

# Conteúdo

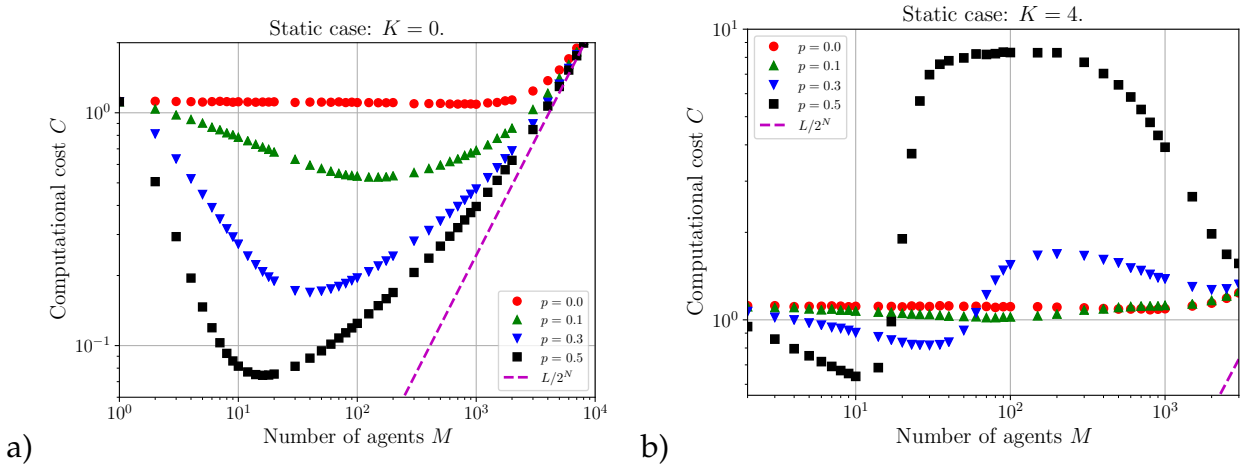
<b>1</b>	<b>Relevo NK com mobilidade</b>	<b>2</b>
1.1	Caso estático . . . . .	2
1.2	Deslocamento dos agentes . . . . .	2
1.2.1	Modelo . . . . .	3
1.3	Caso annealed . . . . .	4
1.4	Caso quenched: deslocamento e distância constantes . . . . .	4
1.4.1	Relevo $K = 0$ . . . . .	5
1.4.2	Relevo $K = 4$ . . . . .	5
1.5	Outros relevos . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Performance de grupo e padrões de comunicação</b>	<b>10</b>
2.1	Caracterização de cada rede . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Testes</b>	<b>14</b>
3.1	Definições da velocidade . . . . .	14
3.1.1	Velocidade seletiva 1 . . . . .	14
3.1.2	Velocidade seletiva 2 . . . . .	15
3.1.3	Velocidade dependente de $\Phi$ . . . . .	15
3.1.4	Velocidade periódica . . . . .	16

# Capítulo 1

## Relevo NK com mobilidade

### 1.1 Caso estático

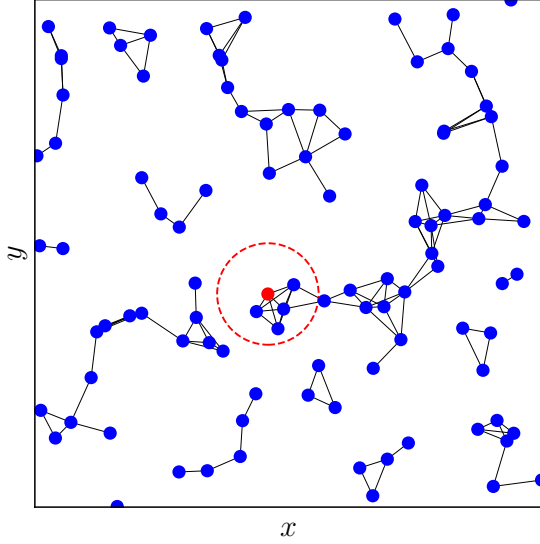
O caso estático é apresentado por ser o modelo inicial em cima do qual o deslocamento dos agentes foi adicionado. Assim trata-se do caso limite quando o deslocamento é nulo.



**Figura 1.1:** Caso estático para  $N = 12$  para várias probabilidades de cópia  $p$ . (a)  $K = 0$ . (b)  $K = 4$ .

### 1.2 Deslocamento dos agentes

A motivação para inserção de deslocamento dos agentes é alterar sua conectividade. Essa alteração pode ser feita de diversas maneiras. Porém, primeiramente deve ser definido o critério pelo qual dois agentes são vizinhos. Usamos aqui o critério espacial: dois agentes são vizinhos se um dista do outro uma distância menor que um certo valor  $d$ . O deslocamento dos agentes é a forma de alterar as duplas de vizinhos.



**Figura 1.2:** Distribuição espacial dos agentes. O círculo em azul de raio  $d$  indica os vizinhos do agente em seu centro. Parâmetros:  $M = 10^2$ ,  $\ell \approx 44.2$ ,  $\delta = 1.0$ .

### 1.2.1 Modelo

Em um quadrado de lado  $\ell$  são distribuídos de maneira aleatória  $M$  agentes pontuais. A densidade  $\rho$  é mantida constante e é definida como:

$$\rho = \frac{M}{\ell^2}. \quad (1.1)$$

Escolhemos o valor  $\rho = 512 \times 10^{-4}$ . O lado fica então como  $\ell = \sqrt{M/\rho}$ . A distância de interação  $d$  também é definida em função de  $\rho$  de forma que ele fique constante, independente de  $M$ :

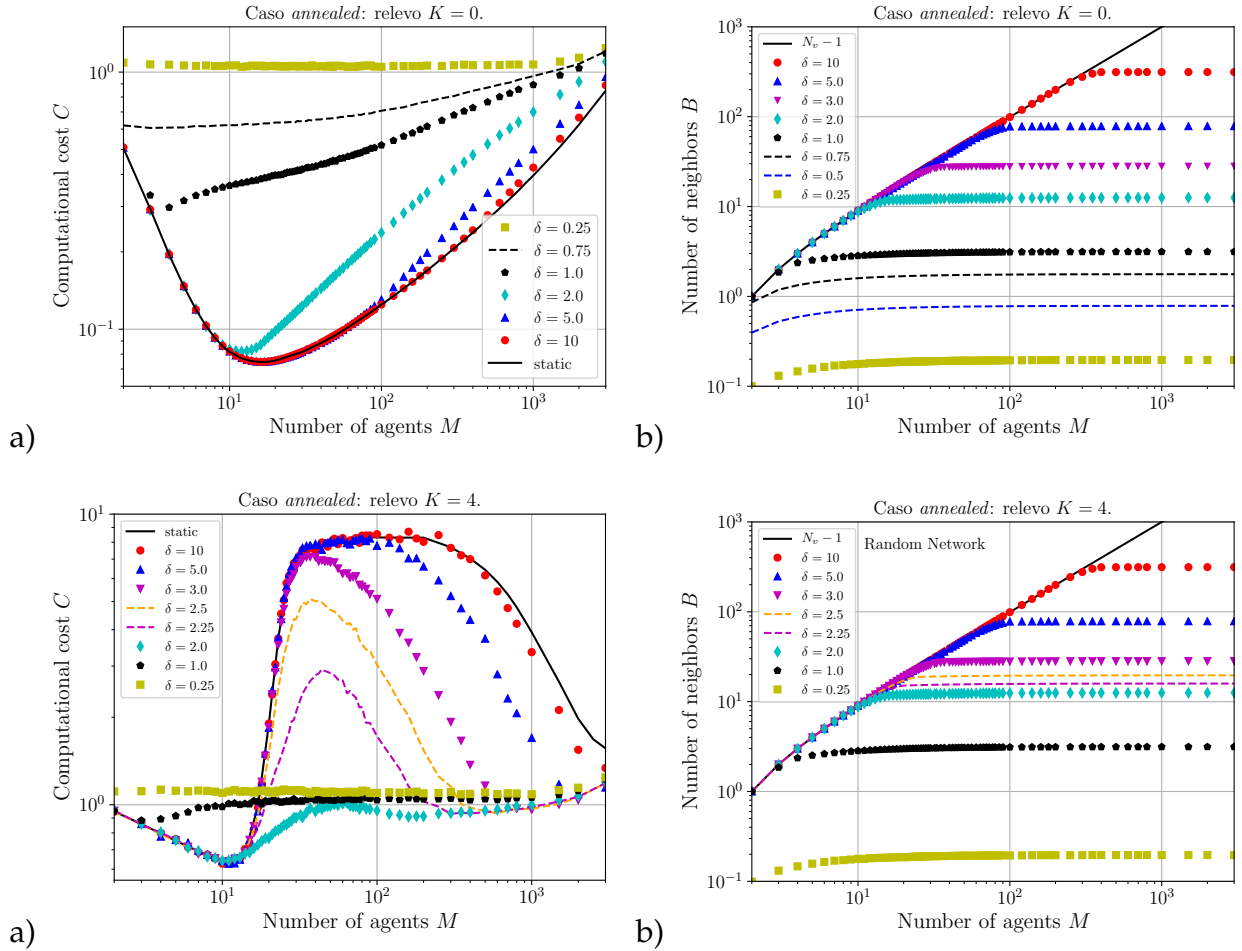
$$d = \frac{\delta}{\sqrt{\rho}}.$$

$\delta$  é apenas a constante multiplicativa que é variada nos gráficos.

Quando um agente é analisado calculamos a distância dele para todos os outros agentes. Quando essa distância for menor que  $d$  eles serão vizinhos. Isso equivale a centrar uma circunferência de raio  $d$  no agente escolhido. Seus vizinhos serão aqueles contidos nessa circunferência. Isso é o que mostra a figura 1.2:  $M = 10^2$  agentes (círculos sólidos) estão distribuídos aleatoriamente em um quadrado de lado  $\ell$ . A cor de cada agente é definida em função de sua fitness  $\Phi$ . Para o agente escolhido (centro do círculo em azul) há apenas um vizinho. Os outros pares de vizinhos (mas que não interagem pois apenas um agente é analisado de cada vez) são indicados também por um traço preto. Repare que o agente no canto superior esquerdo é vizinho do agente no canto diametralmente oposto. Isso é possível pois utilizando condições de contorno periódicas de modo a evitar os efeitos de borda. Pode-se ver também que o agente que tem a fitness máxima  $\Phi_M$  está logo acima da circunferência. A evolução temporal para quando qualquer outro agente atinge essa fitness.

### 1.3 Caso annealed

Primeiramente estudamos o caso annealed: em cada iteração é sorteado aleatoriamente as posições dos agentes. Em seguida um agente é sorteado e avaliado. A ideia é exatamente observar o efeito da aleatoriedade das posições para posteriormente identificar o efeito do deslocamento. O gráfico do custo está na figura 1.3(a) e do número de vizinhos  $B$  na figura 1.3(b). Para  $\delta \geq 10$  o caso estático é recuperado: conectividade máxima. Já no caso  $K = 4$  O gráfico do custo está na figura 1.3(c) e do número de vizinhos  $B$  na figura 1.3(d). O caso estático é recuperado também para  $\delta \geq 10$ .



**Figura 1.3:** Resultados para o caso annealed em função de  $\delta$ . (a) Gráfico  $C$  vs.  $M$  com  $K = 0$ . (b) Gráfico  $B$  vs.  $M$  com  $K = 0$ . (c) Gráfico  $C$  vs.  $M$  com  $K = 4$ . (d) Gráfico  $B$  vs.  $M$  com  $K = 4$ .

### 1.4 Caso quenched: deslocamento e distância constantes

Agora adicionamos o deslocamento nos agentes que chamamos de caso quenched. Neste as posições aleatórias dos agentes são sorteadas apenas uma vez, na primeira iteração. Depois as posições mudam de acordo com os deslocamentos (aleatórios) de cada agente. Nesta seção apresentamos os resultados utilizando a dinâmica 10: deslocamento  $v$  e distância de

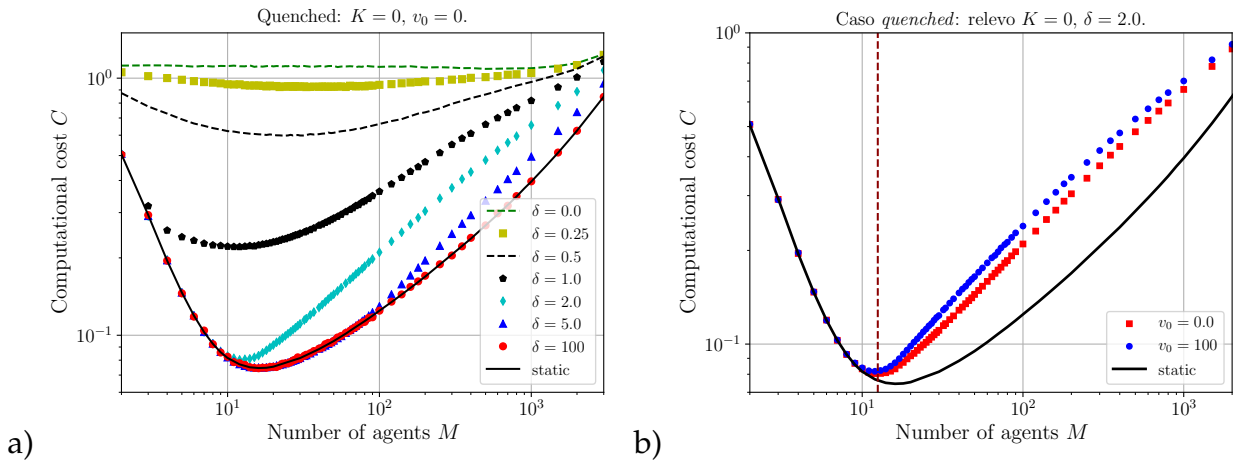
interação  $d$  constantes no tempo. A motivação é que o movimento seletivo (com uma probabilidade  $\omega$  quando estiver interagindo) não resultou em diferença efetiva. Nem mesmo quando fizemos  $\omega$  em função da fitness  $\Phi$  dos vizinhos do agente analisado. Assim, nessa dinâmica o deslocamento de cada agente toda vez que é sorteado é:

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{\rho}}.$$

Da mesma forma que  $d$ , esse deslocamento  $v$  é independente do número de agentes  $M$ .  $v_0$  é apenas a constante multiplicativa que é variada nos gráficos.

### 1.4.1 Relevância $K = 0$

No gráfico 1.4(a) está o custo para vários valores de  $\delta$ . Como esperado para  $\delta$  muito grande ( $= 100$ ) é recuperado o caso estático (onde a conectividade é máxima). No outro extremo para  $\delta = 0$  é recuperado o caso de agentes independentes (conectividade zero). Já a influência da velocidade está no gráfico 1.4(b). Como não há muita influência, apenas os dois valores extremos de velocidade estão graficados.

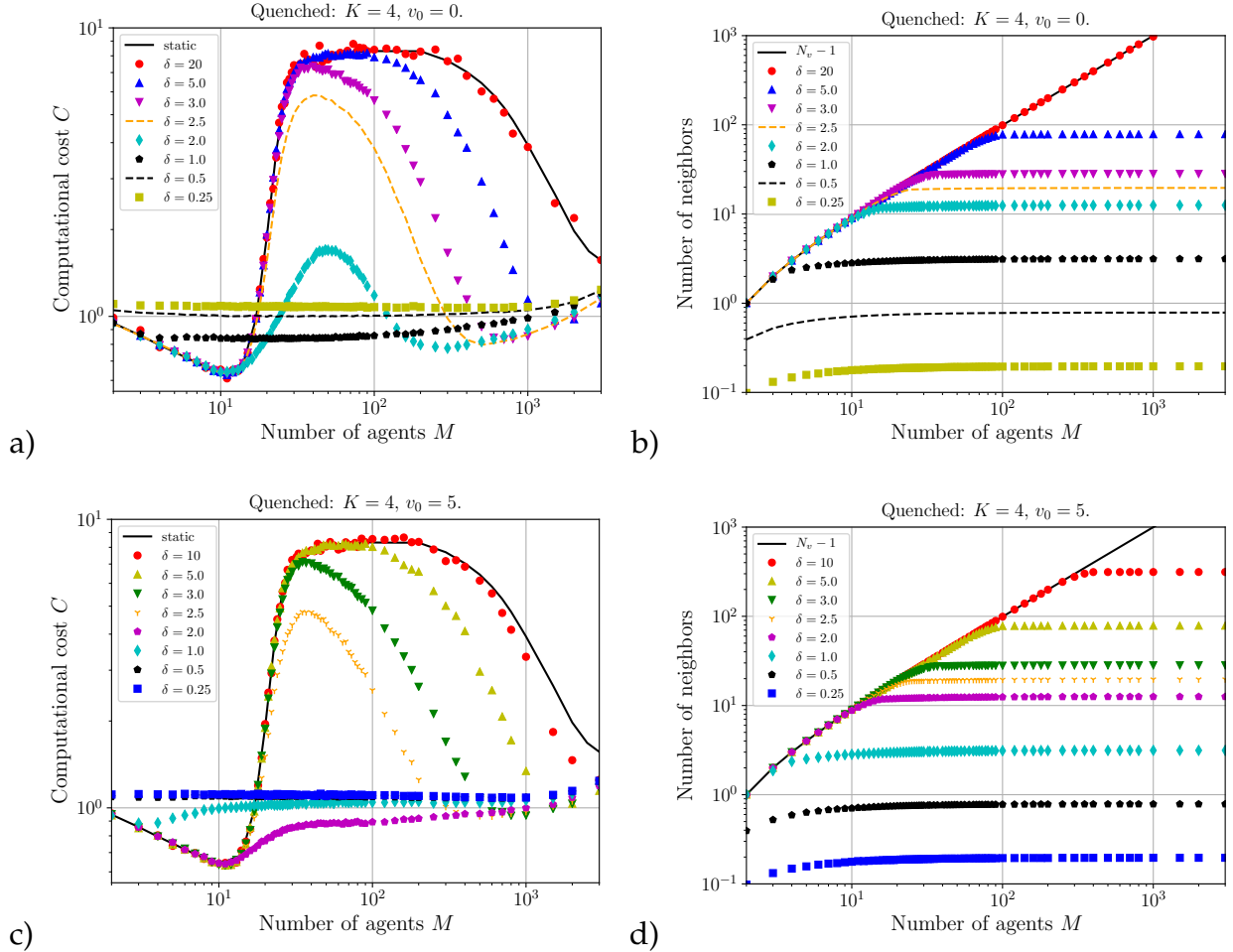


**Figura 1.4:** Gráfico de  $C$  vs.  $M$  no caso  $K = 0$  e  $p = 0.5$ . (b) Gráfico para vários valores de  $\delta$ . (c) Gráfico para diferentes velocidades. (d)  $\delta = 2.5$ . A linha vertical tracejada (em vermelho escuro) representa o número de vizinhos  $B$  para o  $\delta$  em questão. RN = random network.

### 1.4.2 Relevância $K = 4$

Nesta seção apresentamos os resultados para o relevo  $K = 4$  no modo *quenched*. Nas figuras 1.5(a) e 1.5(b) estão o custo  $C$  e o número de vizinhos  $B$  em função do número de agentes  $M$  para deslocamento nulo  $v_0 = 0$ . Nas figuras 1.5(c) e 1.5(d) estão os mesmos gráficos para deslocamento nulo  $v_0 = 5$ . Em termos do custo há diferença significativa apenas nos casos  $\delta = 1.0, 1.5$  e  $2.0$ . Neste último a mudança é a maior observada. Já o número de vizinhos não tem alterações significativas. Na figura 1.6(c) podemos observar que para  $v_0 \geq 1.5$  o custo satura. Assim, uma pergunta que surge é por que o custo muda

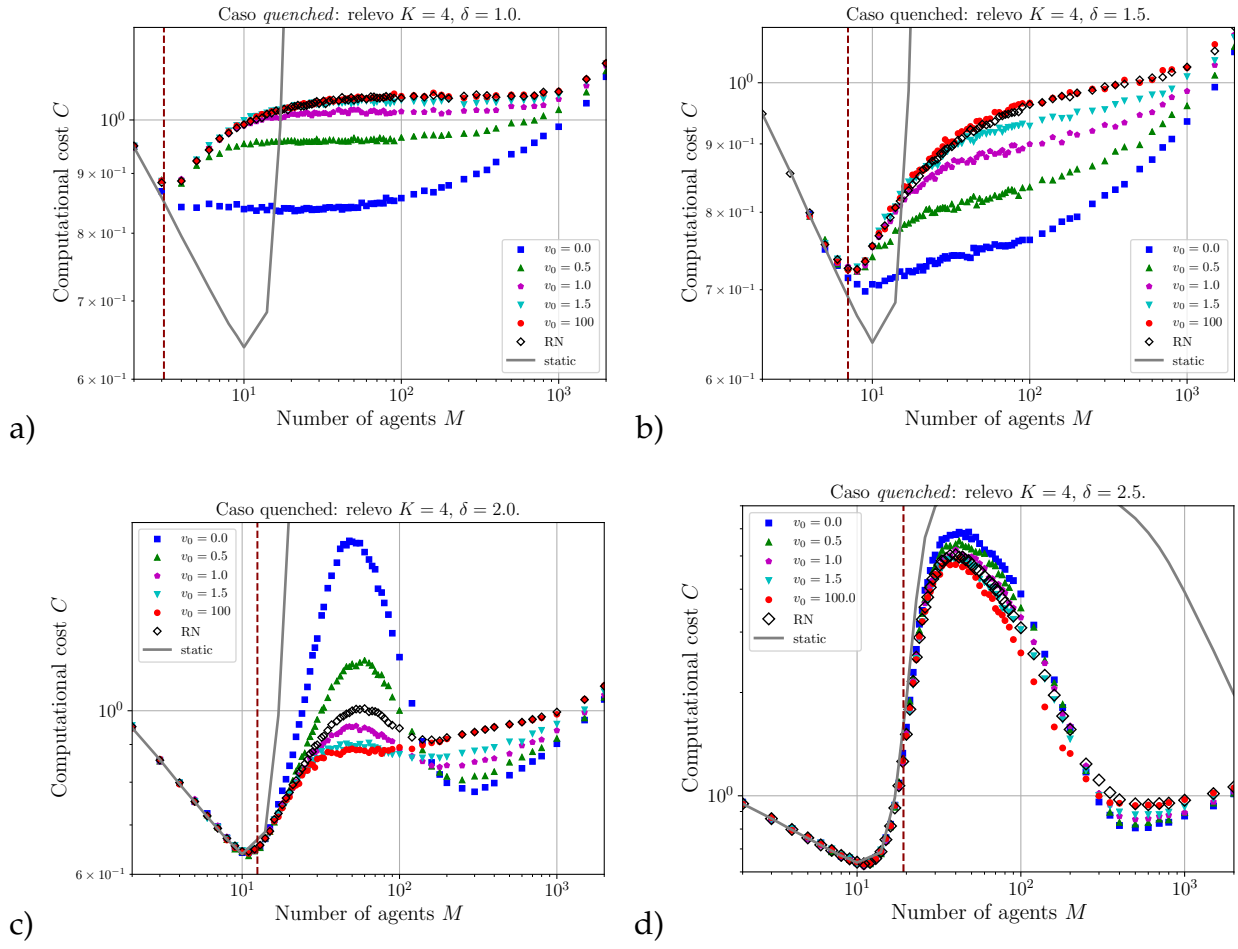
em função do deslocamento  $v_0$  para  $\delta = 2.0$  sendo que o número de vizinhos não se altera. Vamos fixar  $M = 53$  agentes. Para  $v_0 = 0$  temos  $B_0 = 12.333125394383343$  enquanto que para  $v_0 = 1.5$  temos  $B_{15} = 12.331853738207130$ , uma diferença percentual de apenas 0.01 %. De fato, o número de vizinhos pouco muda com  $v_0$ , também sendo igual ao caso annealed, como está na figura 3.2. Parece haver outro fator contribuindo para que o custo mude com o deslocamento  $v_0$ .



**Figura 1.5:** Gráfico do custo  $C$  vs número de agentes  $M$  para vários valores de  $\delta$  no caso quenched com relevo  $K = 4$ . (a) Velocidade  $v_0 = 0.0$ . (c) Velocidade  $v_0 = 5.0$ . Número de vizinhos em função de  $\delta$ . (b)  $v_0 = 0.0$ . (d)  $v_0 = 5.0$ . Tudo considerando  $K = 4$  e  $p = 0.5$ .

Fizemos um gráfico também para um número de agentes apenas:  $M = 53$ . A ideia é verificar nesse valor a inversão da influência de  $v_0$  em função de  $\delta$ . Esse valor de  $M$  foi escolhido pois é onde ocorre o pico no gráfico de  $v_0 = 0$  na figura 1.6(c). Na figura 1.8(a) está o gráfico de  $C$  em função de  $v_0$  para vários valores de  $\delta$ . Para  $\delta$  grande o número de vizinhos é maior e o comportamento de  $C$  se assemelha ao caso de conectividade máxima. Logo  $C$  não varia com  $v_0$  (triângulos azuis). A medida que diminui  $\delta$  começa a haver uma variação. Dois tipos de comportamentos são observados:

- Para  $\delta \geq 2$  o custo  $C$  diminui com  $v_0$ , estabilizando para  $v_0 > 10$ .
- Para  $\delta \leq 1.9$  o custo  $C$  aumenta com  $v_0$ , também estabilizando para  $v_0 > 10$ .

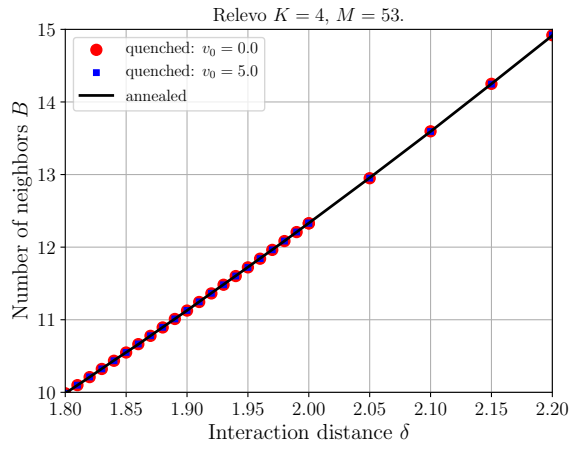


**Figura 1.6:** Gráfico de  $C$  vs.  $M$  para vários valores de velocidade, considerando  $K = 4$  e  $p = 0.5$ . A linha vertical tracejada (em vermelho escuro) representa o número de vizinhos  $B$  para o  $\delta$  em questão. (a)  $\delta = 1.0$ . (b)  $\delta = 1.5$ . (c)  $\delta = 2.0$ . (d)  $\delta = 2.5$ . RN = random network.

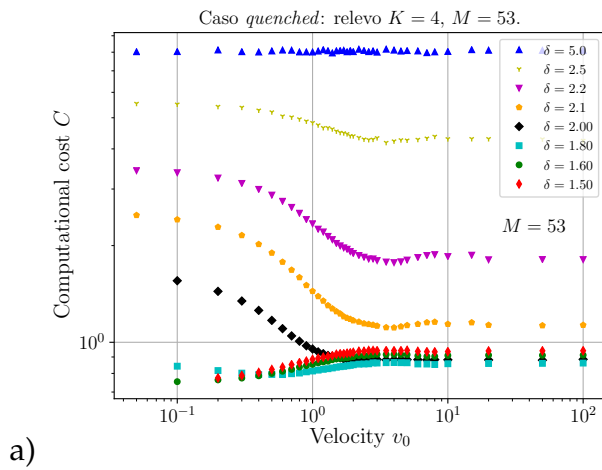
Na figura 1.8(b) está o invertido: gráfico de  $C$  vs.  $\delta$  para 3 valores de  $v_0$ . Também está representado o custo no caso *annealed* (no qual em cada iteração é gerado aleatoriamente as posições dos agentes). O comportamento segue o observado: entre  $2 < \delta < 3$  o custo é maior para  $v_0 = 0$ . Fora desse intervalo inverte.

## 1.5 Outros relevos

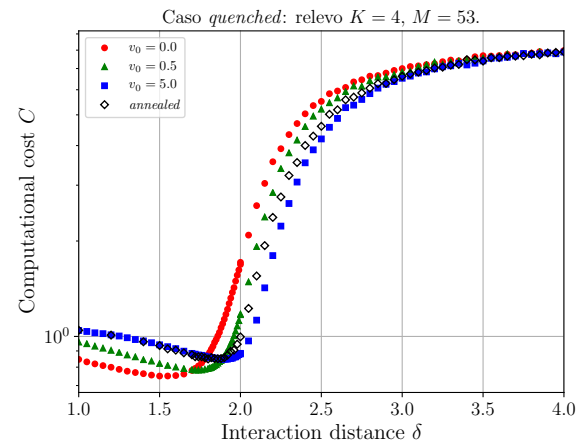
Nesta seção exploramos o efeito da velocidade como mostrado na figura 1.6(c) para outros relevos:  $K = 2, 6, 8$  e  $10$ . De maneira geral o comportamento se repete: para  $10 < M < 10^2$  o custo é maior para  $v_0 = 0$  enquanto que para  $M > 10^2$  o custo para  $v_0 = 0$  é o menor.



**Figura 1.7:** Número de vizinhos  $B$  em função da distância de interação  $\delta$  para  $M = 53$  agentes.



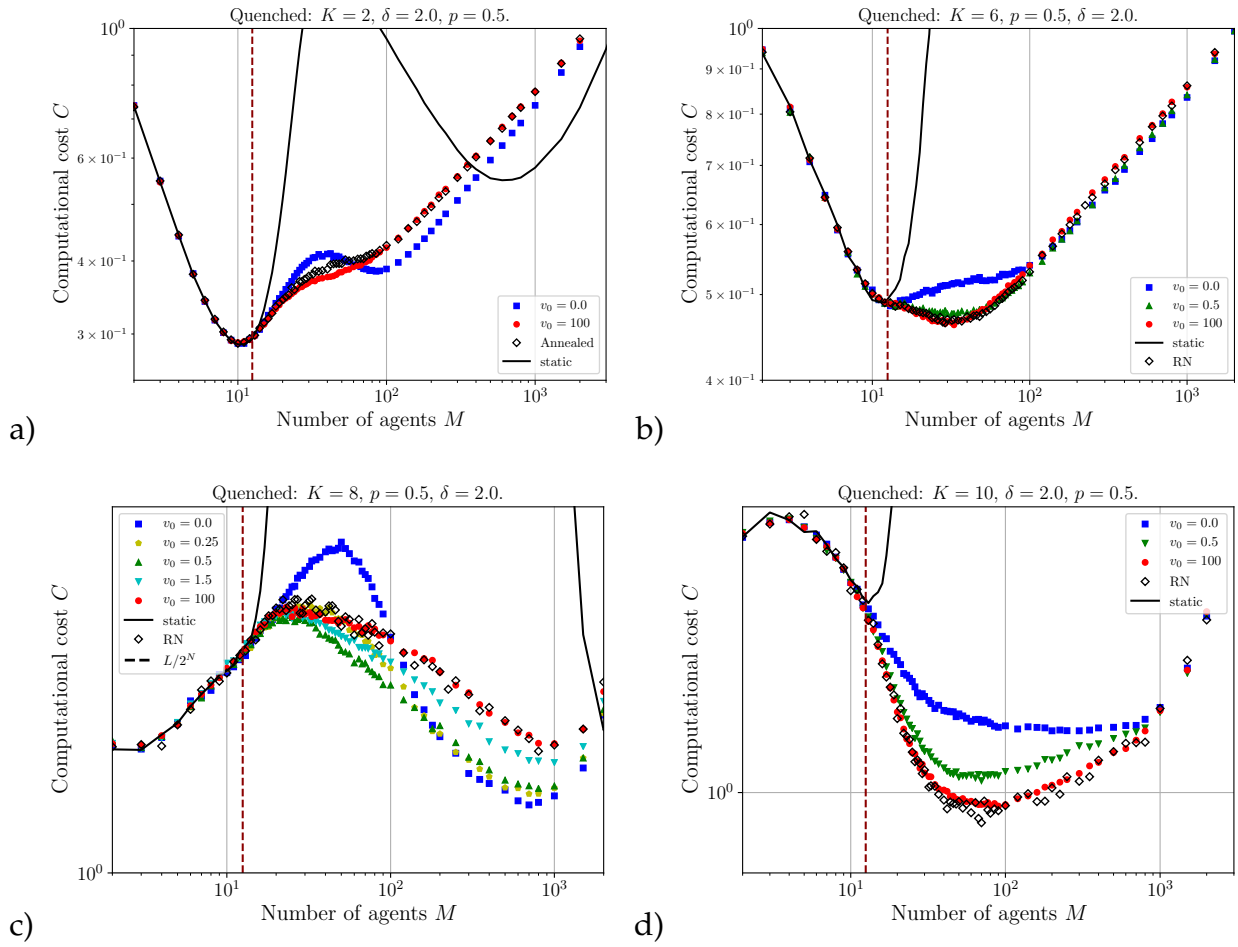
a)



b)

**Figura 1.8:** Gráfico do custo  $C$  considerando apenas um número de agentes  $M = 53$ ,  $K = 4$  e  $p = 0.5$ . (a) Custo  $C$  vs. velocidade  $v_0$  para vários valores de  $\delta$ . (b) Custo  $C$  vs.  $\delta$  para vários valores de  $v_0$ . Para  $\delta > 4.0$  o custo é o mesmo para as 4 sequências de dados.



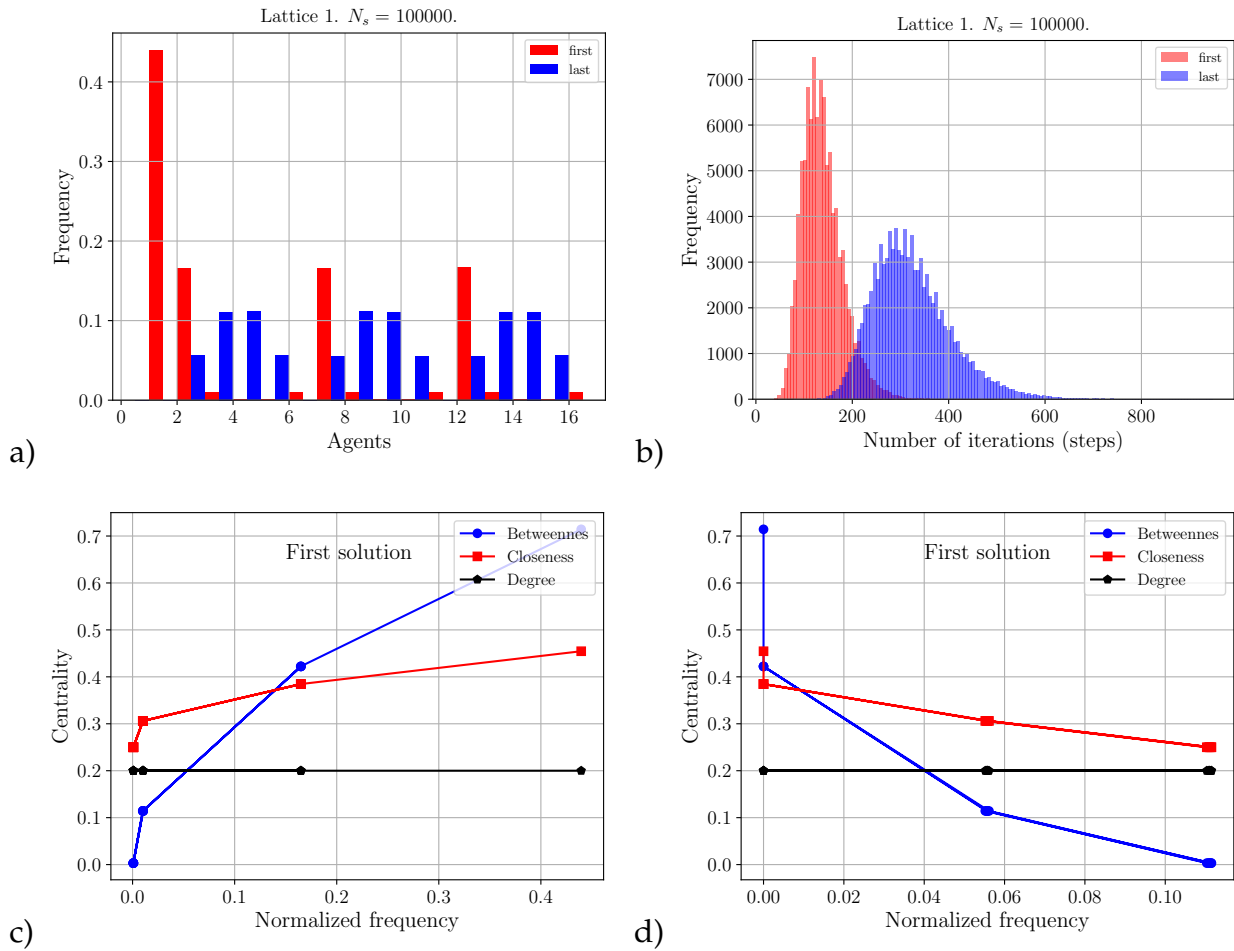


**Figura 1.9:** Gráfico de  $C$  vs.  $M$  para vários valores de velocidade em vários relevos  $K$ , considerando  $p = 0.5$  e  $\delta = 2$ . A linha vertical tracejada (em vermelho escuro) representa o número de vizinhos  $B$ . (a)  $K = 2$ . (b)  $K = 6$ . (c)  $K = 8$ . (d)  $K = 10$ . RN = random network.

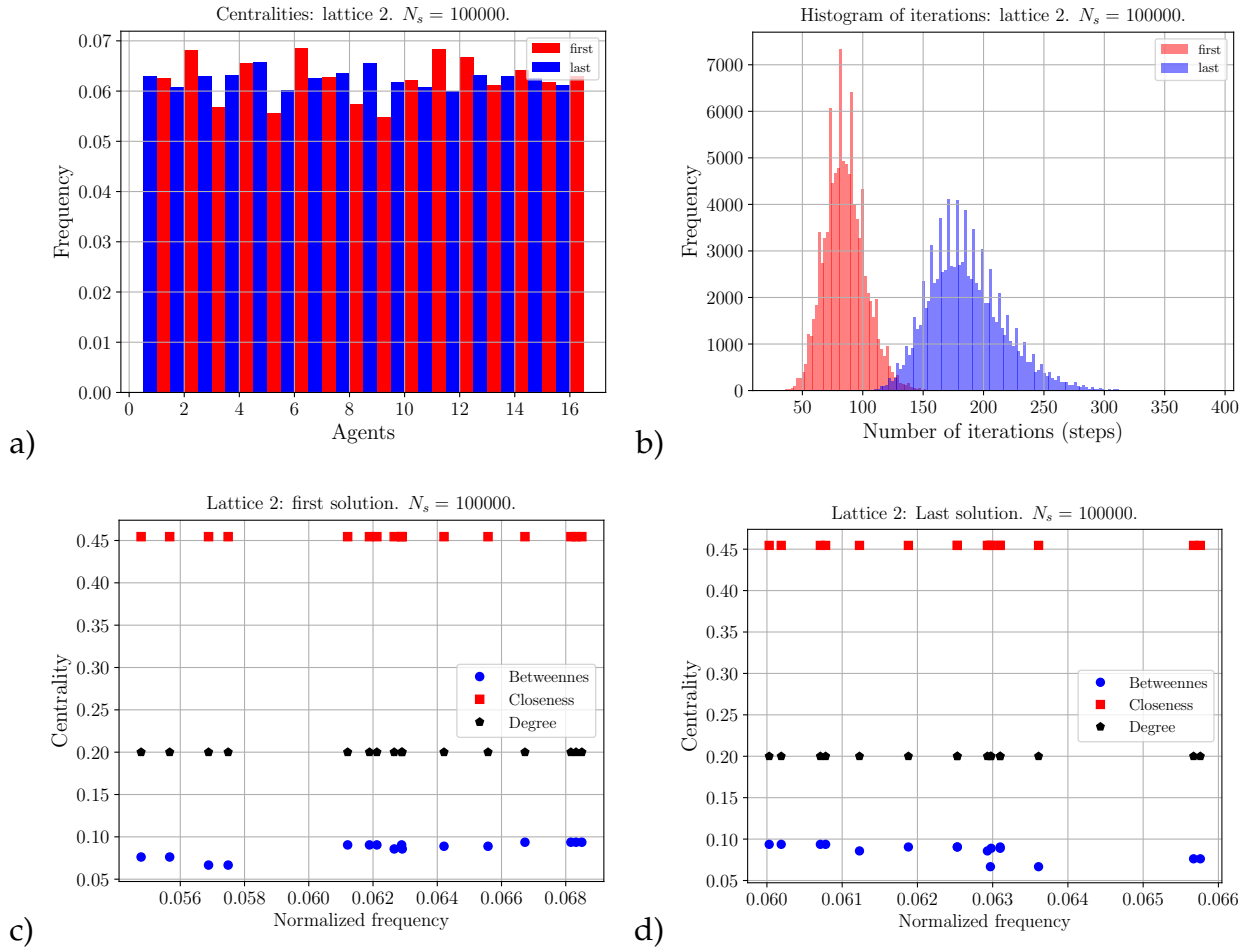
## **Capítulo 2**

# **Performance de grupo e padrões de comunicação**

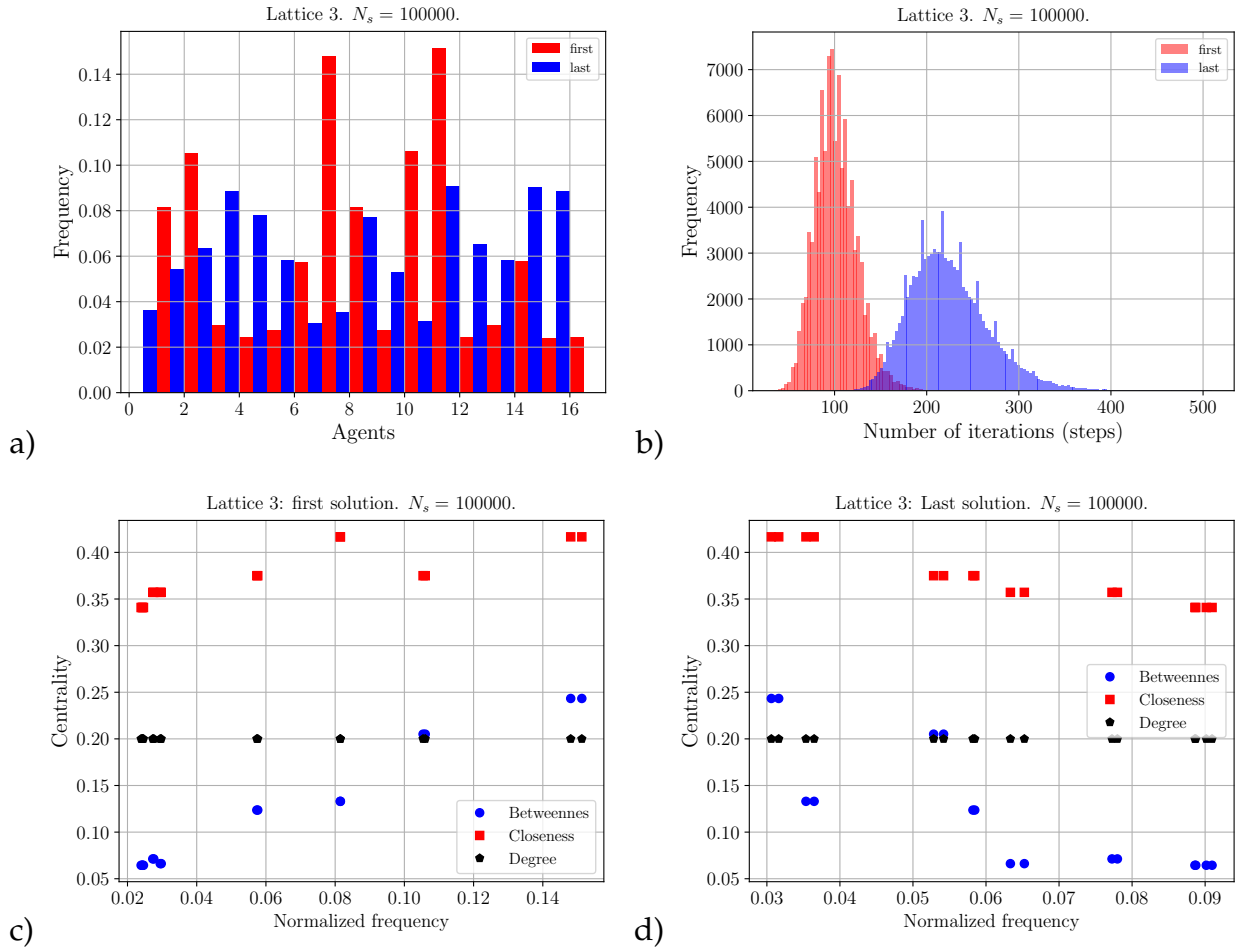
### **2.1 Caracterização de cada rede**



**Figura 2.1:** Resultados para a rede 1. (a) Histograma da frequência com que cada agente é o primeiro e o último a encontrar a solução. (b) Distribuição do número de iterações necessárias para a solução ser encontrada pelo primeiro agente e pelo último (quando todos os agentes já encontraram). (c) Gráfico das centralidades em função da frequência com que cada agente encontra a solução. (d) Mesmo gráfico mas em função da frequência com que o último agente encontra a solução.



**Figura 2.2:** Resultados para a rede 2 (com maior média dos parâmetros). (a) Histograma da frequência com que cada agente é o primeiro e o último a encontrar a solução. (b) Distribuição do número de iterações necessárias para a solução ser encontrada pelo primeiro agente e pelo último (quando todos os agentes já encontraram). (c) Gráfico das centralidades em função da frequência com que cada agente encontra a solução. (d) Mesmo gráfico mas em função da frequência com que o último agente encontra a solução.



**Figura 2.3:** Resultados para a rede 3 (com maior variância). (a) Histograma da frequência com que cada agente é o primeiro e o último a encontrar a solução. (b) Distribuição do número de iterações necessárias para a solução ser encontrada pelo primeiro agente e pelo último (quando todos os agentes já encontraram). (c) Gráfico das centralidades em função da frequência com que cada agente encontra a solução. (d) Mesmo gráfico mas em função da frequência com que o último agente encontra a solução.

# Capítulo 3

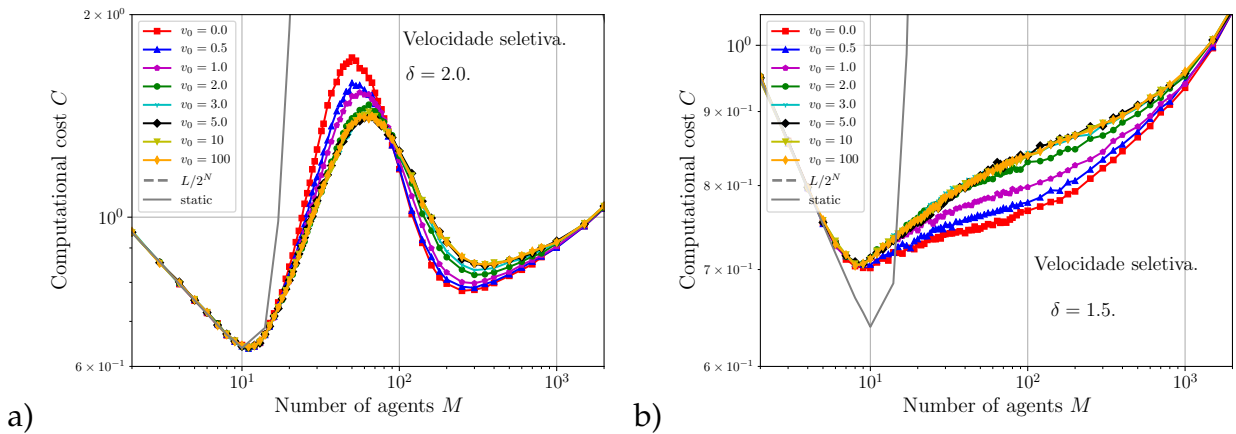
## Testes

Neste capítulo estão alguns dos testes realizados.

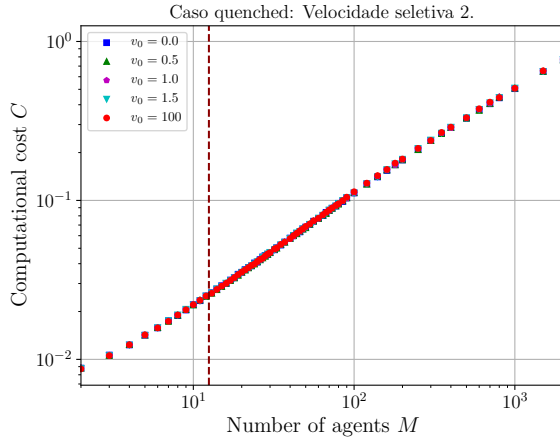
### 3.1 Definições da velocidade

#### 3.1.1 Velocidade seletiva 1

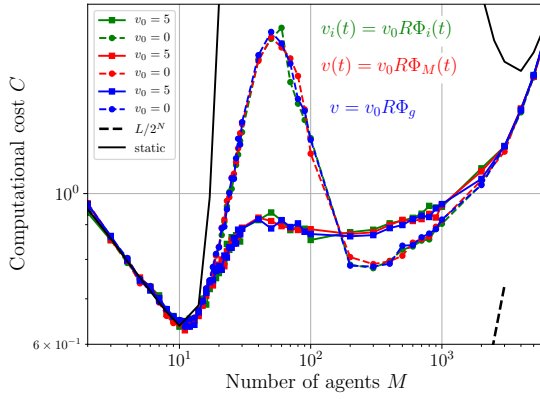
Esta dinâmica é definida da seguinte forma: quando um agente é sorteado ele irá se mover apenas se ele for um máximo local. Os gráficos do custo para diferentes valores de velocidade estão nas figuras 3.1(a) e 3.1(b). Como o número de vizinhos depende apenas da distância  $\delta$ , os resultados para este caso são iguais para os mostrados na figura 1.5(d).



**Figura 3.1:** Velocidade seletiva: o agente sorteado se move apenas se for máximo local. Gráfico de  $C$  vs.  $M$  para  $K = 4$  e  $p = 0.5$ . (a) Distância  $\delta = 2.0$ . (b) Distância  $\delta = 1.5$ .



**Figura 3.2:** Velocidade seletiva 2: o agente se move apenas se sua distância de Hamming em relação ao máximo global diminuir. Parâmetros:  $K = 4$ ,  $p = 0.5$  e  $\delta = 2$ .



**Figura 3.3:** Influência da definição da velocidade para  $K = 4$ ,  $p = 0.5$  e  $\delta = 2$ .

### 3.1.2 Velocidade seletiva 2

Neste caso o agente irá se mover apenas se o movimento resultar em diminuição de sua distância de Hamming em relação ao máximo global. Se não houver essa diminuição o agente fica onde está, mantendo também sua fitness.

### 3.1.3 Velocidade dependente de $\Phi$

Testamos também a definição da velocidade em função da fitness  $\Phi$ .

$$\begin{aligned} v_i(t) &= v_0 r \Phi_i(t), \\ v(t) &= v_0 r \Phi_M(t), \\ v_c &= v_0 r \Phi_g(t). \end{aligned} \tag{3.1}$$

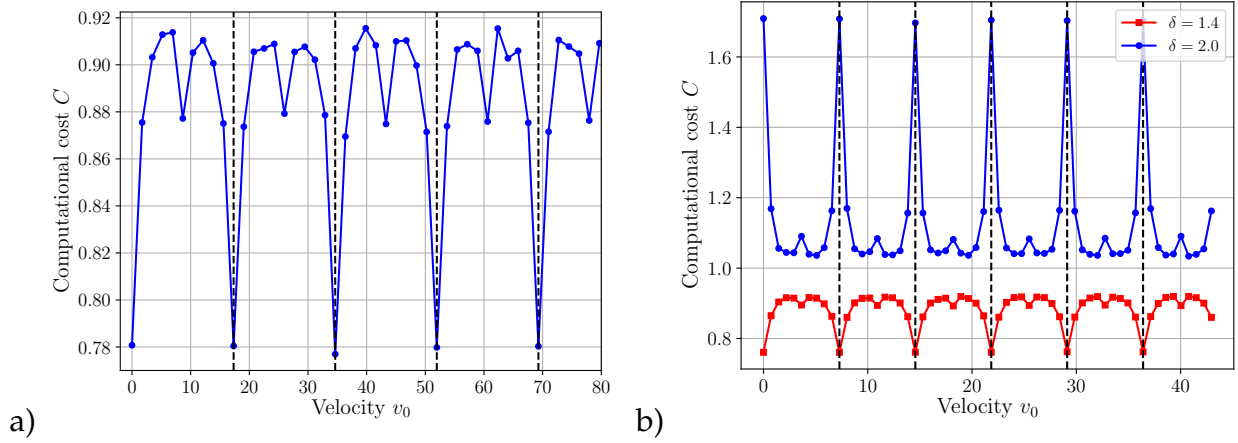
onde os valores médios das fitness são:

$$\begin{aligned} \Phi_m(t) &= \frac{1}{M} \sum_i \Phi_i(t), \\ \Phi_g &= \frac{1}{2^N} \sum_j \Phi_j(t), \end{aligned}$$

A soma em  $j$  é sobre todos os valores possíveis de  $\Phi$ . O resultado está na figura 3.3

### 3.1.4 Velocidade periódica

Se um agente depois de se mover voltar ao mesmo lugar, não haverá mudança em seus vizinhos. Assim, pode existir uma velocidade onde isso ocorre, e nesse caso, o custo não será alterado. Nesta seção fazemos um teste para verificar esse efeito. Primeiro restringimos o movimento em uma dimensão (eixo  $x$ ) considerando a velocidade constante  $v = v_c$  (dinâmica 10). Neste caso se o agente se deslocar de uma distância  $L$  (lado do quadrado do domínio) ele irá voltar na mesma posição. Queremos encontrar o valor  $v_p$  de  $v_0$  tal que  $v_c = L$ . O lado é definido como  $L = \sqrt{M/\rho}$  enquanto que  $v_c = v_p/\sqrt{\rho}$ . Logo  $v_p = \sqrt{M}$ . Os resultados para dois valores de  $M$  estão nas figuras 3.4(a) e 3.4(b).



**Figura 3.4:** Velocidade periódica: velocidade apenas em  $x$  para analisar o efeito da periodicidade. Gráfico de  $C$  vs.  $v_0$  para  $K = 4$  e  $p = 0.5$ . (a)  $M = 200$  e  $v_p = 17.32$ . (b)  $M = 53$  e  $v_p = 7.28$ .