



Universidade Federal do Pará - UFPA

Faculdade de Estatística - FAEST

Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística - PPGME

Instituto de Ciências Exatas e Naturais - ICEN

Disciplina: Estatística Matemática

Prof. Paulo Cerqueira Jr. - cerqueirajr@ufpa.br - <https://github.com/paulocerqueirajr>

Lista 5: Intervalos de confiança.

1-Questão: De 1.000 válvulas fabricadas por uma companhia retira-se uma amostra de 30 válvulas, e obtém-se a vida média de 650 horas e o desvio padrão de 60 horas.

- a. Qual o I.C. de 99% para a vida média das válvulas?
- b. Que tamanho deve ter a amostra para que seja de 95% a confiança na estimativa $650 \pm 23,22$?

2-Questão: Em uma pesquisa de mercado, acerca da preferência pelo produto X, 300 consumidores foram entrevistados, sendo que 100 declararam consumir o produto.

- a. O fabricante quer que você determine um intervalo de 95% para a proporção populacional de pessoas que consomem o produto.
- b. Um dos diretores do fabricante exige que o intervalo de confiança para a proporção populacional tenha 99% de confiança, com um erro máximo de 2,5%. A amostra retirada satisfaz estes critérios?

3-Questão: Os valores da venda mensal de determinado artigo tem distribuição aproximadamente normal com desvio padrão de R\$500,00. O gerente da loja afirma vender, em média, R\$34.700,00. O dono da loja, querendo verificar a veracidade de tal afirmativa, seleciona uma amostra aleatória das vendas em determinado mes, obtendo os seguintes valores:

33840,00 32960,00 41815,00 35060,00 35050,00

32940,00 32115,00 32740,00 33590,00 33010,00

- a. Obtenha o intervalo de confiança para a venda média mensal com nível de significância de 5%.
- b. Obtenha o intervalo de confiança para a venda média mensal com nível de significância de 1%.
- c. Em qual dos dois níveis de significância podemos afirmar que o gerente se baseou para fazer a afirmativa?

4-Questão: Uma associação de estudantes universitários de uma grande universidade deseja saber a opinião dos alunos sobre a proposta da reticuta sobre o preço do bandeirão. Para isso, seleciona aleatoriamente uma amostra de 200 estudantes, das quais 120 são favoráveis à proposta da reticuta.

- Construa um intervalo de confiança para a verdadeira proporção de alunos favoráveis à política da reticuta, ao nível de significância de 2%.
- Qual é a margem de erro em (a)?
- Qual deverá ser o tamanho da amostra para se ter um erro de no máximo 5%, com nível de confiança de 98%?

5-Questão: A amplitude de um IC, está relacionada com o tamanho amostral n , com a variabilidade σ e com a confiança γ estabelecida pelo pesquisador. Nas afirmações abaixo, assinale (V) (verdadeiro) ou F (falso).

- () Quando aumentamos o valor de n , mantendo fixos os valores de σ e γ a amplitude do IC aumenta e, consequentemente, o erro também aumenta.
- () Quanto maior a variabilidade dos dados, fixados os valores de n e γ , maior é o erro da estimativa intervalar.
- () Quando aumentamos o valor de γ , mantendo fixos os valores de σ e n , o intervalo passa a ser mais preciso, ou seja, tem uma amplitude menor.
- () Para ter um erro menor na estimativa, deve-se aumentar os valores de σ e n .

6-Questão: A Polícia Rodoviária Estadual fez recentemente uma pesquisa secreta sobre as velocidades desenvolvidas na PA 140 das 23h às 2h. No período de observação, 100 carros passaram por um aparelho de radar a uma velocidade média de 112 km/h, com desvio padrão de 22 km/h. Construa um intervalo de 95% de confiança para a média da população.

7-Questão: A fim de estimar o tempo médio, por operário, para executar uma tarefa, acertou-se uma amostra de 16 operários, incluindo-se o tempo de execução de cada um. Sabendo-se que o tempo médio amostral foi de 85 minutos, e o desvio padrão foi de 12 minutos, construa um IC. para o tempo médio de execução

- com 90% de confiança;
- com 99% de confiança.

8-Questão: Uma amostra de 10.000 itens de um lote de produção foi inspecionada, e o número de defeitos por item foi registrado na tabela abaixo:

Determine os limites de confiança para a proporção de itens defeituosos na população, com coeficiente de confiança de 98%.

9-Questão: Uma das formas de avaliar a qualidade de um certo tipo de aço especial é através do desvio padrão da resistência à tensão. Uma amostra de 11 cabos de aço do tipo acima produziu resistência média de 263 e variância igual a 48. Construa um IC, para a variância da resistência à tensão, com coeficiente de 92%.

10-Questão: Uma amostra aleatória de 625 donas de casa revela que 70% delas preferem a marca A de detergente. Construir um intervalo de confiança para p que representam a proporção das donas de casa que preferem A, com coeficiente de confiança $\gamma = 90\%$.

11-Questão: Estão sendo estudados dois processos para conservar alimentos, cuja principal variável de interesse é o tempo de duração destes. No processo A, o tempo X de duração segue a distribuição $N(\mu_A, 100)$, e no processo B o tempo Y obedece à distribuição $N(\mu_B, 110)$. Sorteiam-se duas amostras independentes: a de A, com 16 latas, apresentou tempo médio de duração igual a 50, e a de B, com 25 latas, duração média igual a 60.

- Construa um IC para μ_A e μ_B , separadamente.
- Para verificar se os dois processos podem ter o mesmo desempenho, decidiu-se construir um IC para a diferença $\mu_A - \mu_B$. Existe alguma evidencia de igualdade dos processos?

12-Questão: A professora de Estatística está interessada em estimar a diferença das faltas nos turnos da manhã e da tarde. Ela toma duas amostras aleatórias de cada turno, obtendo os resultados:

Dturno: $n_1 = 15$ dias, $\bar{X}_1 = 7,8$ dias de falta, $S_1 = 4,3$ dias.

Noturno: $n_2 = 11$ dias $\bar{X} = 9,3$ dias de falta, $S_2 = 4,1$ dias

Baseado nessa evidencia, a professora conclui que a turma da tarde está sendo mais negligente com a disciplina. Comente essa conclusão considerando 95% de confiança. (Considere que os desvios padrões populacionais são iguais).

13-Questão: O peso de um componente mecânico é uma vez com distribuição normal com média μ e variância σ^2 , desconhecidos. Pretende-se estudar a variabilidade do processo de produção e, para isso, uma amostra com $n = 11$ componentes foi avaliada. Os pesos(ξ) são dados

98 97 102 100 98 101 102 105 95 102 100

Determine o intervalo de confiança para a variância populacional, com $\gamma = 0.95$.

14-Questão: Deseja-se comparar a qualidade de um produto produzido por duas indústrias. Essa qualidade será definida pela uniformidade com que o produto é produzido. Tomaram-se duas amostras, uma de cada indústria, medindo-se o tamanho dos produtos (cm).

- A qualidade das duas fábricas é a mesma? Caso a sua resposta seja negativa, de um intervalo de confiança para indicar a intensidade dessa desigualdade.
- Construir um IC. 99% para a diferença entre as medias de A e B.

15-Questão: Suponha que uma associação de defesa de consumidores deseja estimar o consumo médio um novo modelo de automóvel que será lançado no mercado. Para fazer esta verificação, a associação observa uma amostra de 10 veículos, conduzidos por motoristas treinados, num percurso de 100 milhas. O consumo, em galões, foi registrado com os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 43,28 \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 188.4886$$

Assumindo que estes valores representam uma amostra aleatoria de uma variável normalmente distribuída com média μ e variância σ^2 .

- a. Calcule estimativas pontuais para μ e σ^2 .
- b. Calcule um intervalo de 75% de confiança para σ^2 .

16-Questão: Num estudo comparativo do tempo médio de adaptação dos empregados de um grande complexo bancário, uma amostra aleatória, de 50 homens e 50 mulheres, produziu os seguintes resultados:

Que conclusões você pode tirar para a população de homens e mulheres desse banco? (Use $\gamma = 0.95$)

17-Questão: Deseja-se comparar a qualidade de um produto produzido por duas fábricas. Essa qualidade será definida pela uniformidade com que o produto é produzido em cada fábrica. Tomaram-se duas amostras, uma de cada fábrica, medindo-se o comprimento dos produtos (os resultados estão no quadro abaixo). A qualidade das duas fábricas é a mesma? Use $\gamma = 0.9$

18-Questão: Uma amostra de 15 trabalhadores da fábrica A demora, em média, 14 minutos para completar uma tarefa, com um desvio padrão de quatro minutos. Uma amostra de 17 trabalhadores da fábrica B demora, em média, 12 minutos para completar a mesma tarefa, com desvio padrão igual a três minutos. Supondo normalidade das amostras e variâncias populacionais iguais, construa um I.C. de 95% para a diferença entre as duas medias populacionais, verificando em qual fábrica o desempenho é melhor.

19-Questão: Suponha que estejamos interessados em estimar a porcentagem p de consumidores de um certo produto. Se a amostra de tamanho 225 forneceu 60 indivíduos que consomem o dado produto, determine:

- a. O I.C. de p , com coeficiente de confiança de 99% (interprete o resultado).
- b. O tamanho da amostra para que o erro da estimativa não exceda a 0,03 unidades com probabilidade de 95%?

20-Questão: Diversas políticas em relação às filiais de uma rede de supermercados estão associadas ao gasto medido dos clientes em cada compra. A fim de comparar este parâmetro entre duas novas filiais, observou-se duas amostras de 50 clientes cada. As medias obtidas foram 62 e 71, respectivamente. Sabe-se que o desvio padrão, em ambos os casos, deve ser da ordem de 20 unidades. Construa um I.C. para a diferença entre os gastos médios das duas filiais. Pode-se afirmar que há diferenças nas duas filiais? (Usar $\gamma = 0.9$)

21-Questão: Para investigar a influência da opção profissional sobre o salário inicial de recém-formados, investigaram-se dois grupos de profissionais: um de liberais em geral e outro de formados em Administração de Empresas. Os valores dos salários iniciais estão descritos abaixo:

Liberais	6.6	10.3	10.8	12.9	9.2	12.3	7.0
Administradores	8.1	9.8	8.7	10.0	10.2	8.2	8.7

Baseado nos dados coletados, os grupos apresentam o mesmo salário inicial? Utilize $\gamma = 0.9$.

22-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim \text{Exp}(\theta)$. Mostre que a distribuição da quantidade pivotal

$$-2\theta \sum_{i=1}^n \log X_i$$

é quiquadrado com $2n$ graus de liberdade.

23-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de tamanho n da variável aleatória X com distribuição uniforme no intervalo $(0, \theta)$. Mostre que a distribuição de $Q(X, \theta) = X_{(n)}/\theta$ é dada por $f_{Q(q)} = nq^{n-1}I_{[0,1]}(q)$. Considere o intervalo

$$\left[X_{(n)}; \frac{X_{(n)}}{\alpha^{1/n}} \right]$$

Encontre seu coeficiente de confiança.

24-Questão: Seja X uma única observação da densidade

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0.$$

- Mostre que $-\theta \log X$ é uma quantidade pivotal e use-a para construir um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - \alpha$.
- Seja $Y = (-\log X)^{-1}$. Encontre o coeficiente de confiança associado ao intervalo $(Y/2, Y)$.

25-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim N(\theta, \theta)$. Sugira uma quantidade pivotal para construir um intervalo de confiança para θ com $\gamma = 1 - \alpha$.

26-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória X com função de densidade de probabilidade dada por

$$f(x|\theta) = I_{(\theta-1/2, \theta+1/2)}(x).$$

Seja $[X_{(1)}; X_{(n)}]$ um intervalo de confiança para θ . Calcule seu coeficiente de confiança. Mostre que o resultado vale para qualquer distribuição simétrica em torno de θ .

27-Questão: Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória X com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x|\theta) = \theta e^{-\theta x}; \quad x > 0, \quad \theta > 0.$$

Encontre intervalos de confiança para $E(X)$ e $Var(X)$ com coeficientes de confiança $\gamma = 1 - \alpha$.