

Inferência Estatística I

Lista 3

AUTOR

Paulo Cerqueira Jr  

AFILIAÇÕES

Faculdade de Estatística - FAEST

Universidade Federal do Pará - UFPA

Exercício 1 Em estudos de genética, o modelo Binomial é frequentemente utilizado, exceto quando a observação $x = 0$, pois é impossível de ocorrer. Nestes casos, a amostragem será realizada a partir da seguinte distribuição truncada:

$$P(X = x) = \begin{cases} \binom{m}{x} p^x (1-p)^{m-x} / [1 - (1-p)^m], & \text{se } x \in \{1, 2, \dots, m\} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Encontre o EMV para p para quando $m = 2$ e o tamanho da amostra é n .

Exercício 2 Sejam X_1, \dots, X_n uma a.a. da v.a. $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.

Encontre o EMV para λ .

Exercício 3 Seja X_1, \dots, X_n uma a.a. de $X \sim \text{Unif}(\theta, \theta + 1)$.

- Obtenha um estimador via método de momentos.
- Obtenha um estimador via método da máxima verossimilhança.

Exercício 4 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. $X \sim \text{Gama}(2, 1/\theta)$.

- Obtenha o EMV para θ .
- Obtenha a distribuição para grandes amostras do estimador obtido no item a).

Exercício 5 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. X , com função de densidade dada por:

$$f(x | \theta) = \frac{x+1}{\theta(\theta+1)} \exp\left\{-\frac{x}{\theta}\right\}, \quad x > 0, \theta > 0.$$

- Obtenha o EMV para θ .
- Obtenha a distribuição para grandes amostras do estimador obtido no item a).
- Obtenha um estimador via método de momentos.

Exercício 6 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. $X \sim \text{Poisson}(\theta)$. Seja $g(\theta) = \exp\{-\theta\}$.

- Obtenha o EMV para $g(\theta)$.
- Obtenha a distribuição para grandes amostras do estimador obtido no item a).

Exercício 7 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. $X \sim N(0, \sigma^2)$.

- Obtenha o EMV para σ^2 .

b. Obtenha o EMV para σ .

Exercício 8 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. X , com função de densidade dada por:

$$f(x | \theta) = \theta(1+x)^{-(1+\theta)} I_{(0,\infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

a. Obtenha o EMV para $1/\theta$.

b. Obtenha a distribuição para grandes amostras do estimador obtido no item a).

c. Obtenha um estimador via método de momentos.

Exercício 9 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. $X \sim \text{Poisson}(\theta)$. Seja $g(\theta) = (1 + \theta) \exp\{-\theta\}$.

Obtenha o EMV para $g(\theta)$.

Exercício 10 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. X , com função de densidade dada por:

$$f(x | \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x), \quad \theta > 0.$$

a. Encontre o EMV para θ .

b. Encontre o EMV para $g(\theta) = \frac{\theta}{1+\theta}$.

Exercício 11 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. X , com função de densidade dada por:

$$f(x | \theta) = \frac{2x}{\theta^2}, \quad 0 < x < \theta, \theta > 0.$$

a. Obtenha o EMV para $g(\theta) = \theta + \theta^2$.

b. Obtenha um estimador para θ via métodos de momentos.

Exercício 12 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. X , com função de densidade dada por:

$$f(x | \theta) = \frac{\theta}{x^2}, \quad x > \theta, \theta > 0.$$

a. Obtenha o EMV para θ .

b. Obtenha o EMV para $g(\theta) = E\left(\frac{1}{X}\right)$.

Exercício 13 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória obtida a partir da distribuição:

$$f(x) = \exp\{-(x - \theta)\} I_{(\theta,\infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

a. Obtenha o EMV para θ .

b. Obtenha um estimador para θ via métodos de momentos.

Exercício 14 Seja Y_1, \dots, Y_n variáveis aleatórias independentes com $Y_i \sim N(\alpha + \beta x_i, \sigma^2)$, em que x_i é conhecido para todo $i = 1, \dots, n$.

Encontre o EMV para α , β e σ^2 .

Exercício 15 Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da v.a. $X \sim \text{Ber}(\theta)$.

- a. Encontre o EMV para $\text{Var}(X)$.
- b. Obtenha a distribuição para grandes amostras do estimador obtido no item a).