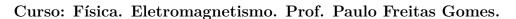
Jataí, 03/10/14. Universidade Federal de Goiás - Campus Jataí.





Aluno: ______ Matrícula:_____

1) O potencial na superfície de uma esfera de raio R é dado por:

$$V_0(\theta) = k \cos 3\theta = \frac{k}{5} \left[8P_3(\cos \theta) - 3P_1(\cos \theta) \right]$$

onde k é uma constante e $P_1(\cos \theta) = \cos \theta$ e $P_3(\cos \theta) = \frac{1}{2}(5\cos^3 \theta - 3\cos \theta)$ são os polinômios de Legendre de ordem 1 e 3. a) Mostre que o potencial em todo o espaço é:

$$V(r,\theta) = \begin{cases} -\frac{3k}{5R}rP_1(\cos\theta) + \frac{8k}{5R^3}r^3P_3(\cos\theta) & \text{se } r \le R \\ -\frac{3kR^2}{5r^2}P_1(\cos\theta) + \frac{8kR^4}{5r^4}P_3(\cos\theta) & \text{se } r \ge R \end{cases}$$

b) Assumindo que não há carga nem dentro nem fora da esfera, mostre que a densidade de carga na superfície é:

$$\sigma(\theta) = \frac{\varepsilon_0 k}{5R} \left[56P_3(\cos \theta) - 9P_1(\cos \theta) \right]$$

2) Uma carga pontual q de massa m é solta do repouso a uma distância d de um plano infinito aterrado. Mostre que o tempo necessário para essa carga atingir o plano é:

$$T = \frac{\pi d}{q} \sqrt{2\pi \varepsilon_0 md}$$

Fórmulas para consulta

$$\vec{p} = \int \vec{r}' \rho(\vec{r}') d\tau' \qquad V_{dip}(\vec{r}') = \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \vec{E}_{dip}(r,\theta) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} (2\hat{r}\cos\theta + \hat{\theta}\sin\theta)$$

$$\int_{a}^{b} x^{n} dx = \frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{n+1} \qquad \vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{q^{2}}{(2z)^{2}} \hat{z} \qquad V(r,\theta) = \begin{cases} V_{d}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n} r^{n} P_{n}(\cos\theta) & \text{se } r \leq R \\ V_{f}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{n}}{r^{n+1}} P_{n}(\cos\theta) & \text{se } r \geq R \end{cases}$$

$$A_n = \frac{2n+1}{2R^n} \int_0^{\pi} V_0(\theta) P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta \qquad V_d(R,\theta) = V_f(R,\theta) \qquad \sigma(\theta) = \varepsilon_0 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) A_n R^{n-1} P_n(\cos \theta)$$

$$\int_0^\pi P_n(\cos\theta) P_m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = \begin{cases} 0 & \text{se } n \neq m \\ \frac{2}{2n+1} & \text{se } n = m \end{cases} \qquad \int_d^0 \sqrt{\frac{x}{d-x}} dx = -d\frac{\pi}{2} \qquad \sum_i \vec{F}_i = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\left. \left(\frac{\partial V_d}{\partial r} - \frac{\partial V_f}{\partial r} \right) \right|_{r=R} = -\frac{\sigma(\theta)}{\varepsilon_0} \qquad \nabla^2 V(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \qquad V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \int (r')^n P_n(\cos\theta) \rho(\vec{r}') d\tau'$$