



Universidade Federal do Pará - UFPA

Faculdade de Estatística - FAEST

Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística - PPGME

Instituto de Ciências Exatas e Naturais - ICEN

Disciplina: Estatística Matemática

Prof. Paulo Cerqueira Jr. - cerqueirajr@ufpa.br - <https://github.com/paulocerqueirajr>

Lista 6: Testes de hipóteses.

1-Questão: Uma fabrica de automovcis anuncia que seus carros consomem, em media, 11 litros por 100 km, com desvio padrao de 0,8 litro. Uma revista resolve testar essa afirmacao e analisa 35 automovcis dessa marca, obtendo 11,3 litros por 100 km como consumo medio (considerar distribuiçao normal). O que a revista pode concluir sobre o anuncio da fabrica, ao nivel de 10% ?

2-Questão: O consumidor de um certo produto acusou o fabricante, dizendo que mais de 25% das unidades fabricadas apresentam defeito. Para confirmar sua acusacao, ele usou uma amostra de tamanho 100, onde 28% das peças eram defeituosas. Mostre como o fabricante poderia refutar a acusacao. Utilize um nivel de significancia de 10%.

3-Questão: O salario medio dos empregados das industrias siderurgicas de um pais é de 3 salarios minimos com um desvio padrao de 1,3 salarios minimos. Uma industria é escolhida ao acaso e desta é escolhida uma amostra de 25 empregados, resultando um salario medio de 2,7 salarios minimos. Admitindo que o salario segue uma distribuicao Normal, podemos afirmar que esta industria paga salarios inferiores a media nacional, ao nivel de 5%?

4-Questão: Observou-se a producao mensal de uma industria durante varios anos, verificando-se que ela obedecia a uma distribuicao normal, com variancia 300. Foi adotada uma nova tecnica de producao e, durante 24 meses, observou-se a producao mensal. Apos esse periodo, constatou-se que $\bar{X} = 10000$ e $S^2 = 400$. Ha razoes para se acreditar que a variancia mudou, ao nivel de 10% ?

5-Questão: Os novos operarios de uma empresa sao treinados a operarem uma maquina, cujo tempo X (em horas) de aprendizado é anotado. Observou-se que X segue de perto a distribuicao $N(25, 100)$. Uma nova tecnica de ensino, que deve melhorar o tempo de aprendizado, foi testada em 16 novos empregados, os quais apresentaram 20,5 horas como tempo medio de aprendizado. Usando o p-valor, voce diria que a nova tecnica é melhor que a anterior?

6-Questão: Um fabricante de um certo tipo de aço especial afirma que seu produto tem um severo serviço de controle de qualidade, traduzido pelo desvio padrão da resistência à tensão, que não é maior do que 5% por cm^2 . Um comprador, querendo verificar a veracidade da afirmação, tomou uma amostra de 11 cabos e submeteu-a a um teste de tensão. Os resultados foram: $\bar{X} = 263$ e $S^2 = 48$. Estes resultados trazem alguma evidência contra a afirmação do fabricante? (Use $\alpha = 0.05$)

7-Questão: A receita média, em porcentagem, dos quase 600 municípios de um estado tem sido 7%. O governo pretende melhorar este índice e, para isso, está estudando alguns incentivos. Para verificar os efeitos desses incentivos, sorteou 10 cidades e estudou quais seriam as porcentagens investidas neles. Os resultados foram, em porcentagem, 8, 10, 9, 11, 8, 12, 16, 9, 13, 13. Admitindo-se que esses números realmente venham a ocorrer, os dados trazem evidências de melhoria? (Use $\alpha = 0.01$)

8-Questão: Um fabricante garante que 90% dos equipamentos que fornece a uma fábrica estão de acordo com as especificações exigidas. O exame de uma amostra de 200 peças desse equipamento revelou 25 defeituosas. Teste a afirmativa do fabricante, nos níveis de 5% e 1%.

9-Questão: Os produtores de um programa de TV pretendem modificá-lo se for assistido regularmente por menos de um quarto dos possuidores de televisão. Uma pesquisa encomendada a uma empresa especializada mostrou que, de 400 famílias entrevistadas, 80 assistem ao programa regularmente. Com base nos dados, qual deve ser a decisão dos produtores?

10-Questão: Suponha que estamos testando $H_0 : p = 0.5$ contra $H_1 : p \neq 0.5$, e que, para uma amostra de tamanho $n = 10$, decidimos pela região crítica $RC = \{0, 1, 2, 8, 9, 10\}$.

- Determine o nível de significância α .
- Calcule o poder do teste para $p = 0, 2, 0, 4; 0, 6; 0, 8$. Faça um grifeio do poder como função de p .
- Qual o poder do teste para $p = 0, 5$?

11-Questão: Uma grande indústria automobilística está decidindo se compra a marca A ou B de pneus para seus novos modelos. Para ajudá-lo a chegar a uma conclusão, um experimento é conduzido usando-se 12 pneus de cada marca. Os pneus são usados até o desgaste. Os resultados são: $\bar{x}_1 = 37900km$ e $s_1 = 5100km$, referentes à marca A, e $\bar{x}_2 = 39800km$ e $s_2 = 5900km$, referentes à marca B. Teste a hipótese de que não há diferenças no desgaste médio de duas marcas. Assuma que as populações são aproximadamente normais com variâncias iguais e 5% como nível de significância.

12-Questão: Em um estudo conduzido pelo Departamento de Nutrição Humana e Alimentee da Universidade da Virgínia, foram registradas os dados de comparação dos resíduos de ácido súrbico, em partes por milhão, em presunto imediatamente depois de mergulhado em uma solução de sorbato e após 60 dias de armazenamento. Assumindo que os resultados são nomeabrosos, distribuídos, há evidência mediante uma nível de significância de 0,05, para dizermos que o tempo de armazenamento influencia as concentrações residuais de ácido sofrisco?

| Fatiã | Antes | Depois |
|------------------|------------------|--------|
| do armazenamento | do armazenamento | |
| 1 | 224 | 116 |
| 2 | 270 | 96 |
| 3 | 400 | 239 |
| 4 | 444 | 329 |
| 5 | 590 | 437 |

| Fatiã | Antes | Depois |
|-------|-------|--------|
| 6 | 660 | 597 |
| 7 | 680 | 576 |

13-Questão: Num estudo comparativo do tempo médio de adaptação dos empregados de um grande complexo bancário, uma amostra aleatória, de 50 homens e 50 mulheres, produziu os seguintes resultados:

| Estatísticas | Homens | Mulheres |
|--------------------|----------|----------|
| Tamanho da Amostra | 50 | 50 |
| Médias | 3,2 anos | 3,7 anos |
| Desvio-padrão | 0,8 anos | 0,9 anos |

Que conclusões você pode tirar para a população de homens e mulheres desse banco? (Use $\alpha = 0.05$)

14-Questão: Numa determinada empresa, empregados que desempenham a mesma função têm salários diferentes em função do tempo de casa e bonificações por desempenho. Segundo a empresa, o desvio-padrão para o salário de uma certa função é de *RS150, 00*. Entrevistando 5 funcionários que desempenham essa mesma função, verificou-se que seus salários eram, respectivamente,

RS1.000; RS1.200; RS1.500; RS1300; RS900.

Testar a afirmação da empresa com significância de 5%, supondo que os salários sejam normalmente distribuídos.

15-Questão: Uma caixa de folérios de certa marca vem com a inscrição: "contém, em média, 40 palitos". Segundo o fabricante, o desvio-padrão é de, no máximo, dois palitos. Em uma amostra com 31 caixas, entretanto, foi encontrado um desviopadrão amostral de 3 palitos. Supondo que o número de palitos por caixa seja uma variável normal, teste a afirmativa do fabricante utilizando um nível de significância de 1%.

16-Questão: Observou-se a produção mensal de uma indústria durante vários anos, verificando-se que ela obedecia a uma distribuição normal, com variância 300. Foi adotada uma nova técnica de produção e, durante 24 meses, observou-se a produção mensal. Após esse período, constatouse que e . Ha razoes para se acreditar que a variancia mudou, ao nível de 20%?

17-Questã: Diversas politicas em relacao as filiais de uma rede de supermercados estas associaces ao gasto medio dos clientes em cada compra. Deesjo-te comparar esse parametro para duas novas filiais, por meio de duas amostras de 50 clientes cada. As medias obtidas foram de 62 e 71, respectivamente. Sabe-se que o desvio padrao, em ambos os casos, deve ser da ordem de 20 unidades. E possivel afirmar que o gasto medio nas duas filiais seja o mesmo? Caso contratio, ele um intervalo de confianca para a diferenca.

18-Questão: Para investigar a influencia da opaco profissional sobre o salario inicial de recém-formades, investigaram-se dois grupos de profissionais: um de liberais (L.) em geral e outro de formados

em Administracao de Empresas (A.E.). Com os resultados abaixo, expressos em salaries minimos, quais seriam suas conclusoes? (Use $\alpha = 5\%$)

| Liberais | 6.6 | 10.3 | 10.8 | 12.9 | 9.2 | 12.3 | 7.0 | |
|-----------------|-----|------|------|------|------|------|-----|------|
| Administradores | 8.1 | 9.8 | 8.7 | 10.0 | 10.2 | 8.2 | 8.7 | 10.1 |

19-Questão: Dois programas de treinamento de funcionarios foram efetuados. Os 21 funcionarios treinados no programa antigo apresentaram uma variancia 146 em suas taxas de erro. No novo programa, 13 funcionarios apresentaram uma variancia de 200. Sendo $\alpha = 5\%$, pode-se concluir que a variancia 4 diferente para os dois programas.

21-Questão: Um personal trainer garante que uma pessoa que faca ginastica sob a sua supervisao por um mas perdera peso sem necessitar fazer qualquer tipo de dieta especial. Para testar a afirmaaco do personal trainer, seleciona-se uma amostra de 7 pessoas e toma-se os seus pesos antes do inicio do programa de ginasticas. As 7 pessoas sao entao submetidas ao treinamento oferecido pelo personal trainer durante 1 mas, com a recomendacao de ano alterar seus habitus alimentares nem seu modo de vida. Apes o mas de treinamento, os pesos das 7 pessoas sao novamente medicoe, resultando na tabela abaixo.

22-Questão: Um epidemiologista quer estudar os efeitos de duas vacinas anti-rabicas para verificar qual e a mais efetiva. Ele dividiu um grupo de individuos que si foram vacinados anteriormente contra a raiva das duas amostras. Os individuos da amostra 1 recuperam uma dose extra da vacina do tipo 1 e os individuos da amostra 2 receberam uma dose extra da vacina do tipo 2. As respostas dos anti-corpos foram medidas duas semanas depois, resultando nos seguintes dados (unidades arbitrarrias):

| Estatisticas | Amostra 1 | Amostra 2 |
|--------------------|-----------|-----------|
| Tamanho da Amostra | 10 | 9 |
| Medias | 4.5 | 2.5 |
| Desvio-padrao | 2.5 | 2 |

O epidemiologista pode concluir que a vacina 1 e mais eficaz que a vacina 2? Considere $\alpha = 0,05$.

22-Questão: Seja X uma variável aleatória com função de densidade

$$f(x|\theta) = \theta^2 x e^{-\theta x}, \quad x > 0, \theta > 0.$$

Queremos testar $H_0 : \theta = 1$ versus $H_1 : \theta = 2$.

i. Qual é a região crítica se $n = 5$ e $\alpha = 0,05$?

ii. Se $n = 1$, qual é o teste que minimiza $\alpha + \beta$? E qual o valor de $\alpha + \beta$?

23-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim N(\mu, 1)$. Queremos testar $H_0 : \mu = 0$ versus $H_1 : \mu = 1$. Encontre n que produz o teste mais poderoso com $\alpha = \beta = 0,05$. ::

24-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória X com função de densidade dada por

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0.$$

i. Mostre que o teste mais poderoso para testar $H_0 : \theta = 1$ versus $H_1 : \theta = 2$, rejeita H_0 , se e somente se, $\sum_{i=1}^n -\log x_i \leq a$, onde a é uma constante.

ii. Sendo $n = 2$ e $\alpha = (1 - \log 2)/2$, qual a região crítica?

25-Questão: Seja X uma única observação da função de densidade

$$f(x|\theta) = (2\theta x + 1 - \theta)I_{(0,1)}(x)$$

Queremos testar $H_0 : \theta = 0$ versus $H_1 : \theta = 1$.

i. Obtenha o teste mais poderoso com nível de significância α .

ii. Se $\alpha = 0,05$ e $x = 0,8$, qual a sua conclusão?

26-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim \text{Poisson}(\theta)$.

i. Encontre o teste UMP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta > \theta_0$.

ii. Seja $\alpha = 0,05$, faça o gráfico da função poder para $\theta_0 = 1$ e $n = 25$ (use o Teorema do limite central).

27-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim N(\mu_X, 1)$ e sejam Y_1, \dots, Y_m uma amostra aleatória da variável aleatória $Y \sim N(\mu_Y, 4)$ sendo as amostras independentes.

i. Determine o teste mais poderoso para testar

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y = 0 \quad \text{versus} \quad H_1 : \mu_X = \mu_Y = 1$$

ii. Sendo $n = 9$, $\sum x_i = 3,95$; $m = 4$; $\sum y_i = 2,03$. Qual a sua conclusão ao nível de significância de 5%? E qual o poder do teste?

28-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória X com função de densidade

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} x^{(1-\theta)/\theta}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0.$$

Queremos testar $H_0 : \theta \leq \theta_0$ versus $H_1 : \theta > \theta_0$.

i. Encontre o teste UMP de nível α (se existir).

ii. Se $n = 2$, $\theta_0 = 1$ e $\alpha = 0,05$, encontre a região crítica.

29-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim N(0, \sigma^2)$.

i. Encontre o teste UMP para testar $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ versus $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$.

ii. Seja $\alpha = 0,05$, $n = 9$ e $\sigma_0^2 = 9$, faça o gráfico da função poder.

30-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim \exp(\theta)$.

i. Encontre o teste da razão de verossimilhanças generalizada para testar

$$H_0 : \theta = 1 \quad \text{versus} \quad H_1 : \theta \neq 1.$$

ii. Se você observar $n = 5$; $x_1 = 0,8$; $x_2 = 1,3$; $x_3 = 1,8$; $x_4 = 0,9$ e $x_5 = 1,0$, qual a sua decisão ao nível de 5%?