EQUILÍBRIO GERAL COMPUTÁVEL: IMPLEMENTANDO O MINIMAL NO R

Paulo Felipe Oliveira
paulofelipe
paulofelipeao

Resumo

Este documento tem o objetivo de discutir a implementação de um modelo de equilíbrio geral simples no R usando o pacote 'emr'. Como exemplo, utiliza-se o MINIMAL que é um modelo desenvolvido com propósitos educacionais pelos criadores do GEMPACK. Este modelo é de um único país com múltiplos setores, múltiplas fontes de demanda e comércio internacional.

1. INTRODUÇÃO

Os modelos econômicos constituem uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento de análises por economistas. Para análises *ex ante*, tradicionalmente, são utilizados os modelos de equilíbrio parcial ou de equilíbrio geral. Enquanto os modelos de equilíbrio parcial estão focados em um mercado específico, os modelos de equilíbrio geral focam na interação entre os diversos setores da economia. Conforme Burfisher [2017], o modelo de equilíbrio geral é economicamente amplo porque considera as motivações e o comportamento de consumidores e produtores e as suas ligações.

Apesar da microeconomia utilizada nos modelos tradicionais de equilíbrio geral ser relativamente simples, a implementação de um modelo completo pode ser uma tarefa não trivial. Para facilitar essa tarefa, duas linguagens específicas foram desenvolvidas: GEMPACK e GAMS. É incontestável que, muito provavelmente, especialistas em modelos de equilíbrio geral irão trabalhar com uma dessas duas ferramentas. Contudo, vale ressaltar que essas ferramentas necessitam da aquisição de licenças para que seja possível trabalhar com modelos mais complexos em termos do número de variáveis/equações.

O MINIMAL[1] (Horridge and Powell [2001]) é um modelo de equilíbrio geral simpli-

[1] https://www.copsmodels.com/minimal.htm

ficado utilizado em cursos introdutórios do GEMPACK. A partir desse modelo, é possível deixar claro como a teoria microeconômica do consumidor e do produtor podem ser combinadas para a construção de um modelo de equilíbrio geral.

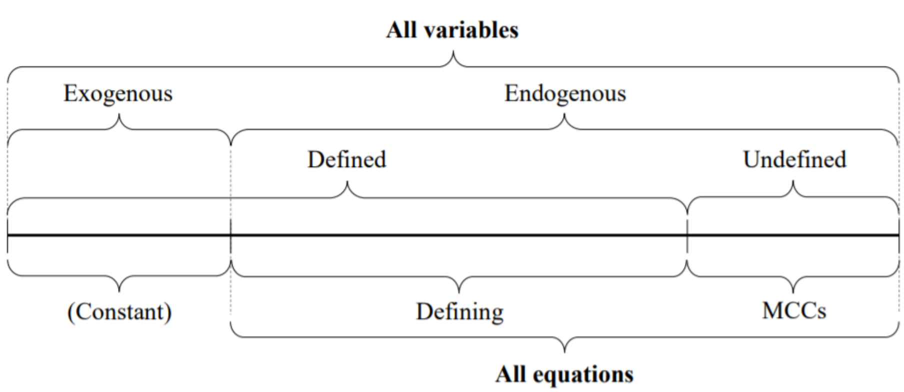
Este modelo considera 7 setores, um investidor agregado, um agente representativo das famílias, exportações agregadas e o governo. Cada produto pode ser obtido a partir de fontes domésticas ou importadas.

2. ESTRUTURAS DE MODELO PARA O PACOTE EMR

Para definirmos modelo com o pacote `emr` é preciso seguir uma determinada estrutura para a definição de parâmetros, variáveis e equações. No `emr`, é seguida a lógica descrita em Zhang [2013]. Conforme o referido autor, a crescente complexidade dos modelos de equilíbrio geral torna-se uma barreira de entrada aos potenciais novos analistas que desejam trabalhar com esse tipo de ferramenta. Zhang [2013] ressalta que o sistema de equações que deve ser resolvido é desnecessariamente grande, uma vez que várias equações e variáveis são acessórias.

Para ajudar a evitar esse problema, Zhang [2013] define um sistema de estruturação de modelos de equilíbrio geral. Nesse sistema, existem apenas dois tipos de equações. O primeiro tipo define um conjunto de variáveis que descrevem a teoria associada ao modelo. Por outro lado, o segundo tipo de equações define condições de equilíbrio que devem ser satisfeitas. Adicionalmente, cada tipo de equação está associado a um tipo de variável, que chamaremos de definidas (*defined*) e não-definidas (*undefined*). O sistema é resumido na Figura 1.

Figura 1. Estrutura das variáveis e das equações (Zhang [2013])



Inicialmente, observa-se que, como usualmente é definido, as variáveis podem ser exógenas ou endógenas. No entanto, é apresentada uma nova classificação de variáveis: *defined* e *undefined*. As variáveis definidas são aquelas que são constantes, definidas fora do modelo, ou são definidas diretamente a partir dos valores das demais variáveis. Por outro lado, as variáveis não-definidas não têm uma equação que define o seu valor a partir das demais variáveis ou o seu valor é definido de forma implícita, o que implica que é preciso "chutar" um valor inicial pra essa variável e depois checar se o valor final da variável é igual ao chute inicial. Se não, o "chute" é atualizado. As variáveis definidas são associadas com equações definidoras (*defining*) e as não-definidas são associadas às equações de equilíbrio "mcc" (*market clearing codition*).

No pacote `emr`, tem-se três funções principais que serão usadas para criar as variáveis exógenas, as variáveis endógenas e as equações:

- `create_param()`: cria parâmetros que são, no sentido amplo, as variáveis exógenas e outras constantes do modelo;
- `create_variable()`: cria variáveis (*defined* e *undefined*) para o modelo;
- `create_equation()`: cria as equações (*defining* e *mcc*) para o modelo.

Além dos parâmetros, das variáveis e das equações, o modelo também é formado por outros componentes: *sets* e equações de atualizações (*update equations*). Os *sets* armazenam os índices de variáveis e parâmetros. Por exemplo, suponha que X_i seja uma variável e i possa assumir os valores [AGR, IND, SER], assim esse vetor de índices será chamado de *set*. Por sua vez, as equações de atualização servem para atualizar os valores iniciais de alguns parâmetros a partir dos resultados da simulação. Por exemplo, pode-se criar um parâmetro que guarde a informação da quantidade consumida no dados iniciais, $Q0$. Após a simulação, encontramos uma variação na quantidade consumida. Essa variação pode ser utilizada para atualizar o valor de $Q0$ no novo equilíbrio.

Apesar do nosso foco ser em modelos de equilíbrio geral,vale a pena introduzir o pacote com um modelo bastante simples de equilíbrio parcial.

2.1 Exemplo: Oferta e Demanda

Aqui, vamos apresentar como um modelo pode ser construído e simulações podem ser realizadas com o pacote `emr`. Para isso, iremos trabalhar com o seguinte modelo:

- Curva de demanda:

$$q^d = k^d[p(1+t)]^\eta, \quad \eta < 0$$

- Curva de oferta:

$$q^s = k^s p^\epsilon, \quad \epsilon > 0$$

- Equilíbrio de mercado:

$$q^d = q^s$$

A Tabela 1 detalha as variáveis e equações do modelo. Nosso modelo tem 3 variáveis (q^d, q^s e p) e três equações. No entanto, perceba que as duas primeiras variáveis são definidas a partir do preço p. Dessa forma, o nosso "sistema" terá uma única equação de equilíbrio e que estará associado a variável p. Assim, q^d e q^s são definidas e p é não definida.

Tabela 1. Parâmetros e Variáveis do Modelo de Oferta e Demanda

	Classe	Tipo	Descrição
q^d	Variável	Definida	Quantidade demanda
q^s	Variável	Definida	Quantidade ofertada
p	Variável	Não-definida	Preço
t	Parâmetro	-	Imposto
k^d	Parâmetro	-	Deslocamento da curva de demanda
k^s	Parâmetro	-	Deslocamento da curva de oferta

Também é interessante introduzir a lógica de escrita de modelos em variações. Os modelos no GEMPACK são escritos em variações percentuais obtidas a partir das linearizações das equações do modelo. No `emr`, apesar de não ser obrigatório, em regra, iremos escrever o modelo em variações relativas, a chamada *exact-hat algebra*[2] introduzida em Dekle et al. [2008].

A variação relativa de uma variável x entre dois equilíbrios é denotada por $\hat{x} = x'/x$, em que x' é o valor de x no novo equilíbrio. A principal vantagem de utilizar o modelo em variações é eliminar a necessidade de se obter os valores iniciais de algumas variáveis e parâmetros. Por exemplo, uma constante desconhecida k, em variação, é reescrita como $\hat{k} = 1$, uma vez que, a priori, o seu valor é igual nos dois equilíbrios. Se os dados iniciais representam um equilíbrio, o valor inicial da variáveis também será 1.

Reescrevendo o modelo de oferta e demanda em variações, temos as seguintes equações:

- Curva de demanda:

$$\hat{q}^d = \hat{k}^d[\hat{p}\hat{\tau}]^\eta, \quad \eta < 0$$

[2] Na prática, reescrever as equações usando a *exact-hat algebra* é similar a *calibrated share form* que é usada em por alguns pesquisadores em CGE.

- Curva de oferta:
$$\hat{q}^s = \hat{k}^s \hat{p}^\epsilon, \quad \epsilon > 0$$
- Equilíbrio de mercado:
$$\hat{q}^d = \hat{q}^s$$

Nessa formulação, $\hat{\tau}$ é variação no poder do imposto, isto é:

$$\hat{\tau} = \frac{1+t'}{1+t}.$$

Antes de começar a implementar o modelo no R, precisamos dos dados base que se referem a algum equilíbrio inicial. Usualmente, as bases de dados para modelos de equilíbrio geral consideram apenas fluxos monetários. Na prática, redefinindo-se a unidade de medida, assume-se preço inicial igual a 1.

Tabela 2. Dados Base para o Modelo de Oferta e Demanda

Variável	Valor
Valor inicial	100
Tarifa inicial	0
Elasticidade-preço da demanda (η)	-1
Elasticidade-preço da oferta (ϵ)	0.5

Agora, vamos definir o modelo. Antes de mais nada, precisamos carregar o pacote e inicializar alguns componentes do modelos:

```r
library(emr)
params <- list()
variables <- list()
equations <- list()
```

Com o pacote carregado, iremos definir o bloco de demanda:

```r
params[["K_d"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = "k_d",
  desc = "Shift na curva de demanda em variação"
)

params[["ETA"]] <- create_param(
  value = -1,
  indexes = "eta",
  desc = "Elasticidade-preço da demanda"
)
```

```
params[["TAU"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = "tau",
  desc = "Variação no poder do imposto"
)

# Vamos definir uma variável e uma equação
variables[["q_d"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = "q_d",
  type = "defined",
  desc = "Variação na quantidade demandada"
)

equations[["E_q_d"]] <- create_equation(
  "q_d = K_d * (p * TAU)^ETA",
  type = "defining",
  desc = "Variação na quantidade demandada"
)
```

3. IMPLEMENTANDO O MINIMAL NO R

3.1 Dados para o Modelo

Os dados para o modelo são esquematizados conforme a Figura 2. O esquema é similar ao de uma matriz de insumo produto, na qual os elementos das linhas vendem para os elementos das colunas.

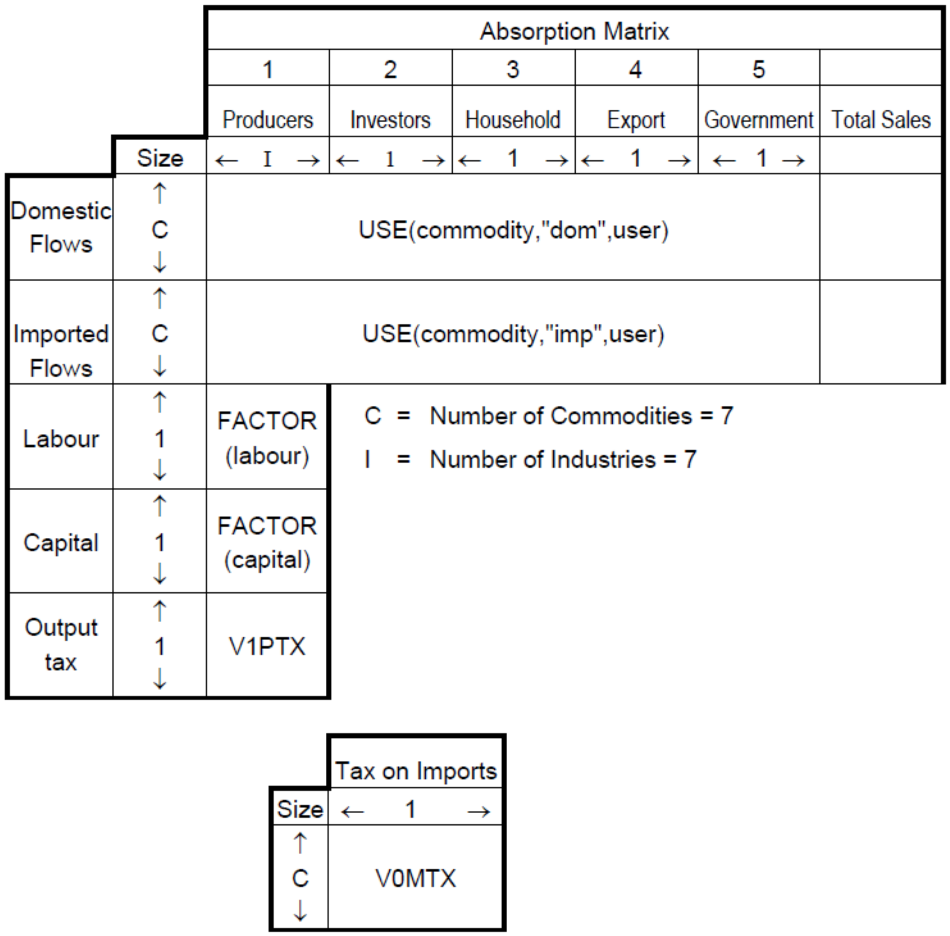
Fica claro na Figura 2 que existem duas fontes (*sources*) de fornecimento de produtos: doméstica e importada. Esse produtos são demandados pelos I setores produtores, pelos investidores, pelas famílias, pelas exportações[3] e pelo governo. As somas das linhas para produtos (*commodities*) domésticos ou importados serão denominadas de vendas (*sales*).

Adicionalmente, os fatores trabalhos e capital são demandados pelos produtores, e há uma taxação sobre a produção. Por fim, independente do demandante, existe um imposto de importação por produto. O valor arrecadado de imposto de importação será único por produto, o que resulta em uma única taxa de importação por produto.

A tabela apresentada na Figura 3 detalha um conjunto de valores para a Austrália a partir de dados de 1986-1987. Os valores estão a preços dos produtores. Ou seja, inclui qualquer imposto indireto que possa ter sido aplicada àquele fluxo. Para cada setor produtor,

[3] O fornecimento de produtos importados para exportação é igual a zero.

Figura 2. Base de Dados para o Minimal(Horridge and Powell [2001])



a sua produção (soma da respectiva coluna) tem que ser igual às suas vendas (soma da respectiva linha). Por exemplo, a produção do setor Agricultura-Mineração (AgricMining) foi igual 45.730, que é o mesmo valor de suas vendas.

Para as importações de produtos manufaturados (Manufacture), foi recolhido o montante de 5.787. O valor total importado desses produtos foi de 42.087 (este valor já inclui o imposto de importação), o que implica em uma taxa de importação de 15,94%[4].

[4] 5787/(42087 - 5787).

Figura 3. Base de Dados para Austrália (Milhões 1986–1987)

	All Users											
	Industries							Final Demands				
	AgricMining	Manufacture	Utilities	Construction	TradeTranspt	FinanProprty	Services	Investment	Households	Exports	Government	**Total**
Domestic												
AgricMining	5502	14658	1839	689	143	52	641	210	2316	18975	705	**45730**
Manufacture	4587	30009	643	12486	10200	3061	6947	10150	38537	10587	57	**127264**
Utilities	1345	2045	3261	176	979	2814	2037	0	3573	21	150	**16401**
Construction	89	55	13	0	438	1708	381	33809	0	29	3679	**40201**
TradeTranspt	2958	11539	694	3353	8892	3052	5680	4563	38211	9269	582	**88793**
FinanProprty	1754	6545	622	1886	9623	9819	6111	2412	33641	886	1221	**74520**
Services	403	1595	92	290	1316	1586	2210	18	28653	345	44293	**80801**
Imported												
AgricMining	233	1677	1	49	7	3	145	9	340		6	**2470**
Manufacture	1305	12411	184	2518	2322	832	3232	9491	9792		0	**42087**
Utilities	1	2	2	0	1	3	2	0	3		0	**14**
Construction	0	1	0	0	3	0	8	68	0		2	**82**
TradeTranspt	104	259	11	34	703	142	258	41	1011		36	**2599**
FinanProprty	90	302	19	29	328	274	209	39	176		4	**1470**
Services	26	451	7	55	117	66	774	29	706		81	**2312**
Labour	10779	22512	3594	15008	35532	17095	43346					**147866**
Capital	11337	6359	4293	2160	10409	28873	4612					**68043**
Production tax	5217	16844	1126	1468	7780	5140	4208					**41783**
Total Cost	**45730**	**127264**	**16401**	**40201**	**88793**	**74520**	**80801**	**60839**	**156959**	**40112**	**50816**	**782436**
Tax on imports	497	5787	0	0	0	27	52					

3.2 Implementação

3.2.1 Passos Iniciais

Inicialmente, é preciso carregar o pacote `emr`:

```
library(emr)
# Carregar o tidyverse para manipulação dos dados
library(tidyverse)
```

Adicionalmente, também é necessário ler os dados que servirão de base para o modelo. Os dados foram exportados do formato HAR do GEMPACK para csv. Nessa conversão, as diversas tabelas são empilhadas em um único csv, sendo separadas por uma linha denominada de *HEADER*.

Dessa forma, vamos inicialmente identificar os *headers*:

```
minimal_headers <- read_lines('../dados/minimal.csv')

minimal_headers[str_detect(minimal_headers, "Header")]
```

```
## [1] "!Header: USE , dimensions: COM*SRC*USER [7*2*11], description: USE matrix"
## [2] "!Header: 1FAC, dimensions: FAC*IND [2*7], description: Wages and profits"
## [3] "!Header: 0TAR, dimensions: COM [7], description: Import tax revenue"
## [4] "!Header: 1PTX, dimensions: IND [7], description: Production tax revenue"
## [5] "!Header: ARM , dimensions: COM [7], description: Armington elasticities"
## [6] "!Header: P028, dimensions: IND [7], description: Primary factor substitution elasticity"
## [7] "!Header: P018, dimensions: COM [7], description: Export demand elasticities"
```

A Tabela 3 detalha em quais linhas as tabelas se iniciam de fato e quantas linhas de dados existem em cada tabela. Por exemplo, a tabela `USE`, que contém os dados de uso por produto, origem e usuário, inicia-se na linha 2 e encerra na linha 156, sendo 154 linhas de dados e uma com os títulos de cada coluna. Para, ler essa tabela, podemos executar o seguinte código:

```
USE <- read_csv(
  file = '../dados/minimal.csv',
  skip = 1,
  n_max = 154,
  col_types = 'cccd'
)

head(USE)
```

```
## # A tibble: 6 x 4
##   COM          SRC   USER        Value
##   <chr>        <chr> <chr>       <dbl>
```

```
## 1 AgricMining  dom   AgricMining  5502
## 2 Manufacture  dom   AgricMining  4587
## 3 Utilities    dom   AgricMining  1345
## 4 Construction dom   AgricMining    89
## 5 TradeTranspt dom   AgricMining  2958
## 6 FinanProprty dom   AgricMining  1754
```

Tabela 3. Posições dos Headers no Arquivo minimal.csv

Nome	Início	Fim	Nº de Linhas
USE	2	156	154
1FAC	158	172	14
0TAR	174	181	7
1PTX	183	190	7
ARM	192	199	7
P028	201	208	7
P018	210	217	7

As demais tabelas serão importadas quando necessárias.

3.2.2 Conjuntos (*Sets*)

Aqui, iremos definir os conjuntos de índices que são utilizados pelas variáveis do modelo. Por exemplo, a variável de produção é definida por produto (*commodity*) pertencente ao conjunto COM, que é composto pela descrição de todos os produtos.

Para implementação do modelo, precisaos de uma lista nomeada `sets`, na qual cada elemento recebe o nome do conjunto e seus possíveis valores.

Abaixo listamos todos os conjuntos:

- IND: indústrias;
- SRC: origem (doméstica ou importada);
- COM: produtos;
- USER: usuários (fontes de demanda);
- IMPUSER: usuários que demandam produtos importados;
- FINALUSER: usuários que compõem a absorção final da economia;
- FAC: fatores primários (capital e trabalho).

Abaixo, o código para criar os conjuntos.

```
IND <- c("AgricMining", "Manufacture", "Utilities", "Construction",
         "TradeTranspt", "FinanProprty", "Services")

COM <- c("AgricMining", "Manufacture", "Utilities", "Construction",
         "TradeTranspt", "FinanProprty", "Services")

SRC <- c("dom", "imp")

USER <- c("AgricMining", "Manufacture", "Utilities", "Construction",
          "TradeTranspt", "FinanProprty", "Services", "Investment",
          "Households", "Government", "Exports")

IMPUSER <- c("AgricMining", "Manufacture", "Utilities", "Construction",
             "TradeTranspt", "FinanProprty", "Services", "Investment",
             "Households", "Government")

FINALUSER <- setdiff(USER, IND)

FAC <- c("Labour", "Capital")

sets <- list(
  IND = IND,
  COM = COM,
  SRC = SRC,
  USER = USER,
  IMPUSER = IMPUSER,
  FINALUSER = FINALUSER,
  FAC = FAC
)
```

3.2.3 Preços

Inicialmente, vamos definir os preços dos produtos $c \in$ COM fornecidos pelas fontes $s \in$ SRC:

$$P_{cs} = \begin{cases} \text{P1TOT}_c \times \text{PTX}_c & \text{se } s = \text{dom} \\ \text{PWORLD}_c \times \phi \times \text{mtx}_c & \text{se } s = \text{imp}, \end{cases} \tag{1}$$

em que P_{cs} é o preço do produto c de origem s, P1TOT_c é o custo (marginal) de produção do produto c, PTX_c é o poder da imposto sobre a produção (1 + imposto sobre a produção), PWORLD_c é o preço internacional do produto c, ϕ é a taxa de câmbio[5] e mtx_c é o poder da tarifa sobre a importação do produto c.

[5] A taxa de câmbio é usada como numerário no modelo

No GEMPACK, as equações são reescritas utilizando a forma de variação percentual. Aqui, vamos utilizar a chamada *exact-hat algebra*. As variáveis serão reescritas em variações. Assim, por exemplo, denotamos a variação exata de uma variável x como $\hat{x} = \frac{x'}{x}$, em que x é o valor inicial e x' é o valor no novo equilíbrio.

Assim, iremos reescrever 1 como:

$$\hat{P}_{cs} = \begin{cases} \mathrm{P1\hat{T}OT}_c \times \mathrm{P\hat{T}X}_c & \text{se } s = \text{dom} \\ \mathrm{PW\hat{O}RLD}_c \times \hat{\phi} \times \mathrm{m\hat{t}x}_c & \text{se } s = \text{imp}, \end{cases} \tag{2}$$

Adicionalmente, ao consumir o bem c de duas diferentes fontes (doméstica e importada), os demandantes estão consumindo um bem composto com preço P^s_{cu} definido como:

$$\hat{P}^s_{cu} = \sum_{s \in SRC} \mathrm{SRCSHARE}_{cus} \hat{P}_{cs}, \quad c \in \mathrm{COM}, u \in \mathrm{IMPUSER}$$

em que $\mathrm{SRCSHARE}_{cus}$ é participação da origem s no dispêndio do usuário u em produtos c.

Antes de começarmos a definir os parâmetros, as variáveis e as equações, precisamos definir as listas que guardarão esses componentes do modelo:

```r
params <- list()
variables <- list()
equations <- list()
```

Agora, vamos começar a definir os parâmetros das equações acima.

```r
params[["PTX"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets['IND'],
  desc = "Variação no poder do imposto sobre a produção"
)

params[["PWORLD"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets['COM'],
  desc = "Variação no preço internacional do produto c"
)

params[["PHI"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = "PHI",
  desc = "Variação na taxa de câmbio"
)
```

```
params[["MTX"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets['COM'],
  desc = "Variação no poder da tarifa de importação do produto c"
)

SRCSHARE <- USE %>%
  filter(USER %in% IMPUSER) %>%
  group_by(COM, USER) %>%
  mutate(SRCSHR = Value/sum(Value),
         SRCSHR = ifelse(is.nan(SRCSHR), 0.5, SRCSHR)) %>%
  select(COM, SRC, IMPUSER = USER, SRCSHR)

params[["SRCSHARE"]] <- create_param(
  value = SRCSHARE,
  indexes = sets[c("COM", "SRC", "IMPUSER")],
  desc = "Participação da origem s no consumo do produto c pelo usurário u"
)
```

Consideramos que $\mathrm{PW\hat{O}RLD}_c$ é um parâmetro, ou seja, é exógeno. Isto significa que foi assumido que os preços internacionais são dados, a demanda do país analisado não tem poder para alterar os preços internacionais.

O segundo passo para esse bloco é definir as variáveis. Iremos definir as variáveis $\hat{P}_{cs}$ e $\hat{P}^s_{cu}$. A variável $\mathrm{P1\hat{T}OT}$ não será definida agora por dois motivos, pois não temos uma equação para definir o seu valor. Veremos adiante que o valor de $\mathrm{P1\hat{T}OT}$ é encontrada a partir de um equação de equilíbrio de mercado (`mcc`) que define que $\mathrm{P1\hat{T}OT}$ tem que ser igual à variação do custo de produção (lucro zero).

```
variables[["p"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("COM","SRC")],
  type = "defined",
  desc = "Variação no preço do produto c de origem s"
)

variables[["p_s"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("COM", "IMPUSER")],
  type = "defined",
  desc = "Variação no índice de preço do bem composto c para o usuário u"
)
```

Por último, iremos definir as equações.

```
equations[["E_p"]] <- create_equation(
  'if(s == "dom"){
    p[c,s] = p1tot[c] * PTX[c]
  } else {
    p[c,s] = PWORLD[c] * PHI * MTX[c]
  }',
  indexes = c("c in COM", "s in SRC"),
  type = "defining",
  desc = "Variação no preço do produto c de origem s"
)

equations[["E_p_s"]] <- create_equation(
  'p_s[c,u] = sum(SRCSHARE[c,,u] * p[c,])',
  indexes = c('c in COM', 'u in IMPUSER'),
  type = "defining",
  desc = "Variação no índice de preço do bem composto c para o usuário u"
)
```

Note que para o somatório usamos a função `sum()` do R. Além disso, tem-se que SRCSHARE tem 3 dimensões e queremos somar em relação a origem, que é a segunda dimensão. Então, omitimos o índice de origem (SRC) e a soma ocorrerá nessa dimensão.

Além dos preços para os produtos c, existem os mercados de trabalho (*labor*) e de capital que possuem seus respectivos preços, P1LAB_i (salário) e P1CAP_i (remuneração do capital). Note que, inicialmente, esses preços estão indexados à indústria que utiliza o fator de produção. Isto ocorre quando assumimos que o fator de produção é específico da indústria. Se o fator de produção tem mobilidade entre os setores, haverá um único preço para o fator de produção e o índice i será removido. Isso dependerá do fechamento que será escolhido.

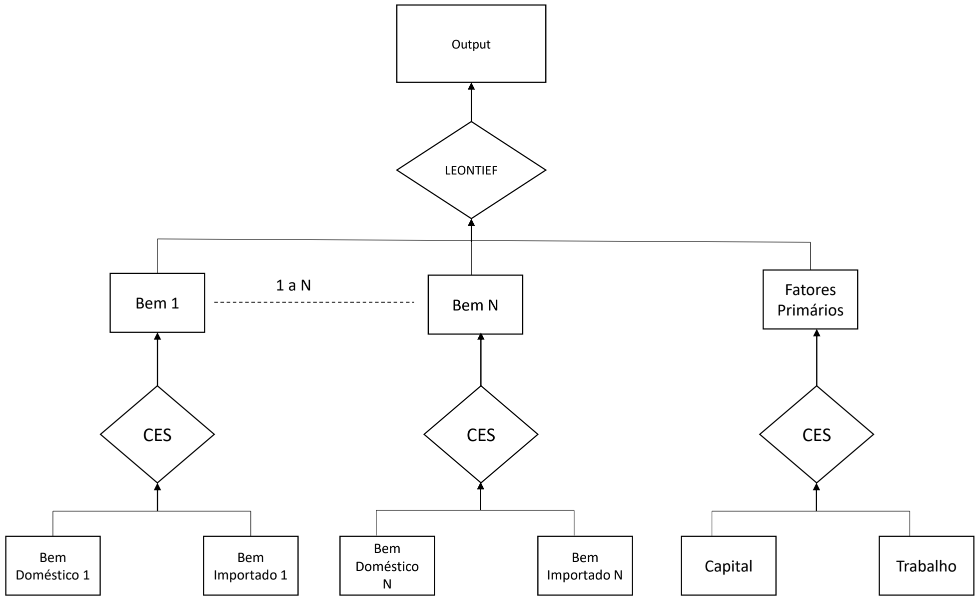
Além desses preços, o modelo considera índices de preços da cesta de consumos do investimento (P2TOT), das famílias (P3TOT) e do governo (P5TOT). Estes índices serão posrteriormente definidos dentro do seu respectivo bloco.

3.2.4 Produção

A estrutura de produção utilizada no minimal é apresentada na Figura 4 A estrutura adotada considera um primeiro nível em que o produtor demanda bens intermediários (*commodities*) e o fator primário, que é uma combinação de capital e trabalho. É assumida uma tecnologia do tipo Leontief. Dessa forma, pode-se definir o primeiro nível da produção como:

$$\text{X1TOT}_i = \min\left\{\frac{X_{c\{c\,\in\,\text{COM}\}i}}{A_{c\{c\,\in\,\text{COM}\}i}}, \frac{\text{X1PRIM}_i}{A\text{1PRIM}_i}\right\},\ i \in \text{IND}, \tag{3}$$

Figura 4. Estrutura da Produção



em que $\mathrm{X1TOT}_i$ é a produção total da i–ésima indústria, X_{ci} é a demanda pelo produto c pela indústria i e $\mathrm{X1PRIM}_i$ é a demanda por fatores primários pela indústria i. A_{ci} e $A\mathrm{1PRIM}$ podem ser entendidos como coeficientes técnicos da matriz de insumo-produto. Isto é, necessita-se A_{ci} unidades do produto c para se produzir uma unidade de i.

Para essa tecnologia, tem-se as seguintes funções de demanda:

- Demanda por bens intermediários (compostos)[6]:

$$X_{ci} = A_{ci} \times \mathrm{X1TOT}_i, \; i \in \mathrm{IND}, \; c \in \mathrm{COM}$$

- Demanda por valor adicionado:

$$\mathrm{X1PRIM}_i = A\mathrm{1PRIM}_i \times \mathrm{X1TOT}_i$$

Essas equações, facilmente, podem ser reescritas em variações exatas:

- Demanda por bens intermediários:

$$\hat{X}_{ci} = \hat{A}_{ci} \times \mathrm{X1\hat{T}OT}_i, \; i \in \mathrm{IND}, \; c \in \mathrm{COM}$$

[6]Os bens intermediários compostos são uma composição entre produtos domésticos e importados.

- Demanda por valor adicionado:

$$\text{X1}\hat{\text{PRIM}}_i = \text{A1}\hat{\text{PRIM}}_i \times \text{X1}\hat{\text{TOT}}_i$$

Na sequência, vamos definir os parâmetros $\hat{A}_{ci}$ e $\text{A1}\hat{\text{PRIM}}_i$. Como estamos usando em variação, o valor inicial desses parâmetros é igual a 1.

```
params[["A"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets[c('COM', 'IND')],
  desc = "Variação do coeficiente técnico para o produto c usado pela indústria i"
)

params[["A1PRIM"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets['IND'],
  desc = "Variação do coeficiente técnico para o fator primário usado pela indústria i"
)
```

Agora, vamos definir as variáveis $\hat{X}_{ci}$ (uso do produto composto c pela indústria i) e $\text{X1}\hat{\text{PRIM}}_i$ (uso do fator primário composto). Aqui, existe um detalhe, o uso do produto c pode ser feito pelas indústrias ou pelos demais usuários de demandam importações (IMPUSER). Dessa forma, na definição da variável $\hat{X}_{ci}$, vamos utilizar o conjunto IMPUSER ao invés do conjunto IND. Deixando mais claro, iremos definir

$$\hat{X}_{cu}, \;\; c \in \text{COM}, u \in \text{IMPUSER}$$

$$\hat{X}_{cu} = \begin{cases} \hat{X}_{ci} & \text{se } u \in \text{IND} \\ \hat{X}_{c,\text{HH}} & \text{se } u = \text{Households} \\ \hat{X}_{c,\text{GOV}} & \text{se } u = \text{Governement} \\ \hat{X}_{c,\text{INV}} & \text{se } u = \text{Investment} \end{cases}$$

Ambas as variáveis são definidas, pois possuem equações que definem os seus valores.

```
# chamamos de x de x_s (composto de várias sources s)
variables[["x_s"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("COM", "IMPUSER")],
  type = "defined",
  desc = "Variação no uso do composto c por impuser"
)

variables[["x1prim"]] <- create_variable(
  value = 1,
```

```
  indexes = sets[c('IND')],
  type = "defined",
  desc = "Uso do fator primário composto por indústria"
)
```

Finalmente, iremos definir as equações. Note que temos a equação de uso para o produto composto c para os usuários industriais. Assim, iremos utilizar o índice `i in IND` ($i \in$ IND).

```
equations[["E_x_s_ind"]] <- create_equation(
  'x_s[c,i] = A[c,i] * x1tot[i]',
  indexes = c('c in COM', 'i in IND'),
  type = "defining",
  desc = "Variação do uso do composto c por indústria"
)
```

```
equations[["E_x1prim"]] <- create_equation(
  'x1prim[i] = A1PRIM[i] * x1tot[i]',
  indexes = 'i in IND',
  type = "defining",
  desc = "Uso do fator primário composto por indústria"
)
```

Perceba que ainda não especificamos a variável $\mathrm{X1\hat{T}OT}_i$. Ela será especificada em momento oportuno, mas vale antecipar que essa variável é do tipo `mcc`. Por quê? Perceba que, na Equação 3, $\mathrm{X1TOT}_i$ é função dos usos de bens intermediários e fatores primários. No entanto, a quantidade demandada desses bense fatores dependem de X1TOT. Dessa forma, X1TOT não pode ser definida. Precisaremos de uma condição de equilibrio de mercado para encontrar o seu valor no novo equilíbrio. Isto será feito posteriormente.

Adicionalmente, por enquanto, não entraremos nos detalhes sobre a demanda no segundo nível (escolha entre bens domésticos e importados), tendo em vista que a forma da demanda é comum independente do usuário (indústrias, família, governo etc.).

3.2.5 Famílias

Para as famílias, que serão representadas como HH, assume-se um agente representativo com preferências do tipo Cobb-Douglas sobre um conjunto de produtos (compostos) e uma restrição orçamentária. Isto é:

$$U = \prod_{c \in \mathrm{COM}} X_{c,\mathrm{HH}}^{\alpha_c}$$

$$s.a. \sum_{c \in \mathrm{COM}} P_{c,\mathrm{HH}} X_{c,\mathrm{HH}} = \mathrm{W3TOT},$$

em que $X_{c,\text{HH}}$ é quantidade demandada do bem composto c pelas famílias (HH), $P_{c,\text{HH}}$ é o índice de preço do bem composto c para as famílias e W3TOT é renda nominal das famílias. Adicionalmente, $\sum_{c \in \text{COM}} \alpha_c = 1$.

Para esse tipo de preferência, sabe-se que, a partir da maximização de utilidade do consumidor, que a função de demanda ótima é:

$$X_{c,\text{HH}} = \alpha_c \frac{\text{W3TOT}}{P_{c,\text{HH}}}, \ c \in \text{COM}.$$

Em variações, a demanda das famílias é escrita da seguinte forma:

$$\hat{X}_{c,\text{HH}} = \frac{\text{W3}\hat{\text{T}}\text{OT}}{\hat{P}_{c,\text{HH}}}, \ c \in \text{COM}.$$

Por fim, definimos o dispêndio real das famílias (X3TOT) como:

$$\text{X3}\hat{\text{T}}\text{OT} = \frac{\text{W3}\hat{\text{T}}\text{OT}}{\text{P3}\hat{\text{T}}\text{OT}},$$

em que P3TOT é o índice de preços associado à cesta de consumo das famílias. O índice P3TOT é uma média ponderada dos preços de cada bem composto c para as famílias:

$$\text{P3TOT} = \sum_{c \in \text{COM}} \text{SHARE}_{c,\text{HH}} P_{c,\text{HH}}.$$

em que $\text{SHARE}_{c,\text{HH}}$ é a participação do bem c no dispêndio das famílias.

Especificado a estrutura das famílias no modelo, vamos definir, primeiramente, o parâmetro $\text{SHARE}_{c,\text{HH}}$.

```
# calcula os shares
SHARE_HH <- USE %>%
  filter(USER == "Households") %>%
  group_by(COM) %>%
  summarise(Value = sum(Value)) %>%
  mutate(SHARE = Value/sum(Value)) %>%
  select(COM, SHARE)

params[["SHARE_HH"]] <- create_param(
  value = SHARE_HH,
  indexes = sets['COM'],
  desc = "Participação do bem c no dispêndio das famílias"
)
```

No fechamento do modelo que será adotado, o dispêndio real das famílias ($\text{X3}\hat{\text{T}}\text{OT}$) será exógeno. Portanto, o definiremos como um parâmetro do modelo.

```
params[["X3TOT"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = "X3TOT",
  desc = "Variação no dispêndio real das famílias"
)
```

Com essa definição, temos que:

$$\mathrm{W3\hat{T}OT} = \mathrm{X3\hat{T}OT} \times \mathrm{P3\hat{T}OT}.$$

Isto é, a variação da renda das famílias tem que ser igual a variação do dispêndio real vezes a variação dos preços para as famílias.

Lembrando que a variável $\hat{X}_{c,\mathrm{HH}}$ já está incluída na variável `x_s`, vamos definir as demais variáveis desse bloco:

```
variables[["p3tot"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = "p3tot",
  type = "defined",
  desc = "Variação no índice de preços das famílias"
)

variables[["w3tot"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = "w3tot",
  type = "defined",
  desc = "Variação da renda nominal das famílias"
)
```

Finalmente, vamos definir as equações:

```
equations[["E_p3tot"]] <- create_equation(
  'p3tot = sum(SHARE_HH[] * p_s[,"Households"])',
  type = "defining",
  desc = "Variação do índice de preços das famílias"
)

equations[["E_w3tot"]] <- create_equation(
  'w3tot = X3TOT * p3tot',
  type = "defining",
  desc = "Variação na renda (dispêndio) nominal das família"
)

equations[["E_x_s_hh"]] <- create_equation(
  'x_s[c, "Households"] = w3tot/p_s[c, "Households"]',
  indexes = c('c in COM'),
  type = "defining",
```

```
  desc = "Variação do uso do composto c pelas famílias"
)
```

3.2.6 Investimento e Governo

No MINIMAL, não é assumida nenhuma estrutura específica para o dispêndio em investimento ou do governo. Será assumido, que essas duas fontes de demandas são exógenas. Ou seja, $\hat{X}_{c,\text{INV}} = 1$ e $\hat{X}_{c,\text{GOV}} = 1$. Portanto, iremos apenas defini-los como parâmetros, que poderão ser utilizados posteriormente como fontes de choques do modelo.

```
params[["X_S_INV"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets["COM"],
  desc = "Variação na demanda de investimento por produto c"
)

params[["X_S_GOV"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets["COM"],
  desc = "Variação na demanda do governo por produto c"
)
```

Também definimos as equações que capturarão esses choques.

```
equations[["E_x_s_inv"]] <- create_equation(
  'x_s[c, "Investment"] = X_S_INV[c]',
  indexes = 'c in COM',
  type = "defining",
  desc = "Variação no uso do composto c para investimento"
)

equations[["E_x_s_gov"]] <- create_equation(
  'x_s[c, "Government"] = X_S_GOV[c]',
  indexes = 'c in COM',
  type = "defining",
  desc = "Variação no uso do composto c pelo governo"
)
```

3.2.7 Demanda de segundo nível entre bens domésticos e importados

Até o momento, apresentamos a demanda[7] das indústrias, das famílias, do governo e do investimento pelos bens compostos. Nessa parte, vamos definir a demanda do nível inferior.

[7] O componente de exportação demanda apenas o bem doméstico.

Nesse nível, o consumidor escolhe alocar o seu consumo total entre o produto doméstico e o produto importado.

É assumida uma função de agregação CES, com elasticidade de substituição σ_i, que combina os produtos domésticos e importados. Nesse caso, a variação na demanda por cada produto, por fonte e por usuário, $\hat{X}_{csu}$, é dada pela seguinte função de demanda:

$$\hat{X}_{csu} = \left(\frac{\hat{P}_{cs}}{\hat{P}_{cu}}\right)^{-\sigma_i} \hat{X}^s_{cu}, \quad c \in \text{COM}, \; s \in \text{SRC}, \; s \in \text{IMPUSER} \tag{4}$$

em que $\hat{P}_{cs}$ é a variação do preço do produto c fornecido pela fonte s. Já $\hat{P}_{cu}$ é o preço médio (índice de preço) do produto c para o usuário u.

Nesse bloco, precisamos criar o parâmetro σ_i, que é a também chamado de elasticidade de Armington. Os valores dessas elasticidades estão no *header* `ARM`. Usamos o código abaixo para importar essa tabela.

```
ARM <- read_csv(
  file = '../dados/minimal.csv',
  skip = 191,
  n_max = 7,
  col_types = 'cd'
)

ARM
```

```
## # A tibble: 7 x 2
##   COM          Value
##   <chr>        <dbl>
## 1 AgricMining      2
## 2 Manufacture      2
## 3 Utilities        2
## 4 Construction     2
## 5 TradeTranspt     2
## 6 FinanProprty     2
## 7 Services         2
```

Então, podemo criar este parâmetro.

```
params[["SIGMA"]] <- create_param(
  value = ARM,
  indexes = sets[c("COM")],
  desc = "Elasticidade de Armington"
)
```

Por fim, define-se a variável $\hat{X}_{csu}$ e a equação para os usuários pertencentes ao conjunto IMPUSER.

```
variables[["x"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("COM","SRC","USER")],
  type = "defined",
  desc = "Demand by commodity, source and user"
)

equations[["E_x_impuser"]] <- create_equation(
  'x[c,s,u] = x_s[c,u]*(p[c,s]/p_s[c,u])^(-SIGMA[c])',
  indexes = c('c in COM', 's in SRC', 'u in IMPUSER'),
  type = "defining",
  desc = "Demand by commodity, source and impuser"
)
```

Perceba que a variável foi definida para todos os usuários. No entanto, na Equação 4, está definida equação para $u \in$ IMPUSER. Isto deve-se ao fato de que a demanda para o usuário *Exports* será definida de outra forma.

3.2.8 Exportações

Para as exportações, é assumida uma função de elasticidade constante com parâmetro EXP_ELAST$_c$ para o produto c. A demanda externa pelo produto doméstico depende do preço relativo entre o preço doméstico e o preço internacional daquele produto:

$$\hat{X}_{csu} = F\hat{4}Q_c \left(\frac{\hat{P}_{cs}}{\hat{\phi}\ \widehat{\text{PWORLD}}_c} \right)^{-\text{EXP ELAST}_c}, \quad c \in \text{COM},\ s = \text{dom},\ u = \text{Exports}$$

em que $F\hat{4}Q_c$ é um *shift* na demanda externa.

Abaixo, definimos este bloco.

```
EXP_ELAST <- read_csv(
  file = '../dados/minimal.csv',
  skip = 209,
  n_max = 7,
  col_types = 'cd'
)

params[["EXP_ELAST"]] <- create_param(
  value = EXP_ELAST,
  indexes = sets["COM"],
  desc = "Elasticidade da demanda por exportações"
)

params[["F4Q"]] <- create_param(
```

```
  value = 1,
  indexes = sets[c("COM")],
  desc = "Shift na demanda externa para o produto c"
)

equations[["E_x_exp"]] <- create_equation(
  'x[c,"dom","Exports"] = F4Q[c]*(p[c,"dom"]/(PHI*PWORLD[c]))^(-EXP_ELAST[c])',
  indexes = 'c in COM',
  type = "defining",
  desc = "Variação das exportações do produto c"
)
```

3.2.9 Demanda por Fatores Primários

Na parte da produção, vimos como cada indústria define a quantidade de fator primário que será utilizada para atingir uma determinada produção. Todavia, cada indústria pode escolher um mix diferente entre os fatores de produção capital e trabalho. Para essa alocação, também é utilizada uma função de agregação CES, com elasticidade substituição σ_i^{1PRIM}. Assim, pode-se definir a demanda (em variações) por trabalho e capital na indústria i como:

$$\mathrm{X1\hat{L}AB}_i = \left(\frac{\mathrm{P1\hat{L}AB}}{\mathrm{P1P\hat{R}IM}_i}\right)^{-\sigma_i^{\mathrm{1PRIM}}} \mathrm{X1P\hat{R}IM}_i, \quad i \in \mathrm{IND} \quad \text{e}$$

$$\mathrm{X1\hat{C}AP}_i = \left(\frac{\mathrm{P1\hat{C}AP}_i}{\mathrm{P1P\hat{R}IM}_i}\right)^{-\sigma_i^{\mathrm{1PRIM}}} \mathrm{X1P\hat{R}IM}_i, \quad i \in \mathrm{IND},$$

em que $\mathrm{X1\hat{L}AB}_i$ é a variação da demanda por trabalho pela indústria i, $\mathrm{P1\hat{L}AB}$ é o salário nominal, $\mathrm{P1P\hat{R}IM}_i$ é a variação do índice de preços dos fatores primários para a indústria i, $\mathrm{X1P\hat{R}IM}_i$ é a variação da demanda por fatores primários da indústria i, $\mathrm{X1\hat{C}AP}_i$ é a variação da demanda por capital pela indústria i e $\mathrm{P1\hat{C}AP}_i$ é a remuneração do capital na indústria i.

A variável $\mathrm{P1P\hat{R}IM}_i$ é calculada da seguinte forma:

$$\mathrm{P1P\hat{R}IM}_i = \mathrm{SHAREPRIM}_{\mathrm{lab},i} \times \mathrm{P1\hat{L}AB} + \mathrm{SHAREPRIM}_{\mathrm{cap},i} \times \mathrm{P1\hat{C}AP}_i$$

Note que o índice da i foi retirado de $\mathrm{P1\hat{L}AB}$ (salário), pois no fechamento adotado assume-se que o trabalho tem perfeita mobilidade entre os setores. Diferentemente, o capital será assumido fixo dentro de cada indústria. Ademais, consideraremos que no curto prazo a variação do salário real ($\mathrm{R\hat{W}}$) é fixa (exógena) e a variação do nível de emprego

$(\hat{L})$ é endógena, o que implica que P1L̂AB deve variar na mesma proporção de P3T̂OT. Então, temos mais duas equações:

$$\mathrm{P1\hat{L}AB} = \mathrm{R\hat{W}} \times \mathrm{P3\hat{T}OT}$$

$$\hat{L} = \sum_{i \in \mathrm{IND}} \mathrm{SHARE\ LAB}_i \times \mathrm{X1\hat{L}AB}_i$$

Primeiro, definimos os parâmetros desse bloco.

```
SIGMA1PRIM <- read_csv(
  file = "../dados/minimal.csv",
  skip = 200,
  n_max = 7,
  col_types = 'cd'
)

params[["SIGMA1PRIM"]] <- create_param(
  value = SIGMA1PRIM,
  indexes = sets["IND"],
  desc = "Elasticidade de subsituição entre os fatores de produção"
)

FAC_DF <- read_csv(
  file = "../dados/minimal.csv",
  skip = 157,
  n_max = 14,
  col_types = 'ccd'
)

SHAREPRIM <- FAC_DF %>%
  group_by(IND) %>%
  mutate(SHAREPRIM = Value/sum(Value)) %>%
  select(FAC, IND, SHAREPRIM)

params[["SHAREPRIM"]] <- create_param(
  value = SHAREPRIM,
  indexes = sets[c("FAC", "IND")],
  desc = "Part. de cada fator no uso do fator primário por indústria"
)
```

```
params[["RW"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = "rw",
  desc = 'Variação no salário real'
)
```

Na sequência, definimos as variáveis.

```
variables[["x1lab"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c('IND')],
  type = "defined",
  desc = "Variação no emprego por indústria"
)

variables[["x1cap"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c('IND')],
  type = "defined",
  desc = "Variação no uso de capital por indústria"
)
```

```
variables[["p1lab"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = "p1lab",
  type = "defined",
  desc = "Variação no salário nominal"
)


variables[["p1prim"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets['IND'],
  type = "defined",
  desc = "Variação no índice de preço do fator primário composto por indústria i"
)
```

Por fim, vamos definir as equações[8].

```
equations[["E_x1lab"]] <- create_equation(
  'x1lab[i] = x1prim[i]*(p1lab/p1prim[i])^(-SIGMA1PRIM[i])',
  indexes = c('i in IND'),
  type = "defining",
  desc = "Variação no emprego por indústria"
)
```

```
equations[["E_p1lab"]] <- create_equation(
  'p1lab = RW * p3tot',
  type = "defining",
  desc = "Variação no salário nominal"
)

equations[["E_x1cap"]] <- create_equation(
  'x1cap[i] = (p1cap[i]/p1prim[i])^(-SIGMA1PRIM[i]) * x1prim[i]',
```

[8] A equação para a remuneração do capital foi invertida para isolar $\mathrm{P1\hat{C}AP}_i$.

```
  indexes = "i in IND",
  type = "defining",
  desc = "Variação na demanda por capital na indústria i"
)

equations[["E_p1prim"]] <- create_equation(
  'p1prim[i] = SHAREPRIM["Labour",i] * p1lab +
               SHAREPRIM["Capital",i] * p1cap[i]',
  indexes = c('i in IND'),
  type = "defining",
  desc = "Variação no índice de preço do fator primário para indústria i"
)
```

3.2.10 Equilíbrios nos Mercados de Bens

$$\hat{X}^0_{cs} = \sum_{u \in \mathrm{USER}} \mathrm{SHRSALES}_{csu} \hat{X}_{csu}, \quad c \in \mathrm{COM}, s \in \mathrm{SRC}$$

em que

$$\mathrm{SHRSALES}_{csu} = \frac{\mathrm{USE}_{csu}}{\sum_u \mathrm{USE}_{csu}}, \quad c \in \mathrm{COM}, s \in \mathrm{SRC}, u \in \mathrm{USER}$$

$$\mathrm{C\hat{O}ST}_i = \frac{\sum_c \sum_s USE_{csi} \times \hat{p}_{cs} + FAC_{labour,i} \times \mathrm{P1\hat{L}AB}_i + FAC_{capital,i} \times \mathrm{P1\hat{C}AP}_i}{\mathrm{V1TOT}_i}$$

```
SHRSALES <- USE %>%
  group_by(COM, SRC) %>%
  mutate(SALES = sum(Value),
         SHRSALES = Value/SALES) %>%
  select(COM, SRC, USER, SHRSALES)

# Salários + Remuneração do Capital
V1PRIM <- FAC_DF %>%
  group_by(IND) %>%
  summarise(Value = sum(Value))

# Custos Intermediários
IC <- USE %>%
  filter(USER %in% IND) %>%
  group_by(IND = USER) %>%
  summarise(ic = sum(Value))

# Custos totais
V1TOT <- V1PRIM %>%
```

```
  rename(va = Value) %>%
  left_join(IC) %>%
  mutate(Value = va + ic) %>%
  select(IND, Value)
```

```
## Joining, by = "IND"
```

```
params[["USE"]] <- create_param(
  value = USE,
  indexes = sets[c("COM", "SRC", "USER")],
  desc = "Uso do produto c da fonte s pelo usuário u"
)

params[["FAC0"]] <- create_param(
  value = FAC_DF,
  indexes = sets[c("FAC", "IND")],
  desc = "Uso inicial dos fatores primários pela indústria i"
)

params[["V1TOT"]] <- create_param(
  value = V1TOT,
  indexes = sets[c("IND")],
  desc = "Custo total da indústria i"
)

params[["SHRSALES"]] <- create_param(
  value = SHRSALES,
  indexes = sets[c("COM", "SRC", "USER")],
  desc = "Participação do usuário u nas vendas de c de origem s"
)
```

```
variables[["x0"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("COM", "SRC")],
  type = "defined",
  desc = "Variação na demanda total de c de origem s"
)

variables[["cost"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("IND")],
  type = "defined",
  desc = "Variação no custo marginal de produção "
)
```

```
equations[["E_x0"]] <- create_equation(
  "x0[c,s] = sum(SHRSALES[c,s,] * x[c,s,])",
  indexes = c("c in COM", "s in SRC"),
```

```
  type = "defining",
  desc = "Variação na demanda total de c de origem s"
)

equations[["E_cost"]] <- create_equation(
  "cost[i] = (sum(USE[,,i]*p) +
  FACO['Labour',i]*p1lab +
  FACO['Capital',i]*p1cap[i])/V1TOT[i]",
  indexes = c("i in IND"),
  type = "defining",
  desc = "Variação no custo marginal de produção da indústria i"
)
```

Agora, vamos definir as equações para duas variáveis do tipo mcc: $\mathrm{P1\hat{T}OT}_i$ e $\mathrm{X1\hat{T}OT}_i$:

- Condição de lucro zero para a indústria i:

$$\mathrm{P1\hat{T}OT}_i = \mathrm{C\hat{O}ST}_i, \quad i \in \mathrm{IND}$$

- Oferta igual a demanda para a indústria i[9]:

$$\mathrm{X1\hat{T}OT}_i = \hat{X}^0_{i\ \mathrm{dom}}, \quad i \in \mathrm{IND}$$

```
variables[["p1tot"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("IND")],
  type = "undefined",
  desc = "Variação no preço da indústria i"
)

variables[["x1tot"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets[c("IND")],
  type = "undefined",
  desc = "Variação na produção da indústria i"
)
```

```
equations[["E_p1tot"]] <- create_equation(
  "p1tot[i] - cost[i]",
  indexes = c("i in IND"),
  type = "mcc",
  desc = "Condição de lucro zero"
)
```

[9]Lembre que o conjunto de produtos é o mesmo conjunto de indústrias. Dessa forma, utilizaremos o índice i para a variável $\hat{X}^0_{cs}$.

```
equations[["E_x1tot"]] <- create_equation(
  "x1tot[i] - x0[i,'dom']",
  indexes = c("i in IND"),
  type = "mcc",
  desc = "Equilíbrio no mercado i"
)
```

3.2.11 Equilíbrio nos Mercados de Fatores de Produção

No mercado de fatores, temos equilíbrios de para dois mercados: trabalho e capital. No entanto, a suposição escolhida sobre a mobilidade dos fatores irá determinar quantos preços de fato existirão. Para o fator trabalho, assume-se que a mão-de-obra não é específica de cada setor, o que resulta em um único mercado de trabalho com preço P1LAB. No entanto, para utilização de capital será assumido que o fator é específico da indústria e o total usado por cada indústria (X1CAP) é determinado exogenamente. Dessa forma, cada indústria terá um preço (remuneração) de capital que faz com que a variação no uso de capital seja igual àquela determinada exogenamente.

Adicionalmente, no exemplo apresentado, consideramos um fechamento de curto prazo no qual o salário real é fixo e o nível total de emprego é determinado endogenamente. Assim, no equilíbrio espera-se que

$$\hat{L} = \sum_{i \in \mathrm{IND}} \mathrm{SHARE\ LAB}_i \times \mathrm{X1\hat{L}AB}_i,$$

em que $\hat{L}$ é a variação no emprego total e o lado direito da equação mensura a variação na quantidade total demandada por trabalho de cada indústria ponderado pelo participação inicial de cada indústria no uso do trabalho total ($\mathrm{SHARE\ LAB}_i$).

```
SHARELAB <- FAC_DF %>%
  filter(FAC == "Labour") %>%
  mutate(SHARELAB = Value/sum(Value)) %>%
  select(IND, SHARELAB)

params[["SHARELAB"]] <- create_param(
  value = SHARELAB,
  indexes = sets["IND"],
  desc = "Part. de cada indústria no uso do fator trabalho"
)
```

```
variables[["l"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = "emprego",
  type = "defined",
```

```
  desc = "Variação no emprego total"
)
```

```
equations[["E_l"]] <- create_equation(
  'l = sum(SHARELAB * x1lab)',
  type = "defining",
  desc = "Variação no emprego total"
)
```

Para o mercado do fator capital, assume-se que ele é fixo na indústria. Assim, temos que a variação na demanda tem que ser igual a uma constante que tem valor inicial 1. Essa constante poderá ser usada para simular cenários de aumento do estoque de capital em alguma indústria. Considerando isso, em equilíbrio, a variação do preço do capital na indústria i, $\text{P1}\hat{\text{C}}\text{AP}_i$, tem que satisfazer a seguinte equação de equilíbrio:

$$\text{X1}\hat{\text{C}}\text{AP}_i = \text{X1}\hat{\text{C}}\text{AP}_i^{\text{EXO}}$$

```
# O capital é fixo na indústria (exógeno)
params[["X1CAP_EXO"]] <- create_param(
  value = 1,
  indexes = sets["IND"],
  desc = "Variação exógena no uso de capital por indústria"
)
```

```
variables[["p1cap"]] <- create_variable(
  value = 1,
  indexes = sets['IND'],
  type = "undefined",
  desc = "Variação na remuneração do capital por indústria i"
)
```

```
equations[["E_p1cap"]] <- create_equation(
  'x1cap[i] - X1CAP_EXO[i]',
  indexes = 'i in IND',
  type = "mcc",
  desc = "equilíbrio no mercado de capital para indústria i"
)
```

3.2.12 Criando o objeto do modelo

```
minimal <- list(
  sets = sets,
  params = params,
  variables = variables,
```

```r
  equations = equations
)

minimal$params$X3TOT$value[] <- 1.1

sol <- solve_emr_block(minimal)
sol$message
```

```
## [1] "Successful convergence"
```

```r
sol$variables$l
```

```
##  emprego
## 1.011378
```

```r
sol$variables$p1tot
```

```
##  AgricMining  Manufacture    Utilities Construction TradeTranspt
##     1.022332     1.058874     1.111257     1.070042     1.083058
## FinanProprty     Services
##     1.131613     1.083139
```

3.3 Exemplos de Simulações

REFERÊNCIAS

M.E. Burfisher. *Introduction to Computable General Equilibrium Models*. Cambridge University Press, 2017. ISBN 9781107132207. URL https://books.google.com.br/books?id=mIHuDQAAQBAJ.

Robert Dekle, Jonathan Eaton, and Samuel Kortum. Global Rebalancing with Gravity: Measuring the Burden of Adjustment. *IMF Staff Papers*, 55(3):511–540, July 2008. URL https://ideas.repec.org/a/pal/imfstp/v55y2008i3p511-540.html.

Mark Horridge and Alan Powell. Minimal - a simplified general equilibrium model. Technical report, Centre of Policies Studies and the Impact Project, 2001.

Xiao-guang Zhang. A simple structure for cge models. Technical report, Australian Productivity Commission, 2013. URL https://jgea.org/resources/download/6539.pdf.