Curso FEG 0650
Automação e Controle de Processos Industriais e Agro-Industriais

FEG 651 - Modelagem e Identificação de Sistemas Dinâmicos

Prof. Dr. Nelson Luis Cappelli e Prof. Dr. Angel Pontin Garcia
e-mail: angel.garcia@feagri.unicamp.br

Escola de Extensão

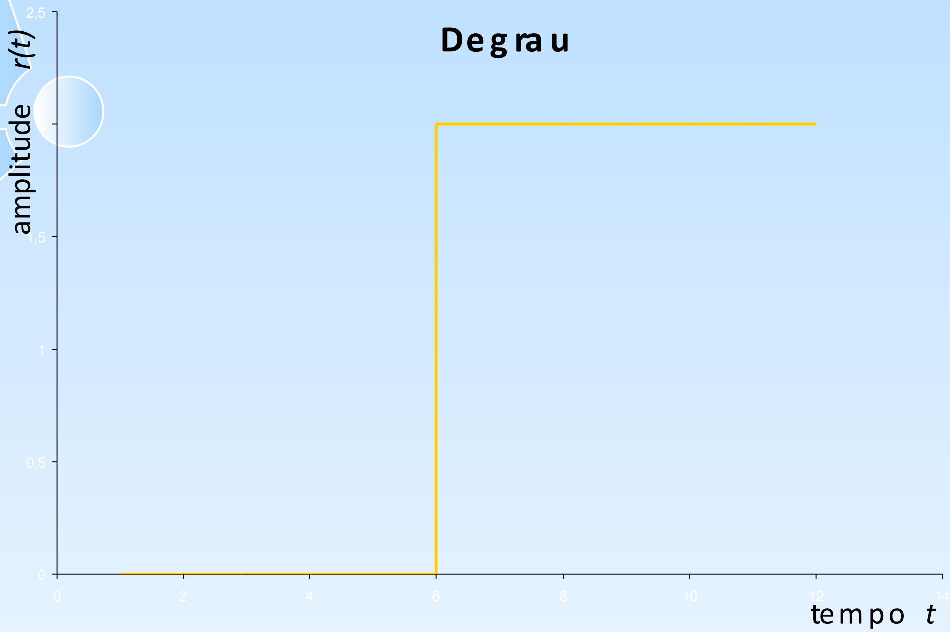
FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Capítulo 5 – Sinais de Testes

FEG 0651

Sinais de Teste



$$R(s) = \frac{R}{s}$$

FEG 0651

Sinais de Teste

Exercício

Simule o comportamento do sistema abaixo, frente a um sinal do tipo degrau unitário, e observe o resultado.

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 2s + 10}$$

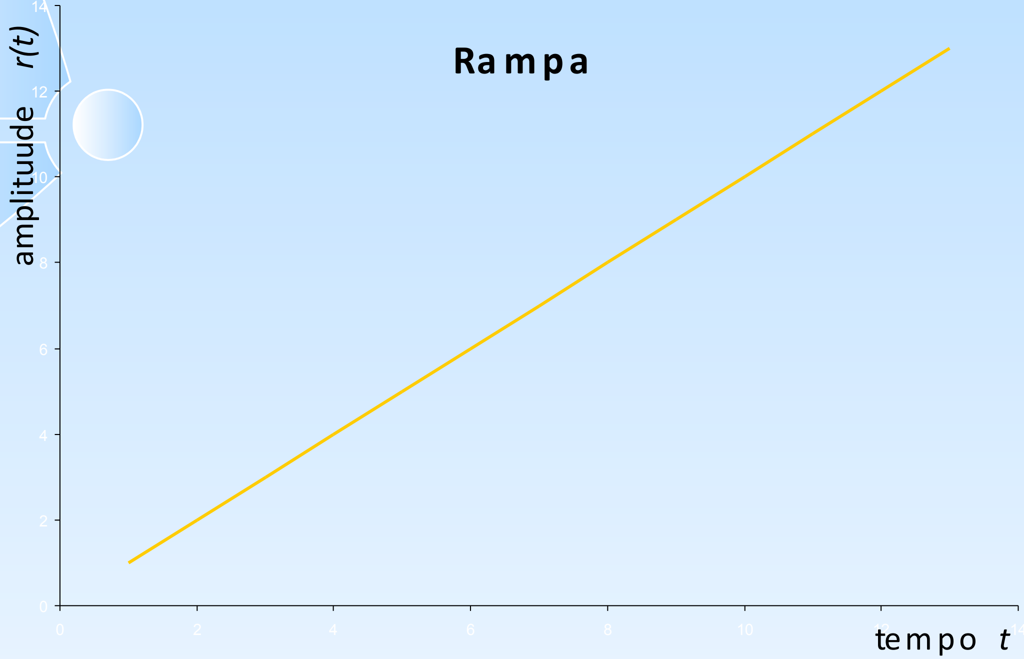
```
>> % Entrada do sistema
>> num=[5];
>> den=[1 2 10];
>> g=tf(num,den);
>> % Simulaçao frente a um degrau unitario
>> step(g)
```

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sinais de Teste



$$R(s) = \frac{R}{s^2}$$

Sinais de Teste

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Exercício

Simule o comportamento do sistema abaixo, frente a um sinal do tipo rampa unitária, e observe o resultado.

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 2s + 10}$$

```
>> % Confecçao da Rampa Unitaria
>> t=0:1/100:1;
>> k=1;
>> u=k.*t;
>> plot(t,u,'c')
>> hold on
>> % Entrada do sistema
>> g=tf([5],[1 2 10]);
>> % Simulaçao frente a Rampa Unitaria
>> y=lsim(g,u,t);
>> plot(t,y,'y')
```

Sinais de Teste

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Exercício

Outra maneira de se resolver o mesmo exercício.

$$G(s)=\frac{5}{s^2+2s+10}$$

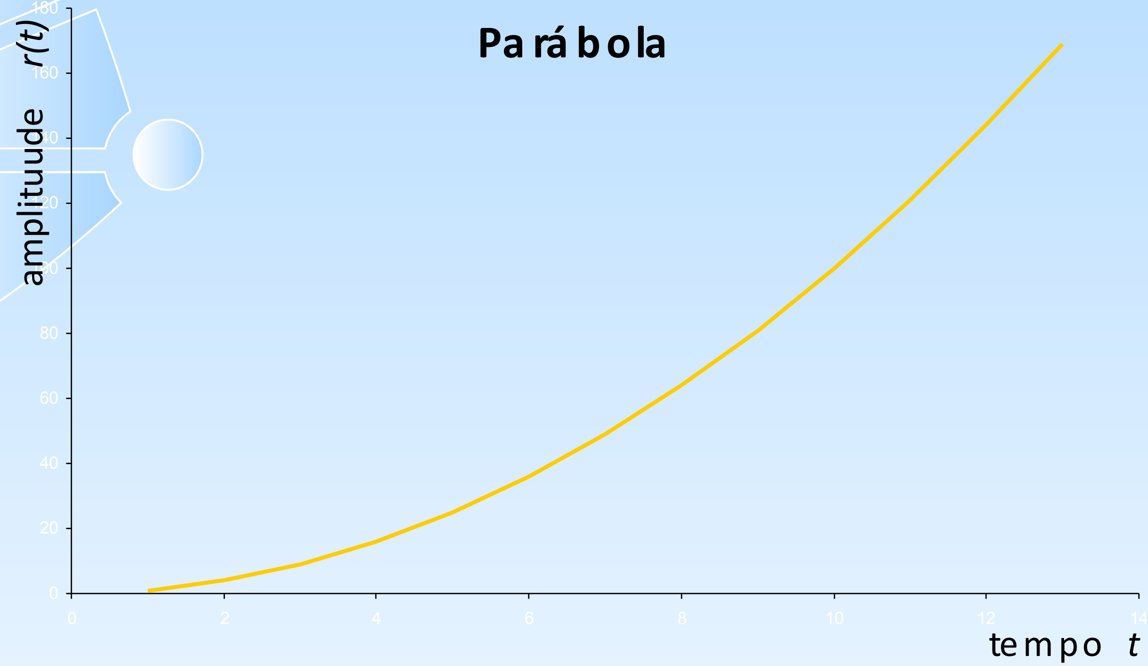
```
>> % Confecção da Rampa Unitária
>> degrau=tf([1],[1 0]);
>> step(degrau)
>> hold on

>> % Entrada do sistema
>> g=tf([5],[1 2 10]);

>> % Simulação frente a Rampa Unitária
>> t=0:1/100:1;
>> u=step(degrau);
>> y=lsim(g,u,t);
>> plot(t,y,'r')
```

Sinais de Teste

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC
Laboratório de Instrumentação e Controle



$$R(s) = \frac{R}{s^3}$$

Sinais de Teste

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Exercício

Simule o comportamento do sistema abaixo, frente a um sinal do tipo parábola unitária, e observe o resultado.

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 2s + 10}$$

```
>> % Confecção da Parabola Unitária
>> rampa=tf([1],[1 0 0]);
>> step(rampa)
>> hold on
>> % Confecção da excitação
>> t=0:1/100:1;
>> parabola=step(rampa);
>> % Entrada do sistema
>> g=tf([5],[1 2 10]);
>> % Simulação frente a Parábola Unitária
>> y=lsim(g,parabola,t);
>> plot(t,y,'r')
```

Capítulo 6 – Estabilidade dos Sistemas

FEG 0651

Estabilidade dos Sistemas

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC
Laboratório de Instrumentação e Controle

absoluta

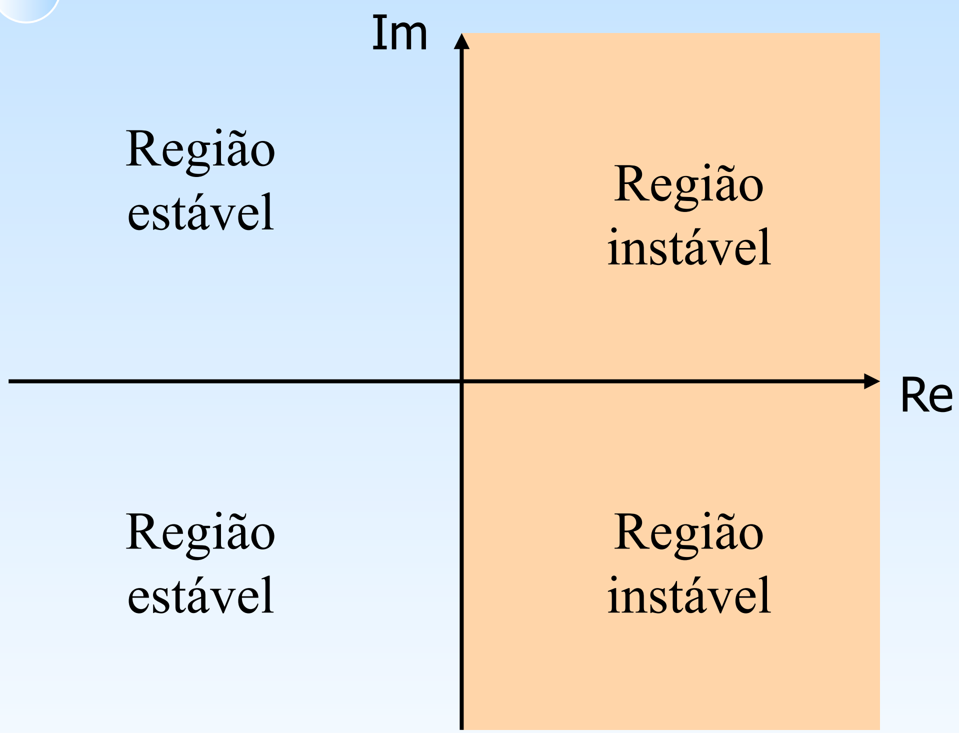
Estabilidade

relativa

O fato de um sistema linear ser estável ou instável é uma propriedade do sistema em si e não depende da entrada do sistema.

Posição dos Pólos No Plano-S → Estabilidade

Plano-S



Estabilidade dos Sistemas

No projeto, quando há parâmetros desconhecidos, os métodos indicados a seguir são úteis para determinação da estabilidade de sistemas lineares contínuos, sem necessitar a determinação das raízes da equação característica.

Critério de Routh-Hurwitz → Método algébrico

Critério de Nyquist → Método gráfico

Diagrama de Bode → Método gráfico

Exercício

Verifique a estabilidade dos seguintes sistemas:

a)

$$G(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

b)

$$G(s) = \frac{20(s-1)}{(s^2+4)^2(s+10)}$$

c)

$$G(s) = \frac{10}{s^3+10s^2+16s}$$

Comportamento dos Sistemas

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Regime transitório

Regime estacionário

Característica dinâmica

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

A relação entre a entrada e a saída de um sistema pode ser representada de uma forma genérica e simplificada pela equação:

$$a_n \frac{d^n q_o}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} q_o}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dq_o}{dt} + a_0 q_o = b_m \frac{d^m q_i}{dt^m} +$$

$$+ b_{m-1} \frac{d^{m-1} q_i}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{d q_i}{dt} + b_0 q_i$$

Onde:

$q_o \equiv$ valor de saída

$q_i \equiv$ valor de entrada

$t \equiv$ tempo

a's, *b*'s $\equiv$ constantes do sistema físico

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Ordem Zero

Ocorre quando todas as constantes *a*'s e *b*'s de ordem maior que a_0, b_0 são iguais a zero. A equação diferencial pode ser representada pela equação algébrica simples:

$$a_0\, q_o = b_0\, q_i$$

Onde: $q_o \equiv$ valor de saída

$q_i \equiv$ valor de entrada

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Ordem Zero

$$q_o = \frac{b_0}{a_0} q_i$$

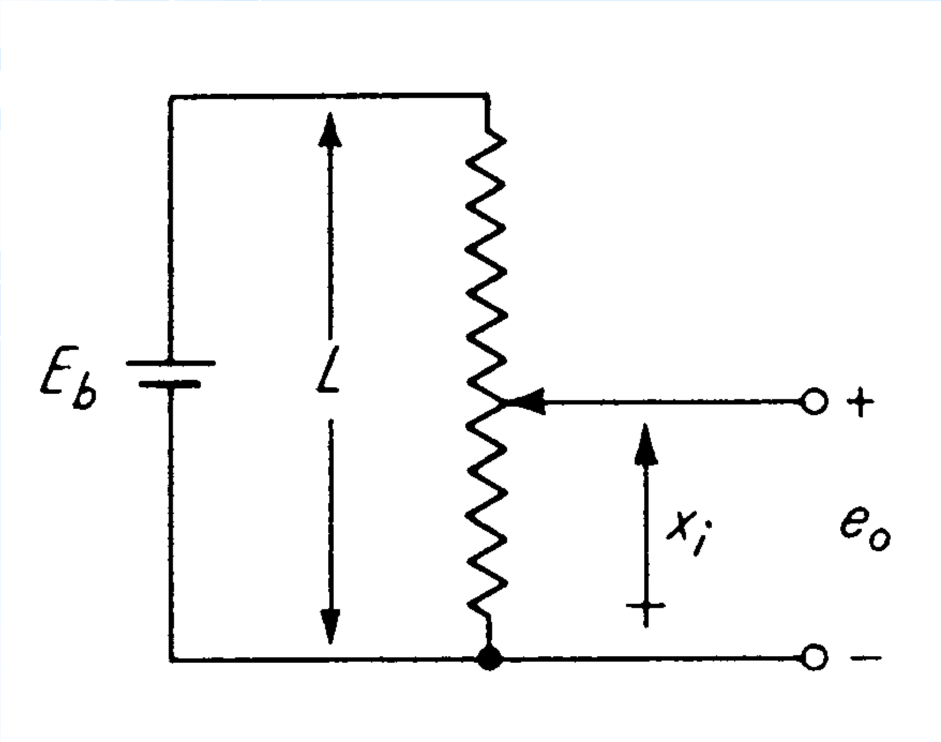
Função de Transferência

$$Q(s) = \frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{b_0}{a_0}$$

Característica dinâmica

Exercício

Simule o comportamento do sistema frente a um deslocamento unitário do cursor.



E_b = 12 Vcc

ENTRADA: x_i (0 a 10 cm)

SAÍDA: e_o

Exercício

Faça o mesmo para um sinal aleatório.

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Primeira Ordem:

Ocorre quando todas as constantes *a*'s e *b*'s, exceto a_0, a_1 e b_0 , são iguais a zero. Neste caso, a equação diferencial que descreve o funcionamento do sistema pode ser rescrita como:

$$a_1 \frac{dq_o}{dt} + a_0 q_o = b_0 q_i$$

Onde:

$q_o \equiv$ valor de saída

$q_i \equiv$ valor de entrada

$t \equiv$ tempo

a's, *b*'s $\equiv$ constantes do sistema físico

Sistemas de Primeira Ordem:

Da equação de um Sistema de Primeira Ordem, tem-se:

$$\frac{a_1}{a_0}\frac{dq_o}{dt} + q_o = \frac{b_0}{a_0} q_i$$

- Define-se sensibilidade estática e constante de tempo como se segue:

Sensibilidade Estática $\Rightarrow$ $K \equiv \frac{b_0}{a_0}$

Constante de Tempo $\Rightarrow$ $\tau \equiv \frac{a_1}{a_0}$

Escola de Extensão
FEAGRI
LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Primeira Ordem:

O sinal de saída de um sistema de primeira ordem pode ser escrito a partir da equação diferencial:

$$\tau \frac{dq_o}{dt} + q_o = K\, q_i$$

Função de Transferência

$$Q(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

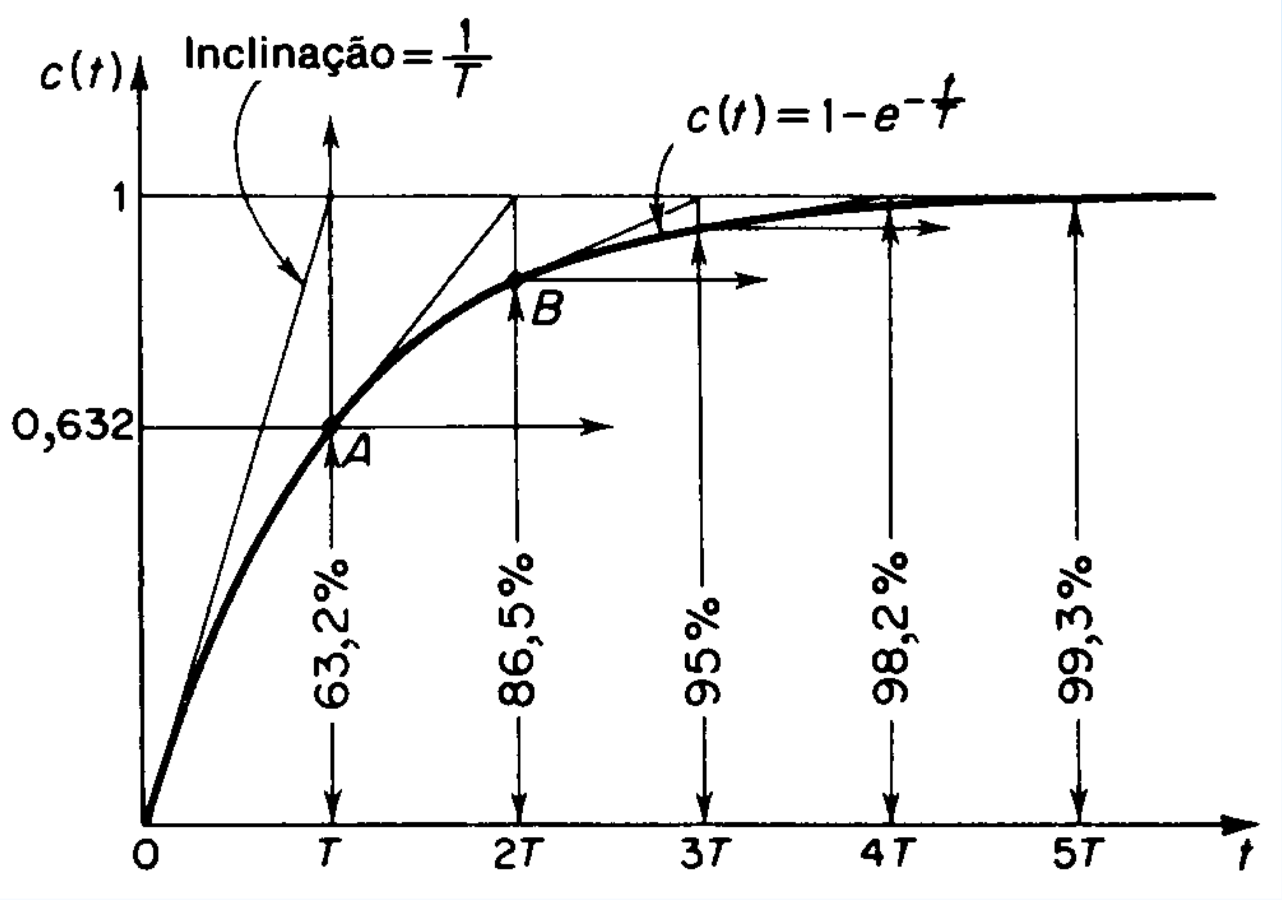
Característica dinâmica

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Primeira Ordem:

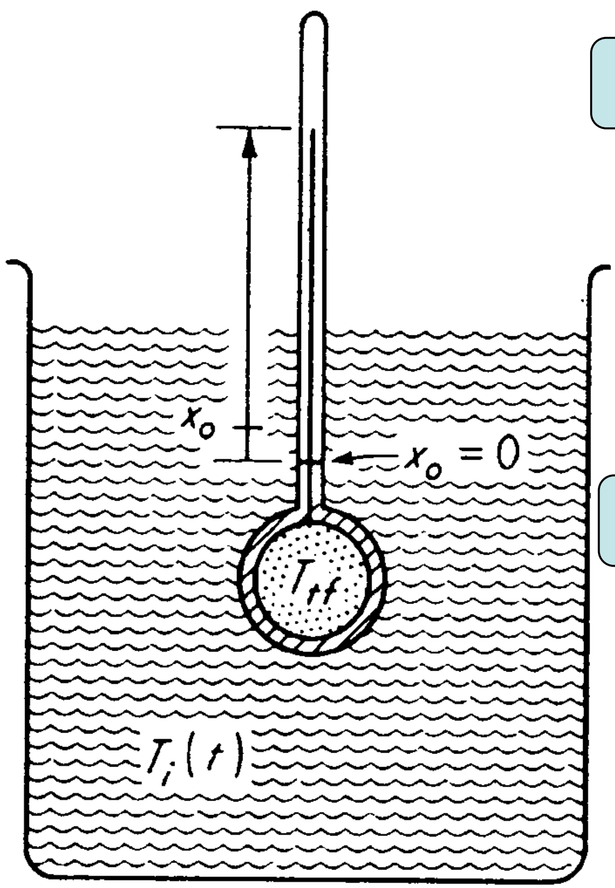


FEG 0651

Sistemas de Primeira Ordem:

Exercício

Escreva a Função de transferência do sistema da figura abaixo. Suponha que o sistema leve 5 segundos até se estabilizar.



Exercício

Suponha que a faixa da utilização do sistema de medição de temperatura seja de 0 a 100ºC, simule seu comportamento frente a um degrau de 50ºC. Comente o resultado.

Exercício

Simule seu comportamento frente a uma variação senoidal de temperatura com amplitude de 5ºC e freqüência de 0.5Hz.

u = a*sin(f *2*pi*t)

Sistemas de Segunda Ordem:

Um sistema de segunda ordem tem a seguinte equação característica:

$$a_2 \frac{d^2 q_o}{dt^2} + a_1 \frac{dq_o}{dt} + a_0 q_o = b_0 q_i$$

Onde: $q_o \equiv$ valor de saída
$q_i \equiv$ valor de entrada
$t \equiv$ tempo
a's, b's $\equiv$ constantes do sistema físico

Sistemas de Segunda Ordem:

Define-se sensibilidade estática,freqüência natural não amortecida e coeficiente de amortecimento como se segue:

$$K \equiv \frac{b_0}{a_0} \equiv \text{sensibilidade estática}$$

$$\omega_n \equiv \sqrt{\frac{\mathrm{a}_0}{\mathrm{a}_2}} \equiv \text{freqüência natural não amortecida [rad/s]}$$

$$\xi \equiv \frac{a_1}{2\sqrt{a_0\, a_2}} \equiv \text{fator de amortecimento}$$

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Segunda Ordem:

Função de Transferência

$$Q(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Constante de Tempo → $T = \dfrac{1}{\xi\,\omega_n}$

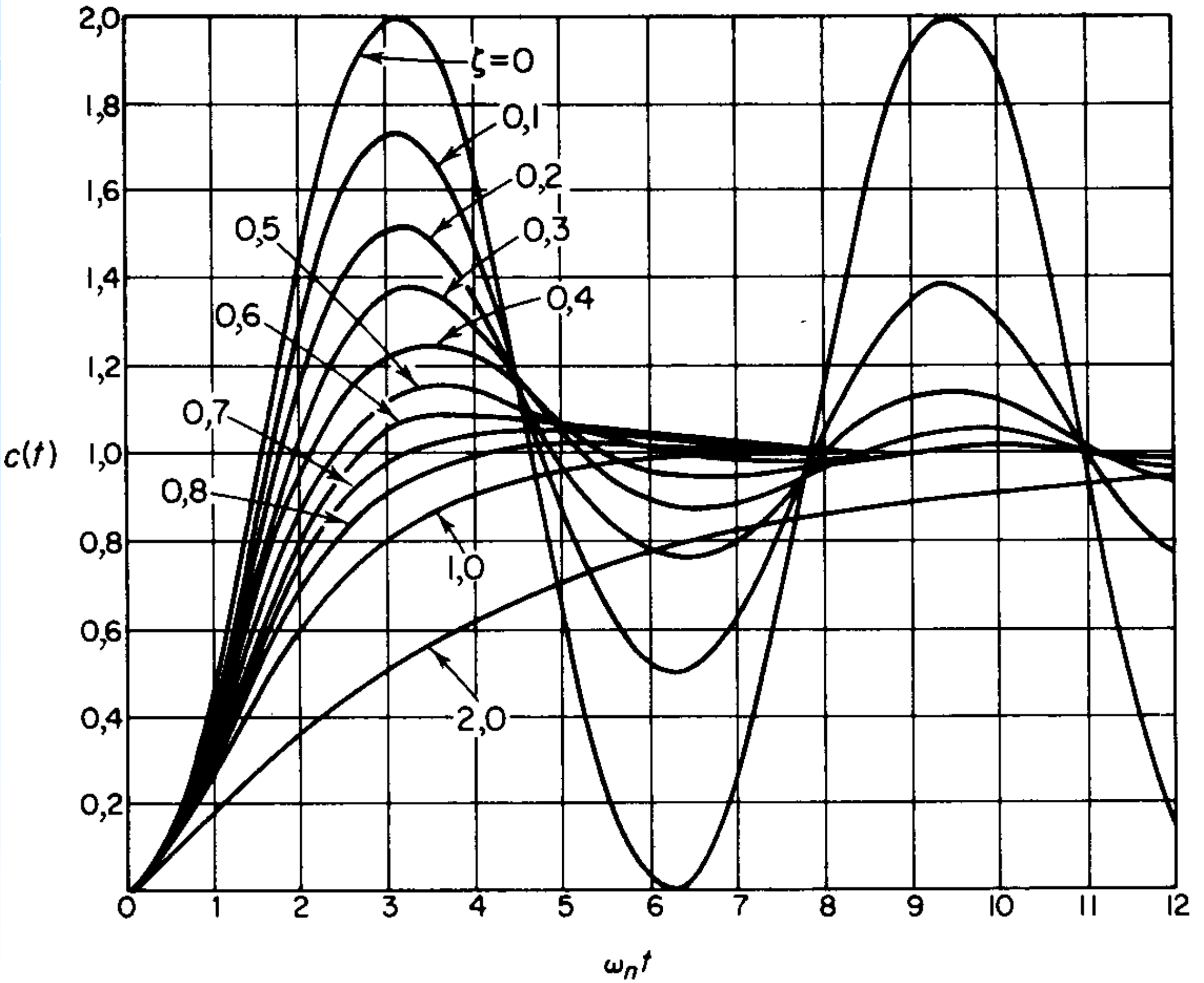
Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Segunda Ordem:

Resposta a um degrau unitário



Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Segunda Ordem:

Especificação das características de resposta transitória de um sistema face a uma entrada degrau unitário.

t_d **Tempo de atraso** (delay time): tempo de atraso é o tempo necessário para a resposta alcançar pela primeira vez a metade do valor final.

t_r **Tempo de subida** (rise time): tempo de subida é o tempo necessário para a resposta passar de 10% a 90%, 5% a 95%, ou 0% a 100% do seu valor final. Para sistemas de segunda ordem subamortecidos, usa-se normalmente o tempo de subida de 0% a 100%. Para sistemas sobreamortecidos, normalmente se usa o tempo de subida de 10% a 90%.

Sistemas de Segunda Ordem:

t_p

Instante do pico (peak time): instante do pico é o tempo necessário para a resposta alcançar o primeiro pico do sobre-sinal.

M_p

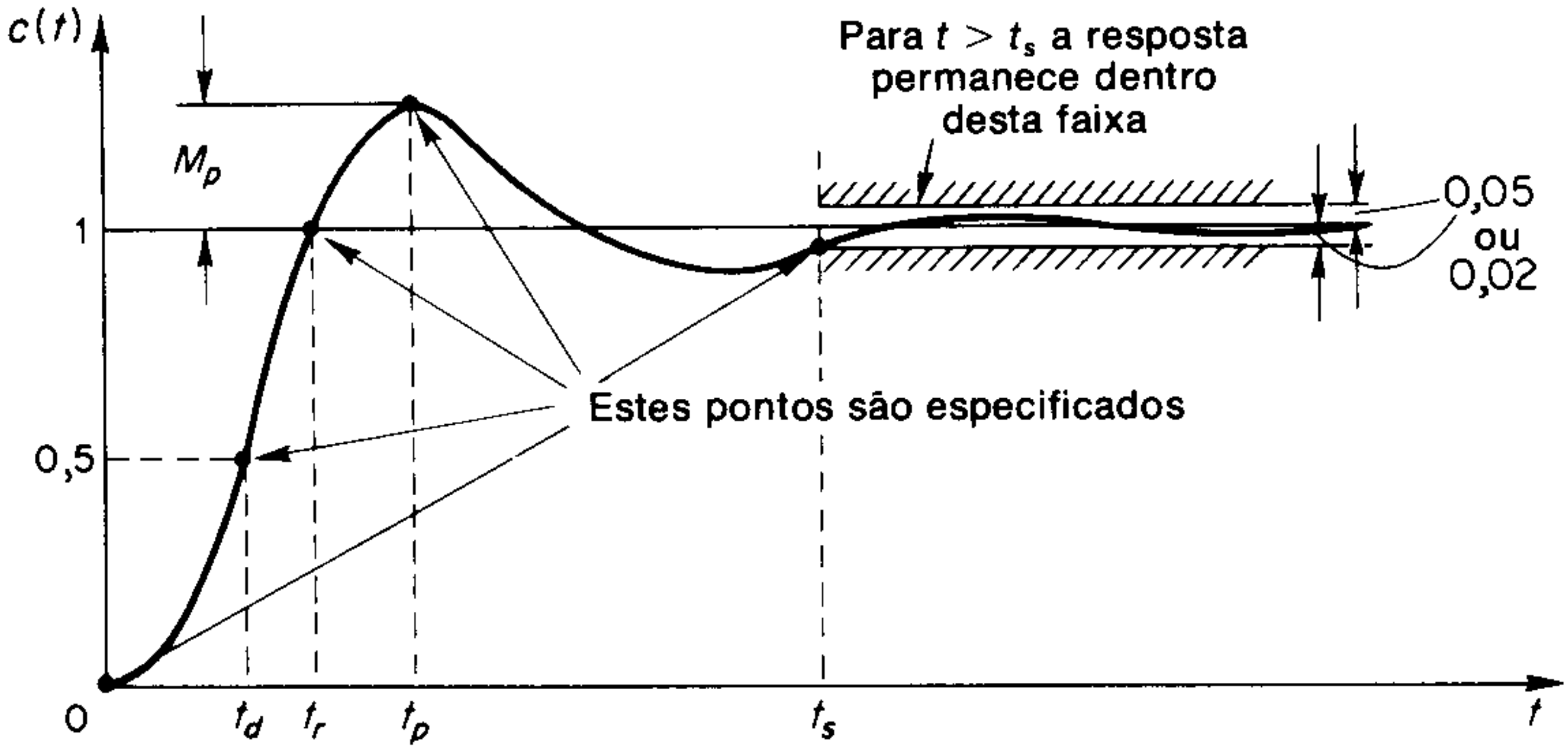
Sobre-sinal máximo (percentual) ou (Maximum overshoot): sobre-sinal máximo é o máximo valor de pico da curva de resposta medido a partir do valor unitário (um). Se o valor final de regime estacionário da resposta difere da unidade, então comumente se usa o máximo sobre-sinal percentual.

t_s

Tempo de acomodação (settling time): o tempo de acomodação é o tempo necessário para a curva de resposta alcançar e permanecer dentro de uma faixa em torno do valor final, faixa esta de magnitude especificada por uma porcentagem absoluta do valor final (normalmente 5% ou 2%). O tempo de acomodação está relacionado com a maior constante de tempo do sistema.

Sistemas de Segunda Ordem:

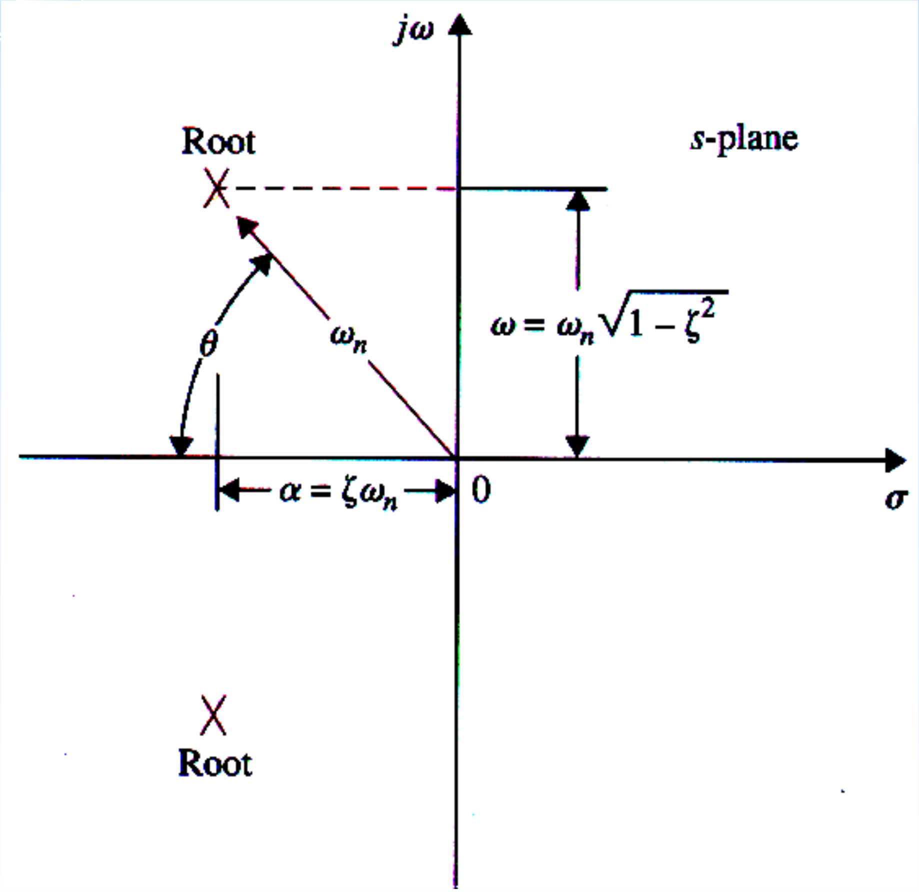
Especificação das características de resposta transitória.



Sistemas de Segunda Ordem:

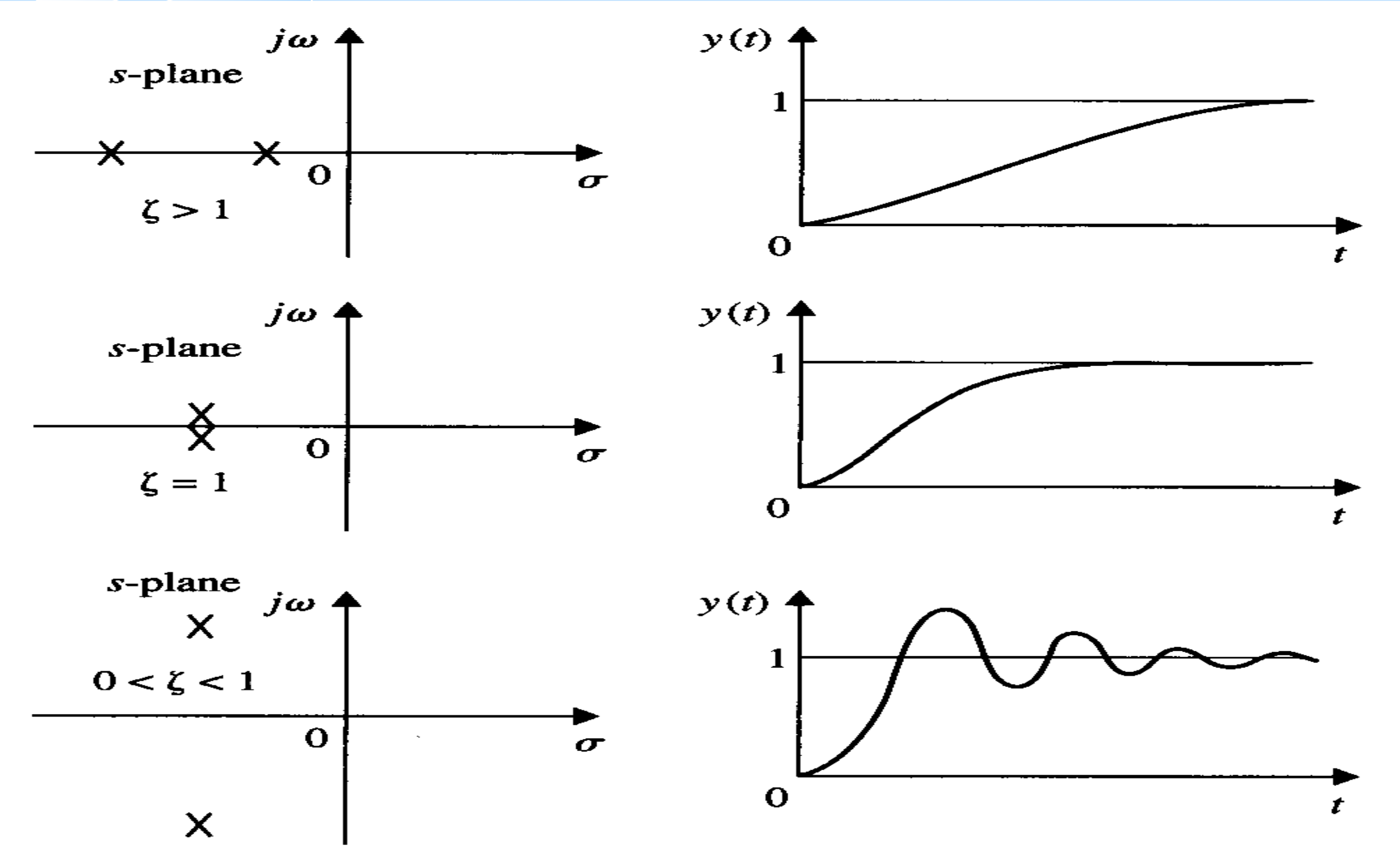
Relações entre as raízes da equação característica de um sistema de segunda ordem e função de:

$\alpha \qquad \xi \qquad \omega_n \qquad \omega$



Sistemas de Segunda Ordem:

Relações entre a posição dos pólos e o comportamento no domínio do tempo.



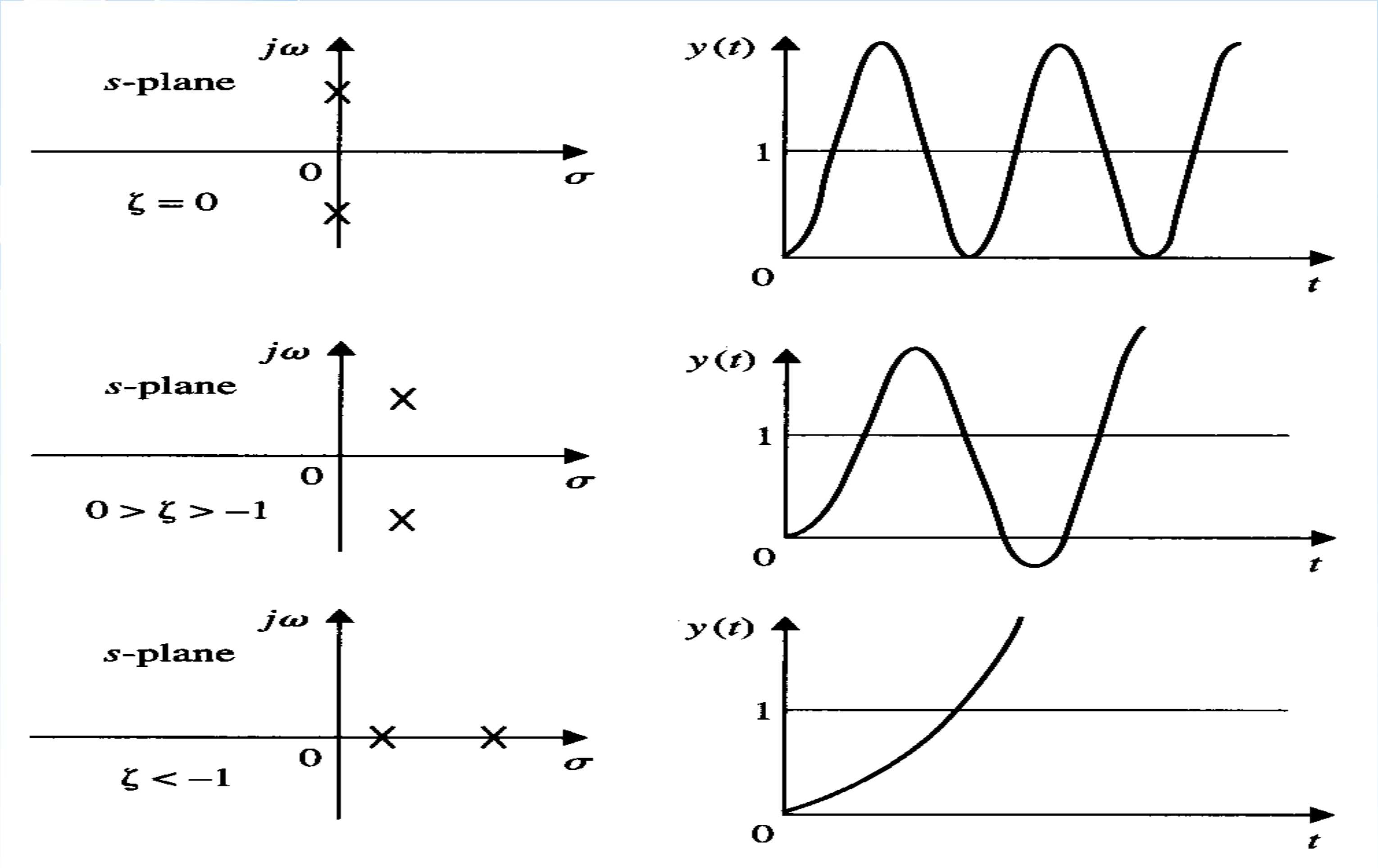
Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Sistemas de Segunda Ordem:

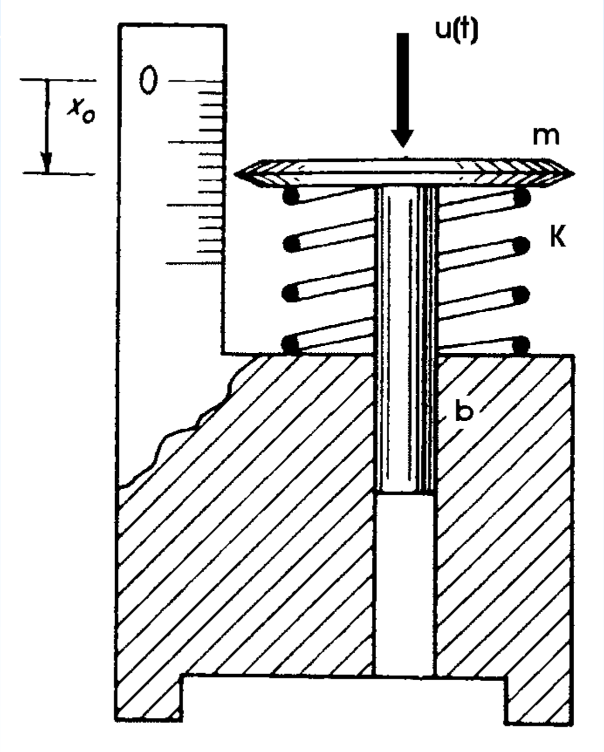
Relações entre a posição dos pólos e o comportamento no domínio do tempo.



Sistemas de Segunda Ordem:

Exercício

Escrever a Função de Transferência do sistema (balança de mola) e simular seu comportamento frente à excitação de um degrau unitário. Obtenha todas as características padronizadas.



Dados:

m = 1 [kg]

b = 0.5 [N.s/m]

k = 1 [N/m]

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Capítulo 8 – Aproximação Linear de Sistemas Físicos

FEG 0651

Aproximação linear

Considere-se a equação diferencial não-linear:

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

A função não-linear $f(x)$ pode ser expandida em uma série de Taylor em torno de um ponto estacionário x_s.

$$f(x) = f(x_s) + \left(\frac{df}{dt}\right)_{x_s} \frac{x - x_s}{1!} + \left(\frac{d^2 f}{dt^2}\right)_{x_s} \frac{(x - x_s)^2}{2!} + \cdots + \left(\frac{d^n f}{dt^n}\right)_{x_s} \frac{(x - x_s)^n}{n!}$$

Desprezando-se todos os termos de ordem dois e superiores, obtém-se a seguinte aproximação para o valor de $f(x)$:

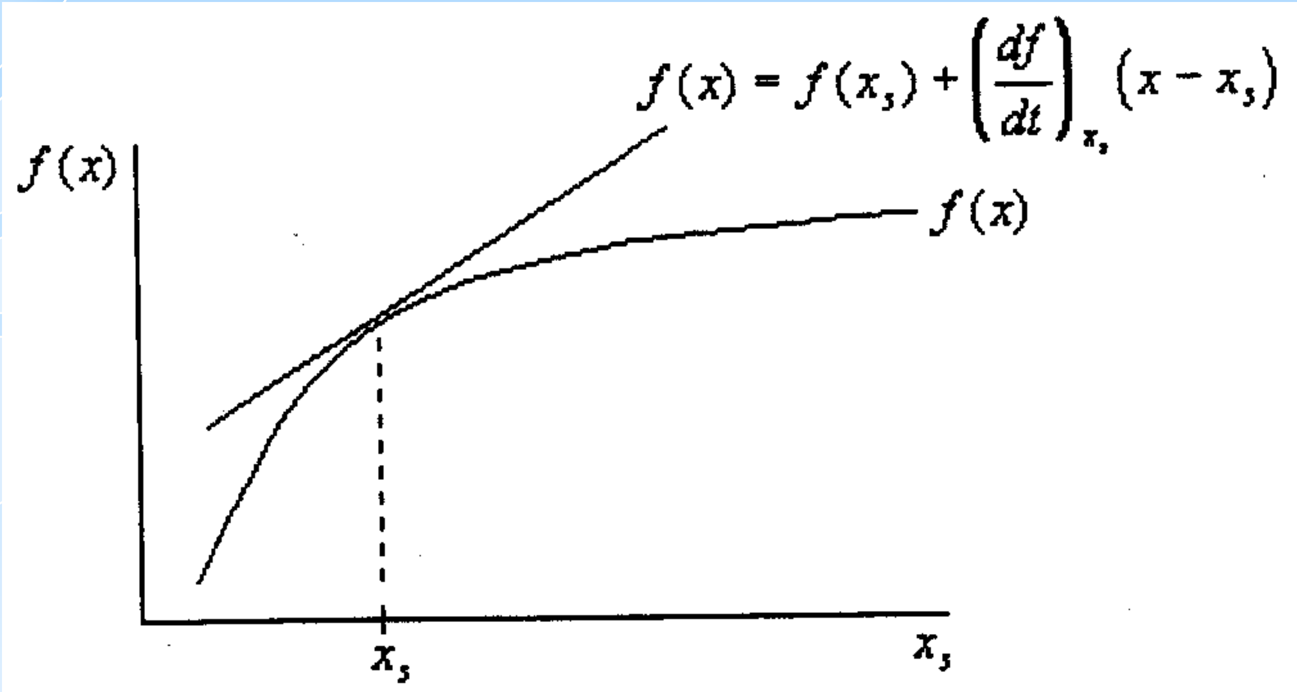
$$f(x) \cong f(x_s) + \left(\frac{df}{dt}\right)_{x_s} (x - x_s)$$

Escola de Extensão

FEAGRI

LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Aproximação linear



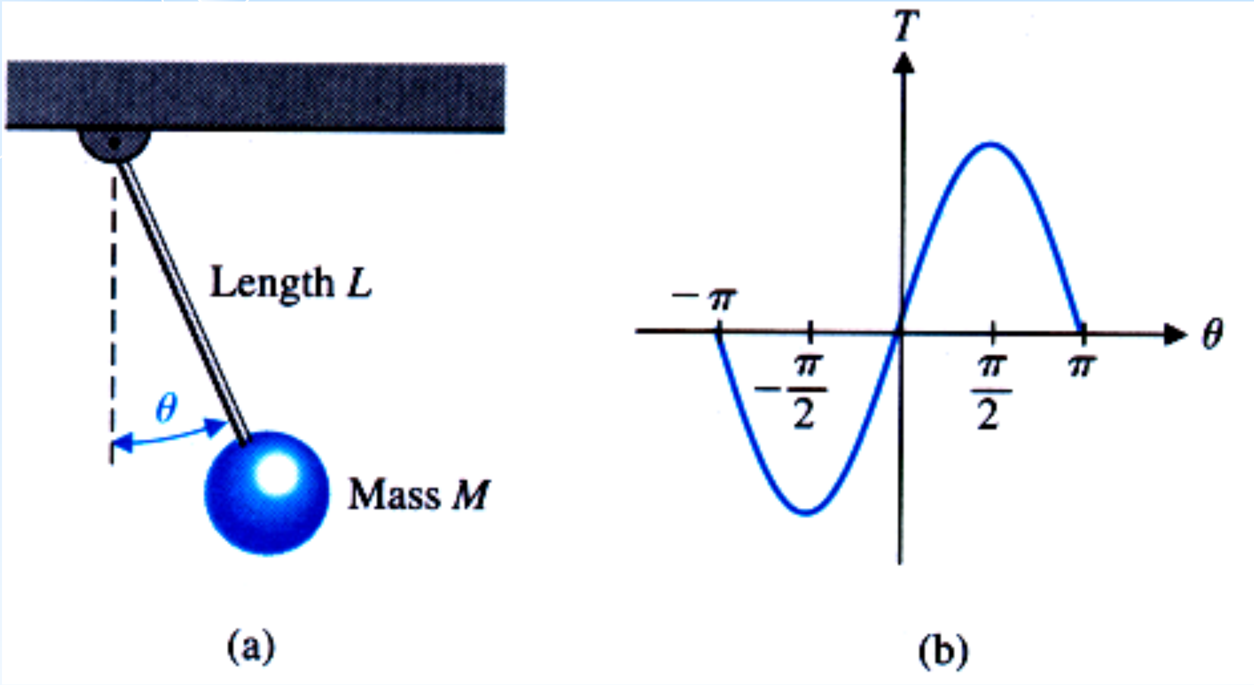
Substituindo-se $f(x)$ por sua aproximação linear, tem-se o sistema linearizado em torno do ponto estacionário.

$$\frac{dx}{dt} = f(x_s) + \left(\frac{df}{dt}\right)_{x_s} (x - x_s)$$

Aproximação linear

Exercício

O pêndulo oscilatório mostrado em (a) possui o comportamento não linear mostrado em (b). Linearize o sistema em torno do ponto de equilíbrio.



Escola de Extensão

FEAGRI

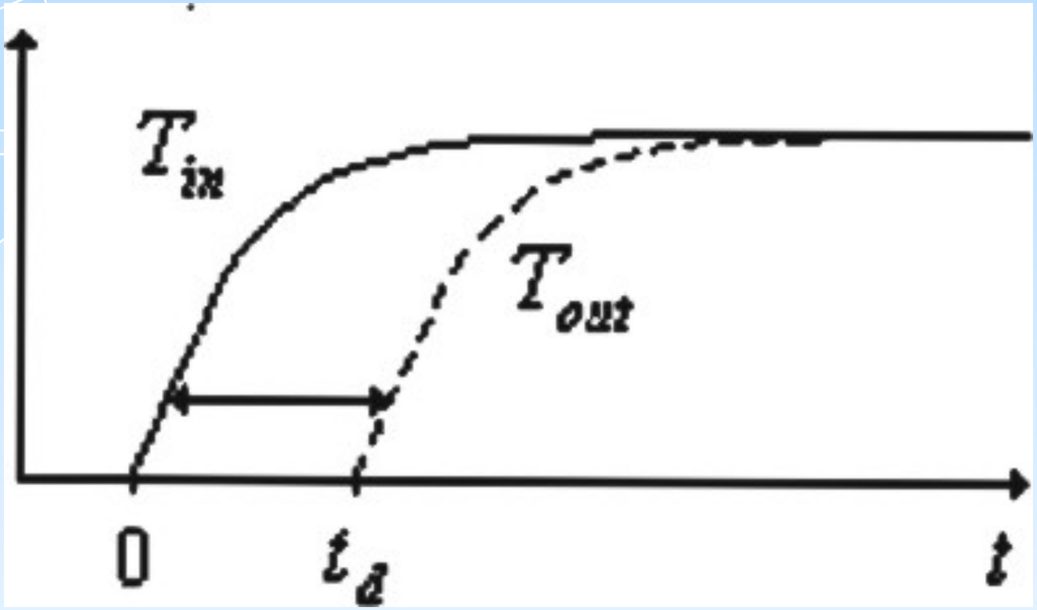
LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Capítulo 9 – Tempo morto ou de atraso

FEG 0651

Atraso por transporte

Efeito do atraso por transporte



$$T_{out}(t) = T_{in}(t - t_d)$$

Atraso por transporte

Aplicando-se a Transformada de Laplace em:

$$T_{out}(t) = T_{in}(t - t_d)$$

obtém-se a Função de Transferência:

$$\frac{T_{out}(s)}{T_{in}(s)} = e^{-t_d s}$$

Atraso por transporte

O termo $e^{-t_d s}$ pode ser obtido pela seguintes aproximações:

Maclaurin

$$e^{-t_d s} \cong \frac{1}{1 + t_d s + {t_d^2 s^2}/{2}}$$

Padé

$$e^{-t_d s} \cong \frac{1 - {t_d s}/{2}}{1 + {t_d s}/{2}}$$

Escola de Extensão

FEAGRI

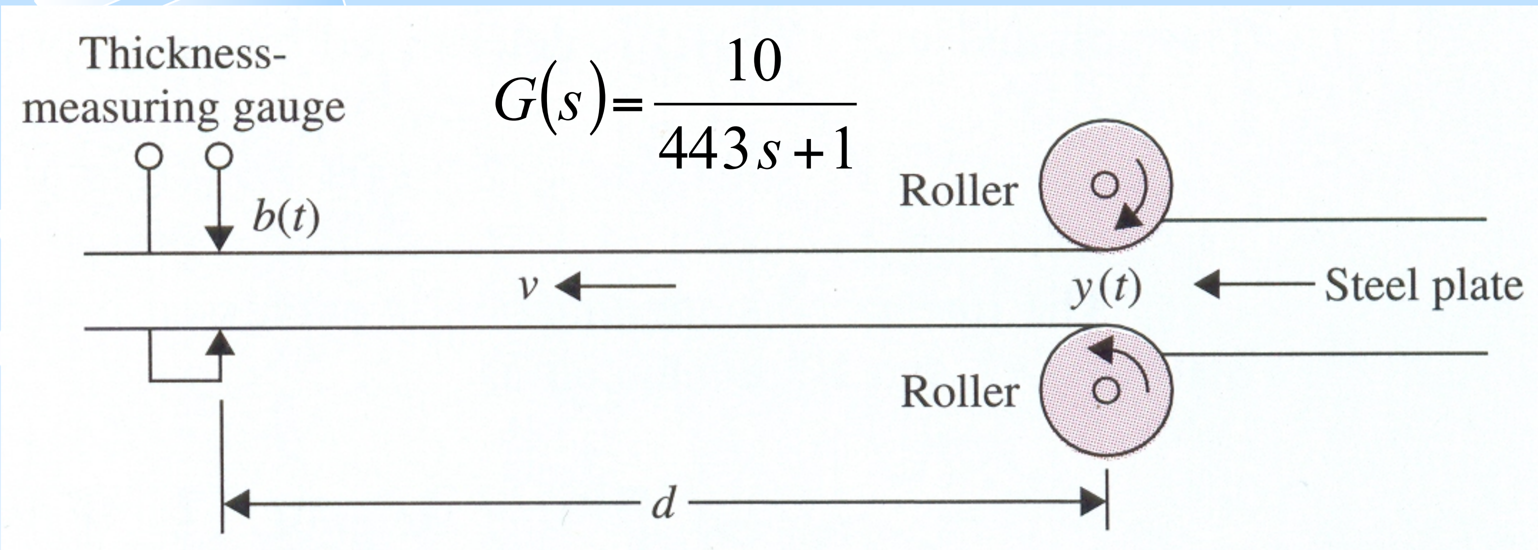
LIC Laboratório de Instrumentação e Controle

Atraso por transporte

Exercício

Considere que o sistema de laminação de chapas de aço da figura abaixo tenha a Função de Transferência:

$$G(s)=\frac{10}{443s+1}$$



Considere a introdução de um sensor de espessura a uma distância d=2[m] do laminador. Considere, ainda, que a chapa de aço seja produzida a uma velocidade v=0,01[m/s]. Simule o efeito da introdução do sensor. Utilize as aproximações de Maclaurin e de Padé e compare os resultados.