



Universidade Federal de Goiás  
Regional Jataí  
UAE de Ciências Exatas  
Curso de Física

## Roteiro para a disciplina Laboratório de Física Moderna

*Prof. Dr. Paulo Freitas Gomes*  
[paulofreitasgomes@ufg.br](mailto:paulofreitasgomes@ufg.br)

Jataí, 20 de Março de 2019

# Conteúdo

<b>1 Arte da Ciência Experimental</b>	<b>4</b>
1.1 Método Científico . . . . .	4
1.2 Relatórios . . . . .	5
1.2.1 Norma culta do Português . . . . .	7
1.2.2 Exemplo de relatório . . . . .	7
1.3 Dicas . . . . .	9
1.4 Escrita do Texto . . . . .	10
1.5 Gráficos . . . . .	11
1.5.1 Plataformas comerciais . . . . .	12
1.5.2 Plataformas gratuitas . . . . .	12
<b>2 Constante de Planck</b>	<b>14</b>
2.1 Introdução . . . . .	14
2.1.1 Objetivos Gerais . . . . .	14
2.1.2 LED . . . . .	14
2.2 Experimento . . . . .	16
2.2.1 Materiais . . . . .	16
2.2.2 Procedimento . . . . .	16
2.3 Aparelhos de medida . . . . .	17
2.3.1 Cuidados e Regras de Segurança . . . . .	17
2.4 Objetivos . . . . .	17

<b>3 Interferômetro de Michelson e Morley</b>	<b>19</b>
3.1 Experimento . . . . .	19
3.1.1 Interferômetro de Michelson . . . . .	19
3.1.2 Cálculo do comprimento de onda $\lambda$ . . . . .	20
3.2 Objetivos . . . . .	20
3.3 Experimento . . . . .	21
<b>4 Medida da Carga do Elétron</b>	<b>22</b>
4.1 Introdução . . . . .	22
4.2 Modelo Teórico . . . . .	23
4.2.1 Descida . . . . .	23
4.2.2 Subida . . . . .	24
4.3 Experimento . . . . .	24
4.4 Objetivos . . . . .	27
4.4.1 Análise . . . . .	28
<b>A Constantes Fundamentais da Física</b>	<b>29</b>
<b>B Códigos</b>	<b>30</b>
B.1 Ajuste Linear em Python . . . . .	30
B.2 Outro ajuste linear em Python . . . . .	32

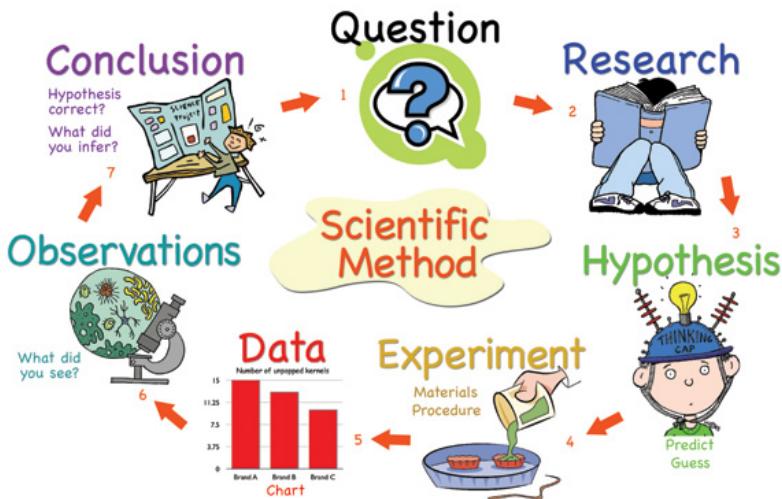
# Capítulo 1

## Arte da Ciência Experimental

### 1.1 Método Científico

As ciências naturais tem como objetivo observar e entender os fenômenos naturais. Uma das formas de se fazer esse estudo é utilizando o método científico, o qual tem inúmeras definições e interpretações. Veja por exemplo a figura 1.1. Aqui, utilizaremos uma definição simples e que irá nortear nossos estudos neste curso. Este método constitui de etapas que otimizam a forma de se entender um fenômeno da natureza, seja da química, física ou biologia. Esquematizamos o método científico como segue.

1. **Observação do fenômeno:** A primeira interação entre o cientista e a natureza se dá por meio da observação do fenômeno a ser estudado. Inicialmente essa observação é feita em situações cotidianas. Isso define o objeto de estudo.
2. **Modelo físico:** Para se entender um fenômeno é necessário descrevê-lo, utilizando um modelo matemático. A vantagem dessa linguagem é que ela é universal (a matemática aqui e na Rússia é a mesma). Além disso, o modelo matemático também fornece previsões do comportamento das grandezas em função de outras grandezas, sob condições controladas.
3. **Experimento:** Consiste na realização do fenômeno em condições controladas, de modo a isolar fatores que influenciam o fenômeno. O objetivo geral é eliminar alguns desses fatores, tornando o fenômeno mais simples o que possibilita entender as causas do fenômeno. As condições controladas podem ser por exemplo temperatura, material escolhido, etc... O experimento é pensado de forma a se testar algumas das previsões teóricas obtidas a partir do modelo físico.
4. **Teoria vs Experimento:** No experimento são obtidos os chamados dados experimentais, que são medidas de grandezas em função de outras grandezas. Estes dados são então comparados com as equações do modelo físico, de forma a se analisar se um concorda com o outro.
5. **Conclusão:** A comparação Teoria vs Experimento é essencial pois ela é quem vai mostrar se o modelo físico escolhido está de acordo com o experimento. Se sim, o modelo pode



**Figura 1.1:** Ilustração do método científico.

ser melhorado, de forma a englobar mais fatores reais. Se a comparação é ruim, ou o experimento está mal pensado ou o modelo físico é insatisfatório. Importante: um experimento nunca prova uma teoria, apenas valida a mesma. Apenas um experimento (realizado corretamente) em desacordo com a teoria é suficiente para invalidar a teoria.

Reflita sobre esse método científico, pesquise em outras fontes, veja diferentes definições. Esses conceitos irão nortear todo seu trabalho ao longo desse curso. E no final, esse é o objetivo primordial: aprender o método científico. Assim sendo, é essencial que você entenda esses conceitos.

## 1.2 Relatórios

Em cada experimento deverá ser feito um relatório, mostrando o estudo feito sobre o experimento. Novamente, esse estudo seguirá a filosofia do método científico descrita anteriormente. Os relatórios devem ser feitos seguindo um padrão para que o mesmo seja lido por outras pessoas e entendido. Seu relatório deve enviar uma mensagem: a de que você fez o experimento e chegou em uma conclusão. Essa é a função do relatório, transmitir o seu trabalho!

Para facilitar o trabalho de vocês, a seguir está um roteiro possível para se fazer o relatório, o qual deverá ser usado em todos os relatórios. Ele contém os pontos chaves que devem ser seguidos! Sinta-se a vontade para fazer de outra forma, porém saiba que você deve ter argumentos de o por que escolheu um dado formato.

- Título:** Dê um título interessante ao seu relatório. O título deve ser atraente, para fazer com que o leitor sinta vontade de ler a introdução depois de ler o título.
- Autores:** Todo trabalho científico deve ter seus autores identificados.
- Introdução:** Todo texto (relatório científico, redação dissertativa, revisão de um tema, etc...) tem de começar com uma introdução. Nessa seção o autor prepara o leitor para depois apresentar o trabalho em si. Além de preparar, a introdução também deve despertar

a curiosidade do leitor, fazendo com que ele queira ler o restante do trabalho. Não pode ser muito grande, pois isso afasta o leitor. Usar figuras adequadas sempre é recomendável.

4. **Objetivo:** Uma vez motivado o leitor, deve-se apresentar o objetivo do trabalho, de forma que o leitor entenda qual o sentido de todo o texto. Todo relatório tem objetivo, sem exceção. O título e a introdução devem fazer o leitor achar seu objetivo interessante.
5. **Procedimento Experimental:** É uma disciplina experimental, assim haverá um relatório para cada experimento. Você deve descrever o experimento em si, materiais utilizados, montagem, aparelhos de medidas, etc... Em que nível de detalhes deve ser descrito? Em um nível no qual contextualize o objetivo e o modelo teórico, que é a próxima seção, sempre lembrando que vocês são alunos de ensino superior. Use figuras e desenhos sempre! Deve-se colocar o erro instrumental de todos os aparelhos utilizados.
6. **Modelo Teórico:** Todo experimento tem como objetivo ter seus resultados comparados com as previsões teóricas. Estas previsões vêm de um modelo teórico, que deve ser descrito nesta seção. Este modelo deve conter os seguintes elementos: princípio físico, hipóteses (grandezas consideradas e desprezadas) e previsão teórica (grandeza que será calculada e comparada com os resultados experimentais). Princípio físico e previsão teórica são equações!!! Tem que escrevê-las corretamente, seja vetor ou escalar. Use gráficos, sempre.
7. **Resultados experimentais:** Nesta seção o autor mostra os resultados medidos. Os dados devem ser organizados em tabelas, mostrando-os na forma cru, diretamente como foram medidos. Se forem muitos, usar o bom senso, pois mostrar muitas tabelas torna o relatório enfadonho para o leitor, mesmo por que ninguém vai conferir todas as tabelas. Gráficos devem ser utilizados sempre que possível. Um gráfico contém a mesma informação de uma tabela, porém o gráfico é entendido imediatamente pelo leitor.
8. **Análise dos dados:** Nesta seção o autor prepara os dados para serem comparados com a previsão teórica. Faz-se então os cálculos necessários, propagando os erros quando preciso. Gráficos são uma ótima forma de fazer essa comparação, ainda mais quando a previsão é uma equação. Se a previsão for um número, calcula-se esse número com o seu erro para fazer a comparação.
9. **Conclusão:** Seu experimento deu certo? O objetivo foi alcançado? Por que? O leitor quer saber essas coisas. O ideal é o experimento dar certo, a previsão ser observada nos dados. Mas se der errado, não tem problema. Se a previsão não bater com os dados, explique o por que. Provavelmente há algum erro que você não considerou, ou que fez errado. O importante nesta seção é explicar o seu resultado. Mesmo um experimento que não alcançou o objetivo pode ter uma nota boa, se bem explicado.

Obviamente isto é um guia, e pode ser alterado. Todas as figuras, tabelas e equações importantes devem ser numeradas. Assim, quando indicar algo, indique pelo número. Tudo que entrar no relatório, tem de ter uma função. Se algo não serve para nada, para que colocar no relatório? Os relatórios não têm limite mínimo de páginas, pois novamente, o que será cobrado é se a realização do experimento foi relatada com sucesso. Todos os relatórios devem ser feitos no computador, de maneira clara, organizada, limpa e objetiva.

A sequência acima é uma sugestão de como deve ser apresentado o relatório. Porém, durante o processo de escrita, a sequência em que se escreve é outra. Afinal, não tem sentido escrever a conclusão sem tratado os resultados experimentais. Uma sugestão de sequência de escrita das seções é:

1. Título.
2. Introdução.
3. Objetivo.
4. Modelo Teórico.
5. Aparato Experimental.
6. Resultados Experimentais
7. Análise dos Dados.
8. Conclusões.

### 1.2.1 Norma culta do Português

Relatórios Científicos são documentos que o professor irá avaliar e dar notas. Sendo documentos devem ser redigidos usando a norma culta da Língua Portuguesa. O que isso significa? Hoje em dia, em tempos de Whatsapp, Facebook, etc..., a norma culta está se perdendo. Mas será cobrada nos relatórios. Acentuação, concordância (de número, gênero e grau), tempos verbais, pontuação, etc... Tudo será avaliado. Erros de português serão marcados para que o aluno aprenda e não os repita nos relatórios seguintes.

### 1.2.2 Exemplo de relatório

Abaixo faço um exemplo de relatório, bem resumido, sobre o experimento Lei de Ohm.

- **Título** Lei de Ohm.
- **Introdução** Circuitos elétricos são largamente utilizados em nossa sociedade, pois são a base de todos os equipamentos elétricos que conhecemos. Na confecção de um equipamento, é importante saber qual a corrente elétrica irá passar no fio, pois se for muito alta, pode derreter o fio, e se for muito baixa pode não alimentar o aparelho. Neste relatório apresento um experimento relacionado com a famosa Lei de Ohm, que nos dá a relação entre a corrente, tensão e resistência elétrica em um fio.
- **Objetivo** Verificar a lei de Ohm.

- **Procedimento Experimental** Serão utilizados resistências comerciais de diversos valores, em geral da ordem de  $1\text{ k}\Omega$ . Em cada uma delas, aplica-se uma tensão de 0 a 2 V, em intervalo de 0,2 V e mede-se a corrente resultante. Aplicaremos então diversas tensões em cada fio. Para aplicar a tensão usaremos uma fonte DC de tensão, a qual também mede a corrente. Além disso, mediremos a corrente com um amperímetro em série no circuito. A corrente será mantida sempre abaixo de 200 mA. O erro na tensão é 0.1 V, na resistência é de  $10\Omega$  e na corrente é de 1 mA.
- **Modelo teórico** A lei de ohm relaciona a corrente  $I$ , a tensão elétrica  $V$  e a resistência  $R$  entre dois terminais da forma

$$V = RI \quad (1.1)$$

Assim, quanto maior a tensão, maior será a corrente. A resistência é exatamente a dificuldade de se estabelecer uma dada corrente. Em nosso experimento, R será fixo dada a resistência escolhida. Aplicamos V e medimos a corrente, que dará uma resistência:

$$R = \frac{V}{I} \quad (1.2)$$

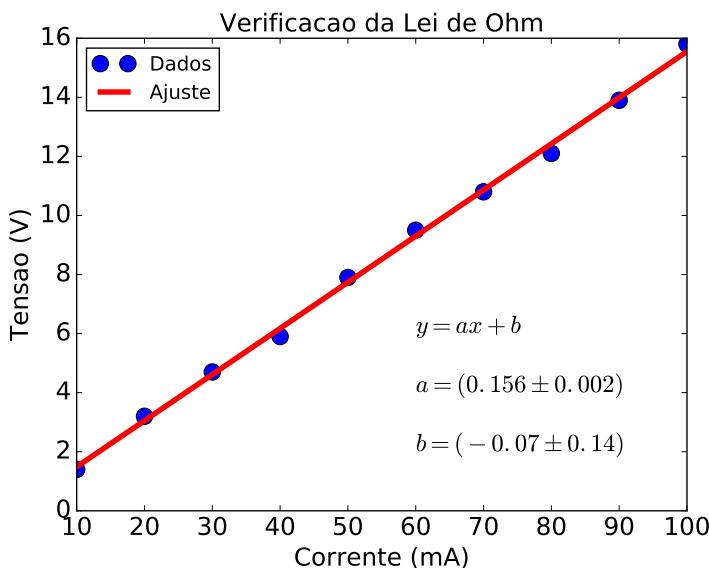
- **Resultados experimentais e Análise dos dados** Foi utilizado uma resistência de  $150\text{ k}\Omega$ , este será o valor teórico que deverá ser comparado com o experimental. Os valores medidos estão na tabela 1.1. O gráfico com os dados experimentais e o ajuste linear está na figura 1.2\*. Pelo coeficiente angular obtido, o valor da resistência é  $R = (0.1558 \pm 0.0005)\text{k}\Omega$ . como o ajuste foi feito com a corrente em mA, o valor da resistência obtido foi em  $\Omega$ .
- **Conclusão** Os valores medidos satisfizeram a Lei de Ohm pois o valor obtido no ajuste está de acordo com o valor teórico.

Corrente (mA)	Tensão (V)
10	1.4
20	3.2
30	4.7
40	5.9
50	7.9
60	9.5
70	10.8
80	12.1
90	13.9
100	15.8

**Tabela 1.1:** Valores experimentais obtidos para a tensão e corrente.

---

\*A forma como este gráfico foi gerado está na seção B.1 dos apêndices.



**Figura 1.2:** Gráfico da tensão em função da corrente.

## 1.3 Dicas

- Façam gráficos com área de 10 cm x 10 cm mais ou menos. Nunca, mas nunca, imprimam o gráfico em separado e coleem no relatório, ficando uma parte dobrada. A melhor maneira é fazer o gráfico em softwares adequados (Igor, Origin, SciDavis, etc...), salvar em formato de figura e inserir no texto.
- Evite indicar algo (tabela, figura, gráfico, equação, ...) por acima, abaixo, etc.... Todas as tabelas e figuras devem ser numeradas. Quando utilizar equações e for conveniente, numere-as também. Quando se referir a um gráfico, escreva de acordo com o gráfico da figura 3, por exemplo.
- Faça os relatórios em Latex ou Word. Podem vir tirar dúvidas sobre Latex se precisarem.
- Não se conclui que uma lei é verdadeira, e sim que ela se ajusta bem aos dados ou que ela é compatível com os dados. Não existe teoria em física que é verdadeira, e sim a teoria que explica melhor o observado na natureza, sendo validada pelo experimento.
- Não tente saber mais do que foi dado, não tente inventar, advinhar ou inferir coisas acerca dos dados eventualmente apresentados pela literatura. Todo o conhecimento que você colocar no relatório ou foi obtido de alguma fonte ou foi obtido por você a partir dos dados experimentais. Você deve ser capaz de explicar todas as suas conclusões!
- Sempre, quando usada, coloque referência, que são livros, artigos, apostilas ou até páginas da internet que você usou. Coisas de conhecimento público não precisam ser referenciadas.
- As perguntas que coloco no relatório são para vocês pensarem e discutirem. Algumas apenas de cunho filosófico, outras para vocês procurarem e encontrarem o certo.
- Sejam precisos no texto, escrevam o conteúdo físico necessário. Evite devaneios.
- Quem vai ler o relatório? O leitor tem mais ou menos experiência que vocês? Evite fazer afirmações sobre coisas que vocês não conhecem e que o leitor pode conhecer mais.

- Qual o objetivo do relatório? Não pode esquecer disso durante o relatório e começar a explicar outras coisas desnecessárias.
- Se falar que um resultado é bom, se um gráfico é melhor que outro, tem que falar por que, seja comparando com valores da literatura (que deverá constar na referência), seja dizendo que de um tipo de gráfico se obtém a forma da equação. Qualquer conclusão do trabalho experimental tem que ser justificada.
- Nunca fale no relatório que você não sabe alguma coisa, pois se escrever isso o leitor ficará com a impressão de que você não tem vontade de pesquisar e aprender coisas. Se não sabe algo, vá na biblioteca, converse com os amigos, com o professor. E se você falar que vai fazer algo (um gráfico, uma tabela, etc...), faça!! Não desaponte o leitor com falsas expectativas.
- Todo relatório deve ser dividido em seções, como descrito anteriormente. O objetivo de dividir em seções é facilitar para o leitor. O nome de cada seção deve ser destacado no texto, saltando linhas entre o nome e o texto. Tudo deve estar de uma maneira organizada e agradável de se ler.
- Quando terminar o relatório, leia você mesmo. O que achou? Teve dificuldade de visualizar as coisas? Estava bem organizado? Enquanto lia, achou enfadonho ou se sentia intrigado querendo ler mais?

## 1.4 Escrita do Texto

Os relatórios devem ser feitos no computador de forma a evitar problemas como letra ilegível e imperfeições em geral. O aplicativo Word da Microsoft é amplamente utilizado para escrita de textos. Porém, vale a pena mencionar aqui que existe outra plataforma mais adequada para escrita de textos científicos chamada de L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Trata-se de uma plataforma computacional (como uma linguagem de programação) com o objetivo de gerar textos. Pesquise no Google (usando tex ou latex) e encontrar milhares de referências e manuais. Comparando com o Word, as vantagens do L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X são inúmeras, por exemplo:

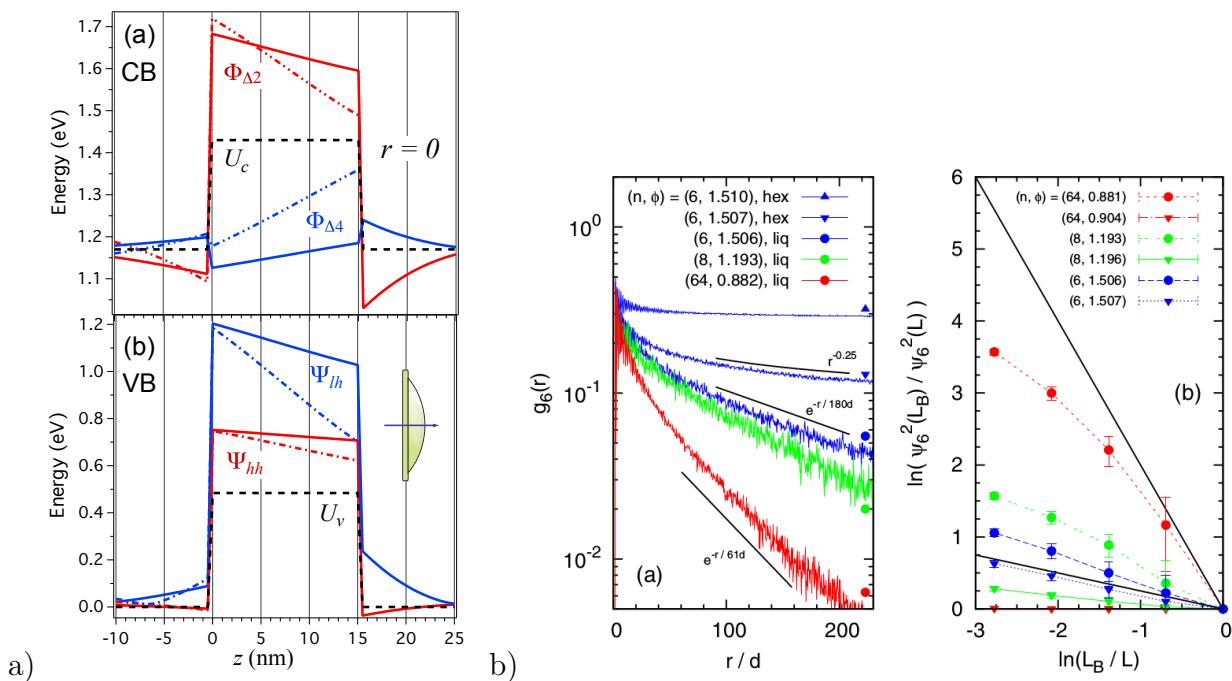
- O texto é mais preciso no sentido de que o resultado é exatamente o desejado,
- As equações ficam apresentáveis e sem erros tipográficos. Acredite, em física usamos muitas equações.
- A numeração de referências, seções, equações e figuras é automática. Assim se você tem uma lista de 20 equações e altera a ordem de uma, a numeração é atualizada automaticamente.
- O uso de hiperlinks é muito simples, permitindo por exemplo ir para figuras ou equações em outras páginas.
- A formatação geral do texto é bem definida, evitando formatações diferentes no mesmo texto.

- Em suma, o texto fica muito mais apresentável.

A desvantagem é que tudo deve ser escrito em código e isso afasta a maioria das pessoas. Esta apostila é escrita em L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Quem tiver interesse em aprender pode me procurar para tirar dúvidas. É muito interessante que graduandos em física que tem interesse em seguir carreira acadêmica (fazer mestrado e doutorado) aprendam a usar L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

## 1.5 Gráficos

Ao longo desse curso vocês deverão fazer uma série de gráficos, os quais apresentam de maneira visual a informação de uma equação. Em outros momentos vocês também farão ajustes (linear e não linear) dos dados experimentais, com o objetivo de avaliar se esses dados seguem a relação prevista no Modelo Teórico. A forma de apresentar um ajuste é fazendo um gráfico. Assim, é parte desse curso o aprendizado de como fazer bons gráficos.



**Figura 1.3:** (a) Gráfico dos perfis das bandas de condução e de valência em pontos quânticos. Figura retirada da Ref. [1]. (b) Gráficos com múltiplas curvas utilizando ajustes para mostrar os comportamentos. Figura retirada da Ref. [2].

Fazer gráfico é uma arte. Um gráfico tem que ser bonito, elegante, conciso e mostrar o conteúdo de maneira simples e direta. Um gráfico leva uma mensagem. Se o leitor não capturar essa mensagem, o gráfico é inútil. Assim, não tenha pressa para fazer os gráficos nos relatórios. Leve o tempo que for necessário, refaça, repense, use cores, etc... Por exemplo, nas figuras 1.3(a) e 1.3(b) estão exemplos de gráficos complexos, bonitos, bem feitos, e transmitindo uma mensagem (talvez você precise ler alguns artigos antes para entendê-los).

Antigamente se fazia gráficos a mão. Atualmente há inúmeros pacotes computacionais específicos para a confecção de gráficos. Os melhores, com mais recursos e uma interface gráfica,

são pagos. Existem várias opções gratuitas porém a maioria delas é ruim. As opções gratuitas e boas não tem interface gráfica, o que afasta muitos usuários. De maneira geral, hoje o uso de ferramentas computacionais é quase que obrigatório, não apenas para fazer gráficos como para fazer cálculos diversos e manipulações numéricas.

### 1.5.1 Plataformas comerciais

- **Origin** - [www.microcal.com](http://www.microcal.com) (Windows): é o software mais utilizado no mundo pela comunidade acadêmica (de física pelo menos) para confecção de gráficos. É o Word dos gráficos. É um software pago, com interface gráfica e com inúmeros recursos.
- **Igor** - [www.wavemetrics.com](http://www.wavemetrics.com) (Windows e Macintosh): é um software também comercial e interface gráfica porém segue uma filosofia diferente. É um concorrente direto do Origin, porém perde de longe em popularidade.
- **Excel**: mundialmente famoso por planilhas mas também tem recursos poderosos para fazer gráficos e cálculos diversos, inclusive os mais complexos.
- **Matlab** - [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com) (Windows, Macintosh e Linux): trata-se de uma linguagem de programação desenvolvida para modelagem matemática. Por ser uma plataforma comercial, há inúmeros recursos que a tornam extremamente versátil, simples, intuitiva e poderosa para a solução de problemas matemáticos e confecção de gráficos 2D, curvas de nível, superfície e 3D. A única desvantagem do Matlab é ser pago e também o tamanho do arquivo de instalação.

Existem outros títulos comerciais (Qtiplot para Windows, Kaleidagraph, MathCad, Maple, Mathematica, etc...) que seguem filosofias diversas.

### 1.5.2 Plataformas gratuitas

- **Python**: é uma linguagem de programação poderosa, versátil e muito popular, desenvolvida para ser simples. Serve tanto para modelagem matemática quanto para programação em geral. Python conta com inúmeros recursos para confecção de gráficos, tornando-a uma ótima opção gratuita para fazer gráficos. A desvantagem (para alguns) é que não tem interface gráfica.
- **Gnuplot**: é uma linguagem de programação específica para confecção de gráficos. Não é popular mas tem uma comunidade fiel.
- **SciDavis**: é uma cópia do Origin porém gratuita. Por ser gratuita não há um suporte e assim tem muitos problemas.

Essas versões gratuitas podem serem usadas em Windows, Macintosh e Linux. Há várias outras opções gratuitas (Octave, Qtiplot para Linux, etc...) porém menos utilizadas. Para

encontrar documentação sobre qualquer uma dessas opções, basta procurar no Google. Como ajuda, o gráfico da figura 1.2 foi gerado em Python. O código está no apêndice B.1.

A escolha de uma opção é algo pessoal: cada pessoa um gosta mais de um de acordo com suas preferências. Nesse curso o aluno pode usar qualquer opção. O importante é que ele faça bons gráficos que mostrem seus resultados.

# Capítulo 2

## Constante de Planck

### 2.1 Introdução

A constante de Planck foi sugerida em 1900 por Marx Planck para explicar a chamada Catástrofe do Ultravioleta.

#### 2.1.1 Objetivos Gerais

Determinar o valor da constante de Planck, combinando informações obtidas a partir da curva característica de corrente x tensão de LEDs de diferentes cores.

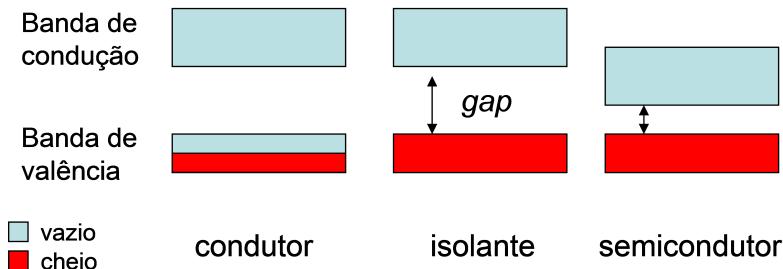
#### 2.1.2 LED

Os semicondutores, base para a fabricação dos LED's, começaram a ser estudados a partir de 1930, com o surgimento da idéia de bandas de energia para explicar o comportamento do elétron no interior desses. Com isso foi possível entender a diferença entre metais, semicondutores e isolantes. Semicondutor é um material isolante cuja condutividade cresce com a temperatura, ao contrário dos metais. Além disso, outra característica típica dos semicondutores é que sua condutividade pode ser enormemente alterada (várias ordens de grandeza) pela adição de impurezas, chamada de dopagem. Ao se descrever materiais sólidos através da Mecânica Quântica, devido ao caráter probabilístico o qual esta assume, chega-se a um modelo de bandas de energia, o qual descreve a estrutura de energia do material através de bandas de valência e condução, separadas por uma região de energias "proibidas" as quais os elétrons não podem possuir, denominado gap de energia ( $E_g$ ). O tipo de preenchimento das bandas e o tamanho do gap permitem classificar os sólidos em isolante, semicondutor e condutor (figura 2.1).

Um material semicondutor pode ser definido também como um material isolante que se encontra, na temperatura de zero absoluto, com gap de energia da ordem de alguns eV\*. A

---

\*No SI a unidade de energia é o Joule (J), mas em termos de bandas de energia é conveniente utilizar o eV

**Figura 2.1:** Estrutura de bandas.

versatilidade dos semicondutores pode ser grandemente aumentada se introduzirmos impurezas doadoras e aceitadoras de elétrons na rede cristalina, conhecido como dopagem, a qual pode ser de dois tipos: tipo n e tipo p. Um diodo emissor de luz (LED) consiste na junção de semicondutores fortemente dopados, sendo um dopado com elétrons (tipo n) e outro com buracos (tipo p), o que constitui uma junção pn. Nesse tipo de junção, os elétrons em excesso da região n e buracos da região p começam a se difundir e se recombinação. Podemos dizer que o lado p desse semicondutor fica mais negativo na extremidade da junção, que a parte mais interna do material, o mesmo ocorrendo com o lado n que fica mais positivo.

Podemos ver na figura 2.2(a) que para os elétrons de maior mobilidade penetrarem na região p a quantidade de energia máxima necessária é dada por:

$$eV_a = E_g + \Delta E_F. \quad (2.1)$$

Quando o elétron passar para a região p, podemos ter uma recombinação entre elétrons e lacunas e como consequência, para cada transição teremos a emissão de um fóton com energia  $h\nu$ .

Como a frequência máxima  $\nu_m$  emitida pelo LED é definida pela largura da banda proibida do semicondutor podemos dizer que:

$$h\nu_m = E_g + \Delta E_F. \quad (2.2)$$

Variando a tensão aplicada, nos terminais do LED, e medindo a corrente elétrica, obtemos a sua curva característica I x V (figura 2.2(b)).

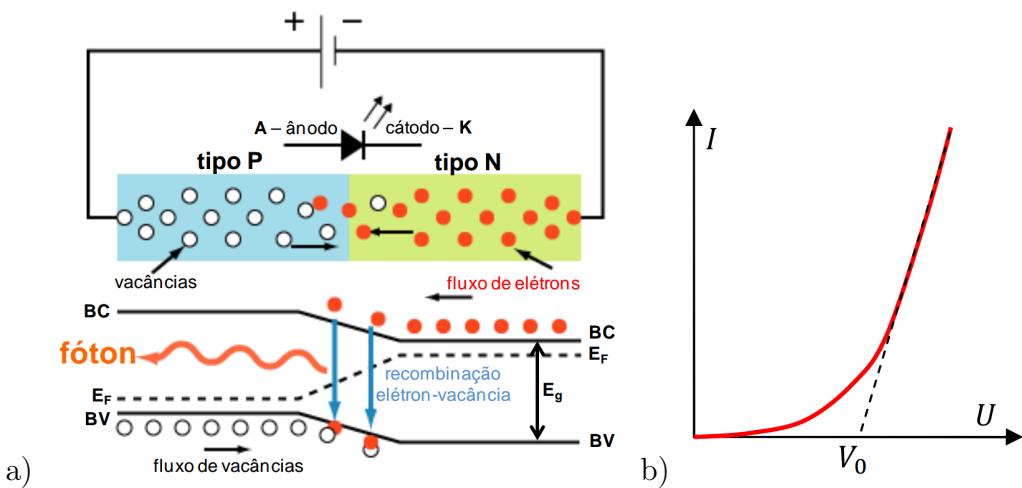
Chamamos de tensão de *threshold*  $V_0$  (ou potencial limiar) o valor obtido por extrapolação da reta média nos pontos de corrente significativamente maiores que as correntes dos portadores minoritários. Desse modo, das eqs. 2.1 e 2.2 podemos escrever:

$$h = \frac{eV_0\lambda}{c}, \quad (2.3)$$

já que  $c = \nu\lambda$ .

---

(pronuncia-se "elétron volt"). A conversão é: 1 eV =  $1,6 \times 10^{-19}$  J.

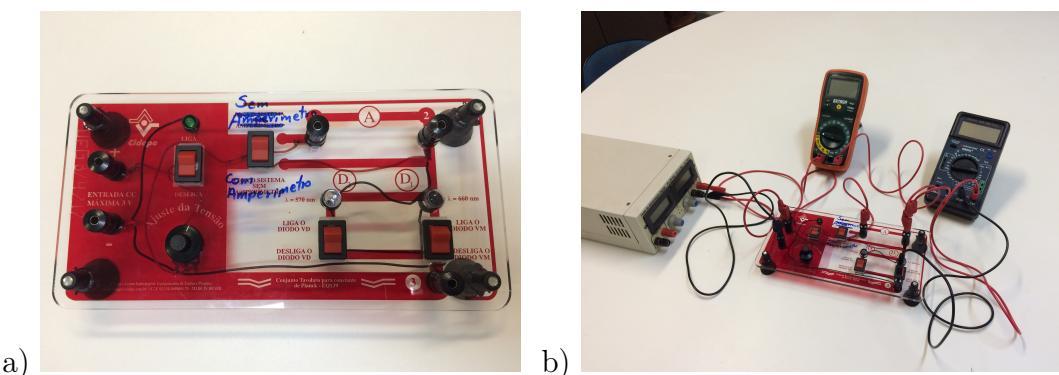


**Figura 2.2:** (a) Estrutura de bandas. (b) Curva típica  $I$  vs  $V$  de um diodo mostrando o valor extrapolado de  $V_0$ .

## 2.2 Experimento

### 2.2.1 Materiais

- 01 conjunto Tavolaro para constante de Planck;
- 01 fonte de alimentação CC;
- 02 multímetros;
- Cabos, etc.



**Figura 2.3:** (a) Conjunto Tavolaro. (b) Fotografia da montagem experimental mostrando a fonte de tensão, os multímetros os diodos e o conjunto Tavolaro.

### 2.2.2 Procedimento

- Analise o circuito montado no conjunto Tavolaro. Regule a fonte de tensão CC para o máximo de 3 Volts. Ligue somente o LED vermelho ( $\lambda = 660$  nm).

- Varie lentamente a tensão aplicada ao LED, através do potenciômetro ( de 0,2 em 0,2 V), anotando estes valores medido no voltímetro, bem como os correspondentes a intensidade de corrente elétrica, medidos no amperímetro.
- Construa o gráfico de  $I \times V$  do LED vermelho, determine  $V_0$  e o valor da constante de Planck  $h$ .
- Repete o mesmo procedimento para o LED Verde.
- Determine o valor médio da constante de Planck, através dos valores obtidos para os LEDs vermelho e verde. Determine o desvio percentual considerando o valor atualmente aceito de  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  Js.
- Analise os resultados obtidos e discuta a causa das possíveis diferenças encontradas.

## 2.3 Aparelhos de medida

Nos estudo de circuitos elétricos, diversos aparelhos de medidas são utilizados para se medir as grandezas de corrente, tensão e resistência elétrica. Hoje em dia, dispomos de aparelhos compactos e eficientes que fazem medidas dessas 3 grandezas. O mais utilizado é o multímetro e iremos utilizá-lo bastante ao longo deste curso. Na figura 2.4 está uma fotografia e as indicações das suas funções. Em termos de tensão e corrente elétrica, há dois modos possíveis: AC de alternado e DC de direto. AC é quando a função é oscilatória e DC quando é contínua.

### 2.3.1 Cuidados e Regras de Segurança

- Quando medir tensão ou corrente, use em primeiro lugar a maior escala possível.
- Quando estiver usando o aparelho esqueça as demais funções e concentre-se somente na que você está utilizando
- Terminando de utilizar o aparelho nunca esqueça de desligá-lo, ou seja, girar o seletor até a posição OFF.
- Nunca utilize um aparelho sem saber fazê-lo adequadamente.

## 2.4 Objetivos

Objetivos específicos:

- Varie a tensão e anote os valores de tensão e corrente.
- Analise e colete os dados das duas lâmpadas.

Na seção B.2 dos apêndices está um código amostra de como fazer o ajuste linear.



**Figura 2.4:** Fotografia de um multímetro digital.

# Capítulo 3

## Interferômetro de Michelson e Morley

O experimento de Michelson e Morley teve um grande papel no desenvolvimento da Teoria da Relatividade Restrita por Albert Einstein. No final do século XIX o Eletromagnetismo Clássico foi finalizado por James C. Maxwell. Logo em seguida H. Hertz mediou experimentalmente a velocidade da luz e obteve como resultado  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ , como previa a teoria de Maxwell. Segundo a teoria a velocidade da luz no vácuo deve ser sempre  $c$ , constante, sem variações. Além disso os campos magnético e elétrico devia seguir as Transformações de Lorentz em uma mudança de referencial, em contraposição a Mecânica de Newton no qual as posições seguem as Transformações de Galileu. Na época isso contou contra o eletromagnetismo já que a mecânica de Newton já estava estabelecida. Foi então que o éter foi aventado, como uma forma de explicar como a velocidade da luz poderia ter diferentes valores, em função por exemplo do movimento da Terra em torno do Sol, e assim concordar com a Mecânica de Newton. Michelson e Morley usaram o interferômetro para medir variações na velocidade da luz ao longo de anos, mas não encontraram nenhuma variação. Seus resultados mostraram que a velocidade da luz era constante, sem nenhuma alteração. Esse resultado foi um dos motivadores para Einstein propor sua Teoria da Relatividade Restrita na qual ele uso como primeiro postulado exatamente a constância da velocidade da luz.

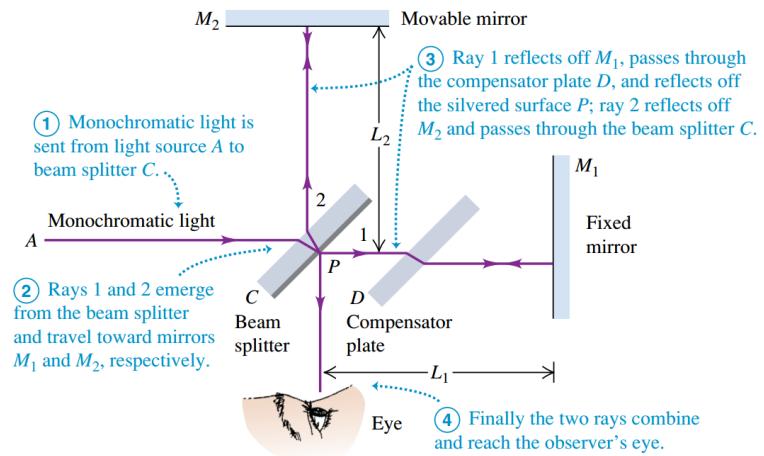
### 3.1 Experimento

Materiais:

- Aparato experimental Interferômetro modelo CIDEPE EQ404
- Laser, He-Ne

#### 3.1.1 Interferômetro de Michelson

O interferômetro de Michelson é o tipo mais fundamental de interferômetro de dois feixes. Ele pode ser utilizado para medir comprimentos de onda com grande precisão e foi construído por



**Figura 3.1:** Ilustração esquemática do Interferômetro de Michelson. O observador vê o padrão de interferência que resulta da diferença de comprimento dos caminhos entre os raios 1 e 2. Figura retirada da Ref. [6].

A. Michelson em 1881. Considere que a luz parte da fonte A e incide no espelho semiprateverado C, de espessura desprezível. A luz é então dividida em dois feixes que seguem respectivamente para os espelhos M<sub>1</sub> e M<sub>2</sub> onde são refletidos de volta para C onde eles são respectivamente transmitidos e refletidos indo interferir no observador. A superposição dos feixes refletidos pelos espelhos M<sub>1</sub> e M<sub>2</sub> dá origem a um padrão de interferência circular devido à diferença de caminho ótico de cada feixe. Quando todos os feixes se propagam no mesmo meio, essa diferença de caminho ótico é causada unicamente pela diferença de trajetória entre os dois feixes, o que causa uma diferença de fase entre as funções de onda que se superpõem na tela.

### 3.1.2 Cálculo do comprimento de onda $\lambda$

De acordo com o esquema da Figura 3.1, a luz de um dos ramos percorre o caminho  $L_2$  do semi-espelho C até o espelho móvel M<sub>2</sub>, e depois volta. Se o caminho aumentar por um fator  $y$  de C até M<sub>1</sub>, o aumento do caminho para a luz será de  $2y$ , representando a ida e volta. Assim, para calcular o comprimento de onda do feixe de luz, basta usar a relação:

$$\lambda = \frac{2y}{m}, \quad (3.1)$$

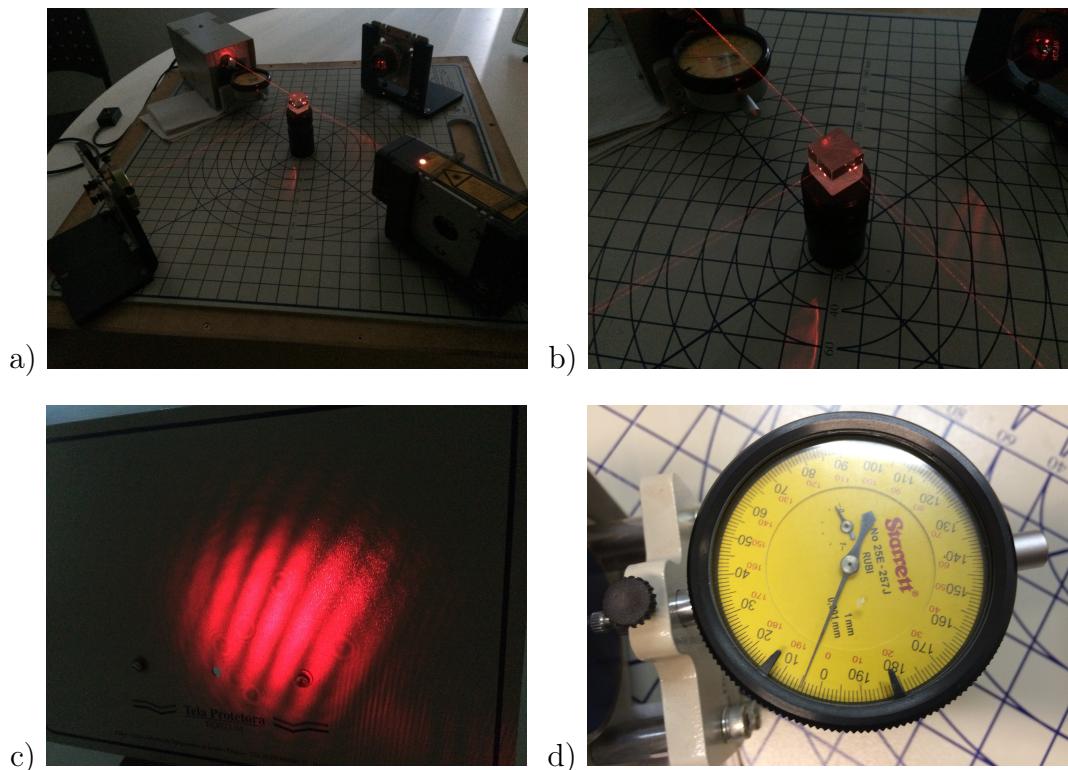
onde  $m$  é o número de franjas deslocadas quando o espelho se moveu.

## 3.2 Objetivos

Medir o comprimento de onda da luz através da observação de franjas de interferência no arranjo do interferômetro de Michelson. Objetivos específicos:

- Determine o comprimento de onda do laser a partir das medidas efetuadas. Compare com o valor nominal fornecido pelo fabricante e estime a diferença percentual;
- Discuta a experiência de Michelson-Morley e sua importância na teoria da relatividade restrita.
- Deduza a equação 3.1, explicando o que é interferência.

### 3.3 Experimento



**Figura 3.2:** Interferômetro de Michelson. (a) Fotografia da montagem utilizada. (b) Prisma utilizado como divisor de feixe. (c) Franjas de interferência. (b) Medidor de pressão para verificação do deslocamento do espelho.

# Capítulo 4

## Medida da Carga do Elétron

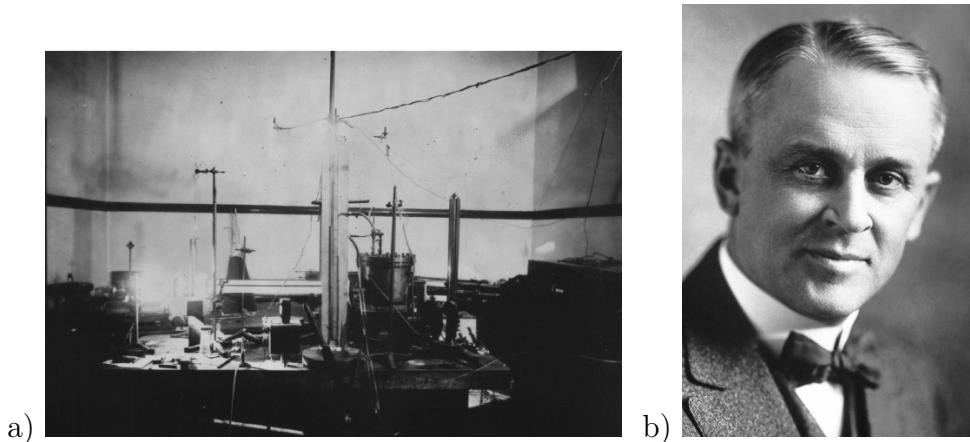
### 4.1 Introdução

A carga elétrica em uma partícula pode ser calculada pela medida da força exercida nela por um dado campo elétrico. É fácil produzir um campo elétrico porém é difícil medir a diminuta força em uma partícula contendo alguns poucos elétrons em excesso. O sucesso do experimento da gota de óleo de Millikan depende da medidas dessas forças pequenas. O comportamento de gotas pequenas de óleo (com massa de 10 a 12 gramas ou menos) é analisado com e sem campo elétrico. A medida da velocidade da queda (quando não há campo elétrico aplicado) permite o cálculo da massa da gota. Já a medida da velocidade de subida quando um campo elétrico é aplicado permite o cálculo da força, e assim, da carga líquida da mesma.

Este experimento permite calcular a carga elétrica líquida em uma gota de óleo. Apenas através da análise de uma série de medidas é possível mostrar que essa carga líquida é um múltiplo inteiro da constante  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C, que é a carga fundamental do elétron. A seleção de gotas que se movem lentamente assegura que a carga líquida é pequena, ou seja, há poucos elétrons em excesso ou em falta. A análise pode ser feita através da medida da carga em várias gotas diferentes ou variando a carga em uma mesma gota. Para variar a carga na gota um ionizador é acoplado no sistema e permite alterar a carga da gota várias vezes.

O famoso experimento de Robert Millikan [8] realizado em 1909 (veja figura 4.1(a)) é considerado a prova experimental de que a carga elétrica é quantizada e múltipla da carga fundamental do elétron  $e$ . Além disso Millikan encontrou o valor  $e = 1.5924(17) \times 10^{-19}$  C, apesar do valor atualmente aceito ser de  $e = 1.6021766208(98) \times 10^{-19}$  C. Por esse feito, Millikan (figura 4.1(b)) foi agraciado com o Prêmio Nobel em 1923.

Neste experimento os alunos devem fazer o estudo dos movimentos de subida e descida de uma gota de óleo ionizada para calcular sua carga elétrica. A gota desce pela ação da gravidade e sobe devido a um campo elétrico aplicado. Em ambos os movimento há uma força de arraste contrária ao movimento e um empuxo exercido pelo volume deslocado de ar. Através da análise de diversas gotas o aluno deve mostrar que a carga líquida sempre é quantizada, sendo um múltiplo inteiro da carga fundamental do elétron  $e$ .



**Figura 4.1:** (a) Fotografia do aparato experimental utilizado por Millikan. Retirado de Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Oil\\_drop\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Oil_drop_experiment). (b) Fotografia de Robert Millikan. Retirado de <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1923/millikan/facts/>.

O kit experimental disponível para os alunos é o PASCO scientific Model AP-8210 [7], cujo manual (disponível na internet) deverá ser consultado para mais detalhes.

## 4.2 Modelo Teórico

### 4.2.1 Descida

As forças que agem na gota durante a queda são:

- Força peso  $P = mg$ .
- Resistência viscosa do meio  $R = Cu_d$ , onde  $C$  é uma constante que depende do meio e  $u_d$  a velocidade de descida. Da Lei de Stokes:  $C = 6\pi a\eta$ , onde  $a$  é o raio da gota e  $\eta$  é a viscosidade do meio.
- Empuxo  $I = m_a g$ , igual ao peso da massa de ar  $m_a$  deslocada pela gota.

A força resultante será  $F_r = mg - Cu_d - I$  onde  $m$  é a massa da gota. Resolvendo a Lei de Newton com essa força obtemos como solução:

$$u_d(t) = \frac{mg - I}{C} [1 - e^{-(C/m)t}]. \quad (4.1)$$

Depois de muito tempo ( $t \rightarrow \infty$ ) a gota entra no regime estacionário no qual não há variação temporal da velocidade:  $u_d(t) = v_d$ . Da Lei de Newton teremos:

$$mg = Cv_d + I. \quad (4.2)$$

A massa de ar e a massa da gota (de óleo) podem ser escritas em função das respectivas densidades  $\rho_a$  e  $\rho_o$ :

$$m_a = \rho_a \tau, \quad m = \rho_o \tau,$$

onde  $\tau = (4/3)\pi a^3$  é o volume da gota de óleo considerada como uma esfera. Substituindo a expressão do empuxo  $I$  e das massas na Eq. 4.2 temos:

$$\frac{4}{3}\rho_o\pi ga^3 = 6\pi a\eta v_d + \frac{4}{3}\rho_a\pi ga^3.$$

Logo:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_d}{2g(\rho_o - \rho_a)}}.$$

### 4.2.2 Subida

Aplicando um campo elétrico para baixo, a gota sente uma força elétrica para cima que pode fazê-la subir (no caso de elétrons em excesso na gota). Nesse caso, além das forças já presentes na descida temos a força elétrica  $F_e = qE$ , onde  $E$  é o campo elétrico. A força resultante será  $F_r = qE + I - Cu_s - mg$  onde  $u_s(t)$  é a velocidade de subida. Resolvendo a Lei de Newton com essa força obtemos como solução:

$$u_s(t) = \frac{qE + I - mg}{C} [1 - e^{-(C/m)t}]. \quad (4.3)$$

Da mesma forma no regime estacionário a velocidade é constante:

$$u_s(t) = v_s = \frac{qE + I - mg}{C}. \quad (4.4)$$

Usando as Eqs. 4.2 e 4.4 pode-se mostrar que:

$$q = \frac{C}{E}(v_s + v_d), \quad (4.5)$$

onde campo elétrico é  $E = V/d$ ,  $V$  é a tensão entre as placas do capacitor e  $d$  a distância entre as placas.

## 4.3 Experimento

Os valores dos parâmetros a serem utilizados estão na tabela 4.1.

Parâmetro	Valor
$\eta$	$1.81 \times 10^{-5}$ Ns/m <sup>2</sup>
$\rho_o$	0.825 g/cm <sup>3</sup>
$\rho_a$	$0.1 \times 10^{-3}$ g/cm <sup>3</sup>
$g$	9.8 m/s <sup>2</sup>
$d$	7.6 mm

**Tabela 4.1:** Parâmetros experimentais. A viscosidade do meio depende da temperatura, essa dependência pode ser encontrada no manual da Pasco Ref. [7].

O procedimento para ajuste do experimento é:

- Ajuste os controles de nível dos pés do aparato de Millikan ou da plataforma de apoio de tal forma que a gota fique centrada no indicador de nível fixo na plataforma do aparato.
- Fixe os parafusos laterais da plataforma do aparato a fim de que a mesma fique presa à plataforma de apoio.
- Ajuste a altura do aparato de maneira que o observador possa efetuar as medidas das velocidades de ascensão e queda das gotículas estando de pé.
- Retire a tampa de acrílico da câmara que contém o capacitor de placas paralelas (placas de latão) e remova a tampinha de plástico preto que protege o orifício de entrada das gotículas existente na placa superior do capacitor.
- Remova o fio, utilizado para a focalização das gotículas na região central entre as placas do capacitor, do receptáculo onde o mesmo se encontra e o insira no orifício da placa superior do capacitor.
- Ajuste o anel de focalização das gotículas de forma a obter uma imagem bastante nítida do fio.
- Ajuste o anel de focalização do reticulado a fim de obter uma imagem bastante nítida das linhas horizontais e verticais que constituem o reticulado.
- Ajuste a posição horizontal do filamento da lâmpada alógena. A lâmpada está focalizada quando o lado direito do fio se apresenta mais brilhante que a parte central do mesmo sendo o contraste bastante acentuado. O espalhamento da luz focalizada sobre o fio aumenta a luminosidade dentro da câmara em pelo menos uma ordem de grandeza. (i.e., o fio passa a brilhar intensamente como um filamento incandescente).
- Mantenha a iluminação de fundo do reticulado o mais tênue possível. Nestas condições a luz espalhada pelas gotículas será mais facilmente visualizada.
- Ajuste o parafuso de posicionamento vertical do filamento da lâmpada a fim de obter uma imagem bastante brilhante do fio na região do reticulado.
- Conecte a fonte de tensão DC aos terminais da plataforma utilizando fios providos de pinos bananas. Cheque a isolação dos mesmos.
- Coloque óleo no interior do aspersor e verifique se a ponta do mesmo se encontra com o orifício posicionado ao longo da vertical (compreendendo um ângulo de aproximadamente 900 com os dois caninhos que a sustentam).
- Posicione a haste de controle da fonte de ionização na posição intermediária, i.e., (spray droplet position), conforme o apresentado na figura 5. Nesta posição a câmara é ventilada permitindo o ar escapar da mesma dando lugar às gotículas.
- 
- Posicione a ponta do aspersor no orifício da placa de acrílico e olhando através do telescópio efetue uma aspersão rápida do óleo. Em seguida boriffe suavemente o óleo a fim de forçar que o mesmo adentre a câmara de observação, i.e., região entre as placas do capacitor.

- Mantenha a chave de polarização das placas na posição placas aterradas (Plates grounded).
- Ajuste a saída da fonte de tensão em 500 V.
- Conecte um ohmímetro utilizando dois fios com conectores bananas aos terminais do termistor a fim de efetuar a medida de temperatura da câmara.
- Mova a haste de controle do ionizador para a posição OFF (fonte de Tório 232 blindada).
- Olhando através do telescópio selecione gotículas que caem com velocidades pequenas, i.e., da ordem de 0,02 a 0,05 mm/s quando as placas do capacitor se encontram aterradas (Plates Grounded). Verifique se as mesmas se deslocam para cima quando a placa superior é polarizada positivamente. A distância entre as linhas mais grossas do reticulado corresponde a 0,5 mm.
- No caso de existirem muitas gotículas no campo de visão do telescópio as mesmas podem ser eliminadas mantendo-se as placas do capacitor polarizadas por alguns segundos.
- Quando uma gota de tamanho e carga razoável for selecionada, efetue um ajuste fino do foco a fim de tornar a imagem da mesma mais nítida.
- A gotícula encontrar-se-á melhor focalizada pelo telescópio quando a mesma aparecer como um pontinho brilhante de luz.
- Efetue medidas das velocidades de queda e ascensão cerca de 10 a 20 vezes para cada gotícula selecionada. As velocidades de queda e ascensão são determinadas com maior precisão se as medidas forem efetuadas no intervalo de tempo transcorrido entre a passagem das mesmas entre dois traços mais grossos do reticulado. A distância entre dois traços grossos consecutivos é 0,5 mm.
- Utilizando o valor medido de temperatura (conversão efetuada utilizando a tabela 1 da próxima página) estime o valor da viscosidade do ar a partir do gráfico apresentado na figura 6.
- Calcule a carga elétrica da gotícula escolhida.
- Se a carga da gotícula for maior que 5 cargas do elétron, escolha gotículas que se movam mais devagar. Caso a carga da gotícula seja muito pequena a mesma pode ser aumentada utilizando o ionizador (fonte de Tório 232).
- Se a carga da gotícula escolhida for muito pequena ajuste a posição da haste do ionizador em ON mantendo a mesma por cerca de cinco segundos.
- Efetue novamente as medidas das velocidades de queda e ascensão da gotícula.
- Repita o procedimento descrito anteriormente e selecione novas gotículas para as medidas das velocidades de queda e ascensão.
- Após a medida move a gotícula para próximo da placa superior. Abandone a mesma em queda livre.

- Acione o ionizador e polarize a placa superior. Verifique se a velocidade de ascensão se alterou em relação ao valor encontrado anteriormente. No caso afirmativo repita as medidas das velocidades de ascensão e queda.
- Construa uma tabela contendo as velocidades de ascensão e queda das gotículas, o valor do raio da gotícula e o valor da carga elétrica da mesma. Para o cálculo da carga da gotícula considere que a densidade do óleo utilizado, i.e.; (Squibb # 5597 mineral oil), é igual a  $0.825 \text{ g/cm}^3$  a temperatura ambiente.
- Calcule a razão entre os valores das cargas elétricas das gotículas dividindo todos os valores pelo menor valor encontrado.
- Construa um gráfico da carga elétrica em função de  $n$ , onde  $n$  é o valor do número inteiro mais próximo ao valor encontrado para a razão entre os valores das cargas das diferentes gotículas.
- Sempre que possível tente efetuar as medidas para diferentes valores de carga em uma mesma gotícula utilizando o ionizador (fonte de Tório 232).

## 4.4 Objetivos

O aluno deve executar o experimento, fazer a análise dos dados, obter a quantização da carga elétrica das gotas e o valor da carga fundamental. O relatório deve ser bem feito, didático e mostrar todo o trabalho experimental e teórico do aluno. O resultado final deve ser discutido. No modelo teórico o aluno deve apresentar todo o desenvolvimento teórico das equações necessários para se encontrar a expressão final da carga elétrica. Na parte experimental o aluno deve apresentar em detalhes todo o experimento e a função de cada item utilizado. Na seção de resultados e análise o aluno deve apresentar cuidadosamente como o resultado final foi obtido: se a carga é quantizada ou não. A conclusão deve conter todos os fatores que levaram o experimento ao sucesso ou não. Em específico, o relatório deve apresentar:

- Faça uma digressão histórica da medida da carga fundamental do elétron.
- Descreva sucintamente o famoso experimento de Robert Milikan.
- Encontre as soluções das Eqs. 4.1 e 4.3.
- Mostre que a constante de viscosidade pode ser escrita como:

$$C = 18\pi \sqrt{\frac{\eta^3 v_d}{2g(\rho_o - \rho_a)}}.$$

- Dedução da Eq. 4.5.
- Obtenha a carga de várias gotas diferentes.
- Obtenha a carga várias vezes da mesma gota variando sua carga com o ionizador.
- Mostre que a carga elétrica líquida das gotas é quantizada da forma  $q = ne$  onde  $n$  é um inteiro.

#### 4.4.1 Análise

Os resultados experimentais serão as cargas  $q_i$  de várias gotas diferentes além das cargas  $q_j$  de uma mesma gota. Para que o erro experimental seja menor, é importante que as cargas sejam pequenas. Uma vez de posse desses resultados é necessário uma análise para se mostrar se a hipótese  $q = ne_0$  é válida ou não. É possível encontrar na Internet diversos trabalhos mostrando possíveis análises (por exemplo [10, 9]). O aluno pode usar qualquer método, seja encontrado na internet, desenvolvido por ele próprio ou até mesmo o método usado pelo próprio Millikan [8].

# Apêndice A

## Constantes Fundamentais da Física

Símbolo	Valor	Descrição
$c$	$3,00 \times 10^8$ m/s	velocidade da luz no vácuo
$e$	$1,60 \times 10^{-19}$ C	carga fundamental do elétron
$m_0$	$9,11 \times 10^{-31}$ kg	massa do elétron em repouso
$\hbar$	$6,58 \times 10^{-16}$ eVs	constante de Planck
$k_B$	$1,38 \times 10^{-23}$ J/K	constante de Boltzmann
$\epsilon_0$	$8,85 \times 10^{-12}$ C <sup>2</sup> /(Nm <sup>2</sup> )	permissividade elétrica do vácuo

**Tabela A.1:** Constantes fundamentais da Física utilizadas neste trabalho.

# Apêndice B

## Códigos

### B.1 Ajuste Linear em Python

A seguir está o código em Python 2 que gera o gráfico da figura 1.2. Em verde estão os comentários, em azul as funções internas do Python e em vermelho as *string*.

```
#####
#
# Programa para ajuste linear da Lei de Ohm
# Acoes deste programa
#1) importa dados de corrente e tensao de um arquivo .txt
#2) Faz o ajuste linear desses dados
#3) Faz um grafico contendo os dados e o ajuste
#4) Exporta o grafico em um arquivo
#
#Autor: Paulo Freitas Gomes,
#Ultima atualizacao: 18 de Agosto de 2016.
#####

# Importacao de bibliotecas
from lmfit import minimize, Minimizer, Parameters, Parameter, report_fit
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab

#####
#
#Importacao os dados
filename = 'dados_leideohm.txt' #nome do arquivo contendo os dados da corrente
f = open(filename, 'r') #entra no if se houver o arquivo filename , de onde el
corrente = [] #inicializa uma lista
tensao = []

#####
```

```

for line in f:
    a1, a2 = line.split() #le os dois valores de cada linha
    corrente.append(float(a1)) #adiciona o valor na corrente
    tensao.append(float(a2)) #adiciona o valor na tensao
f.close()

#Convertendo as listas para numpy array
x = np.array(corrente)
data = np.array(tensao)

#####
# Definicao da funcao a ser minimizada
def fcn2min(params, x, data):
    """ model decaying sine wave, subtract data"""
    resistencia = params['resistencia']
    coeflin = params['coeflin']
    model = resistencia * x + coeflin
    return model - data #funcao = modelo - dados

# Mostrando na tela
print 'Funcao a ser ajustada'
print 'Modelo = resistencia * x + coeflin'

#####
# Definicao dos valores iniciais dos parametros, que dependem dos dados a ser
params = Parameters()
params.add('resistencia', value= 0.15)
params.add('coeflin', value= 0.0)
# Caso queira limitar os intervalos de variacao desses parametros, use por ex
# params.add('resistencia', value= 0.15, min=0.0)
# params.add('coeflin', value= 0.0, min=-5.0, max=5.0)

#####
# Fazendo o ajuste minimizando a funcao
minner = Minimizer(fcn2min, params, fcn_args=(x, data))
kws = {'options': {'maxiter':10}}
result = minner.minimize()

# result e o erro, a diferenca entre o modelo e os dados

# Definindo o resultado final = dados + erro
final = data + result.residual

```

```
# Mostrando os resultados na tela
report_fit(result)

#####
# Grafica dos resultados

nome = 'ajuste_Lei_de_Ohm.pdf' #definindo o nome do arquivo a ser criado
plt.plot(x, data, 'ob', ms=12, label='Dados') # grafico dos dados
plt.plot(x, final, '-r', lw = 4, label='Ajuste') # grafico da funcao ajustada
pylab.legend(loc='upper left')
plt.title('Verificacao da Lei de Ohm', fontsize=18)
plt.savefig(nome) # Salva o grafico em um arquivo
plt.xticks(color='k', size=18)
plt.yticks(color='k', size=18)
plt.xlabel('Corrente (mA)', {'color': 'k', 'fontsize': 18}) #k indica cor preta
plt.ylabel('Tensao (V)', {'color': 'k', 'fontsize': 18})
plt.text(60, 6, '$y = ax + b$', {'color': 'k', 'fontsize': 18}) #b indica cor azul
plt.text(60, 4, '$a = (0.156 \pm 0.002)$', {'color': 'k', 'fontsize': 18}) #b indica cor azul
plt.text(60, 2, '$b = (-0.07 \pm 0.14)$', {'color': 'k', 'fontsize': 18}) #b indica cor azul
plt.show() # Mostra o grafico na tela

##### FIM #####

```

Primeiramente o programa define as bibliotecas a serem utilizadas. Essa é uma das grandes vantagens do Python: há inúmeras bibliotecas nas mais diversas áreas do conhecimento. Neste exemplo utilizamos a biblioteca `lmfit` que contém várias funções a serem usadas no ajuste. Já a biblioteca `numpy` contém inúmeras funções de cálculo numérico. As bibliotecas `matplotlib.pyplot` e `pylab` contém os recursos para confecção do gráfico.

Em seguida o código importa os dados de um arquivo `txt`. Esses dados são armazenados em uma variável do tipo lista que então é convertida para uma variável do tipo *array* numérico. Depois é definida a função teórica (modelo) e a função teste (modelo menos dados). Em seguida é realizado o ajuste, que consiste em minimizar a função teste variando os parâmetros da função modelo. Depois os resultados são apresentados no console e o gráfico é construído.

## B.2 Outro ajuste linear em Python

```
#modulo para operacoes matematicas
import numpy as np
#modulo para fazer grafico
import matplotlib.pyplot as plt

#modulo para fazer o ajuste
from scipy.optimize import curve_fit
```

```

#formatacao da fonte no grafico
plt.rc('text', usetex=True)
plt.rc('font', family='serif')

##### Funcoes #####
#reta = funcao a ser ajustada
def reta(x,a,b, dtype = float):
    return a + b*x

#funcao que faz o ajuste e guarda os parametros e erros
def faz_ajuste(funcao ,vetorx ,vetory ,chute):
    parametros , erros = curve_fit(funcao , vetorx , vetory ,chute)
    lista_erro = []
    lista_erro.append(np.sqrt(erros[0,0])) #erro em a
    lista_erro.append(np.sqrt(erros[1,1])) #erro em b
    return parametros , lista_erro

#gera o grafico
def grafico1(vx,vy,nome):
    plt.plot(vx,vy,'ob')
    plt.xlabel(r'$V$', fontsize = 16)
    plt.ylabel(r'$I$', fontsize = 16)
    plt.savefig(nome,dpi = 300, bbox_inches='tight')
    plt.close()

def cria_reta(vx,a,b):
    vx2 = np.array(vx)
    return a+b*vx2

#gera o grafico dos dados e ajuste
def grafico2(vx,dados,ajuste,nome):
    plt.plot(vx,dados,'ob', ms = 6, label = 'Dados')
    plt.plot(vx,ajuste,'-r', lw = 2, label = 'Ajuste')
    plt.xlabel(r'$V$', fontsize = 16)
    plt.ylabel(r'$I$', fontsize = 16)
    plt.title('Curva IV: LED', fontsize=16)
    plt.legend(loc='lower left', fontsize = 14)
    plt.xticks(size=16)
    plt.yticks(size=16)
    axes = plt.gca()
    plt.savefig(nome,dpi = 300, bbox_inches='tight')
    plt.close()

#####

```

```
#Inicio do programa

#Dados: tensao
vx = [1.99,1.98,1.97,1.96,1.95,1.94,1.93,1.92,1.90]
#Dados: corrente
vy = [12.6,12.4,11.2,10.7,10.1,9.2,8.2,7.4,6.4]

#chamando a funcao q faz o grafico
#grafico1(vx,vy,'fig1.png')

#Fazendo ajuste
chute = [1.9,6] #chute dos valores iniciais
para, erros = faz_ajuste(reta,vx,vy,chute)

#cria os valores em y do ajuste
ajuste = cria_reta(vx,para[0],para[1])

#cria o grafico com os dados e ajuste
grafico2(vx,vy,ajuste,'fig3.png')
```

# Bibliografia

- [1] P. F. Gomes, H. A. Fernandes, J. L. González-Arango, Brazilian Journal Physics ([2015](#)) **45**:615-620.
- [2] Sebastian C. Kapfer and Werner Krauth, Physical Review Letters **114**, [035702](#) ([2015](#)).
- [3] Raymond A. Serway, Física 4 Fís. Moderna, Relatividade, Fís. Atômica e Nuclear 3a ed. Livros Técnicos e Científicos Editora.
- [4] A. A. Bergh & P. J. Dean, Light Emitting Diodes, Oxford Clarendon Press, 1976.
- [5] Livro de Atividades Experimentais, CIDEPE, n. MLEQ139, 2008.
- [6] Hugh D. Young, Roger A. Freedman "Sears and Zemansky's University Physics: with modern physics", edição 13, Pearson Education ([2012](#)).
- [7] Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model AP-8210, [www.pasco.com](#).
- [8] R. A. Millikan "On the elementary electrical charge and the Avogadro constant", Physics Review **32**, 349-397 (1911).
- [9] N. Veissid, L.A. Pereira, A.F.V. Peña "Uma abordagem diferente na estatística do experimento Millikan", Revista Brasileira de Ensino de Física, **36**, n. 1, 1302 (2014).
- [10] P. Heering and S. Klassen "Doing it differently: attempts to improve Millikan's oil-drop experiment", Physics Education **45**, 382 (2010).