

## Física 1. Prova 2.

Nome Completo: \_\_\_\_\_

1) Você é membro de uma equipe de resgate nos Alpes Suícos e deve arremessar uma caixa de suprimentos de baixo para cima de uma encosta com ângulo de inclinação constante  $\alpha$ . A caixa deve chegar a um esquiador em apuros a uma distância vertical  $h$  acima da base da encosta. Apesar de escorregadia há um atrito entre a superfície da encosta e a caixa com coeficiente de atrito cinético  $\mu$ . Qual a velocidade escalar mínima que você deve imprimir à caixa na base da encosta de modo que ela atinja o esquiador?

2) O sistema de duas latas de tinta ligadas por uma corda leve é libertado do equilíbrio quando a lata de massa  $M = 12 \text{ kg}$  está a uma altura  $H = 2 \text{ m}$  acima do solo, veja figura 1(a). Despreze o atrito e a inércia da polia e considere  $m = 4 \text{ kg}$ . Nos itens a) e b) encontre a expressão literal primeiro depois calcule o valor numérico. a) Calcule a velocidade dessa lata quando ela atinge o solo. b) Calcule a altura  $L$  que a lata de massa  $m$  sobe após esse instante.

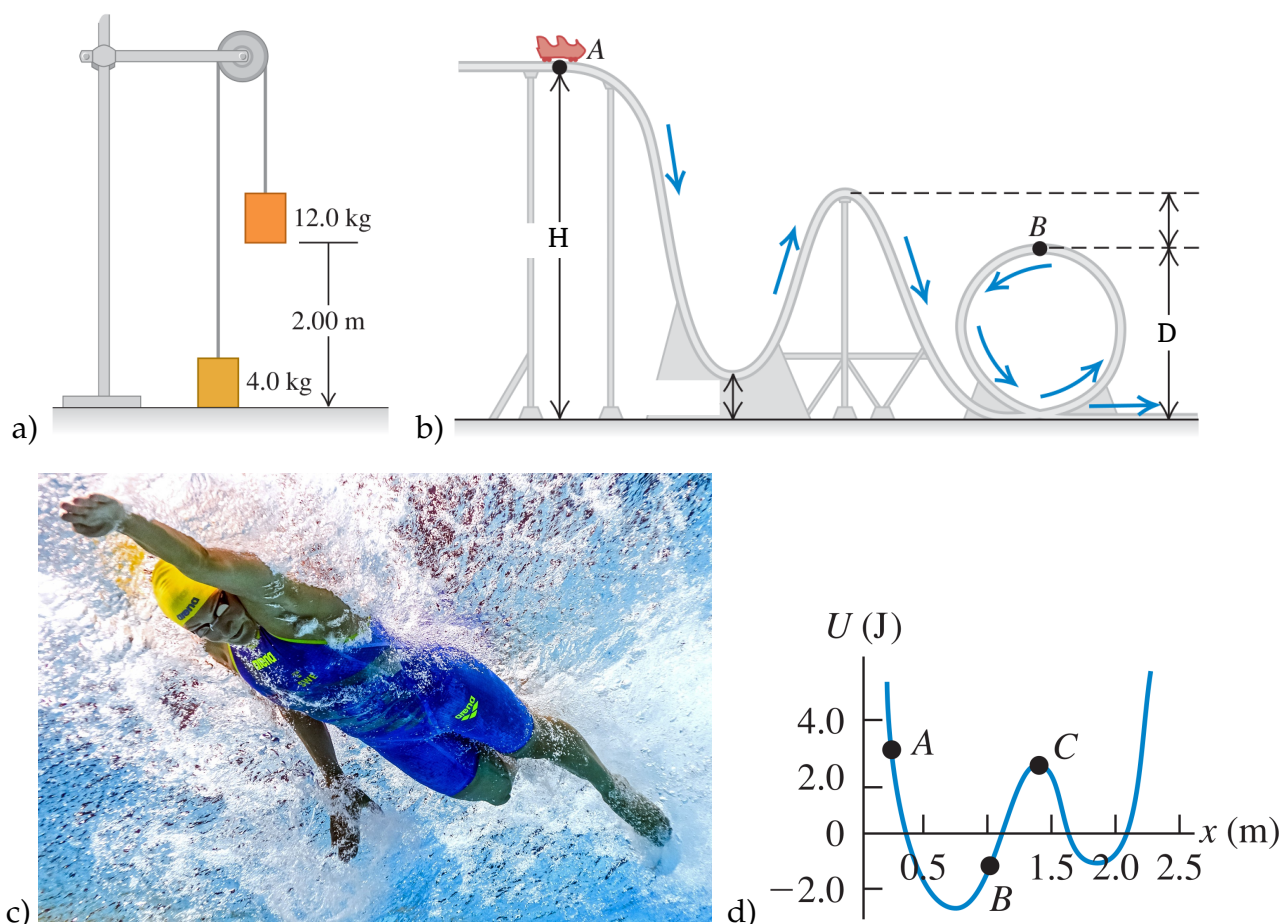
3) **Montanha russa.** Considere a montanha russa ilustrada na figura 1(b), na qual o carrinho tem massa  $M$  e inicia o percurso do repouso no ponto A de uma altura  $H$ . Despreze qualquer atrito. a) Qual a velocidade do carrinho no ponto B, de altura  $D$ ? b) Em qual ponto de todo o trajeto em questão o carrinho tem a maior velocidade? Por que? c) Qual é essa velocidade? Curiosidade: a montanha russa mais alta do mundo tem  $H = 139$  metros.

4) **Física aplicada a natação.** Sara Sjöström é uma nadadora sueca e atualmente tem 4 recordes mundiais estabelecidos (o grande Michael Phelps tem 3 recordes). Um de seus recordes é na prova de 50 metros nado livre, com o tempo de 23.67 segundos. Podemos considerar com boa aproximação que a nadadora executa a prova com uma velocidade constante. A força de arraste de um fluido sobre um corpo é  $F_a = (1/2)\rho ACv^2$ , onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $A$  é a área da seção transversal do corpo,  $C$  é o coeficiente de arraste e  $v$  a velocidade do corpo. a) Mostre que a potência  $P = dW/dt$  para uma força e velocidade constante e uma trajetória retilínea pode ser escrita como  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ . b) Mostre que neste problema a velocidade pode ser escrita como:

$$v = \sqrt[3]{\frac{2P}{\rho AC}}. \quad (1)$$

c) Suponha que após estabelecer o recorde mundial, Sara continue treinando arduamente. Em um belo dia, ela consegue executar a prova com o dobro de potência utilizada quando ela estabeleceu o recorde mundial nos 50 metros nado livre. Ela questiona então se o tempo reduziria pela metade. Qual seria a nova marca para seu tempo nesse caso?

5) Uma força conservativa paralela ao eixo  $x$  atua sobre uma partícula que se desloca ao longo do mesmo eixo. A energia potencial correspondente está graficada na figura 1(d). A partícula é libertada a partir do repouso no ponto A. a) Qual o sentido da força no ponto A? b) E no ponto B? c) Para qual valor de  $x$  (com uma casa após a vírgula de precisão) sua energia cinética é máxima? d) Qual o valor máximo de  $x$  atingido pela partícula durante seu movimento? e) Para quais valores de  $x$  a partícula está em equilíbrio estável? f) Onde ela está em equilíbrio instável?



**Figura 1:** (a) Figura referente ao problema 2. (b) Ilustração de uma montanha russa referente ao problema 3. (c) Nadadora sueca Sara Sjöström. (d) Gráfico do potencial referente ao problema 5.

**Inspiração:** *Chegará o momento que incansáveis pesquisas por longos períodos trarão à luz coisas que agora estão escondidas. Uma única vida, mesmo que inteiramente dedicada ao céu, não é suficiente para a investigação de um assunto tão vasto... E, portanto, esse conhecimento será revelado apenas depois de várias gerações. Chegará um momento em que nossos descendentes se surpreenderão com o fato de não sabermos coisas tão claras para eles... Muitas descobertas são reservadas para épocas ainda futuras, quando a memória de nossa geração já estará apagada. Nosso universo é um pequeno caso desinteressante, a menos que exista nele algo para cada geração investigar... A natureza não revela seus mistérios de uma vez por todas.*

**Seneca, Natural Questions, livro 7, século I.**

#### 4) Gabarito

a) Para uma força constante ao longo de uma trajetória retilínea, o trabalho é escrito como:

$$W = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \mathbf{F} \cdot \int_a^b d\mathbf{r} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d},$$

onde  $\mathbf{d} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$  é o vetor deslocamento. A potência será:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{F} \cdot \mathbf{r}) = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v},$$

já que  $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$  é a definição de velocidade.

b) Dado que o deslocamento e a força da nadadora durante a prova são paralelos, o ângulo entre eles é 0. Logo  $P = Fv$ . Usando  $F = F_a$  temos:

$$P = F_a v = \frac{1}{2} \rho A C v^2 v = \frac{1}{2} \rho A C v^3.$$

Isolando  $v$ :

$$v^3 = \frac{2P}{\rho A C}.$$

Agora, elevamos os dois lados dessa equação a um terço, já que  $(v^3)^{1/3} = v$ :

$$v = \left( \frac{2P}{\rho A C} \right)^{1/3} = \sqrt[3]{\frac{2P}{\rho A C}},$$

como desejado.

c) Suponha que na prova do recorde mundial,  $\tau_0 = 23.67$  s, Sara tenha desenvolvido uma potência  $P_0$ . A distância percorrida é  $D = 50$  metros. Usando a velocidade média na prova  $v = D/\tau$  na Eq. 1 temos:

$$\tau = D \sqrt[3]{\frac{\rho A C}{2P}}.$$

Na segunda vez que Sara fez a prova ela obteve  $\tau_1$  para o tempo e  $P_1$  para a potência. Logo

$$\tau_0 = D \sqrt[3]{\frac{\rho A C}{2P_0}}, \quad \tau_1 = D \sqrt[3]{\frac{\rho A C}{2P_1}}.$$

Dividindo uma equação pela outra temos:

$$\frac{\tau_1}{\tau_0} = \frac{D \sqrt[3]{\frac{\rho A C}{2P_1}}}{D \sqrt[3]{\frac{\rho A C}{2P_0}}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{1}{P_1}}}{\sqrt[3]{\frac{1}{P_0}}} = \sqrt[3]{\frac{P_0}{P_1}}.$$

Mas  $P_1 = 2P_0$ , logo:

$$\tau_1 = \tau_0 \sqrt[3]{\frac{P_0}{2P_0}} = \frac{\tau_0}{\sqrt[3]{2}}.$$

Calculando o valor numérico temos  $\tau_1 = 33.67 / \sqrt[3]{2} \approx 18.79$  s. Apesar de dobrar a potência, o tempo não foi reduzido pela metade, mas de apenas  $1 - 18.79/23.67 \approx 20$  %.