Exercícios lógica

Capítulo 1:

1 a) Não é fórmula (PQ)!
b) $(P \land Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \lor R)$
c) P
d) Não é fórmula
e) $(P \land Q) \rightarrow (Q \leftrightarrow \neg R)$

2 a) Não, pois

b) O alfabeto da lógica proposicional possui 3 tipos de símbolos sendo eles: proposições (P, Q, R, S), conectivos $(\lor, \land, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg)$ e os símbolos de pontuação (( )).

c) Sim, pois os símbolos de pontuação servem apenas para indicar a precedência, exemplo "$P \land Q$".

3 a) $((\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \land P_{10.000}$

$\text{comp}[((\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \land P_{10.000}] = \text{comp}[(\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)] + 1 + 1 = \text{comp}[\neg\neg P \lor Q] + \text{comp}[P \rightarrow Q] + 2 + 1 = \text{comp}[P \lor Q] + \text{comp}[P] + \text{comp}[Q] + 3 + 2 + 1 = \text{comp}[P] + \text{comp}[Q] + 6 + 1 + 1 + 1 = 9 + 2 = 11$

Subfórmulas $\{((\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \land P_{10.000}$; $(\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$; $\neg\neg P \lor Q$; $P \rightarrow Q$, $P_{10.000}$, P, Q, $P \lor Q\}$

b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))) = 11$

$\text{comp}[P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))] = \text{comp}[P] + \text{comp}[(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))] = \text{comp}[Q \rightarrow R] + \text{comp}[(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)] + 2 = \text{comp}[P \rightarrow R] + \text{comp}[P \rightarrow R] + 2 + 4 = 6 + 7 = 13 + 1 = 14$

Subfórmulas $\{P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$; P; R; $(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$; $Q \rightarrow R$; $(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$; $P \rightarrow R$

c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q = H$

$comp[H] = ((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q = comp[(P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P]$
$+ comp[Q] + 1 = comp[P \rightarrow \neg P] + comp[\neg P] + 2 + 1 = 3 +$
$4 + 2 + 1 = 10$

Subfórmulas $\{((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q ; Q, (P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P;$
$P \rightarrow \neg P ; \neg P$

d) $\neg(P \rightarrow \neg P) = H$

$Comp[\neg(P \rightarrow \neg P)] = comp[P \rightarrow \neg P] + 1 = comp[P]$
$+ comp[\neg P] + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 2$
Subfórmulas: $\{\neg(P \rightarrow \neg P) ; P \rightarrow \neg P; P, \neg P\}$

4) a) $(\neg\neg P \leftrightarrow ((\neg(\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow R) \wedge R)$

b) $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

c) $(P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

5) a) $((P \vee \neg Q) \rightarrow R) \leftrightarrow \neg R$

b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$

c) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow Q$

d) $(\neg\neg P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge P \neg\neg R)$

6) 3a) $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$
$\wedge (\vee \neg\neg PQ \leftrightarrow \rightarrow PQ) \wedge P_{10.000}$
$\leftrightarrow \vee \neg\neg PQ \rightarrow PQ \wedge P_{10.000}$
$\rightarrow \wedge \leftrightarrow \vee \neg\neg PQ \rightarrow PQ \; P_{10.000}$

7 a) Sim, como por exemplo $(P \wedge R)$ e $(R \wedge P)$

b) Não, é impossivel

10 a) A paridade da comp [H] sera sempre par

b) a relação é que os conectivos de H são elementos que devem ser contados na comp [H]

Capítolo 2

2 a) Sintaxe é compreendido pelo modo, formato, em que se construi a fórmula lógica, já a semantica pelo modo que se compreende tal fórmula.

3 Sim, pois nessa análise sendo verdadeira a pessoa pode ir apenas ao cinema, pode ir apenas ao teatro ou tambem pode ir ao dois não necessariamente no mesmo horário.

4 a) pode se concluir que enquanto $I[P] = T$ a $I[Q] \neq F$

b) conclue-se que a $I[Q] = T$

c) Conclue-se que $I[H] = T$

d) Conclue-se que $I[H] = T$

e) Conclue-se que $I[H] = F$

5 a) $(\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$

P	Q	$\neg P$	$\neg P \lor Q$	$P \rightarrow Q$	$(\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T

b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))) = H$

H	P	Q	R	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$	$(Q \rightarrow R)$	$((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow P \rightarrow R))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	F	F	T	F	T
T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	T	T
	F	F	F	T	T	T	T

5 c) $(P \to \neg Q) \leftrightarrow \neg P = H$

P	Q	¬P	¬Q	P → ¬Q	H
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

d) $Q \to \neg P$

Q	P	¬P	Q → ¬P
T	T	F	F
T	F	T	T
F	F	T	T
F	T	F	T

e) $(P \to (Q \to R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \to R) = H$

P	Q	R	Q → R	P → (Q → R)	P ∧ Q	(P ∧ Q) → R	H
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T

f) $(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R) = H$

R	P	¬P	R ∧ ¬P	P ∧ R	H
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T

5 g) $(P \to Q) \to (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q)) = H$

P	Q	$P \to Q$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow P$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \leftrightarrow Q$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	F	T	F	T

$((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q)$	H
T	T
F	T
T	T
T	T

h) $(false \to Q) \leftrightarrow R$

Q	R	$false \to Q$	$(false \to Q) \leftrightarrow R$
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	T	F

i) $True \to Q$

Q	$True \to Q$
T	T
F	F

J) $(P \to false) \leftrightarrow R = H$

P	R	$P \to false$	H
T	T	F	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	F

5 K) $P \to True$

P	$P \to True$
T	T
F	T

6

7) a) Pode se deduzir que a Interpretação da fórmula é falsa

b) Conclue se que é verdadeira

c) Conclue se que é verdadeiro

d) Pode se deduzir que independente de R a fórmula = T

e) Pode se deduzir que independente de R a fórmula = T

8)

a) Conclue se que $I[H] = T$

b) Conclue se que $I[H] = T$

10)

a) P = José irá a festa
Q = Maria gostará

$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

b) P = Novela sera exibida
Q = Programa político sera exibido

$Q \to P$

10 c) P = Chover
Q = ir para Casa
R = ficar no escritorio

$(P \to Q) \vee R$

d) P = Maria é bonita, inteligente e sensível
Q = Rodrigo ama maria
S = Rodrigo é feliz

$P \wedge (Q \to S)$

e) P = Sr Oscar é feliz
Q = Sra. Oscar é feliz

$(P \wedge \neg Q) \wedge (\neg P \wedge Q)$

f) P = Mauricio ira a festa
Q = Katia não ira a festa
S = Katia ficara infeliz

$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge S)$