Função polinomial do 1º grau

Gênesis Soares Araújo

Objetivos :

- Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas;
- Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas;
- Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
- Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências;
- Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos;
- Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Principais conceitos que você vai aprender:

- Função constante
- Função polinomial do 1º grau
- Estudo dos sinais das funções
- Situações-problema com funções polinomiais do 1.º grau

- **Função constante**

Existem certas funções **f** em que os valores de f(x) permanecem sempre o mesmo para qualquer valor real de **x**.

• Função constante

Existem certas funções **f** em que os valores de f(x) permanecem sempre o mesmo para qualquer valor real de **x**.

Exemplo

Preço único de uma passagem $\rightarrow$ R$ 3,50

Qualquer distância $\rightarrow$ $x \geq 0$ (em quilômetros)

• Função constante

Existem certas funções **f** em que os valores de f(x) permanecem sempre o mesmo para qualquer valor real de **x**.

Exemplo

Preço único de uma passagem $\rightarrow$ R$ 3,50

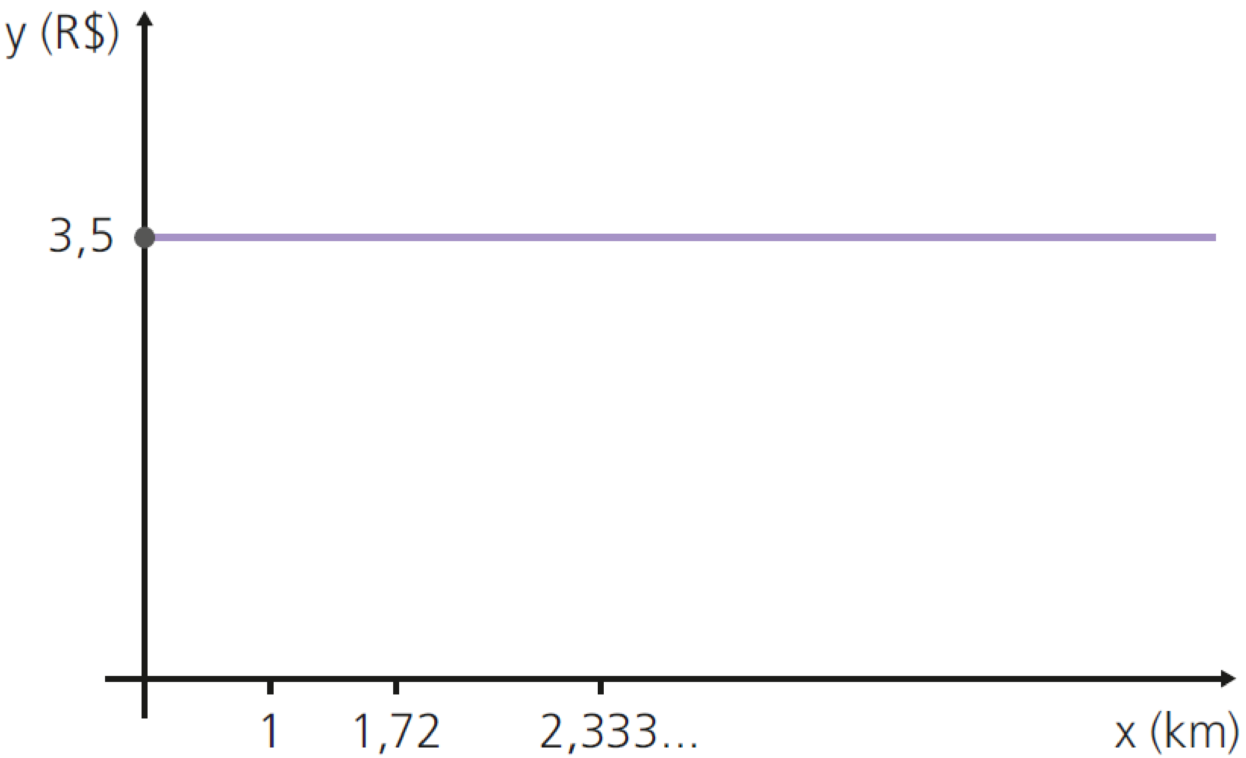
Qualquer distância $\rightarrow x \geq 0$ (em quilômetros)

Distância (em km)	Valor da passagem (em R$)
0	3,50
1	3,50
1,72	3,50
2,333...	3,50

• Função constante

Gráfico

$f(0) = 3{,}5$; $f(1) = 3{,}5$; $f(1{,}72) = 3{,}5$; $f(2{,}333...) = 3{,}5$, e assim por diante, para qualquer valor real de **x** não negativo.



- **Função constante**

Representação:

a) na forma tabular;

{(0; 3,5); (1; 3,5); (1,72; 3,5); (2,333...; 3,5)}

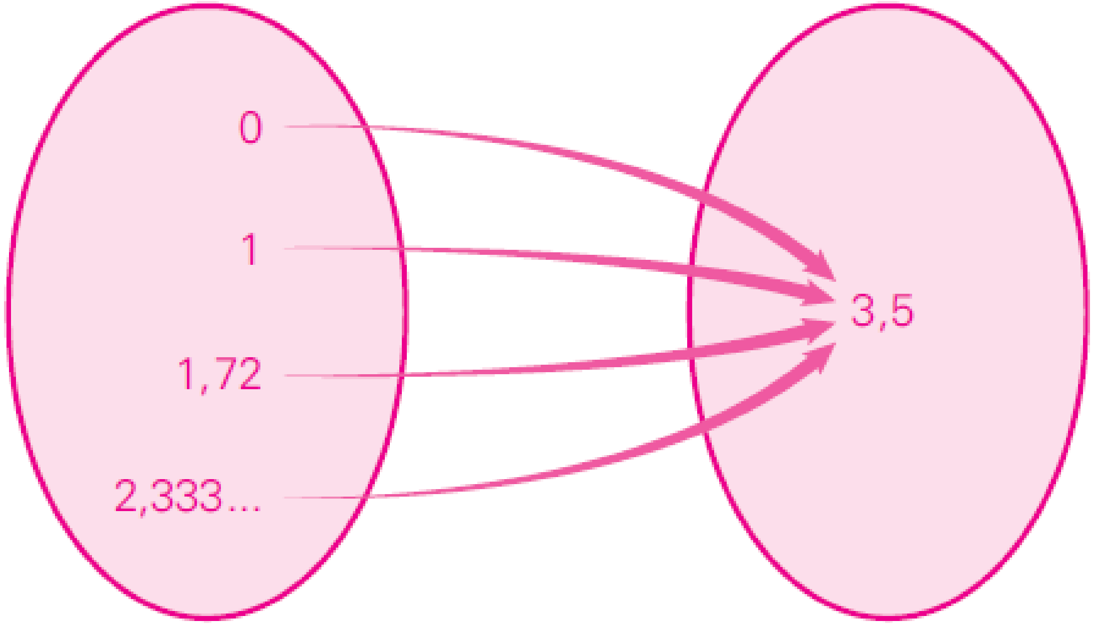
- **Função constante**

Representação:

a) na forma tabular;

{(0; 3,5); (1; 3,5); (1,72; 3,5); (2,333...; 3,5)}

b) num diagrama de flechas.



• Função constante

Formalizando

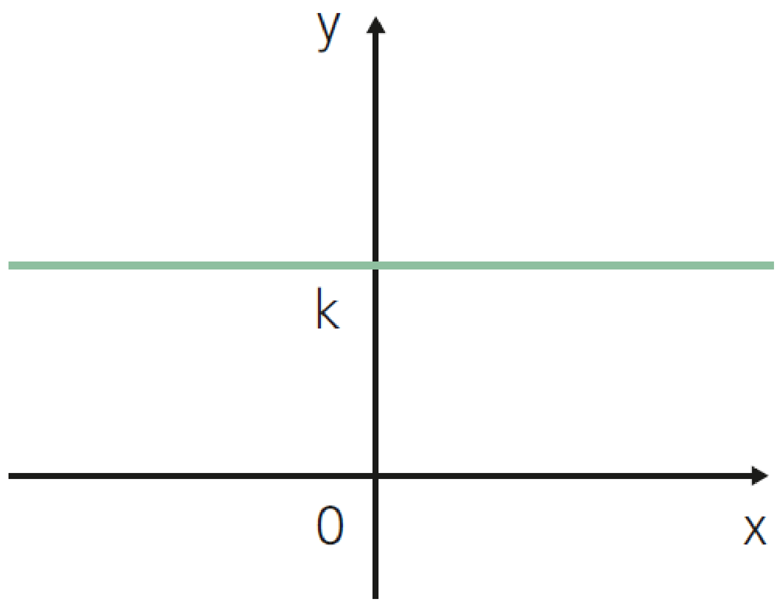
Dado um número real k, denomina-se função constante a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = k$.

• Função constante

Formalizando

Dado um número real k, denomina-se função constante a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = k$.

O gráfico de uma função constante $f(x) = k$ é uma reta paralela ao eixo das abscissas, e a intersecção desse gráfico com o eixo das ordenadas é o ponto $(0; k)$.

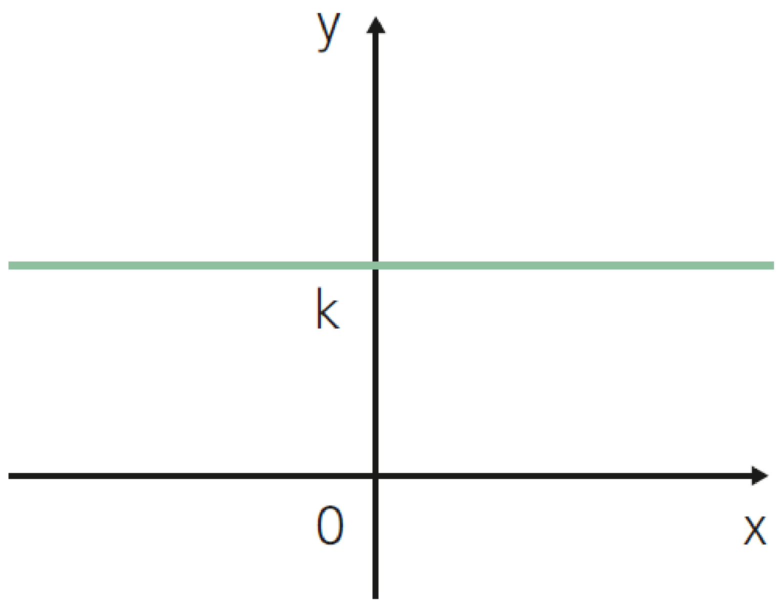


• Função constante

Formalizando

Dado um número real k, denomina-se função constante a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = k$.

O gráfico de uma função constante $f(x) = k$ é uma reta paralela ao eixo das abscissas, e a intersecção desse gráfico com o eixo das ordenadas é o ponto $(0; k)$.



$D = \mathbb{R}$

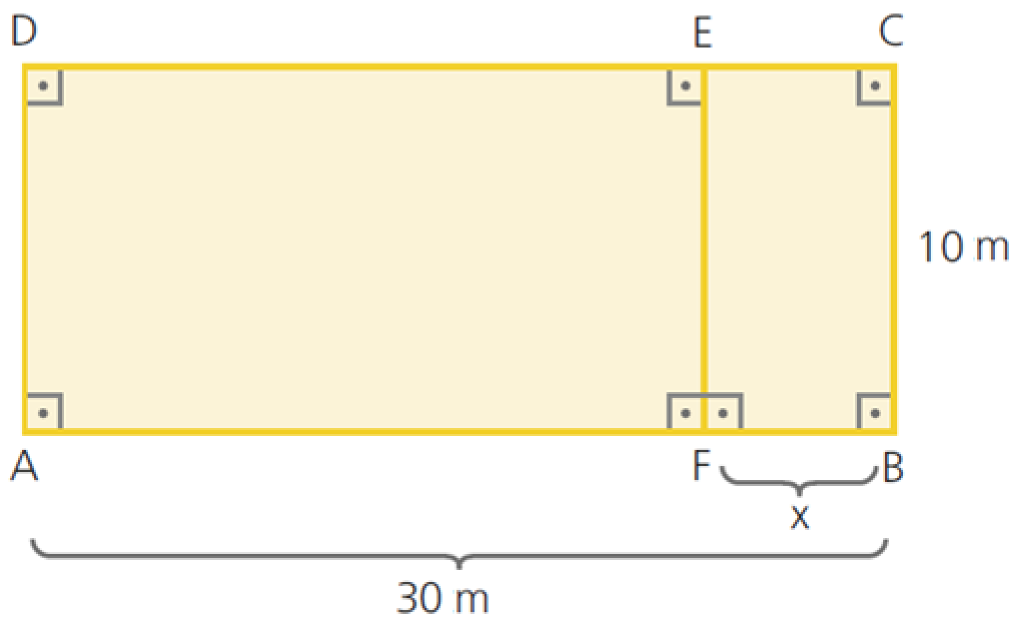
$CD = \mathbb{R}$

$Im = \{k\}$

• Função polinomial do 1º grau

Situação:

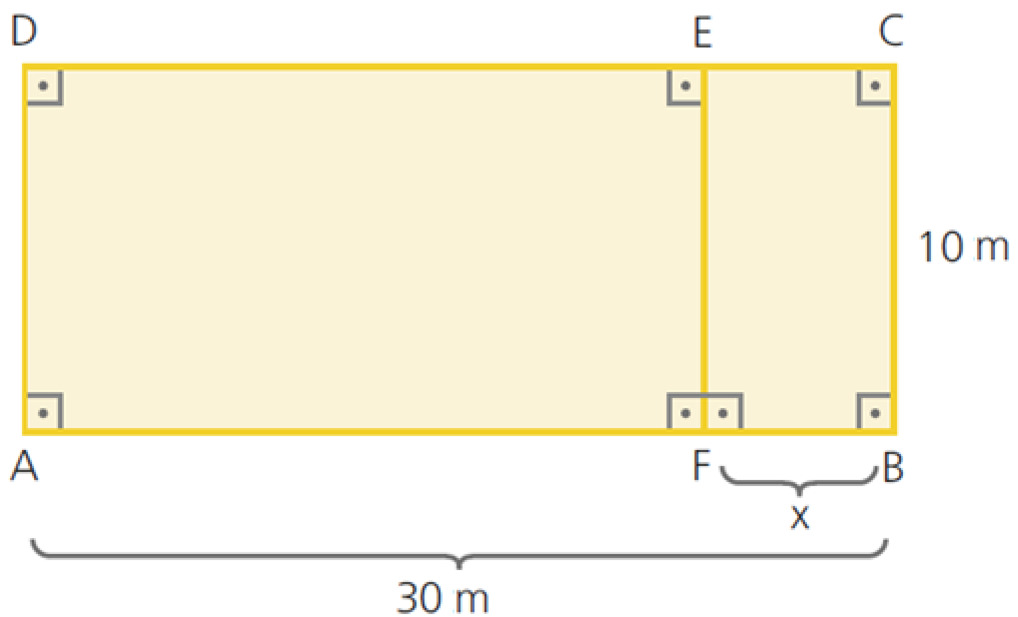
Um terreno de forma retangular, de lados 30 m e 10 m, deverá ser dividido em duas partes conforme a figura.



• Função polinomial do 1º grau

Situação:

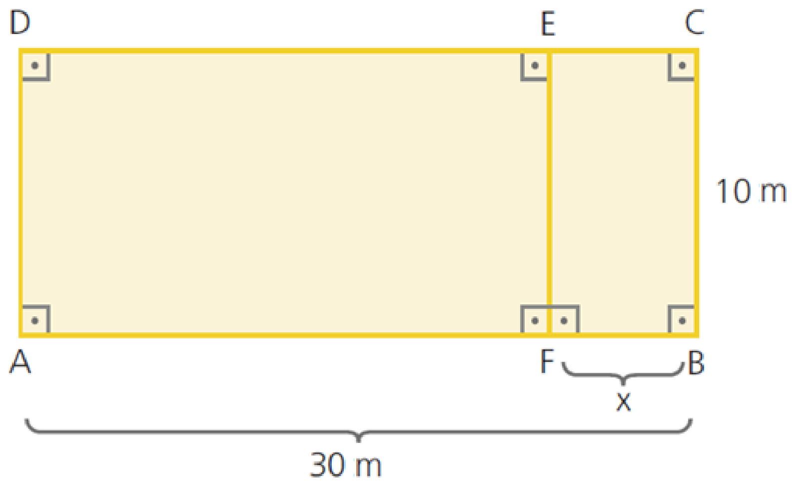
Um terreno de forma retangular, de lados 30 m e 10 m, deverá ser dividido em duas partes conforme a figura.



Observe que o perímetro do terreno ABCD é 80 m e o perímetro **y** do terreno BCEF é $y = 2x + 20$, para $0 \leq x \leq 30$.

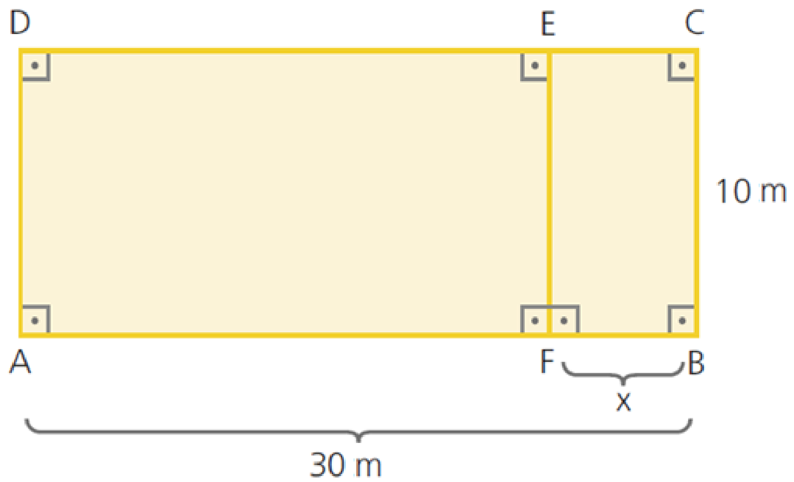
- **Função polinomial do 1º grau**

A área do terreno ABCD é de 300 m^2 e a área A do terreno BCEF é de $A = 10x$, para $0 \leq x \leq 30$.



• Função polinomial do 1º grau

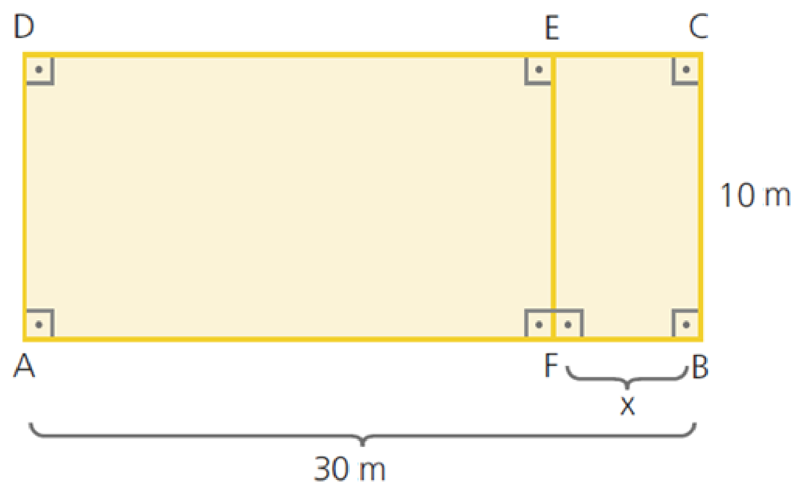
A área do terreno ABCD é de 300 m^2 e a área A do terreno BCEF é de $A = 10x$, para $0 \leq x \leq 30$.



Tanto o perímetro quanto a área do terreno BCEF podem ser expressos por meio de uma função de um polinômio do 1º grau.

• Função polinomial do 1º grau

A área do terreno ABCD é de 300 m^2 e a área A do terreno BCEF é de $A = 10x$, para $0 \leq x \leq 30$.



Tanto o perímetro quanto a área do terreno BCEF podem ser expressos por meio de uma função de um polinômio do 1º grau.

Dados dois números reais **a** e **b**, com $a \neq 0$, denomina-se **função do 1º grau** ou **função afim** a função: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b$

- **Função polinomial do 1º grau**

  Particularidades

Considere a seguinte função afim:

$f(x) = ax + b$

• Função polinomial do 1º grau

Particularidades

Considere a seguinte função afim:

$f(x) = ax + b$

I. Se $b = 0$, $f(x) = ax$ é denominada de **função linear**.

Exemplo:

$f(x) = 5x$;

$f(x) = x$

• Função polinomial do 1º grau

Particularidades

Considere a seguinte função afim:

$f(x) = ax + b$

I. Se $b = 0$, $f(x) = ax$ é denominada de **função linear**.

Exemplo:

$f(x) = 5x$;

$f(x) = x$

II. Se $a = 1$ e $b = 0$, $f(x) = x$ é denominada de **função identid**ade.

• Gráfico de uma função afim

Considere a seguinte função afim:

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b$

• Gráfico de uma função afim

Considere a seguinte função afim:
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b$

O gráfico da função afim é sempre uma reta e pode ser determinado de diversas maneiras:

• Gráfico de uma função afim

Considere a seguinte função afim:
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b$

O gráfico da função afim é sempre uma reta e pode ser determinado de diversas maneiras:

Conhecida a expressão algébrica da função, atribuem-se valores a x, obtendo-se os correspondentes valores de $y = f(x)$.

• Gráfico de uma função afim

Considere a seguinte função afim:
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b$

O gráfico da função afim é sempre uma reta e pode ser determinado de diversas maneiras:

Conhecida a expressão algébrica da função, atribuem-se valores a x, obtendo-se os correspondentes valores de $y = f(x)$.

• Conhecidos dois pontos distintos pertencentes à função, isto é, dois pares (x; f(x)) dessa função, colocam-se os pontos no plano cartesiano e traça-se a reta.

• Gráfico de uma função afim

Considere a seguinte função afim:
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b$

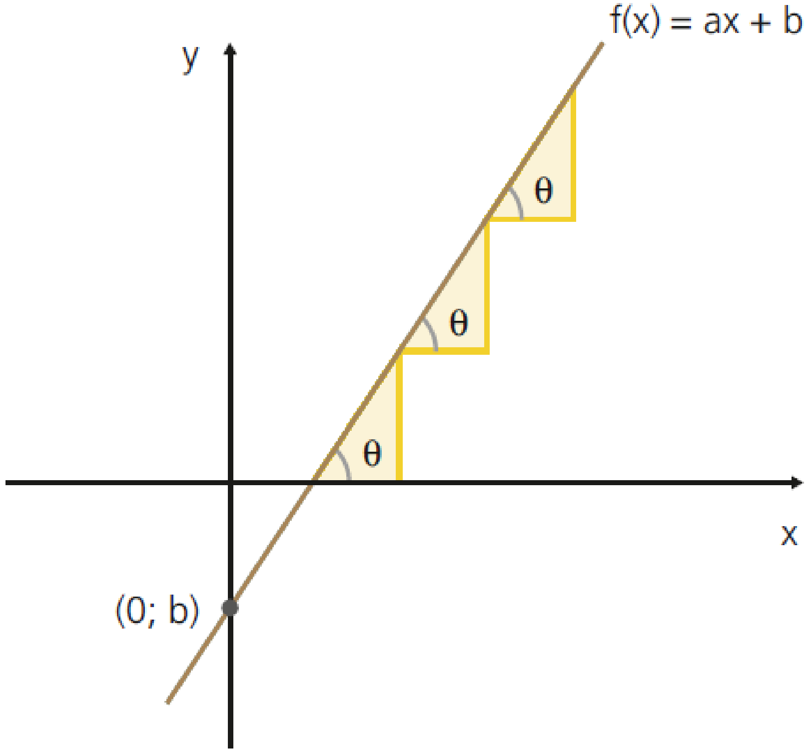
O gráfico da função afim é sempre uma reta e pode ser determinado de diversas maneiras:

Conhecida a expressão algébrica da função, atribuem-se valores a x, obtendo-se os correspondentes valores de $y = f(x)$.

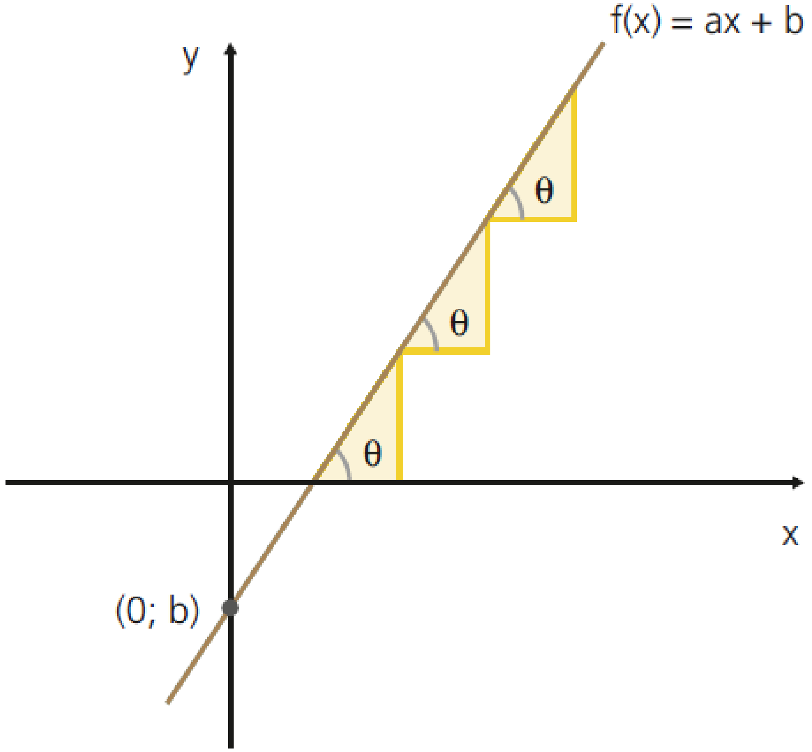
• Conhecidos dois pontos distintos pertencentes à função, isto é, dois pares $(x; f(x))$ dessa função, colocam-se os pontos no plano cartesiano e traça-se a reta.

• Conhecido um ponto da função, isto é, um par $(x; f(x))$ e sua inclinação θ, tem-se:

- **Gráfico de uma função afim**

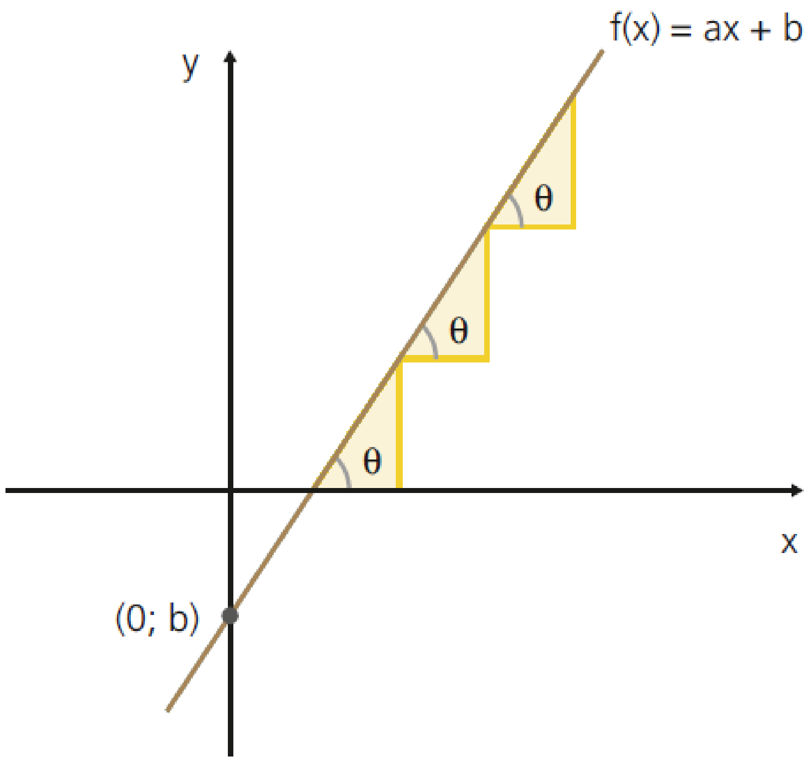


- **Gráfico de uma função afim**



θ é a inclinação da reta e tg $\theta = $ a é a taxa de variação (coeficiente angular).

- **Gráfico de uma função afim**

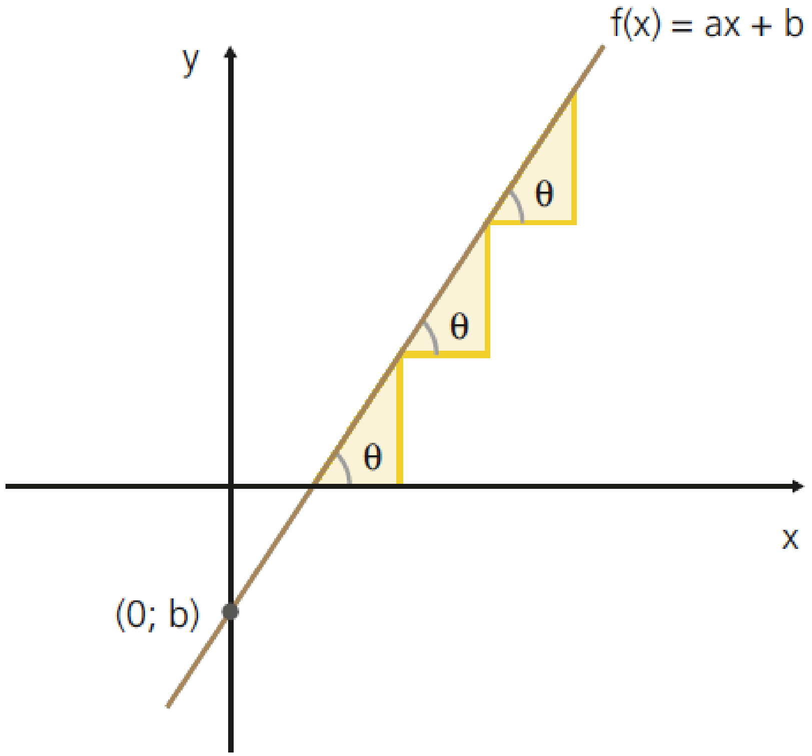


θ é a inclinação da reta e tg $\theta = a$ é a taxa de variação (coeficiente angular).

Função crescente

$\rightarrow$ taxa de variação (tg) positiva $\Rightarrow a > 0$

- **Gráfico de uma função afim**



θ é a inclinação da reta e tg $\theta = a$ é a taxa de variação (coeficiente angular).

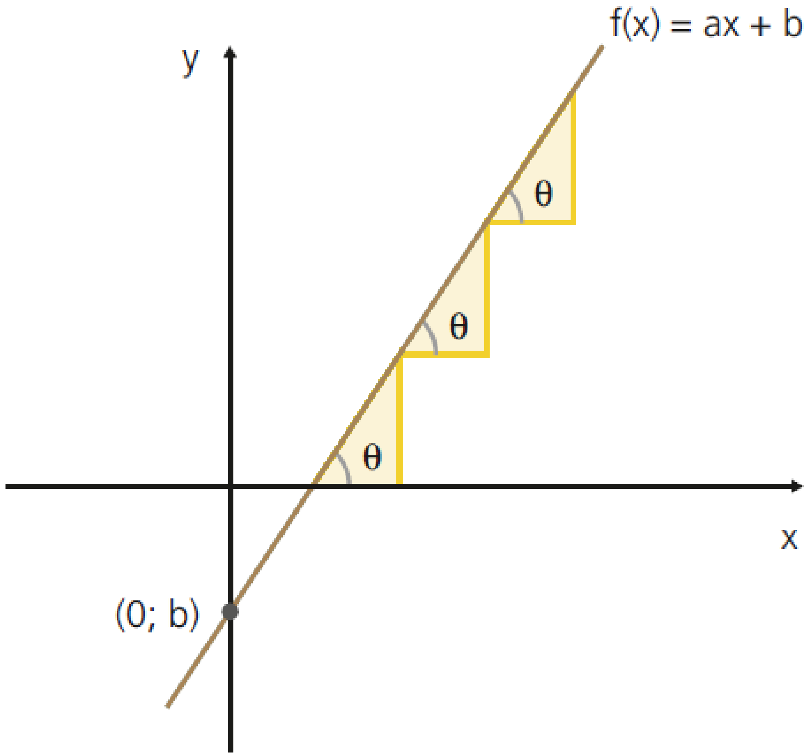
Função crescente

$\rightarrow$ taxa de variação (tg) positiva $\Rightarrow a > 0$

Função decrescente

$\rightarrow$ taxa de variação (tg) negativa $\Rightarrow a < 0$

• Gráfico de uma função afim



θ é a inclinação da reta e tg $\theta = $ a é a taxa de variação (coeficiente angular).

Função crescente

$\rightarrow$ taxa de variação (tg) positiva $\Rightarrow$ a $>$ 0

Função decrescente

$\rightarrow$ taxa de variação (tg) negativa $\Rightarrow$ a $<$ 0

Função decrescente

$\rightarrow$ taxa de variação (tg) nula $\Rightarrow$ a $=$ 0

- **Gráfico de uma função afim**

  Intersecção do gráfico com os eixos

Eixo **x**

O gráfico de uma função intercepta o eixo **x** quando a imagem f(x) é igual a zero. Esse ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo das abscissas é muito importante e é chamado **raiz** da função (ou **zero** da função). Assim sendo, toda vez que procuramos a(s) raiz (raízes) de uma função, basta igualarmos a zero a sentença que representa f(x).

• **Gráfico de uma função afim**

Intersecção do gráfico com os eixos

Eixo **x**

O gráfico de uma função intercepta o eixo **x** quando a imagem f(x) é igual a zero. Esse ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo das abscissas é muito importante e é chamado **raiz** da função (ou **zero** da função). Assim sendo, toda vez que procuramos a(s) raiz (raízes) de uma função, basta igualarmos a zero a sentença que representa f(x).

No caso da função afim, teremos:

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0$$

• Gráfico de uma função afim

Intersecção do gráfico com os eixos

Eixo **x**

O gráfico de uma função intercepta o eixo **x** quando a imagem f(x) é igual a zero. Esse ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo das abscissas é muito importante e é chamado **raiz** da função (ou **zero** da função). Assim sendo, toda vez que procuramos a(s) raiz (raízes) de uma função, basta igualarmos a zero a sentença que representa f(x).

No caso da função afim, teremos:

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0$$

$$\boxed{x = \frac{-b}{a}}$$

Única raiz de uma função afim

- **Gráfico de uma função afim**

  Intersecção do gráfico com os eixos

Eixo **y**

O gráfico de uma função intercepta o eixo **y** quando o elemento **x** é igual a zero. Assim sendo, toda vez que procuramos a intersecção do gráfico da função com o eixo **y**, basta determinarmos a imagem do zero, ou seja, calcularmos f(0).

• Gráfico de uma função afim

Intersecção do gráfico com os eixos

Eixo **y**

O gráfico de uma função intercepta o eixo **y** quando o elemento **x** é igual a zero. Assim sendo, toda vez que procuramos a intersecção do gráfico da função com o eixo **y**, basta determinarmos a imagem do zero, ou seja, calcularmos f(0).

No caso da função afim, teremos:

$$f(0) = a \cdot 0 + b \qquad \therefore \quad \boxed{f(0) = b}$$

• Gráfico de uma função afim

Intersecção do gráfico com os eixos

Eixo **y**

O gráfico de uma função intercepta o eixo **y** quando o elemento **x** é igual a zero. Assim sendo, toda vez que procuramos a intersecção do gráfico da função com o eixo **y**, basta determinarmos a imagem do zero, ou seja, calcularmos f(0).

No caso da função afim, teremos:

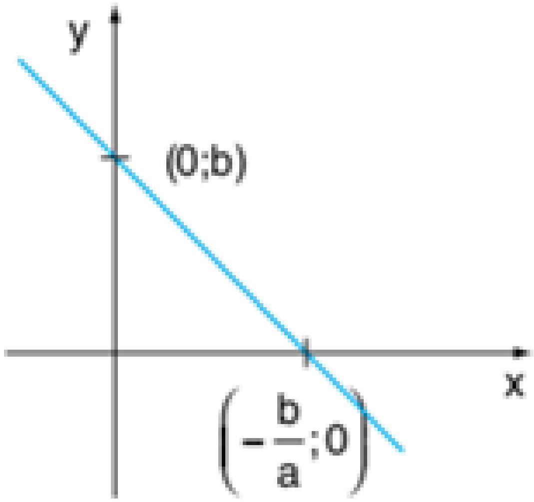
$$f(0) = a \cdot 0 + b \qquad \therefore \quad \boxed{f(0) = b}$$

Portanto, a função afim tem intersecção com o eixo **y** no ponto de ordenada **b**.

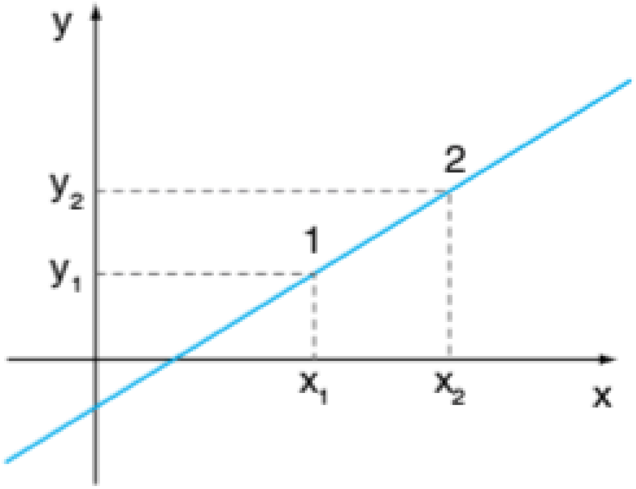
• Gráfico de uma função afim

Coeficiente linear:

- O coeficiente b da função f(x) = ax+b é o chamado coeficiente linear. Ele determina o ponto onde a reta corta o eixo y.



Coeficiente angular(taxa de variação):



O coeficiente a fornece a taxa de variação da grandeza y em relação à grandeza x.

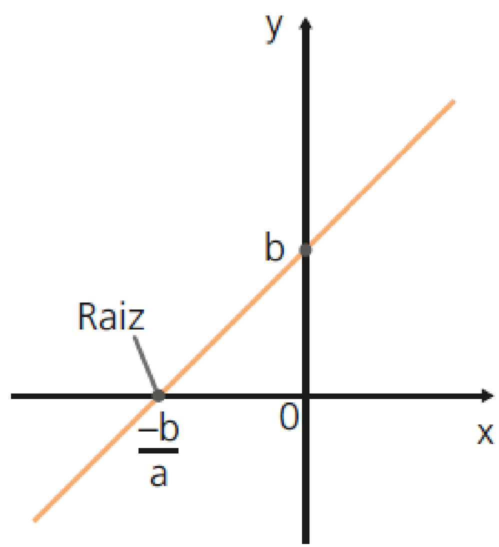
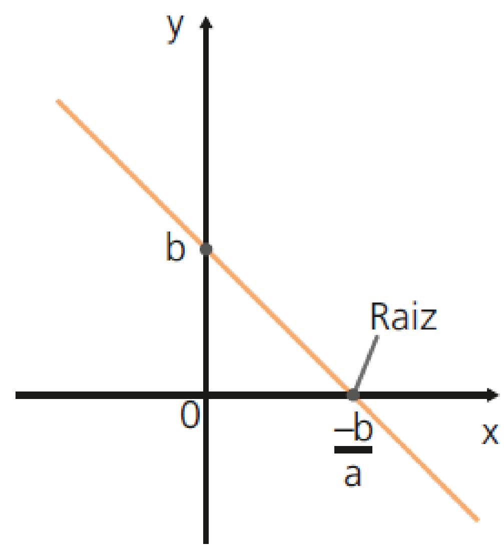
• Gráfico de uma função afim

Intersecção do gráfico com os eixos

Resumo gráfico da função afim:

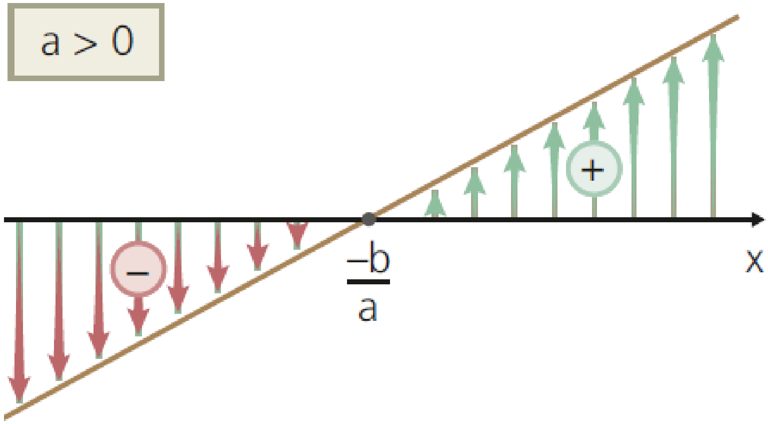
$f(x) = ax + b$

Observação: Os gráficos de funções identidade e lineares $(y = x + b)$ são retas paralelas aos eixos coordenados que passam pela origem.

$f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$	
$a > 0$	$a < 0$
	
Crescente	Decrescente
$D = \mathbb{R}$; $CD = \mathbb{R}$ e $Im = \mathbb{R}$	

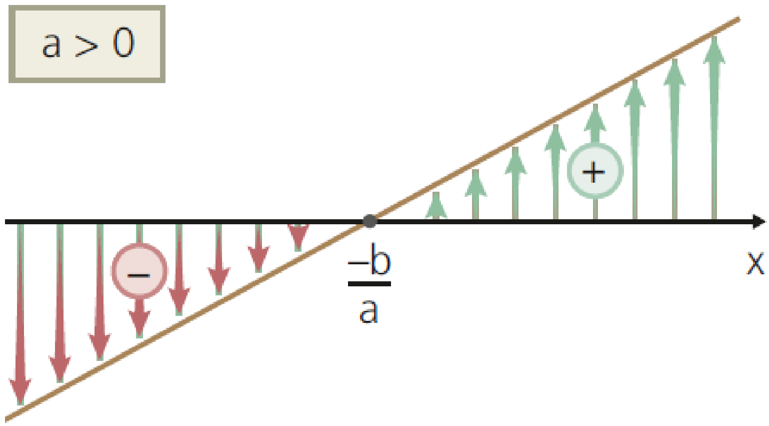
- **Variação de sinais da função afim**

$y = ax + b$, com $a \neq 0$



- **Variação de sinais da função afim**

$y = ax + b$, com $a \neq 0$



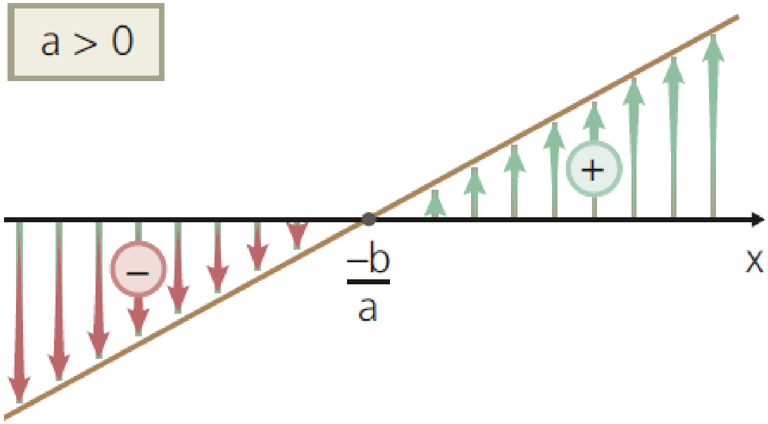
$y > 0$, para $x > \dfrac{-b}{a}$

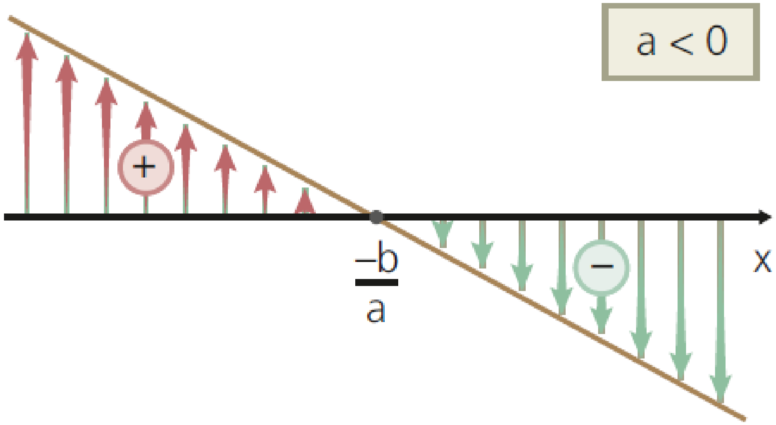
$y = 0$, para $x = \dfrac{-b}{a}$

$y < 0$, para $x < \dfrac{-b}{a}$

- **Variação de sinais da função afim**

$$y = ax + b, \text{ com } a \neq 0$$





$$y > 0, \text{ para } x > \frac{-b}{a}$$

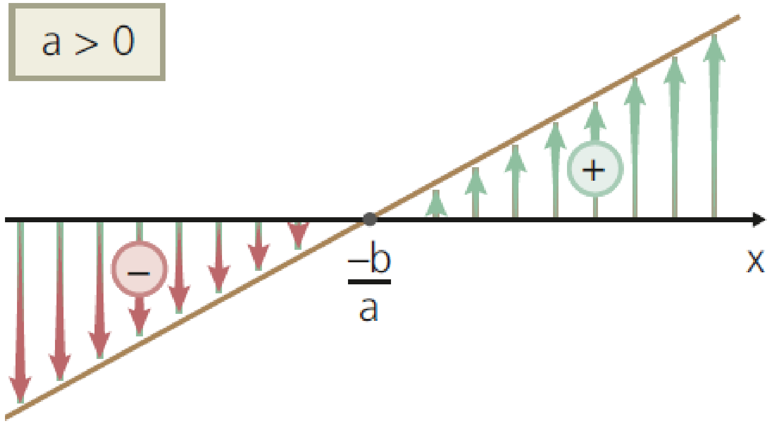
$$y = 0, \text{ para } x = \frac{-b}{a}$$

$$y < 0, \text{ para } x < \frac{-b}{a}$$

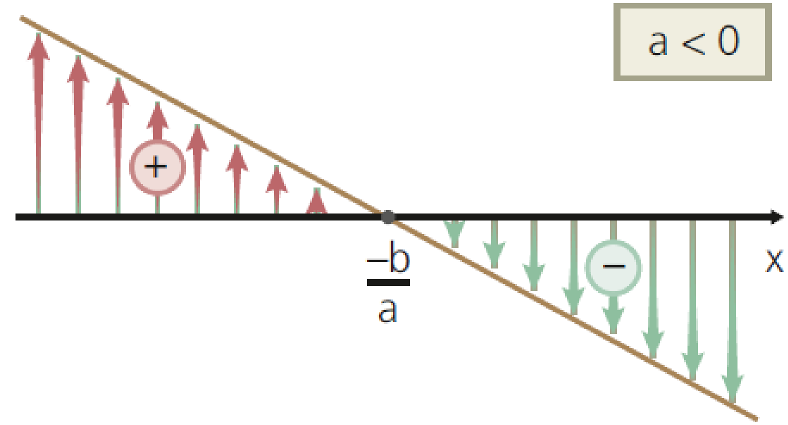
- **Variação de sinais da função afim**

$$y = ax + b, \text{ com } a \neq 0$$

$a > 0$



$a < 0$



$y > 0$, para $x > \frac{-b}{a}$

$y = 0$, para $x = \frac{-b}{a}$

$y < 0$, para $x < \frac{-b}{a}$

$y > 0$, para $x < \frac{-b}{a}$

$y = 0$, para $x = \frac{-b}{a}$

$y < 0$, para $x > \frac{-b}{a}$