

Métodos computacionais em estatística

Lista 1

AUTOR

Paulo Cerqueira Jr  

AFILIAÇÕES

Faculdade de Estatística - FAEST

Universidade Federal do Pará - UFPA

Exercício 1. Implemente algoritmo para método congruencial misto com $x_0 = 5$, $a = 5$, $c = 1$ e $m = 16$. Obtenha os 32 primeiros números da sequência x_1, x_2, \dots , e observe se existe alguma repetição de série.

Exercício 2. Se $x_0 = 5$ e $x_n = 3x_{n-1} \bmod 150$, encontre x_1, x_2, \dots, x_{10} .

Exercício 3. Com $x_1 = 23$, $x_2 = 66$ e $x_n = 3x_{n-1} + 5x_{n-2} \bmod 100$, $n \geq 3$, podemos calcular a sequência $u_n = x_n/100$, $n \geq 1$.

- Imprima os 14 primeiros termos da sequência de u_n .
- Faça um histograma dos 1000 primeiros termos da sequência de u_n .

Exercício 4. Implemente o método da transformação inversa para gerar da distribuição Normal truncada sem utilizar as funções `pnorm` e `dnorm`. Utilize a função `integrate` para calcular a função de distribuição acumulada em um ponto. Use a função `qnorm`, visto que neste caso fica complicado implementar este método sem o uso desta função.

Exercício 5. Implemente uma função para gerar amostras de tamanho n da variável aleatória com função densidade de probabilidade é dada por

$$f(y) = \begin{cases} \frac{x-2}{2}, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 2 - \frac{x}{3}, & \text{se } 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

Apresente as contas necessárias.

Exercício 6. Implemente uma função para gerar amostras de tamanho n da variável aleatória com função de distribuição é dada por

$$F(y) = 1 - \exp\{-\alpha x^\beta\}, \text{ se } 0 \leq x < \infty$$

Apresente as contas necessárias.

Exercício 7. Escreva uma função para gerar variáveis aleatórias com distribuição Lognormal(μ , σ^2) usando o método da transformação. Gere amostras de tamanho 1000 e compare através de histogramas com a função densidade da distribuição `lognormal` dada pela função `dlnorm` do R.

Exercício 8. Usando o método da rejeição, gere da distribuição Normal truncada entre a e b . Apresente as contas para encontrar a probabilidade de aceitação.

Exercício 9. Pesquise algum pacote do R em que o método da rejeição adaptativa está implementado e gere amostras das distribuições `Gama` e `Beta`. Considere diferentes valores para os parâmetros destas

distribuições.

Exercício 10. Implemente o algoritmo `SIR` para amostrar da distribuição *Slash* utilizando a distribuição *t-student* com grau de liberdade pequeno.

Exercício 11. Implemente o algoritmo `SIR` para amostrar da distribuição normal assimétrica

Exercício 12. Implemente o algoritmo para gerar da distribuição geométrica.

Exercício 13. Implemente a versão otimizada do algoritmo para gerar da distribuição Poisson e faça comparações do tempo computacional com o algoritmo inicial. Utilize o pacote `microbenchmark` para comparar.

Exercício 14. Compute uma estimativa Monte Carlo de

$$\int_0^{0.5} \sin t dt,$$

e compare sua estimativa com o valor exato da integral.

Exercício 15 Estime as seguintes quantidades via simulação Monte Carlo:

a. $\int_0^1 (1 - x^2)^{3/2} dx;$

b. $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx;$

c. $\int_0^1 \int_0^1 \exp(x + y)^2 dx dy.$

Exercício 16 Escreva uma função para computar uma estimativa Monte Carlo de uma função de distribuição `Beta(3,2)`, e use a função para estimar $F(x)$ nos pontos $x = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$. Compare os valores encontrados com os encontrados pela função `pbeta` do `R`.