Jataí, 03/10/14. Universidade Federal de Goiás - Campus Jataí.

Curso: Física. Eletromagnetismo. Prof. Paulo Freitas Gomes.

Aluno: ____ Matrícula:______________

1) O potencial na superfície de uma esfera de raio R é dado por:

$$V_0(\theta) = k\cos 3\theta = \frac{k}{5}\left[8P_3(\cos\theta) - 3P_1(\cos\theta)\right]$$

onde k é uma constante e $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$ e $P_3(\cos\theta) = \frac{1}{2}(5\cos^3\theta - 3\cos\theta)$ são os polinômios de Legendre de ordem 1 e 3. a) Mostre que o potencial em todo o espaço é:

$$V(r,\theta) = \begin{cases} -\dfrac{3k}{5R} r P_1(\cos\theta) + \dfrac{8k}{5R^3} r^3 P_3(\cos\theta) & \text{se } r \leq R \\ \\ -\dfrac{3kR^2}{5r^2} P_1(\cos\theta) + \dfrac{8kR^4}{5r^4} P_3(\cos\theta) & \text{se } r \geq R \end{cases}$$

b) Assumindo que não há carga nem dentro nem fora da esfera, mostre que a densidade de carga na superfície é:

$$\sigma(\theta) = \frac{\varepsilon_0 k}{5R}\left[56P_3(\cos\theta) - 9P_1(\cos\theta)\right]$$

2) Uma carga pontual q de massa m é solta do repouso a uma distância d de um plano infinito aterrado. Mostre que o tempo necessário para essa carga atingir o plano é:

$$T = \frac{\pi d}{q}\sqrt{2\pi\varepsilon_0 m d}$$

Fórmulas para consulta

$$\vec{p} = \int \vec{r}\,'\rho(\vec{r}\,')d\tau' \qquad V_{dip}(\vec{r}\,') = \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \vec{E}_{dip}(r,\theta) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(2\hat{r}\cos\theta + \hat{\theta}\sin\theta)$$

$$\int_a^b x^n dx = \frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{n+1} \qquad \vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2z)^2}\hat{z} \qquad V(r,\theta) = \begin{cases} V_d(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos\theta) & \text{se } r \leq R \\ \\ V_f(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{B_n}{r^{n+1}} P_n(\cos\theta) & \text{se } r \geq R \end{cases}$$

$$A_n = \frac{2n+1}{2R^n}\int_0^\pi V_0(\theta)P_n(\cos\theta)\sin\theta d\theta \qquad V_d(R,\theta) = V_f(R,\theta) \qquad \sigma(\theta) = \varepsilon_0\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)A_n R^{n-1}P_n(\cos\theta)$$

$$\int_0^\pi P_n(\cos\theta)P_m(\cos\theta)\sin\theta d\theta = \begin{cases} 0 & \text{se } n \neq m \\ \\ \dfrac{2}{2n+1} & \text{se } n = m \end{cases} \qquad \int_d^0 \sqrt{\frac{x}{d-x}}dx = -d\frac{\pi}{2} \qquad \sum_i \vec{F}_i = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\left(\frac{\partial V_d}{\partial r} - \frac{\partial V_f}{\partial r}\right)\bigg|_{r=R} = -\frac{\sigma(\theta)}{\varepsilon_0} \qquad \nabla^2 V(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \qquad V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r^{n+1}}\int (r')^n P_n(\cos\theta)\rho(\vec{r}\,')d\tau'$$