

Energia potencial

Os conceitos de energia e força são muito enraizados em nosso cotidiano. A idéia intuitiva de força é bem similar ao conceito físico de força. Já a energia não. Além de ter muitos significados práticos, até como força, a energia tem ainda significados não racionais. De qualquer forma, a definição física de energia é aquilo que gera trabalho W , o qual é definido como:

$$W = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b F \cos \varphi dr$$

\mathbf{F} é a força atuando na partícula e $d\mathbf{r}$ é o deslocamento diferencial que a partícula sofre. Ambos estão em negrito pois são vetores. Se $W \neq 0$, a partícula sofre uma alteração na sua energia cinética. Se $W > 0$ implica que a força e o deslocamento estão no mesmo sentido, ou seja, a força aumenta a velocidade da partícula, ou seja, a partícula ganha energia cinética. Se $W < 0$ a partícula perde energia cinética. Mas, na natureza, nada se perde, tudo se transforma. Assim o é para a energia. Então, se a energia cinética está aumentando ou diminuindo, é por que ela está se transformando em outra coisa, em outra forma de energia.

Na natureza, a energia não é destruída, apenas transformada. Isso é um princípio que não pode ser provado. Porém, até hoje, esse princípio foi verificado sempre, e nunca foi encontrado um exemplo que invalidasse esse princípio. Assim, quando a energia cinética altera, outro tipo de energia é alterado. Quando um corpo em movimento para devido ao atrito, a energia cinética diminui e calor é gerado. E calor é energia térmica. No carro, quando ele para, os discos de freio esquentam, pois a energia cinética do carro se transforma em energia térmica nos discos.

Energia potencial gravitacional

Suponha então que um corpo é solto do repouso de uma altura h . Inicialmente, ele está parado, ou seja, sem energia cinética. Quando é solto, ele adquire energia cinética, que foi transformada a partir de outro tipo de energia. Qual? A chamada energia potencial gravitacional. A força gravitacional (ou força peso) tem a característica de transformar energia

potencial gravitacional em energia cinética. E o contrário também. Logo, quando o corpo é solto do repouso, ele adquire uma energia cinética ΔK , que é igual ao trabalho executado pela força gravitacional:

$$\Delta K = W$$

Logo, a energia potencial gravitacional U é diminuída na mesma quantidade:

$$\Delta U = -\Delta K$$

$\Delta K > 0$ pois o corpo aumenta sua velocidade. E por isso ΔU é negativo, pois essa energia diminui. Essa energia potencial gravitacional é uma característica da força gravitacional. Apenas uma altera a outra. Outras forças, como o atrito por exemplo, não tem essa característica. O atrito sempre quando atua transforma algum tipo de energia (em geral cinética) em energia térmica. E nunca o contrário. Toda força que admite uma energia potencial é chamada de força conservativa. A força gravitacional é um exemplo. Se não há atrito, a energia total E do sistema será:

$$E = K + U$$

E além disso essa energia total é constante, pois as variações sempre são tal que $\Delta U = -\Delta K$. Disso, podemos então definir a energia potencial em função do trabalho:

$$\Delta U = -\Delta K = W = - \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \quad (1)$$

No caso gravitacional, a força é constante $\mathbf{F} = -mg\mathbf{k}$. Logo teremos:

$$\Delta U_g = mgh$$

onde m é a massa do corpo, g a aceleração da gravidade e h a variação de altura. Podemos usar a eq. 1 como sendo a definição de energia potencial associada com a força conservativa F .

Energia potencial elétrica

A força elétrica também é conservativa, logo ela também admite uma energia potencial elétrica U . Suponha então uma partícula de carga q é deslocada em uma região do espaço onde há um campo elétrico \mathbf{E} ¹. A carga q vai sentir então uma força devido a esse campo elétrico:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \quad (2)$$

¹Não interessa como esse campo é gerado, seja por uma distribuição de cargas, seja por um capacitor, etc...

Lembre-se que q pode ser positivo ou negativo. Logo enquanto a carga é deslocada pela força \mathbf{F} , haverá um trabalho feito nela:

$$W = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = q \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Como a carga se desloca, há variação de energia cinética dado por esse trabalho $\Delta K = W$. Então, outro tipo de energia também se alterou, e é exatamente a energia potencial elétrica. Usando a definição do caso gravitacional, eq. 1, e W no caso elétrico, teremos:

$$\Delta U = -\Delta K = -W = -q \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (3)$$

Esta é a expressão geral da energia potencial devido a um campo elétrico arbitrário \mathbf{E} . Repare que isso é uma energia de interação, pois a carga q vai adquirir mais energia quanto maior for a sua carga q . Assim, só há essa energia quando há duas distribuições de cargas, uma sentindo a força da outra, e vice versa.

Energia potencial elétrica de uma carga pontual

Vamos agora restringir a descrição anterior. Vamos supor que o campo \mathbf{E} é gerado por uma carga pontual Q . Então, agora temos duas cargas pontuais, uma q que sente a força (a carga de prova) e outra Q que gera o campo. Logo, o campo será:

$$\mathbf{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad (4)$$

\mathbf{r} é o vetor que sai da carga Q e vai até o ponto onde está se calculando o campo. $\hat{r} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ é o versor na direção de \mathbf{r} . Usando essa expressão de campo na definição de energia potencial elétrica (eq. 3) teremos:

$$\begin{aligned} \Delta U &= -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{\hat{r}}{r^2} \cdot d\mathbf{r} = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \end{aligned}$$

O trabalho é calculado ao longo de um trajeto. Vamos então escolher o ponto inicial desse trajeto como sendo o infinito ∞ e o ponto final como sendo r . Isso por que no infinito, q está muito longe de Q e logo pode-se desprezar a interação entre elas. Assim $b = r$ e $a = \infty$. Como $\frac{1}{\infty} \simeq 0$ teremos então:

$$U = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5)$$

Fizemos $\Delta U = U$ pois especificamos o referencial ($a = \infty$). Essa é a expressão para energia potencial de uma carga teste q devido a interação com uma carga Q .

As expressões de energia potencial dependem da carga que gera o campo e da carga teste utilizada para se medir esse campo. A unidade de energia é chamada de Joule, abreviada por um J. Uma unidade derivada é a de potência, Watts, abreviada por um W. $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$. Na conta de energia elétrica, pagamos a quantidade de kWh consumidos. Nesse, k é o prefixo kilo = 1000 e h é a unidade de tempo hora. Logo $\text{kWh} = 1000 \times \text{W} \times 3600\text{s} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$, pois Watts x segundo = Joule. Logo, na conta de luz, pagamos a quantidade de energia consumida. Será que esse conceito é importante?

Potencial elétrico

O conceito de energia é de suma importância, porém ele tem um problema: a energia nunca pode ser medida diretamente. Assim, o valor absoluto de energia não tem sentido, pois não há uma medida para fazer a calibração. Por isso na expressão 5 pudemos escolher um referencial. Porém, podemos definir uma outra grandeza que pode ser medida. Essa grandeza chama-se potencial elétrico². Ela é definida como sendo a energia potencial elétrica por unidade de carga, e é representada pela letra V :

$$V = \frac{U}{q} \quad (6)$$

A carga q é exatamente a carga de prova, ou carga teste, que é utilizada para fazer o experimento. Logo, da definição e usando a expressão 3, o potencial elétrico associado a um campo elétrico é:

$$V(b) - V(a) = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (7)$$

A utilidade dessa grandeza é que para qualquer carga q colocada nessa região, podemos calcular a energia adquirida $U = Vq$. Além disso, V pode ser medido diretamente: é a chamada voltagem, ou potencial, ou diferença de potencial. Como a energia não tem um valor absoluto preciso, V também não, por isso em geral é importante apenas a diferença de potencial ΔV . A unidade é Joule/Coulomb, que é chamada de Volts, abreviada por um V³. Por exemplo, em Jataí temos que $\Delta V = 220 \text{ V}$ nas tomadas. Será que é um conceito importante?

Para uma carga pontual, substituímos a expressão de seu campo na expressão do potencial geral (eq. 4 na eq. 7):

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (8)$$

r é a posição onde está sendo calculada o potencial V .

²Não deixe que a similaridade dos nomes te confunda. Potencial elétrico é uma coisa e energia potencial elétrica é outra.

³Isso mesmo, o símbolo de voltagem é exatamente o mesmo da sua unidade. Mais uma possibilidade de confusão. Atenção!

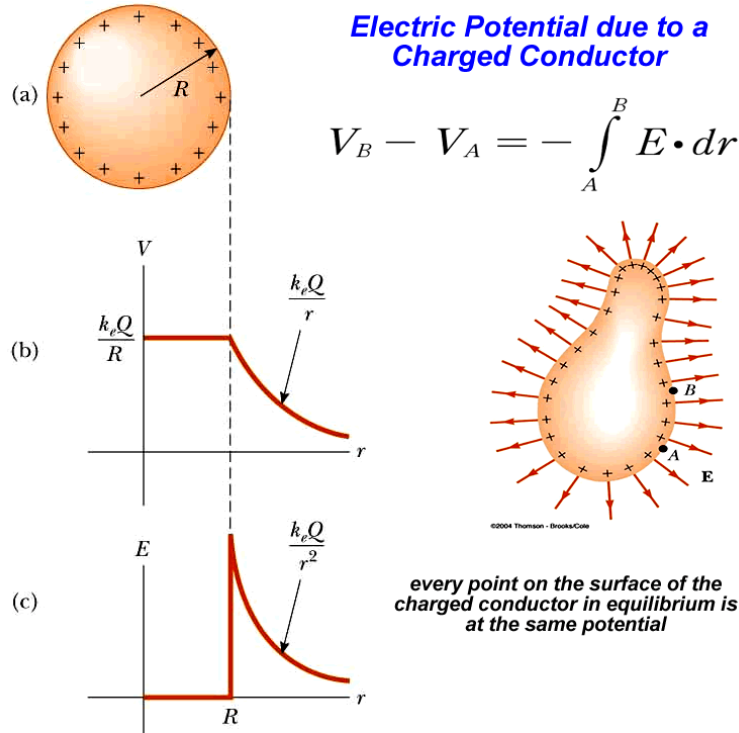


Figura 1: Campo e potencial elétrico de uma esfera rígida condutora de raio R .

Na figura está ilustrado uma esfera rígida condutora, seu potencial e seu campo. Dentro de um condutor, o campo é zero, logo o potencial é constante.

Energia potencial vs. força

Quando uma partícula sofre um trabalho (seja devido a uma força gravitacional ou elétrica) ela tem alterada sua energia cinética, ou seja, altera sua velocidade. Dessa forma, dado o movimento inicial e a quantidade de energia cinética alterada podemos descobrir seu movimento final. Assim, através do conceito de energia podemos determinar o movimento da partícula. Esse enfoque, no caso elétrico por exemplo, pode ser calculado usando o campo em questão. Porém, a maneira tradicional de determinar o movimento de uma partícula é através da lei de Newton:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (9)$$

onde \mathbf{F} é a força resultante e \mathbf{a} é a aceleração da partícula. Esse enfoque é baseado no conceito de força resultante, que é a soma de todas as forças atuantes na partícula. Ambos os enfoques, energia e força, são válidos. Cada um tem suas vantagens. O enfoque da energia tem sua vantagem de que com ele é possível resolver problemas impossíveis de se resolver com a Lei de Newton.

Ou seja, quando uma partícula altera seu movimento, sua energia cinética é alterada. E isso pode ser determinado através da variação de potencial da carga. Outra forma é usar a Lei de Newton, determina-se a força resultante e assim determina-se o movimento. Enfoques diferentes, porém complementares.