(7) Seja $z = e^y \phi(x-y)$, onde é uma função diferenciável de uma variável real. mostre que

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = e^y \phi(x-y) = e^y \phi'(x-y)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = e^y \phi(x-y) = e^y \phi(x-y) - e^y \phi'(x-y)$$

$$\cancel{e^y \phi'(x-y)} + e^y \phi(x-y) - \cancel{e^y \phi'(x-y)}$$

$$e^y \phi(x-y) = z$$

(8) Seja $\phi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável de uma variável real e seja $f(x,y) = (x^2+y^2)\,\phi\left(\frac{x}{y}\right)$. mostre que

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 2f$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = (x^2+y^2)\phi\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{(x^2+y^2)\,\phi'\left(\frac{x}{y}\right)}{y} + 2x\phi\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = (x^2+y^2)\phi\left(\frac{x}{y}\right) = 2y\phi\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{x(x^2+y^2)\,\phi'\left(\frac{x}{y}\right)}{y^2}$$

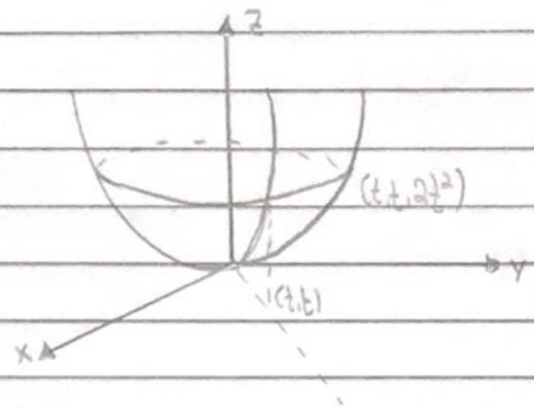
$$x \cdot \left(\frac{(x^2+y^2)\,\phi'\left(\frac{x}{y}\right)}{y} + 2x\,\phi\left(\frac{x}{y}\right)\right) + y \cdot \left(2y\,\phi\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{x(x^2+y^2)\,\phi'\left(\frac{x}{y}\right)}{y^2}\right) = 2f$$

(23) Seja $f(x,y) = x^2+y^2$ e seja $\gamma(t) = (t, t, z(t)) \in \mathbb{R}$ uma curva cuja imagem esta contida no grafico de f

a) Determine $z(t)$

$$z(t) = f(t,t) = 2t^2$$

b) Esboce os graficos de f e γ



c) Determine a reta tangente a γ no ponto $(1,1,2$

$$(x,y,z) = (1,1,2) + \lambda(1,1,4),\ \lambda \in \mathbb{R}$$

d) Seja T a reta do item c; T esta contido no plano da equação

$$z - f(1,1) = \frac{\partial f}{\partial x}(1,1)(x,-1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1,1)(y-1)$$

$(1,1,2)$ pertence ao plano e que $\gamma'(1)$ é ortogonal ao vetor

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,1),\ \frac{\partial f}{\partial y}(1,1) - 1$$