Prova 1 Física 1 10/11/2019

1

Gabarito

1) M, v_0, H aceleração constante.

a) aceleração = $a_M = ?$

MUV $\Rightarrow y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_M t^2$

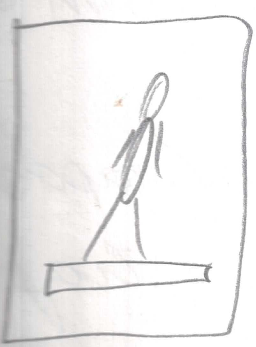
Eq. de Torricelli $V^2 = V_0^2 + 2a_M \Delta y$

Como o elevador para $\Rightarrow V = 0$. Já $a_M < 0$ pois o elevador diminui sua velocidade

$0 = V_0^2 - 2a_M H$ já que $\Delta y = H$.

$$\Rightarrow \boxed{a_M = \frac{V_0^2}{2H}}$$

b)



$\downarrow \vec{a}$

Forças atuando na mulher: $\vec{P}$ = peso e $\vec{N}$ = normal da balança.

A balança registra a força que a mulher faz nela. Da 3ª Lei de Newton essa força é igual a $\vec{N}$.

A leitura da balança é então o módulo de $\vec{N} = |\vec{N}| = N$.

Aplicando a 2ª Lei de Newton na mulher $\vec{F_R} = m\vec{a}$, temos

$$\vec{F} = \vec{P} - \vec{N} = m\vec{a_M} \qquad \vec{P} = m\vec{g}$$

Em módulo $mg - N = ma$

Porém $a = a_M = \dfrac{V_0^2}{2H}$ do item a)

$$\Rightarrow N = mg + m a_M = m\left(g - \frac{V_0^2}{2H}\right)$$

---

2) massa m, $V_0 = 12\,m/s$ $R = 5m$

a) $\vec{N_A} = ?$ No ponto A a normal aponta para o centro do círculo. Como a trajetória é circular, a resultante deve apontar para o centro do círculo. Logo a normal está na direção da resultante.

A lei de Newton é $\vec{F} = m\vec{a}$.

Para o carrinho no ponto A, temos

$$\vec{N}_A - m\vec{g} = m\vec{a}$$

Para uma trajetória circular $a = a_c = \frac{V^2}{R}$

Logo, em módulo: $N - mg = m\frac{V^2}{R}$

$$\Rightarrow N_A = m\left(g + \frac{V^2}{R}\right)$$

b) O raciocínio é idêntico. Mas agora a normal $\vec{N}_B$ e o peso apontam para o centro do círculo. A Lei de Newton nos dá: $\vec{N}_B + m\vec{g} = m\frac{V^2}{R}$

Em módulo $\Rightarrow N_B = m\left(\frac{V^2}{R} - g\right)$

c) No ponto B a força peso está na direção da resultante, logo a normal $\vec{N}_B$ não é necessária para o carrinho fazer o círculo.

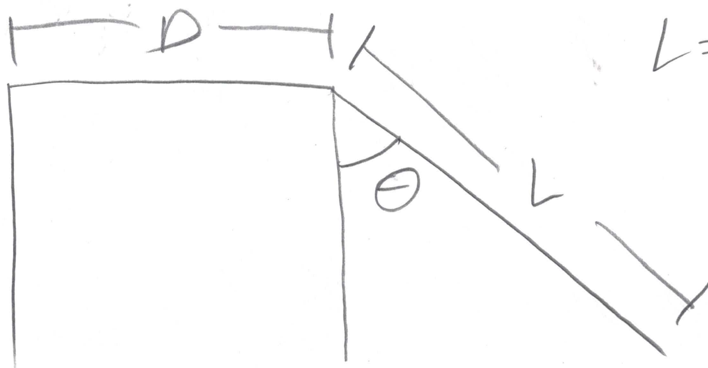
A velocidade mínima será então quando $N_B = 0$. Logo

$$N_B = m\left(\frac{V_M^2}{R} - g\right) = 0 \Rightarrow \boxed{V_M = \sqrt{Rg}}$$

d) Sim.

---

3)



$L = 5m$

$D = 3m$

$\theta = \frac{\pi}{6}$

a) T = período = ?

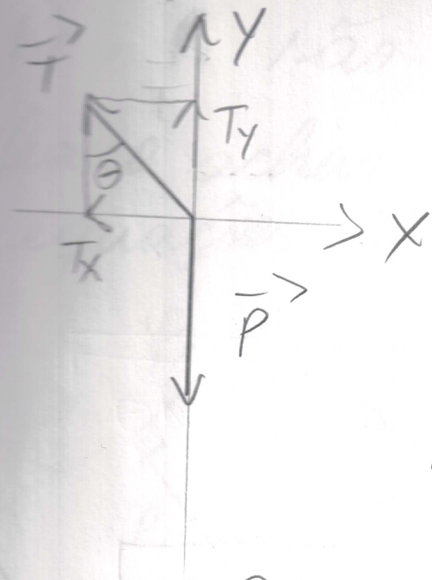
Para um movimento circular $w = \frac{2\pi}{T}$,

$$V = wR \quad , \quad a_c = \frac{V^2}{R}$$

Aplicando a Lei de Newton aplicada ao assento nos dá $\vec{F} = m\vec{a}$

A trajetória circular é no plano perpendicular ao suporte do balanço.

O diagrama de corpo livre do assento



A força resultante é

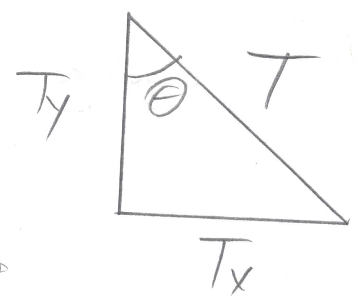
$$\vec{T_x} = -\hat{i}\, T_x$$

A lei de Newton em y

nos dá $T_y - P = 0$

$$\Rightarrow T_y = P = mg$$

As componentes de $\vec{T}$ são



$T_x = T\sin\theta$ $\quad$ $T_y = T\cos\theta$

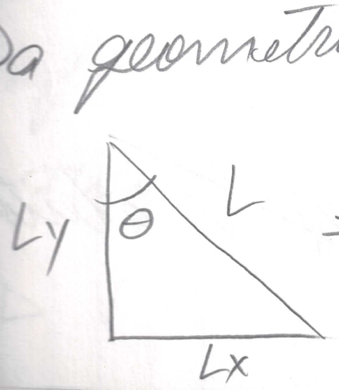
$$\Rightarrow T_y = T\cos\theta = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Em x temos $T_x = m\dfrac{v^2}{R} = T\sin\theta$

$$\Rightarrow m\frac{v^2}{R} = \frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = mg\tan\theta$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{Rg\tan\theta}$$

Da geometria temos que $R = D + L_x$



$\Rightarrow L_x = L\sin\theta$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{(D + L\sin\theta)\, g \tan\theta}$$

Voltando para o período

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi \frac{R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{R g \tan\theta}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g\tan\theta}} = 2\pi \sqrt{\frac{D + L\sin\theta}{g\tan\theta}}$$

b) Não, considerando que apenas a massa muda de um passageiro para outro.

4)

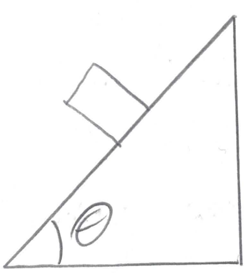
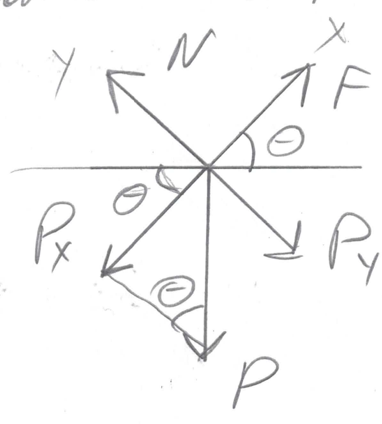


Diagrama de corpo livre



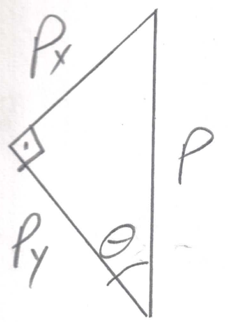
Se o corpo está em repouso, da Lei de Newton, a resultante é zero.

Em x $\quad F = P_x$ onde F = força de atrito

Em y $N = P_y$ N = normal do plano

P_x, P_y são as projeções de $\vec{P}$.

Quero achar μ_e que torna essas equações válidas



$\Rightarrow P_y = P\cos\theta \qquad P_x = P\sin\theta$

Só a força do atrito é

$F = \mu_e N = \mu_e P_x = \mu_e P\cos\theta$

Mas $F = P_x = P\sin\theta$

$\Rightarrow P\sin\theta = \mu_e P\cos\theta \Rightarrow \boxed{\mu_e = \tan\theta}$

---

5)B) Bônus $H = 36\,Km \qquad V_M = 1.357,6\,Km/h$

a) Considerando uma queda livre com uma distância $H = 36\,Km$, a aceleração é g.

Eq. de Torricelli $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta y$

$\Delta y = H$ saiu do repouso $\Rightarrow V_0 = 0$

queda livre $\Rightarrow a = g$

$\Rightarrow V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 36 \cdot 10^3}$

$$\boxed{V = 840\,m/s}$$

b) $F_1 = -KV$ $\qquad V(t) = V_T\left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right)$ (1)

$$V_T = \frac{mg}{K}$$

A Lei de Newton é $\vec{F} = m\vec{a}$.

Além do peso, a força F_1 também atua e é contrário ao peso. Logo

$$\vec{F} = \vec{P} - \vec{F_1} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Em módulo

$$mg - KV = m\frac{dv}{dt} \quad (2)$$

Vou mostrar que a solução (1) satisfaz a eq. diferencial (2).

Dividindo (2) por K temos

$$V_T - V = \frac{m}{K}\frac{dv}{dt} \quad (3)$$

O lado direito de (3) é

$$\frac{m}{K}\frac{dv}{dt} = \frac{m}{K}\frac{d}{dt}\left[V_T\left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right)\right]$$

$$= \frac{m}{K} V_T \frac{d}{dt}\left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right) = -\frac{m}{K} V_T \frac{d}{dt}\left(e^{-\frac{K}{m}t}\right)$$

$$= -\frac{m}{K} V_T \left(-\frac{K}{m}\right) e^{-\frac{K}{m}t} = V_T e^{-\frac{K}{m}t} \quad (4)$$

Agora o lado esquerdo de (3) é

$$V_T - V = V_T - V_T\left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right) = V_T - V_T + V_T e^{-\frac{K}{m}t}$$

$$= V_T e^{-\frac{K}{m}t} \quad (5)$$

Vemos que (4) = (5), logo (1) satisfaz (2), como desejado.

c) $\boxed{mg - Kv^2 = m\frac{dv}{dt}}$