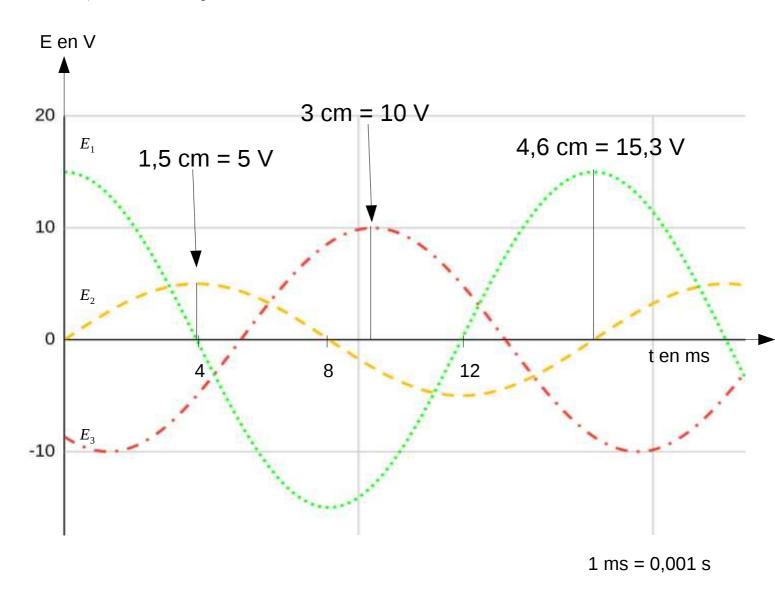
Trabajo autónomo 13 - solución

Ejercicio 1

El gráfico representa 3 ondas de tensión de la misma frecuencia.

a) Indica el valor pico de las ondas, si la escala es de 5 V = 1,5 cm.

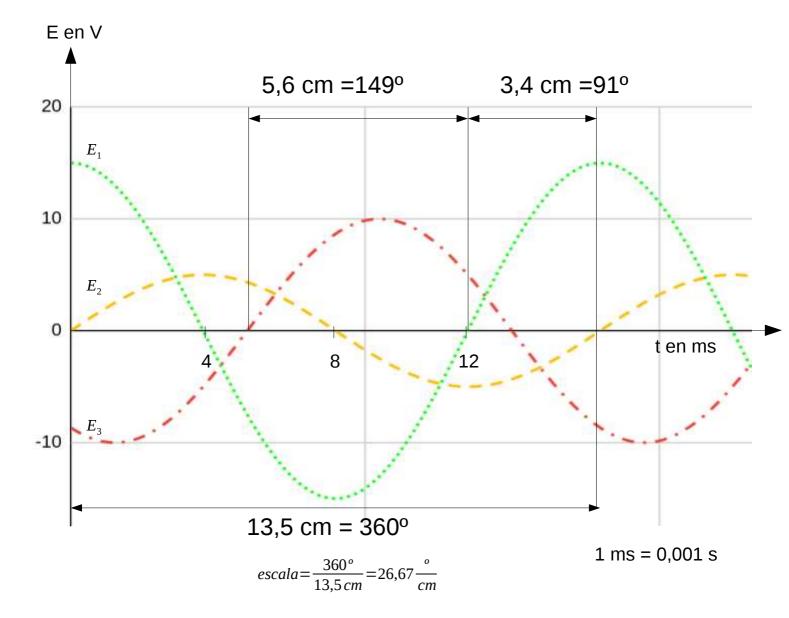


b) Indica el periodo, la frecuencia y la velocidad angular.

Periodo
$$T = 16 \text{ ms} = 0.016 \text{ s} \rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.016} \text{ s} = 62.5 \text{ Hz}$$

 $\rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 62.5 \text{ Hz} = 392.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

c) Toma como referencia la onda 1, e indica el desfase del resto de las ondas respecto a la 1.



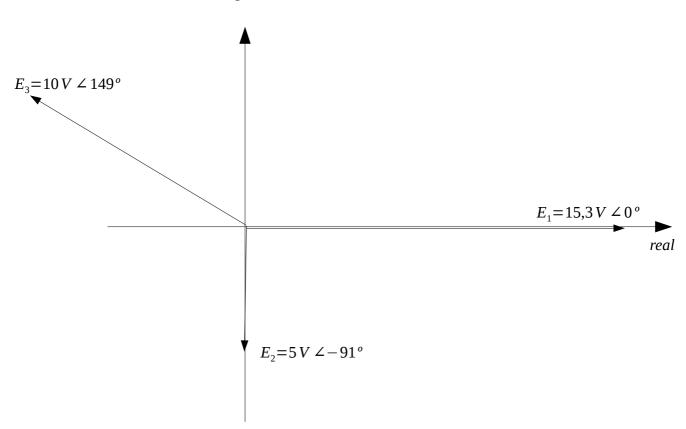
 $E_{\scriptscriptstyle 1}~$ está retrasada 149 ° respecto a $~E_{\scriptscriptstyle 3}~$.

 $E_1 \;\; {\rm est\'a} \; {\rm adelantada} \; 91^{\rm o} \; {\rm respecto} \; {\rm a} \;\; E_2 \;\; .$

d) Dibuja el diagrama fasorial tomando como referencia la onda 1.

La escala del diagrama fasorial es de 1,5 V = 1 cm.





e) Indica las ecuaciones para calcular el valor momentáneo de las tensiones.

Conversión de los ángulos de desfase de º a rad.

$$91^{\circ} \rightarrow \frac{91^{\circ}}{360^{\circ}} \cdot 2 \cdot \pi \, rad = 1,59 \, rad$$
 $149^{\circ} \rightarrow \frac{149^{\circ}}{360^{\circ}} \cdot 2 \cdot \pi \, rad = 2,6 \, rad$

$$E_1(t) = E_1 \cdot \sin \omega \cdot t = 5 V \cdot \sin(392,7 \frac{rad}{s} \cdot t)$$

$$E_2(t) = E_2 \cdot \sin \omega \cdot t = 10V \cdot \sin(392,7 \cdot \frac{rad}{s} \cdot t - 1,59 \, rad)$$

$$E_3(t) = E_3 \cdot \sin \omega \cdot t = 15 V \cdot \sin(392, 7 \cdot \frac{rad}{s} \cdot t + 2, 6 rad)$$

Transforma las siguientes tensiones de formato polar a formato rectangular, calculando el resultado. Representa las tensiones en un sistema de coordenadas, aplicando una escala de 5 V = 1,5 cm.

a)
$$E_a = 10V \angle 340^o$$

 $E_a = (9,4 - j3,4)V$

b)
$$E_b = 35V \angle -125^o$$

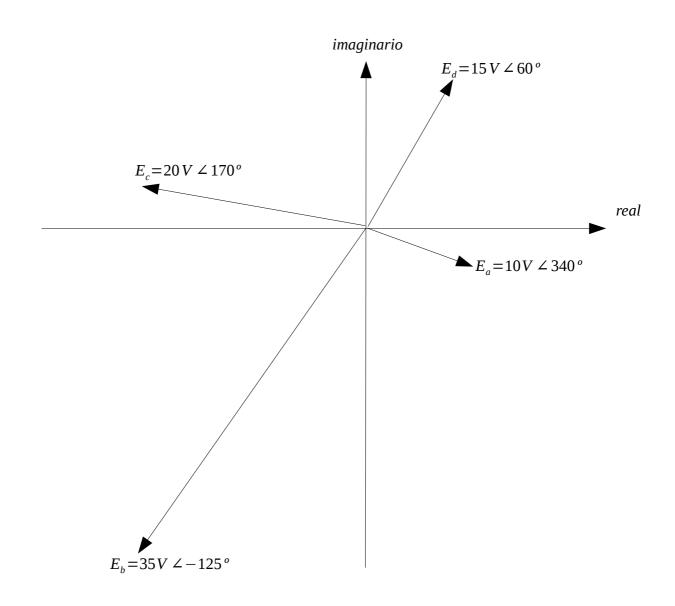
 $E_b = (-20,1-j28,7)V$

c)
$$E_c = 20 V \angle 170^{\circ}$$

 $E_c = (-19,7 + j 3,47) V$

d)
$$E_d = 15 V \angle 60^o$$

 $E_d = (7,5+j \ 13) V$



Transforma las siguientes tensiones de formato rectangular a formato polar, calculando el resultado. Representa las tensiones en un sistema de coordenadas, aplicando una escala de 5 V = 1,5 cm.

a)
$$E_a = (-10 + j0)V$$

 $E_{real} < 0 \rightarrow \angle = 180^{\circ} + arc \tan \frac{E_{imag}}{E_{real}} = 180^{\circ} + arc \tan \frac{0V}{-10V} = 180^{\circ}$
 $\hat{E} = \sqrt{(-10)^2 + (0)^2} = 10V$
 $E_a = 10V \angle 180^{\circ}$

b)
$$E_b = (-10 - j5)V$$

 $E_{real} < 0 \rightarrow \angle = 180^{\circ} + arc \tan \frac{E_{imag}}{E_{real}} = 180^{\circ} + arc \tan \frac{-5V}{-10V} = 206,6^{\circ}$
 $\hat{E} = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} = 11,2V$
 $E_b = 31,6V \angle 206,6^{\circ}$

c)
$$E_c = (-20 + j \, 15)V$$

 $E_{real} < 0 \rightarrow \angle = 180^{\circ} + arc \tan \frac{E_{imag}}{E_{real}} = 180^{\circ} + arc \tan \frac{15V}{-20V} = 143,1^{\circ}$
 $\hat{E} = \sqrt{(-20)^2 + (15)^2} = 25V$
 $E_c = 25V \angle 143,1^{\circ}$

d)
$$E_d = (-20 - j \, 15)V$$

 $E_{real} < 0 \rightarrow \angle = 180^\circ + arc \tan \frac{E_{imag}}{E_{real}} = 180^\circ + arc \tan \frac{-15 V}{-20 V} = 216,9^\circ$
 $\hat{E} = \sqrt{(-20)^2 + (-15)^2} = 25 V$
 $E_d = 25 V \angle 216.9^\circ$

e)
$$E_e = (20 - j15) V$$

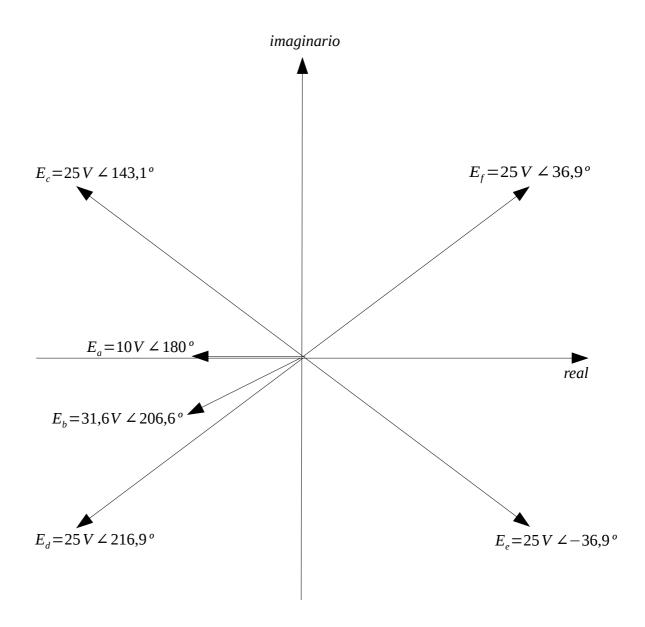
 $E_{real} > 0 \rightarrow \angle = arc \tan \frac{E_{imag}}{E_{real}} = arc \tan \frac{-15 V}{20 V} = -36.9^{\circ}$
 $\hat{E} = \sqrt{(-20)^2 + (-15)^2} = 25 V$
 $E_e = 25 V \angle -36.9^{\circ}$

$$E_f = (20 + j \, 15)V$$

$$E_{real} > 0 \rightarrow \angle = arc \tan \frac{E_{imag}}{E_{real}} = arc \tan \frac{15 \, V}{20 \, V} = 36,9^{\circ}$$

$$\hat{E} = \sqrt{(-20)^2 + (-15)^2} = 25 \, V$$

$$E_f = 25 \, V \angle 36,9^{\circ}$$



Suma las tensiones, calculando el resultado en formato polar, y haz la suma gràfica de las tensiones. Comprueba que los resultados coinciden.

Escala en el gràfico 1 V = 1 cm

a)
$$E_{total} = E_1 + E_2$$
 con $E_1 = 5 V \angle 0^o$ y $E_2 = 7.07 V \angle 225^o$

Transformación de polar a rectangular para sumar.

$$E_1 = (5+j0)V$$
 y $E_2 = (-5-j5)V$

Suma

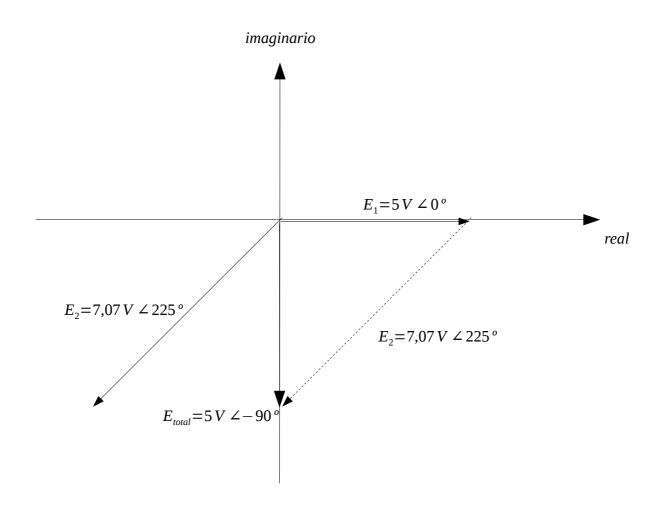
$$E_{total} = ((5-5)+j(0-5))V = (0-j5)V$$

resultado en formato rectangular

$$E_{real} = 0 y E_{imag} < 0 \rightarrow \angle = -90^{\circ}$$

$$\hat{E} = \sqrt{(0)^2 + (-5)^2} = 5V$$

 $E_{total} = 5 V \angle -90^{\circ}$ resultado en formato polar



b)
$$E_{total} = E_1 + E_2$$
 con $E_1 = 5V \angle 100^{\circ}$ y $E_2 = 5V \angle 200^{\circ}$

Transformación de polar a rectangular para sumar.

$$E_1 = (-0.87 + j 4.9) V$$
 y $E_2 = (-4.7 - j 1.71) V$

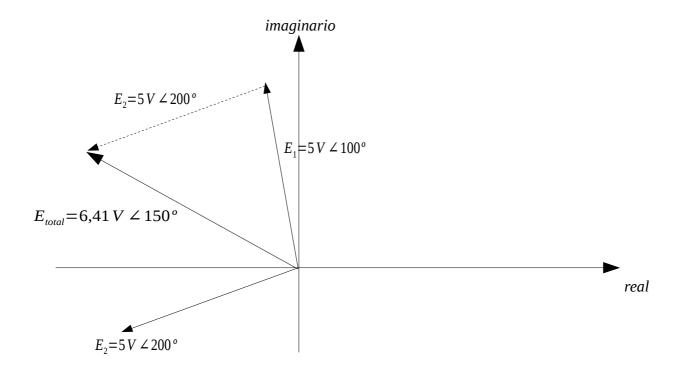
Suma

$$E_{total} \!=\! ((-0,\!87-4,\!7) \!+\! j(4,\!9-1,\!71)) V \!=\! (-5,\!57+j\,3,\!19) V$$

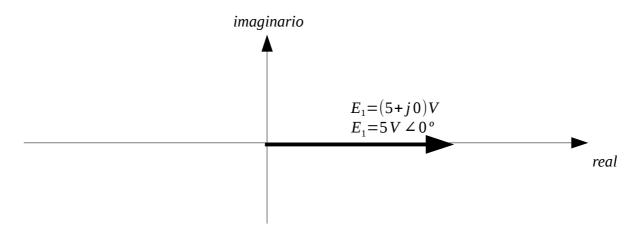
resultado en formato rectangular

$$\hat{E} = \sqrt{(-087)^2 + (3,19)^2} = 6,41 V$$

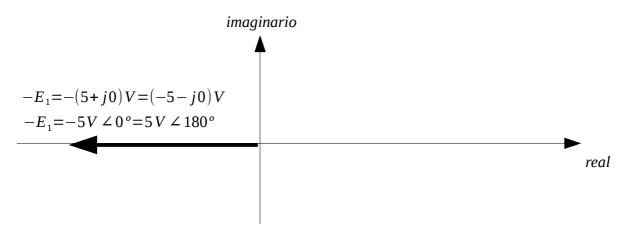
 E_{total} = 6,41 $V \angle 150^{o}$ resultado en formato polar



En el diagrama está representada la tensión E_1 .



La tensión equivalente opuesta es $-E_1 = -5 V \angle 0^{\circ} = 5 V \angle 180^{\circ}$.

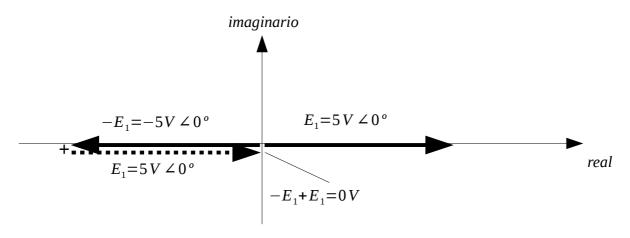


La suma de las tensiones da 0.

$$-E_1 + E_1 = 0V$$

$$(-5 - j0)V + (5 + j0)V = 0V \rightarrow ((-5 + 5) + j(-0 + 0))V = (0 + j0)V$$

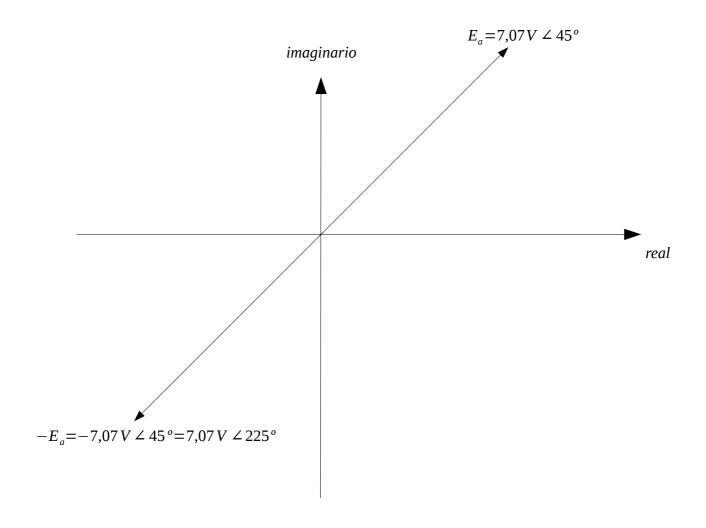
Representación gráfica de la suma.



Para las siguientes tensiones, inidica las tensiones equivalentes opuestas en formato rectangular y polar.

Representa las tensiones en el diagrama fasorial con una escala de 1 V = 1 cm.

a)
$$E_a = (5+j5)V$$
 formato rectangular $E_a = 7,07 \, V \angle 45^\circ$ formato polar $-E_a = -(5+j5) \, V = (-5-j5) V$ formato rectangular $-E_a = -7,07 \, V \angle 45^\circ = 7,07 \, V \angle 225^\circ$ formato polar



b)
$$E_b = (-5+j5)V$$

 $E_b = 7,07 \ V \angle 135^\circ$ formato polar
 $-E_b = -(-5+j5)V = (5-j5)V$ formato rectangular
 $-E_a = -7,07 \ V \angle 135^\circ = 7,07 \ V \angle -45^\circ$ formato polar

