5^{-3}$	k) $72^{-2} : 9^{-2}$
c) 5^{-2}	f) $\frac{1}{3^{-1}}$	i) $3^2 \cdot 3^{-5}$	l) $4^{-1} + 4^{-2}$

Exercici 2.4-2

Resol les operacions aplicant les propietats de les potències i la notació científica.

a) $(3,2 \cdot 10^{-10}) \cdot (1,6 \cdot 10^{18})$	b) $(6,4 \cdot 10^8) : (1,6 \cdot 10^{12})$
---	---

Exercici 2.4-3

Escriu amb notació científica:

a) 0,00004		e) 0,00031	
b) 0,000012		f) 35 000 000	
c) 7 000 000		g) 0,4230	
d) 235 000 000		h) 4 320 000	

Exercici 2.4-3

Indica l'ordre de magnitud dels nombres de l'exercici anterior.

a)	e)
b)	f)
c)	g)
d)	h)

Exercici 2.4-4

Escriu com a potències positives:

a) 3^{-5}	d) 7^{-5}	g) $\frac{8}{10^{-5}}$	j) $10^{-3} \cdot 2^{-3}$
b) 2^{-3}	e) $\frac{1}{3^{-5}}$	h) $\frac{1}{4^{-2}}$	k) $100^{-5} : 2^{-5}$
c) 4^{-3}	f) $\frac{1}{10^{-2}}$	i) $(2^2)^{-6}$	l) $5^{-2} : 5^{-1}$

m) $(-5)^{-2}$ n) $[(-5)^{-2}]^7$

Exercici 2.4-5

Realitza les operacions amb notació científica.

a) $(3,75 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,5 \cdot 10^{15})$	c) $(1,25 \cdot 10^5) : (2,5 \cdot 10^{10})$
b) $(4,38 \cdot 10^{12}) \cdot (3,1 \cdot 10^{12})$	d) $(3,012 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^{-2})$

Exercici 2.4-6

Escriu amb notació científica:

a) 0,000021		e) 0,003	
b) 0,000327		f) 1 530 000	
c) 0,0000725		g) 2 370 000	
d) 1 0000 000		h) 2 475 360	

Exercici 2.4-7

Escriu amb forma decimal:

a) $3,2 \cdot 10^{-3}$		f) $8,5 \cdot 10^5$	
b) $5,6 \cdot 10^{-4}$		g) $2,43 \cdot 10^{-3}$	
c) $-2 \cdot 10^6$		h) $3,733 \cdot 10^4$	
d) $6,1 \cdot 10^{-4}$		i) $5,347 \cdot 10^2$	
e) $5,38 \cdot 10^3$		j) $3,427 \cdot 10^{-6}$	

Exercici 2.4-8

Indica l'ordre de magnitud dels següents nombres:

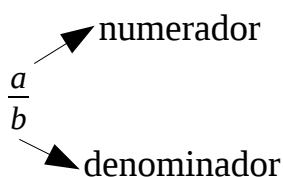
a) $3,1 \cdot 10^{-12}$	
b) $4,8 \cdot 10^{-6}$	
c) $2,5 \cdot 10^{18}$	
d) $3,7 \cdot 10^4$	

2.5 Potències amb exponent fraccionari

Fins ara només hem observat potències amb exponents que eren nombres sencers.

Ara aprendrem a utilitzar potències amb exponents que són fraccions.

Comencem observant exponents que són fraccions amb numerador 1 i denominador distint a 0.



The diagram shows a fraction $\frac{a}{b}$. An arrow points from the word 'numerador' to the 'a' in the numerator. Another arrow points from the word 'denominador' to the 'b' in the denominator.

Per exemple:

$4^{\frac{1}{2}}$ no sabem què és això.

Però sí coneixem el resultat de la següent operació:

$$4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 4^1 = 4$$

Podem deduir que $4^{\frac{1}{2}}$ és un nombre que multiplicat amb si mateix dona 4.

Tots sabem que $2 \cdot 2 = 4$.

Per tant $4^{\frac{1}{2}} = 2$

Veiem que un nombre elevat a $\frac{1}{2}$ és igual a l'arrel quadrada del nombre.

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$$

I què passa si l'exponent és $\frac{1}{3}$?

Doncs observem $27^{\frac{1}{3}}$.

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 27^1 = 27$$

Quin nombre multiplicat 3 vegades amb si mateix dóna 27?

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \rightarrow 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

De tot l'anterior podem generalitzar:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Ara anem a multiplicar $27^{\frac{1}{3}}$ amb $27^{\frac{1}{3}}$, recordant que $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} = 27^{(\frac{1}{3})^2} = 27^{\frac{2}{3}} = 27^{2 \times \frac{1}{3}} = 27^{2^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{27^2}$$

Podem generalitzar :

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Quan escrivim una potencia amb fracció com a exponent, per exemple $a^{\frac{1}{2}}$ com a

arrel, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ es diu que hem convertit la potencia en un radical.

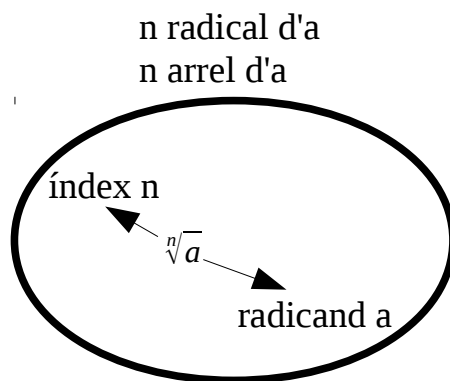
Propietats

Les potències amb fracció com a exponent tenen les mateixes propietats que les potències amb nombre sencer com a exponent.

Propietat	Exemple
$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m+p}{n \cdot q}}$	$2^{\frac{2}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{2+3}{4 \cdot 6}} = 2^{\frac{12}{12}} = 2^1 = 2$
$a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m-p}{n \cdot q}}$	$2^{\frac{2}{4}} : 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{2-3}{4 \cdot 6}} = 2^0 = 1$
$(a^{m/n})^{p/q} = a^{\frac{m \times p}{n \times q}} = a^{\frac{m \times p}{n \times q}}$	$(2^{2/4})^{3/6} = 2^{\frac{2 \times 3}{4 \times 6}} = 2^{\frac{6}{24}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$
$(a \times b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \times b^{\frac{m}{n}}$	$(a \times b)^{\frac{m}{n}} = 2^{\frac{3}{6}} \times 4^{\frac{3}{6}}$
$(a : b)^{m/n} = a^{\frac{m}{n}} : b^{\frac{m}{n}}$	$(2 : 4)^{3/6} = 2^{\frac{3}{6}} : 4^{\frac{3}{6}}$

Aquestes propietats es poden escriure amb el símbol de l'arrel:

Propietat	Exemple
$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$	$\sqrt[2]{4} \times \sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{36} = 6$
$a^{\frac{m}{n}} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$	$\sqrt[2]{4} : \sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{4 \div 9} = \frac{2}{3} = 0,6$
$(\sqrt[n]{a^m})^p = a^{m \times \frac{1}{n} \times p} = a^{\frac{m \times p}{n}}$ $= \sqrt[n]{a^{m \times p}}$	$(\sqrt[4]{2^2})^6 = \sqrt[4]{2^{2 \times 6}} = \sqrt[4]{2^{12}} = \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$ $= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{4}}$ $= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a^m}} = a^{m \times \frac{1}{p} \times \frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{p \times n}}$ $= \sqrt[n \times p]{a^m}$	$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^{12}}} = 2^{\frac{12}{3 \times 4}} = 4 \times \sqrt[3]{a^{12}} = \sqrt[12]{a^{12}} = a$



2.6 Exercicis de potències amb exponent fraccionari

Exercici 2.6-1

Converteix en radicals les següents potències:

a) $5^{\frac{1}{2}}$		c) $4^{\frac{1}{3}}$		e) $8^{\frac{3}{5}}$	
b) $3^{\frac{5}{4}}$		d) $7^{\frac{3}{2}}$		f) $2^{\frac{3}{7}}$	

Exercici 2.6-2

Completa la taula.

	Radicand	Índex	Arrel
$\sqrt{64} = 8$			
$\sqrt[4]{81} = 3$			
$\sqrt{4} = 2$			
$\sqrt{81} = 9$			
$\sqrt[3]{125} = 5$			

Exercici 2.6-3*Resol les següents operacions.*

a) $3 \cdot \sqrt{16} + (4 \cdot \sqrt{25} - 3^2)$

b) $(\sqrt{81} + 3) : 4 - 5^2 : \sqrt{25}$

c) $2^3 + 3 \sqrt{36} - \sqrt{49} : 7$

Exercici 2.6-4*Calcula.*

a) $3^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{\frac{4}{3}}$		c) $[(4)^2]^{\frac{3}{5}}$		e) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$	
b) $5^{\frac{2}{4}} : 5$		d) $(3 \times 5)^{\frac{2}{3}}$		f) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{3}$	

Exercici 2.6-5*Escriu com a potències els següents radicals.*

a) $\sqrt{5}$		e) $\sqrt[3]{25^2}$		i) $\sqrt[3]{13^5}$	
b) $\sqrt[3]{7}$		f) $\sqrt[3]{71}$		j) $\sqrt[3]{2^6}$	
c) $\sqrt[4]{3^2}$		g) $\sqrt[6]{5}$		k) $\sqrt[3]{3^5}$	
d) $\sqrt{8^3}$		h) $\sqrt[7]{11^2}$		l) $\sqrt[3]{7^3}$	

Exercici 2.6-6*Escriu com a radicals les següents potències.*

a) $11^{\frac{1}{3}}$		d) $4^{\frac{7}{8}}$		g) $8^{\frac{1}{5}}$	
b) $7^{\frac{5}{4}}$		e) $5^{\frac{10}{3}}$		h) $3^{\frac{4}{7}}$	
c) $2^{\frac{3}{11}}$		f) $8^{\frac{6}{5}}$		i) $10^{\frac{2}{11}}$	

Exercici 2.6-7*Resol les següents expressions.*

a) $\sqrt{64} - 3 \cdot \sqrt{25} + 125 : \sqrt{25}$	
b) $2^2 - 4 : \sqrt{4} + \sqrt{8} - 16 : \sqrt{64}$	
c) $5^3 - 7^2 + (\sqrt{81} : \sqrt{9} - 27 : 3)$	
d) $10^2 - 5^2 - (\sqrt{25} : 5 + 11^2 - 21)$	

Exercici 2.6-8*Converteix en radicals.*

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$		e) $[3^2]^{\frac{1}{10}}$	
b) $6^{\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$		f) $(4 \times 5)^{\frac{1}{5}}$	
c) $7^{\frac{3}{2}} : 7$		g) $(25 : 5)^{\frac{3}{7}}$	
d) $4^{\frac{5}{2}} : 4^{\frac{1}{2}}$		h) $[2^{\frac{2}{3}}]^{\frac{3}{5}}$	

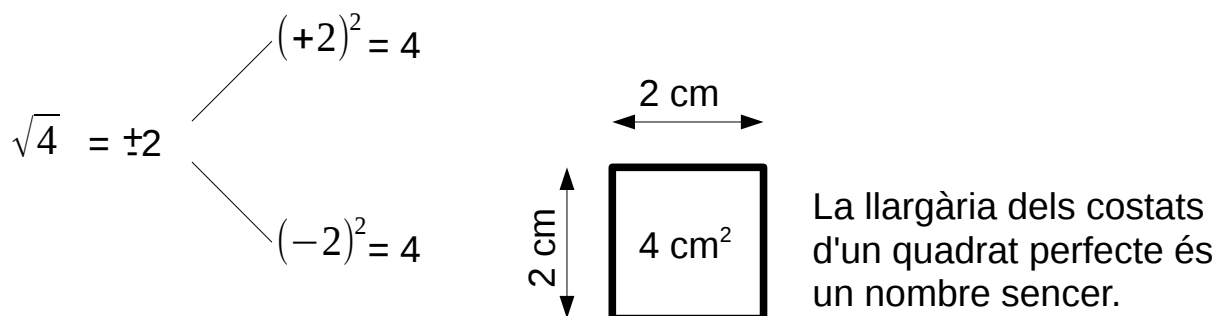
Exercici 2.6-9*Calcula.*

a) $\sqrt[3]{2 \times 5}$		e) $\sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{5}$	
b) $\sqrt[5]{5 \div 3}$		f) $\sqrt[4]{\sqrt{3}}$	
c) $(\sqrt{4^2})^5$		g) $\sqrt{\sqrt{a \times b}}$	
d) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{7}$		h) $\sqrt{64} : \sqrt{16}$	

2.7 Radicals d'índex 2

L'arrel quadrada d'un nombre natural pot ser:

- **Exacta:** Si el nombre és un quadrat perfecte, i té dues solucions.



- **No exacta:** Quan la resta és distinta a 0. En aquest cas es pot calcular per tanteig o mitjançant un algorithm per al càlcul de l'arrel quadrada.

Exempe de càlcul per tanteig:

L'arrel quadrada de 6 no és exacta.

Els dos quadrats perfectes entre els quals es troba són 4 i 9.

$$4 = 2^2$$

$$9 = 3^2$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

Arrel sencera per defecte

Arrel sencera per excès

Resta per defecte:

Resta per excès:

$$6 - 2^2 = 2$$

$$3^2 - 6 = 3$$

2.8 Exercicis amb radicals d'índex 2

Exercici 2.8-1

Calcula:

a) $\sqrt{625}$	d) $\sqrt{1000000}$
b) $\sqrt{144}$	e) $\sqrt{1444}$
c) $\sqrt{1600}$	f) $\sqrt{256}$

Exercici 2.8-2

Indica les arrels per defecte i excès. Indica també les restes per defecte i excès.

a) $\sqrt{785}$	c) $\sqrt{325}$
b) $\sqrt{124}$	d) $\sqrt{405}$

Exercici 2.8-3

Per barrar una piscina quadrada amb 196 m² de superfície, quants metres de tanca es necessiten?

Exercici 2.8-4

Calcula les següents arrels.

a) $\sqrt{36000}$	d) $\sqrt{121}$
b) $\sqrt{8100}$	e) $\sqrt{22500}$
c) $\sqrt{49000000}$	f) $\sqrt{324}$

Exercici 2.8-5

Transforma en potències.

a) $\sqrt{51}$	d) $\sqrt{38}$	g) $\sqrt{26}$
b) $\sqrt{28}$	e) $\sqrt{45}$	h) $\sqrt{41}$
c) $\sqrt{104}$	f) $\sqrt{200}$	i) $\sqrt{85}$

Exercici 2.8-6

Indica les arrels per defecte i excès. Indica també les restes per defecte i excès.

a) $\sqrt{326}$	d) $\sqrt{37243}$
b) $\sqrt{1285}$	e) $\sqrt{56712}$
c) $\sqrt{2531}$	f) $\sqrt{356743}$

Exercici 2.8-7

La superfície d'una taula quadrada és de 3600 cm^2 . Quin és el seu perímetre?

Fes un esquema de la taula indicant la llargària dels seus costats.

Exercici 2.8-8

El volum d'un dipòsit d'aigua cúbic és de 8 m^3 . Quines són les seves dimensions?

Fes un esquema del dipòsit indicant les llargària dels seus costats.

Exercici 2.8-9

La superfície S d'un cercle es calcula amb

$$S = \pi \cdot r^2$$

on r és el radi .

Quin és el diàmetre d'un cable de 5 mm^2 de secció?

Fes un esquema del cable indicant la secció i el diàmetre.

2.9 Operacions amb radicals d'índex 2

Simplificació d'arrels amb índex 2

Pas 1: Es descomposa en factors primers el radicand (factorització)

Exemple: $\sqrt{360} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}$

Pas 2: Si els exponents són tots parells, l'arrel quadrada és (exacta) un nombre sencer, si els exponents són nombres imparells majors que 1, es transformen en nombre par +

Exemple: $\sqrt{360} = \sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5}$

Pas 3: Totes les potències amb exponent parell és poden treure fora de l'arrel, dividint l'exponent entre 2.

Exemple: $\sqrt{360} = \sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2 \cdot 3 \sqrt{2 \cdot 5} = 6 \sqrt{2 \cdot 5} = 6 \sqrt{10}$

Arrels semblants amb índex 2

Les arrels són semblants quan tenen el mateix índex i el mateix radicand. Per exemple $2\sqrt{3}$ i $5\sqrt{3}$ són semblants, mentre que $3\sqrt{8}$ i $4\sqrt{2}$ no ho són, perquè els radicands són diferents.

Les arrels semblants es poden sumar, restar, multiplicar i dividir

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (2 + 5) \sqrt{3} = 7 \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2 - 5) \sqrt{3} = -3 \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = (2 \cdot 5) \sqrt{3} = 10 \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} : 5\sqrt{3} = (2 : 5) \sqrt{3} = \frac{2}{5} \sqrt{3}$$

2.10 Exercicis amb operacions amb radicals d'índex 2

Exercici 2.10-1

Simplifica les arrels factoritzant-les.

a) $\sqrt{450}$	c) $\sqrt{363}$
b) $\sqrt{392}$	d) $\sqrt{1728}$

Exercici 2.10-2

Suma i resta les següents arrels i si és necessari simplifica-les a arrels semblants.

a) $\sqrt{3}-3\cdot\sqrt{3}+2\cdot\sqrt{3}$	c) $\sqrt{27}+4\sqrt{243}$
b) $\sqrt{18}-\sqrt{8}$	d) $3\sqrt{125}-2\sqrt{5}$

Exercici 2.10-3

Extreu tots els factors i calcula els resultats.

a) $\sqrt{40}\cdot\sqrt{2}$	b) $\sqrt{24}\div\sqrt{6}$
-----------------------------	----------------------------

Exercici 2.10-4

Simplifica la següent expressió.

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

Exercici 2.10-5

Extreu els factors de les arrels.

a) $\sqrt{125}$	c) $\sqrt{785}$
b) $\sqrt{742}$	d) $\sqrt{1225}$

Exercici 2.10-6*Resta o suma les arrels quan sigui possible.*

a) $\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$	d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{7}$
b) $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$	e) $\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$	f) $3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$

Exercici 2.10-7*Transforma en arrels semblants i simplifica.*

a) $\sqrt{300} - \sqrt{75}$	d) $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - 3\sqrt{8}$
b) $\sqrt{72} - \sqrt{18}$	e) $3\sqrt{20} - \sqrt{125}$
c) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$	f) $\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{243}$

Exercici 2.10-8*Extreu els factors de les arrels i calcula.*

a) $\sqrt{80} \cdot \sqrt{125}$	c) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{16}$
b) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{343}$	d) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$

Exercici 2.10-9*Extreu els factors de les arrels i calcula.*

a) $\sqrt{125} \div \sqrt{25}$	c) $\sqrt{64} \div \sqrt{16}$
b) $\sqrt{24} \div \sqrt{3}$	d) $\sqrt{8} \div \sqrt{2}$

Exercici 2.10-10*Simplifica.*

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$	d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
b) $\frac{3}{\sqrt{13}}$	e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
c) $\frac{3}{2\sqrt{8}}$	f) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$

2.10-11 Escriu en forma de potències úniques

a) $7^2 \cdot 7^5$

b) $2^2 \cdot 2^3$

c) $(-2)^3 : (-2)$

d) $(10^3)^2$

e) $(15)^2 : (3)^2$

f) $a^5 \cdot a^3$

2.10-12 Factoritza i simplifica

a) $\frac{81 \cdot 36}{27 \cdot 32}$

b) $\frac{125 \cdot 5^2}{625 \cdot 20}$

c) $\frac{30 \cdot (-2)^3 \cdot 9}{48 \cdot 4 \cdot (-3)^2}$

d) $\frac{3^2 \cdot 18^3 \cdot 10}{25^4 \cdot 2^7}$

e) $\frac{2^{-3} \cdot 8^4 \cdot 10^4}{2^4 \cdot 1.000}$

2.10-13 Transforma en potència única i resol

a) $\frac{1}{3^{-3}}$

b) 3^{-2}

c) 5^{-4}

d) $9^2 : 9^6$

e) $2^6 : 2^6$

f) $(2^3)^{-3}$

2.10-14 Escriu amb notació científica

a) 0,000032

b) 0,000000872

c) 3.250.000.000

d) 4.723.000

e) 1.200.000

f) 0,00000045

2.10-15 Transforma les potències en arrels

a) $3^{1/5}$

b) $4^{2/7}$

c) $3^{7/2}$

d) $9^{4/9}$

e) $2^{1/2}$

f) $5^{1/3}$

g) $4^{2/4}$

2.10-16 Escriu com a una sola potència

a) $[(-2)^3]^5$

b) $(-2)^3 \cdot (-3)^3 \cdot (-4)^3$

c) $(-2)^2 \cdot 3^2$

d) $[(-2)^{11}]^6$

e) $(-9)^2 : (-3)^2$

f) $(2)^8 : (-2)^3 \cdot (2)^2$

2.10-17 Indica les arrels per defecte i excès. Indica també les restes per defecte i excès.

a) $\sqrt{384}$

b) $\sqrt{1.234}$

c) $\sqrt{5.643}$

d) $\sqrt{924}$

e) $\sqrt{1.348}$

2.10-18 Extreu els factors de les arrels

a) $\sqrt{90}$

b) $\sqrt{63}$

c) $\sqrt{1.296}$

d) $\sqrt{432}$

e) $\sqrt{784}$

2.10-19 Calcula

a) $\sqrt{8} - \sqrt{2} + 4\sqrt{32}$

b) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{18}$

c) $\sqrt{54} : \sqrt{24}$

d) $\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 2\sqrt{98} - \sqrt{108}$

e) $\sqrt{27} - 3\sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{8}$

f) $\sqrt{72} - 3\sqrt{200} + \sqrt{98} + \sqrt{800}$

2.10-20 Simplifica

a) $\frac{5}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{3}{\sqrt{27}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{8}}$

2.10-21 Escriu amb notació científica

a) 3.230.000.000

c) $132,52 \cdot 10^5$

b) 0,0000000132

d) $0,01245 \cdot 10^9$

2.10-22 Calcula i escriu amb notació científica

a) $(2,5 \cdot 10^9) \cdot (2,5 \cdot 10^4)$

c) $(549 \cdot 10^8) : (9 \cdot 10^5)$

b) $(123 \cdot 10^{11}) \cdot (2 \cdot 10^{10})$

d) $(120,6 \cdot 10^9) : (2 \cdot 10^6)$

Exercici 2.10-23

Dintre d'un cartró hi ha 5 caixes, amb 25 llapisos per caixa. Tenim 5 cartrós.

Quants llapisos tenim?

Expressa el resultat en forma de potència i resol.

Solucions

2.11 Solucions

Exercici 2.2-1

Escriu en forma de potència única

a) $5^3 \cdot 5^5 = 5^5$	d) $(-10)^5 : (-10)^2 = (-10)^3$	g) $(3^2)^5 = 3^{10}$	j) $a^3 \cdot a^{-5} = a^{-2}$
b) $5^{14} : 5^5 = 5^9$	e) $(-4)^3 \cdot 7^3 = (-28)^3$	h) $15^2 \cdot 15^{-2} = 15^0 = 1$	k) $(a^3)^6 = a^{18}$
c) $(-5)^5 \cdot 3^5 = (-15)^5$	f) $(-75)^2 : 15^2 = (-5)^2$	i) $[(-10)^2]^3 = (-10)^6$	l) $a^5 : a^{-3} = a^8$

Exercici 2.2-2

Simplifica i calcula:

a) $\frac{2^4 \times 2^{-4}}{2^3} = \frac{2^0}{2^3} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$	c) $\frac{2^3 \times 2^5 \times 2^{-2}}{2^5 \times 2^6 \times 2^7} = \frac{2^6}{2^{18}} = \frac{1}{2^{12}} = 2^{-12}$	e) $\frac{7^2 \times (-3)^2 \times 5}{5 \times 5^2 \times 3^4 \times (7^2)^3} = \frac{7^2 \times (-3)^2 \times 5}{5^3 \times 3^4 \times 7^6} = \frac{1}{5^2 \times 3^2 \times 7^4} = \frac{1}{540225}$
b) $\frac{a^3 \times a^5 \times a^2}{a^5 \times a} = \frac{a^{10}}{a^6} = a^4$	d) $\frac{a \times b^3 \times a^3 \times b^5}{(b^3)^2 \times a^5}$	

Exercici 2.2-3

Descompon en factors primers els nombres i simplifica:

a) $\frac{121 \times 36}{539 \times 9} = \frac{11^2 \times 3^3}{7^2 \times 11 \times 3^2} = \frac{11 \times 3}{7^2} = \frac{33}{49}$	b) $\frac{243 \times 21}{81 \times 49} = \frac{3^5 \times 3 \times 7}{3^4 \times 7^2} = \frac{3^2}{7}$
--	--

Exercici 2.2-4

Indica quines de les següents igualtats són vertaderes i per a les que no ho siguin, calcula el resultat correcte.

a) $(-3)^4 = 3^4$ ok	c) $(-2)^3 = -8$	e) $(-3)^7 = -3^7$	g) $(-8)^2 = 8^2$ ok
b) $(-1)^5 = -1$	d) $(-3)^6 = -3^6$ ok	f) $(-3)^8 = 3^8$ ok	h) $-(-3)^6 = -3^6$

Exercici 2.2-5

Escriu en forma de potència única:

a) $3^5 : 3^7 = 3^{-2}$	e) $(7^3 \cdot 3^3)^2 = (7 \cdot 3)^9 = 21^9$	i) $(2^2)^3 = 2^6$
b) $(3^{-2})^7 = 3^{-14}$	f) $(3^{-2})^{-2} = 3^4$	j) $10^{-2} : 10^{-8} = 10^{-10}$
c) $5^2 \cdot 3^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$	g) $3^5 \cdot 3^{-2} = 3^3$	k) $4^{-2} : 4^{-8} = 4^{-10}$
d) $10^3 \cdot 5^3 = (10 \cdot 5)^3 = 50^3$	h) $2^3 \cdot 2^{-4} = 2^{-1}$	l) $(7^5 \cdot 3^5)^{-2} = (7 \cdot 3)^{5 \cdot -2} = 21^{-10}$

Exercici 2.2-6

Simplifica i calcula:

a) $\frac{3^5 \times 3^2 \times 3}{3^2 \times 3} = \frac{3^8}{3^3} = 3^5$	e) $\frac{a^3 \times b^3 \times b^{-2}}{a^2 \times b^4 \times b^5} = \frac{a^3 \times b}{a^2 \times b^9} = \frac{a}{b^8}$
b) $\frac{(-5)^2 \times 3^2 \times 3}{5^{-3} \times 3^4} = \frac{5^5}{3}$	f) $\frac{a^3 \times b^3 \times (c^3)^2 \times c^5}{a^3 \times (b^2)^2 \times b \times c} = \frac{a^3 \times b^3 \times c^6 \times c^5}{a^3 \times b^5 \times c}$ $= \frac{a^3 \times b^3 \times c^{11}}{a^3 \times b^5 \times c} = \frac{c^{10}}{b^2}$
c) $\frac{(-7)^2 \times 11^5}{7^{-3} \times 11} = 7^5 \times 11^4$	g) $\frac{10^2 \times 10^5 \times (10^2)^3}{10^6 \times 10^{-2}} = \frac{10^7 \times 10^6}{10^4} = 10^9$
d) $\frac{a^2 \times a^{-3} \times a^0}{a^{10} \times a^{-3}} = \frac{a^{-1}}{a^7} = \frac{1}{a^8} = a^{-8}$	h) $\frac{(a^3 \times b) \times c^{-3}}{(a^2)^5 \times b \times (c^5)} = \frac{a^3 \times b \times c^{-3}}{a^{10} \times b \times c^5}$ $= \frac{1}{a^7 \times c^8}$

Exercici 2.2-7*Descompon en factors primers i simplifica:*

<p>a) $\frac{216 \cdot 1024}{4} = \frac{2^4 \cdot 13 \cdot 2^{10}}{2^2} = 2^{12} \cdot 13$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <p>216 2</p> <p>108 2</p> <p>54 2</p> <p>26 2</p> <p>13 13</p> <p>1 </p> </div> <div> <p>1024 2</p> <p>512 2</p> <p>256 2</p> <p>128 2</p> <p>64 2</p> <p>32 2</p> <p>16 2</p> <p>8 2</p> <p>4 2</p> <p>2 2</p> <p>1 </p> </div> </div> <p>216 = $2^4 \cdot 13$ 1024 = 2^{10}</p>	<p>c) $\frac{64 \cdot 32 \cdot 9}{243 \cdot 8} = \frac{2^6 \cdot 2^5 \cdot 3^2}{3^5 \cdot 2^3} = \frac{2^8}{3^3}$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <p>64 = 2^6</p> <p>32 = 2^5</p> <p>9 = 3^2</p> <p>8 = 2^3</p> <p>243 = 3^5</p> </div> <div> <p>243 3</p> <p>81 3</p> <p>27 3</p> <p>9 3</p> <p>3 3</p> <p>1 </p> </div> </div>
<p>b) $\frac{625 \cdot 20}{125 \cdot 270} = \frac{5^4 \cdot 2^2 \cdot 5}{5^3 \cdot 2 \cdot 3^3 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 2}{3^3}$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <p>625 5</p> <p>125 5</p> <p>25 5</p> <p>5 5</p> <p>1 </p> </div> <div> <p>270 2</p> <p>135 3</p> <p>45 3</p> <p>15 3</p> <p>5 5</p> <p>1 </p> </div> </div> <p>625 = 5^4 270 = $2 \cdot 3^3 \cdot 5$ 125 = 5^3</p>	<p>d) $\frac{100}{360 \times 90} = \frac{2^2 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{1}{2^2 \cdot 3^4}$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <p>100 2</p> <p>50 2</p> <p>25 5</p> <p>5 5</p> <p>1 </p> </div> <div> <p>360 2</p> <p>180 2</p> <p>90 2</p> <p>45 3</p> <p>15 3</p> <p>5 5</p> <p>1 </p> </div> <div> <p>90 2</p> <p>45 3</p> <p>15 3</p> <p>5 5</p> <p>1 </p> </div> </div> <p>100 = $2^2 \cdot 5^2$ 360 = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 90 = $2 \cdot 3^2 \cdot 5$</p>

Exercici 2.4-1*Transforma en potències positives:*

a) $3^{-6} = \frac{1}{3^6}$	d) $\frac{1}{3^{-10}} = 3^{10}$	g) $(2^{-2})^4 = 2^{-2 \cdot 4} = 2^8$	j) $9^{-3} : 9^6 = 9^{-3-6} = 9^{-9}$
b) $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$	e) $\frac{1}{5^{-3}} = 5^3$	h) $15^{-3} \cdot 5^{-3} = (15 \cdot 5)^{-3}$	k) $72^{-2} : 9^{-2} = \left(\frac{72}{9}\right)^{-2} = 8^{-2}$ $= \frac{1}{8^2}$
c) $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$	f) $\frac{1}{3^{-1}} = 3^1 = 3$	i) $3^2 \cdot 3^{-5} = 3^{2-5} = 3^{-3}$	l) $4^{-1} + 4^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2}$ $= \frac{4}{4^4} + \frac{1}{4^2} = \frac{5}{4^4}$

Exercici 2.4-2*Resol les operacions aplicant les propietats de les potències i la notació científica.*

a) $(3,2 \cdot 10^{-10}) \cdot (1,6 \cdot 10^{18})$ $= 5,12 \cdot 10^8$	b) $(6,4 \cdot 10^8) : (1,6 \cdot 10^{12})$ $= 10,24 \cdot 18^{-4} = 1,024 \cdot 18^{-3}$
--	--

Exercici 2.4-3*Escriu amb notació científica:*

a) 0,00004	$4 \cdot 10^{-5}$	e) 0,00031	$3,1 \cdot 10^{-4}$
b) 0,000012	$1,2 \cdot 10^{-5}$	f) 35 000 000	$3,5 \cdot 10^7$
c) 7 000 000	$1 \cdot 10^6$	g) 0,4230	$4,23 \cdot 10^{-1}$
d) 235 000 000	$2,35 \cdot 10^8$	h) 4 320 000	$3,32 \cdot 10^6$

Exercici 2.4-3

Indica l'ordre de magnitud dels nombres de l'exercici anterior.

a) -5	e) -4
b) -5	f) 7
c) 6	g) -1
d) 8	h) 6

Exercici 2.4-4

Escriu com a potències positives:

a) $3^{-5} = \frac{1}{3^5}$	d) $7^{-5} = \frac{1}{7^5}$	g) $\frac{8}{10^{-5}} = 8 \cdot 10^5$	j) $10^{-3} \cdot 2^{-3} = (10 \cdot 2)^{-3} = \frac{1}{20^3}$
b) $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$	e) $\frac{1}{3^{-5}} = 3^5$	h) $\frac{1}{4^{-2}} = 4^2$	k) $100^{-5} : 2^{-5} = (100 \div 2)^{-5} = \frac{1}{50^5}$
c) $4^{-3} = \frac{1}{4^3}$	f) $\frac{1}{10^{-2}} = 10^2$	i) $(2^2)^{-6} = 2^{2 \cdot (-6)} = 2^{-12} = \frac{1}{2^{12}}$	l) $5^{-2} : 5^{-1} = 5^{-2 - (-1)} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

$$\text{m) } (-5)^{-2} = \frac{1}{5^2} \quad \text{n) } [(-5)^{-2}]^7 = (-5)^{-2 \cdot 7} = (-5)^{-14} = \frac{1}{(-5)^{14}} = \frac{1}{5^{14}}$$

Exercici 2.4-5

Realitza les operacions amb notació científica.

a) $(3,75 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,5 \cdot 10^{15}) = 9,375 \cdot 10^7$	c) $(1,25 \cdot 10^5) : (2,5 \cdot 10^{10}) = 0,5 \cdot 10^{-5}$
b) $(4,38 \cdot 10^{12}) \cdot (3,1 \cdot 10^{12}) = 13,578 \cdot 10^{25}$	d) $(3,012 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^{-2}) = 12,048 \cdot 10^{-5} = 1,2048 \cdot 10^{-4}$

Exercici 2.4-6

Escriu amb notació científica:

a) 0,000021	$2,1 \cdot 10^{-5}$	e) 0,003	$3 \cdot 10^{-3}$
b) 0,000327	$3,27 \cdot 10^{-4}$	f) 1 530 000	$1,53 \cdot 10^6$
c) 0,0000725	$7,25 \cdot 10^{-5}$	g) 2 370 000	$2,37 \cdot 10^6$
d) 10 000 000	$1 \cdot 10^7$	h) 2 475 360	$2,47536 \cdot 10^6$

Exercici 2.4-7

Escriu amb forma decimal:

a) $3,2 \cdot 10^{-3}$	0,0032	f) $8,5 \cdot 10^5$	850 000
b) $5,6 \cdot 10^{-4}$	0,00056	g) $2,43 \cdot 10^{-3}$	0,00243
c) $-2 \cdot 10^6$	-2 000 000	h) $3,733 \cdot 10^4$	37 330
d) $6,1 \cdot 10^{-4}$	0,00061	i) $5,347 \cdot 10^2$	534,7
e) $5,38 \cdot 10^3$	5 380	j) $3,427 \cdot 10^{-6}$	0,000003427

Exercici 2.4-8

Indica l'ordre de magnitud dels següents nombres:

a) $3,1 \cdot 10^{-12}$	-12
b) $4,8 \cdot 10^{-6}$	-6
c) $2,5 \cdot 10^{18}$	18
d) $3,7 \cdot 10^4$	4

Exercici 2.6-1

Converteix en radicals les següents potències:

a) $5^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{5}$	c) $4^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{4}$	e) $8^{\frac{3}{5}}$	$\sqrt[5]{8^3}$
b) $3^{\frac{5}{4}}$	$\sqrt[4]{3^5}$	d) $7^{\frac{3}{2}}$	$\sqrt[2]{7^3}$	f) $2^{\frac{3}{7}}$	$\sqrt[7]{2^3}$

Exercici 2.6-2

Completa la taula.

	Radicand	Índex	Arrel
$\sqrt{64} = 8$	64	2	8
$\sqrt[4]{81} = 3$	81	4	3
$\sqrt{4} = 2$	4	2	2
$\sqrt{81} = 9$	81	2	9
$\sqrt[3]{125} = 5$	125	3	5

Exercici 2.6-3

Resol les següents operacions.

$$a) 3 \cdot \sqrt{16} + (4 \cdot \sqrt{25} - 3^2) = 3 \cdot 4 + (4 \cdot 5) - 9 = 12 + 20 - 9 = 23$$

$$b) (\sqrt{81} + 3) : 4 - 5^2 : \sqrt{25} = (9 + 3) : 4 - 25 : 5 = 12 : 4 - 5 = 3 - 5 = -2$$

$$c) 2^3 + 3 \sqrt{36} - \sqrt{49} : 7 = 8 + 3 \cdot 6 - 7 : 7 = 8 + 18 - 1 = 25$$

Exercici 2.6-4*Calcula.*

a) $3^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{5}{3} + \frac{4}{3}} = 3^{\frac{9}{3}}$ $= 3^3 = 27$	c) $[(4)^2]^{\frac{3}{5}} = (4)^{2 \cdot \frac{3}{5}}$ $= 4^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{4^6} = 5,28$	e) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = 1,31$
b) $5^{\frac{2}{4}} : 5 = 5^{\frac{2}{4} - 1} = 5^{\frac{2}{4} - \frac{4}{4}}$ $5^{-\frac{2}{4}} = \frac{1}{5^{\frac{2}{4}}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $= 0,45$	d) $(3 \times 5)^{\frac{2}{3}} = 15^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{15^2} = 6,08$	f) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{2 \cdot 3}$ $= \sqrt[5]{6} = 1,43$

Exercici 2.6-5

Escriu com a potències els següents radicals.

a) $\sqrt{5}$	$5^{\frac{1}{2}}$	e) $\sqrt[3]{25^2}$	$25^{\frac{2}{3}}$	i) $\sqrt[3]{13^5}$	$13^{\frac{5}{3}}$
b) $\sqrt[3]{7}$	$7^{\frac{1}{3}}$	f) $\sqrt[3]{71}$	$71^{\frac{1}{3}}$	j) $\sqrt[3]{2^6}$	$2^{\frac{6}{3}}$
c) $\sqrt[4]{3^2}$	$3^{\frac{2}{4}}$	g) $\sqrt[6]{5}$	$5^{\frac{1}{6}}$	k) $\sqrt[3]{3^5}$	$5^{\frac{5}{3}}$
d) $\sqrt{8^3}$	$8^{\frac{3}{2}}$	h) $\sqrt[7]{11^2}$	$11^{\frac{2}{7}}$	l) $\sqrt[3]{7^3}$	$7^{\frac{3}{3}}$

Exercici 2.6-6

Escriu com a radicals les següents potències.

a) $11^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{11}$	d) $4^{\frac{7}{8}}$	$(\sqrt[8]{4})^7$	g) $8^{\frac{1}{5}}$	$(\sqrt[5]{8})$
b) $7^{\frac{5}{4}}$	$(\sqrt[4]{7})^5$	e) $5^{\frac{10}{3}}$	$(\sqrt[3]{5})^{10}$	h) $3^{\frac{4}{7}}$	$(\sqrt[7]{3})^4$
c) $2^{\frac{3}{11}}$	$(\sqrt[11]{2})^3$	f) $8^{\frac{6}{5}}$	$(\sqrt[5]{8})^6$	i) $10^{\frac{2}{11}}$	$(\sqrt[11]{10})^2$

Exercici 2.6-7

Resol les següents expressions.

a) $\sqrt{64} - 3 \cdot \sqrt{25} + 125 : \sqrt{25} = 8 - 3 \cdot 5 + 125 : 5 = 8 - 15 + 25 = 18$
b) $2^2 - 4 : \sqrt{4} + \sqrt{8} - 16 : \sqrt{64} = 4 - 2 + 2,83 - 2 = 4,83$
c) $5^3 - 7^2 + (\sqrt{81} : \sqrt{9} - 27 : 3) = 125 - 49 + 3 - 9 = 70$
d) $10^2 - 5^2 - (\sqrt{25} : 5 + 11^2 - 21) = 100 - 25 - 1 - 121 + 21 = -26$

Exercici 2.6-8*Converteix en radicals.*

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}} = 5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = 5^{\frac{2}{4}+\frac{1}{4}} = 5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$	e) $[3^2]^{\frac{1}{10}} = 3^{2 \cdot \frac{1}{10}} = 3^{\frac{2}{10}}$
b) $6^{\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{3}{5}+\frac{2}{3}} = 6^{\frac{9}{15}+\frac{10}{15}} = 6^{\frac{19}{15}} = \sqrt[15]{6^{19}}$	f) $(4 \times 5)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{20}$
c) $7^{\frac{3}{2}} : 7 = 7^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 7^{\frac{3}{2}+\frac{2}{2}} = 7^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{7^5}$	g) $(25:5)^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{5^3}$
d) $4^{\frac{5}{2}} : 4^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{5}{2}+\frac{1}{2}} = 4^{\frac{6}{2}} = \sqrt[2]{4^6}$	h) $[2^{\frac{2}{3}}]^{\frac{3}{5}} = 2^{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}} = 2^{\frac{6}{15}} = \sqrt[15]{2^6}$

Exercici 2.6-9*Calcula.*

a) $\sqrt[3]{2 \cdot 5} = \sqrt[3]{10} = 2,15$	e) $\sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{25 \div 5} = \sqrt[3]{5} = 1,71$
b) $\sqrt[5]{5 \div 3} = \sqrt[5]{1,67} = 1,1$	f) $\sqrt[4]{\sqrt{3}} = 3^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{3} = 1,15$
c) $(\sqrt{4^2})^5 = 4^5 = 1024$	g) $\sqrt{\sqrt{a \cdot b}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a \cdot b}$
d) $\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{2 \cdot 7} = \sqrt[3]{14} = 2,41$	h) $\sqrt{64} : \sqrt{16} = 8 : 4 = 2$

Exercici 2.8-1*Calcula:*

a) $\sqrt{625} = 25$	d) $\sqrt{1000000} = 1000$
b) $\sqrt{144} = 12$	e) $\sqrt{1444} = 38$
c) $\sqrt{1600} = 40$	f) $\sqrt{256} = 16$

Exercici 2.8-2

Indica les arrels per defecte (ad) i excès (ae). Indica també les restes per defecte (rd) i excès (re).

a) $\sqrt{785}$ ad= 28, ae = 29, rd = 1, re = 56	c) $\sqrt{325}$ ad= 18, ae = 19, rd = 1, re = 36
b) $\sqrt{124}$ ad= 11, ae = 12, rd = 3, re = 20	d) $\sqrt{405}$ ad= 20, ae = 21, rd = 5, re = 36

Exercici 2.8-3

Per barrar una piscina quadrada amb 196 m^2 de superfície, quants metres de tanca es necessiten?

Es necessiten $\sqrt{196 \text{ m}^2} = 14 \text{ m}$ de tanca.

Exercici 2.8-4

Calcula les següents arrels.

a) $\sqrt{36000} = 189,74$	d) $\sqrt{121} = 11$
b) $\sqrt{8100} = 90$	e) $\sqrt{22500} = 150$
c) $\sqrt{49000000} = 7000$	f) $\sqrt{324} = 18$

Exercici 2.8-5

Transforma en potències.

a) $\sqrt{51} = 51^{\frac{1}{2}}$	d) $\sqrt{38} = 38^{\frac{1}{2}}$	g) $\sqrt{26} = 26^{\frac{1}{2}}$
b) $\sqrt{28} = 28^{\frac{1}{2}}$	e) $\sqrt{45} = 45^{\frac{1}{2}}$	h) $\sqrt{41} = 41^{\frac{1}{2}}$
c) $\sqrt{104} = 104^{\frac{1}{2}}$	f) $\sqrt{200} = 200^{\frac{1}{2}}$	i) $\sqrt{85} = 85^{\frac{1}{2}}$

Exercici 2.8-6

Indica les arrels per defecte i excès. Indica també les restes per defecte i excès.

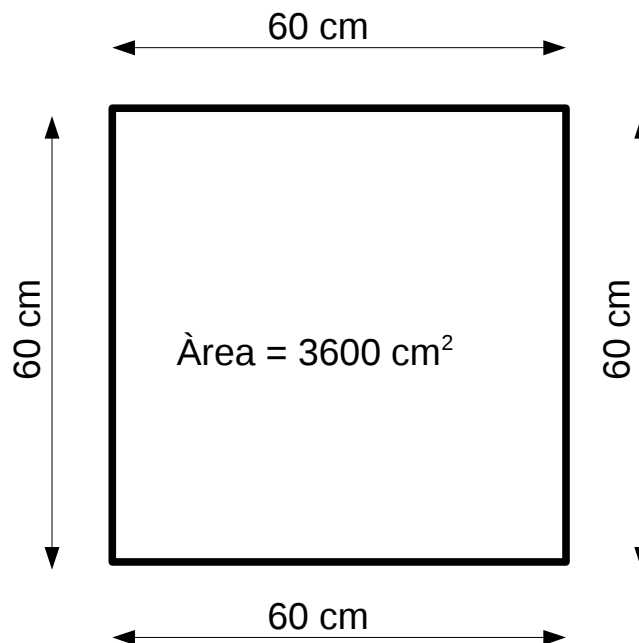
a) $\sqrt{326}$ ad= 18, ae = 19, rd = 2, re = 35	d) $\sqrt{37243}$ ad= 192, ae = 193, rd = 379, re = 6
b) $\sqrt{1285}$ ad= 35, ae = 36, rd = 60, re = 11	e) $\sqrt{56712}$ ad= 238, ae = 239, rd = 68, re = 409
c) $\sqrt{2531}$ ad= 50, ae = 51, rd = 31, re = 70	f) $\sqrt{356743}$ ad= 597, ae = 598, rd = 334, re = 861

Exercici 2.8-7

La superfície d'una taula quadrada és de 3600 cm^2 . Quin és el seu perímetre?

Fes un esquema de la taula indicant la llargària dels seus costats.

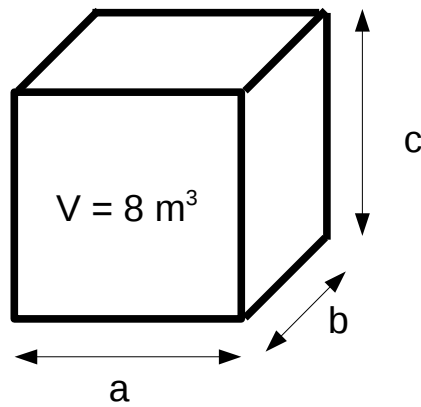
El seu perímetre és $4 \cdot \sqrt{3600 \text{ cm}^2} = 4 \cdot 60 \text{ cm} = 240 \text{ cm}$.



Exercici 2.8-8

El volum d'un dipòsit d'aigua cúbic és de 8 m^3 . Quines són les seves dimensions?

Fes un esquema del dipòsit indicant les llargària dels seus costats.



$$V = a \cdot b \cdot c = 8 \text{ m}^3$$

$$a = b = c$$

$$V = a^3 = 8 \text{ m}^3$$

$$\sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{a^3} = a = b = c = \sqrt[3]{8 \text{ m}^3} = 2 \text{ m}$$

Exercici 2.8-9

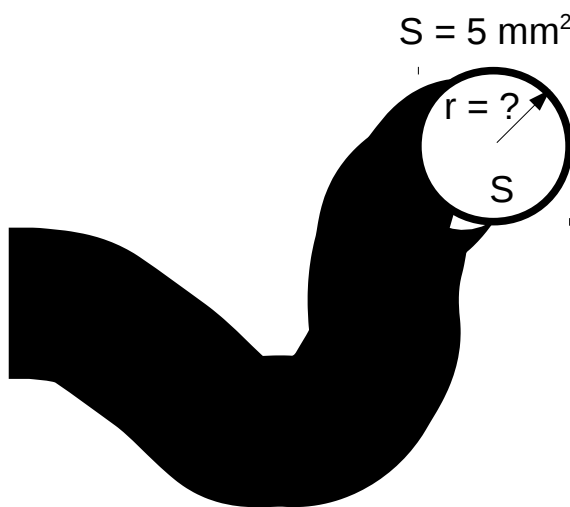
La superfície S d'un cercle es calcula amb

$$S = \pi \cdot r^2$$

on r és el radi .

Quin és el diàmetre d'un cable de 5 mm^2 de secció?

Fes un esquema del cable indicant la secció i el diàmetre. π



$$S = \pi \cdot r^2 = 5 \text{ mm}^2 \rightarrow r^2 = \frac{5 \text{ mm}^2}{\pi} \rightarrow \sqrt{r^2} = \sqrt{\frac{5 \text{ mm}^2}{\pi}} \rightarrow r = \sqrt{1,59 \text{ mm}^2} = 1,26 \text{ mm}$$

Exercici 2.10-1

Simplifica les arrels factoritzant-les.

a) $\sqrt{450} = \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 3 \cdot 5 \sqrt{2} = 15\sqrt{2}$ $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	c) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 11^2} = 11\sqrt{3}$ $363 = 3 \cdot 11^2$
b) $\sqrt{392} = \sqrt{2^3 \cdot 7^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 7^2} = 2 \cdot 7 \sqrt{2} = 14\sqrt{2}$ $392 = 2^3 \cdot 7^2$	d) $\sqrt{1728} = \sqrt{2^6 \cdot 3^3} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 3^1} = 2^3 \cdot 3 \sqrt{3} = 24\sqrt{3}$ $1728 = 2^6 \cdot 3^3$

Exercici 2.10-2

Suma i resta les següents arrels i si és necessari simplifica-les a arrels semblants.

a) $\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0$	c) $\sqrt{27} + 4\sqrt{243} = \sqrt{3^3} + 4\sqrt{3^5}$ $= \sqrt{3^2 \cdot 3^1} + 4\sqrt{3^4 \cdot 3^1} = 3\sqrt{3} + 4 \cdot 3^2 \sqrt{3} = 39\sqrt{3}$
b) $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2^3} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$	d) $3\sqrt{125} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5^3} - 2\sqrt{5}$ $= 3\sqrt{5^2 \cdot 5^1} - 2\sqrt{5} = 3 \cdot 5 \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 13\sqrt{5}$

Exercici 2.10-3

Extreu tots els factors i calcula els resultats.

a) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2^3 \cdot 5} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2 \cdot 5} \cdot \sqrt{2}$ $= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5} = 8,94$	b) $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{2^3} \div \sqrt{2 \cdot 3} = 2 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $= 0,58$
--	--

Exercici 2.10-4

Simplifica la següent expressió.

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Exercici 2.10-5*Extreu els factors de les arrels.*

a) $\sqrt{125} = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$	c) $\sqrt{785} = \sqrt{5 \cdot 157}$
b) $\sqrt{742} = 2 \cdot 7 \cdot 53$	d) $\sqrt{1225} = \sqrt{5^2 \cdot 7^2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{7^2} = 5 \cdot 7 = 35$

Exercici 2.10-6*Resta o suma les arrels quan sigui possible.*

a) $\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$	d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{7}$
b) $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$	e) $\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$	f) $3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$

Exercici 2.10-7*Transforma en arrels semblants i simplifica.*

a) $\sqrt{300} - \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} - \sqrt{3 \cdot 5^2}$ $= 2 \cdot 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$	d) $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - 3\sqrt{8}$ $= 2\sqrt{2} + \sqrt{2 \cdot 3^2} - 3\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2}$ $= \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$
b) $\sqrt{72} - \sqrt{18} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 3^2}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$	e) $3\sqrt{20} - \sqrt{125} = 3\sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{5^3}$ $= 2 \cdot 3\sqrt{5} - \sqrt{5^2 \cdot 5^1} = 6\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = \sqrt{5}$
c) $\sqrt{50} - \sqrt{32} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 3^2}$ $= \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2^4 \cdot 2^1} = 5\sqrt{2} - 2^2 \sqrt{2} = \sqrt{2}$	f) $\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{243} = \sqrt{3^3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3^5}$ $= \sqrt{3^2 \cdot 3^1} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3^4 \cdot 3^1}$ $= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5 \cdot 3^2 \sqrt{3} = 45\sqrt{3}$

Exercici 2.10-8*Extreu els factors de les arrels i calcula.*

a) $\sqrt{80} \cdot \sqrt{125} = \sqrt{2^4 \cdot 5} \cdot \sqrt{5^3} = 2^2 \sqrt{5} \cdot 5 \sqrt{5}$ $= 2^2 \sqrt{5} \cdot 5 \sqrt{5} = 4 \cdot 5 \cdot (\sqrt{5})^2 = 20 \cdot 5 = 100$	c) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{2^6} \cdot \sqrt{2^4} = 2^3 \cdot 2^2 = 8 \cdot 4 = 32$
b) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{343} =$ $\sqrt{7^2} \cdot \sqrt{7^3} = 7 \cdot 7\sqrt{7} = 49\sqrt{7} = 129,64$	d) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{2} = 5 \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot 2 = 10$

Exercici 2.10-9*Extreu els factors de les arrels i calcula.*

a) $\sqrt{125} \div \sqrt{25} =$ $= \sqrt{5^3} \div \sqrt{5^2} = \frac{\sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5}} = \sqrt{5} = 2,24$	c) $\sqrt{64} \div \sqrt{16} = \sqrt{2^6} \div \sqrt{2^4} = \frac{\sqrt{2^6}}{\sqrt{2^4}}$ $\sqrt{\frac{2^6}{2^4}} = \sqrt{2^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2^0} = 2 \sqrt{2}$
b) $\sqrt{24} \div \sqrt{3} = \sqrt{2^3 \cdot 3} \div \sqrt{3}$ $= \frac{\sqrt{2^2 \cdot 2^1 \cdot 3}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \sqrt{2 \cdot 3}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \sqrt{2} = 2,83$	d) $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{2^3} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2^3}{2}} = \sqrt{2^2} = 2$

Exercici 2.10-10*Si és possible simplifica.*

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ no és possible	d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ no és possible
b) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ no és possible	e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ no és possible
c) $\frac{3}{2\sqrt{8}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$	f) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Fonts:

F.P.B. Ciencias Aplicadas 1 - Editorial Donostiarra

Autors Ángel Almaraz Martín

M^a Inmaculada Puebla Prada

Manuel Jesús Malho Martín

Paloma Prieto Merino

Margarita Montes Aguilera