

# *Experimento do trilho de ar: verificação da Lei de Newton*

Paulo Freitas Gomes

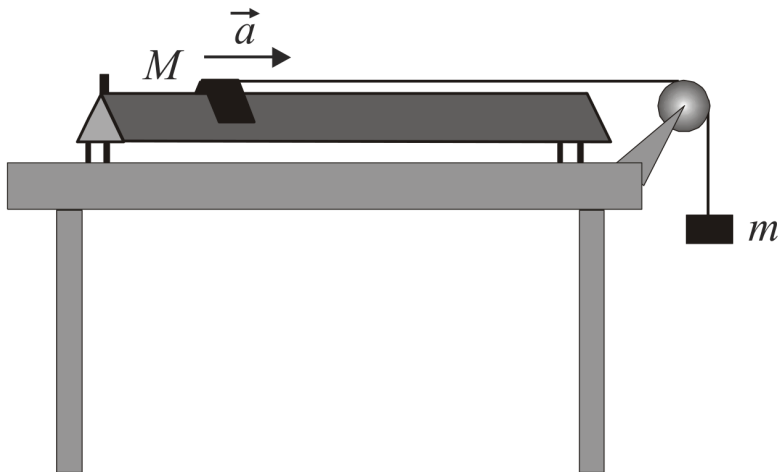
UAE de Ciências Exatas - Jataí  
Universidade Federal de Goiás

*paulofreitasgomes@ufg.br*

9 de Dezembro de 2016

# Experimento do trilho de ar

# Montagem Experimental



# Experimento

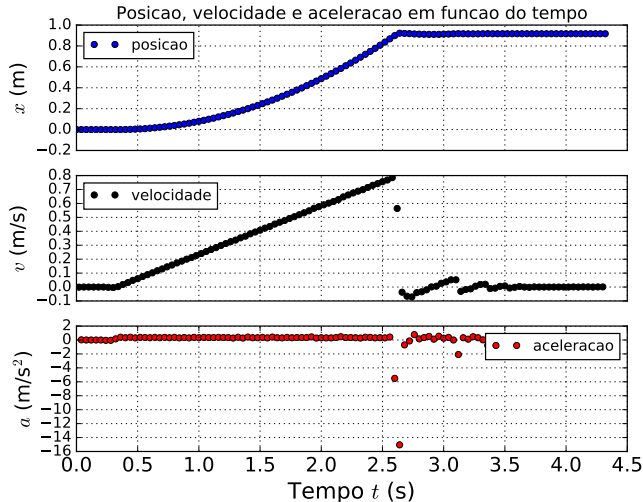
- Uma massa  $M$  repousa sobre um trilho de ar sem atrito ligado a outra massa suspensa  $m$  suspensa.
- São medidos os valores de posição e tempo enquanto as massas se deslocam. Com esses, se calculam numericamente também os valores de velocidade e aceleração em função do tempo.
- A força peso da massa suspensa a puxa para baixo, movendo as duas massas. Aplicando a Lei de Newton em módulo temos:

$$F = mg = (M + m)a \quad (1)$$

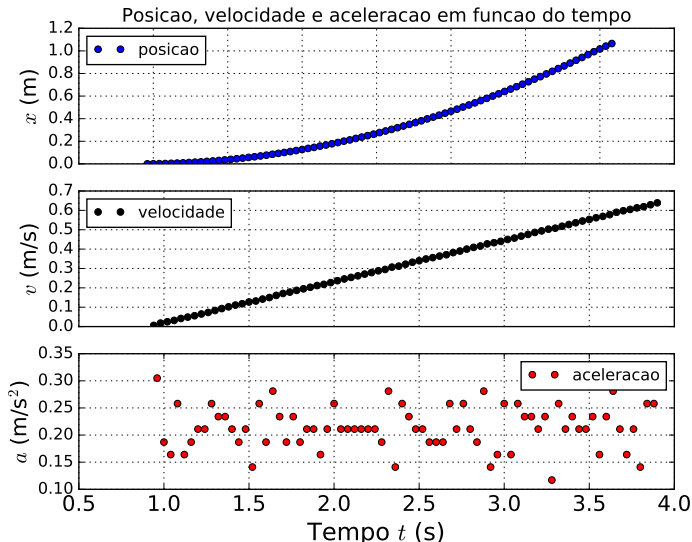
- Objetivo: calcular a aceleração teórica  $a$  usando a Eq. 1 e comparar com o valor experimental.

# Dados experimentais

Velocidade e aceleração são calculados numericamente.



# Os dados ruins devem ser removidos



# Velocidade e aceleração aproximadas

- A definição de velocidade é:

$$v = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

- O que fazemos então é aproximar pelo valor médio no intervalo. Assim, as derivadas para velocidade e aceleração ficam:

$$v(t_i) \simeq \bar{v}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t} \quad (2)$$

$$a(t_i) \simeq \bar{a}(t_i) = \frac{v(t_i) - v(t_{i-1})}{\Delta t} \quad (3)$$

## Cálculo em Python das Eqs. 2 e 3:

---

```
#Importando os dados de posicao e tempo
tempo,posicao =
    np.loadtxt('posicao1.txt',usecols=[0,1],unpack=True);

nelementos = len(posicao); Deltat = tempo[1] - tempo[0];

velocidade = np.empty(nelementos-1,float);
aceleracao = np.empty(nelementos-1,float);

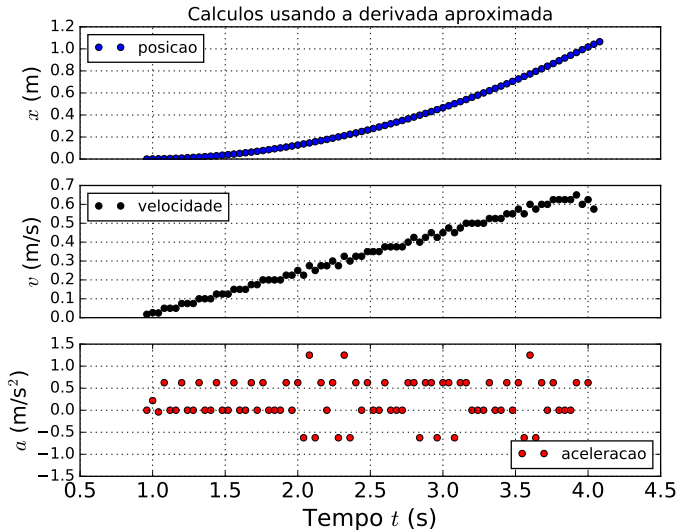
for i in range(nelementos-1): #calculo da velocidade
    velocidade[i] = (posicao[i+1] - posicao[i])/Deltat;

for i in range(1,nelementos-1): #calculo da aceleracao
    aceleracao[i] = (velocidade[i] - velocidade[i-1])/Deltat;
```

---



# Velocidade e aceleração a partir das Eqs. 2 e 3:



# Resultados

- As massas em gramas são  $M = 418.3 \pm 0.5$  e  $m = 10.0 \pm 0.5$ . Vamos usar  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ .
- Da Eq. 1 a aceleração teórica (em  $\text{m/s}^2$ ) e o erro propagado na divisão das massa será:

$$a = \frac{mg}{M + m} = 0.23 \pm 0.01 \quad (4)$$

- Do gráfico da aceleração, a aceleração experimental é a média  $a_m = 0.21 \pm 0.04 \text{ m/s}^2$ .
- O valor experimental pode chegar até 0.25, englobando o valor teórico.
- Vemos então que há uma boa concordância entre o experimental e o teórico.

# Cálculo dos erros

$$(x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$$

$$\frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y} \pm \frac{x\Delta y + y\Delta x}{y^2}$$

$$c(x \pm \Delta x) = cx \pm c\Delta x$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i^N |x_i - \bar{x}|^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i^N x_i$$

# Ajustes linear e não linear

- Movimento de um sistema (composto por dois objetos) submetidos a uma força constante:

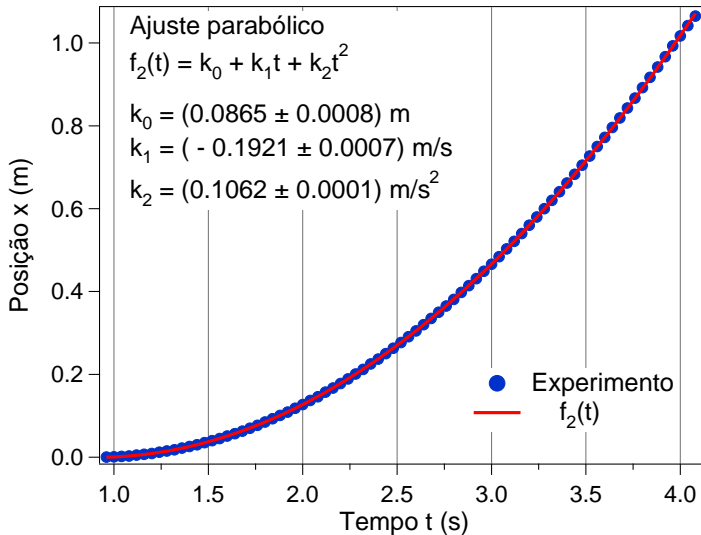
$$\vec{F} = m\vec{g} = m \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} = m\vec{a} \quad (5)$$

onde  $x(t)$  é a posição do bloco no trilho. Supomos que no instante inicial  $t_0 = 0$  temos  $x(0) = x_0 = 0$  e  $v(0) = v_0 = 0$ . Resolvendo a equação diferencial 5:

$$x(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (6)$$

$$v(t) = v_0 + a t \quad (7)$$

## Ajuste Linear da eq. 6



# Coeficientes do ajuste não linear

## Example (Código para gerar a legenda)

Ajuste parabólico

$$f(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2$$

$$k_0 = (0.0865 \pm 0.0008) \text{ m}$$

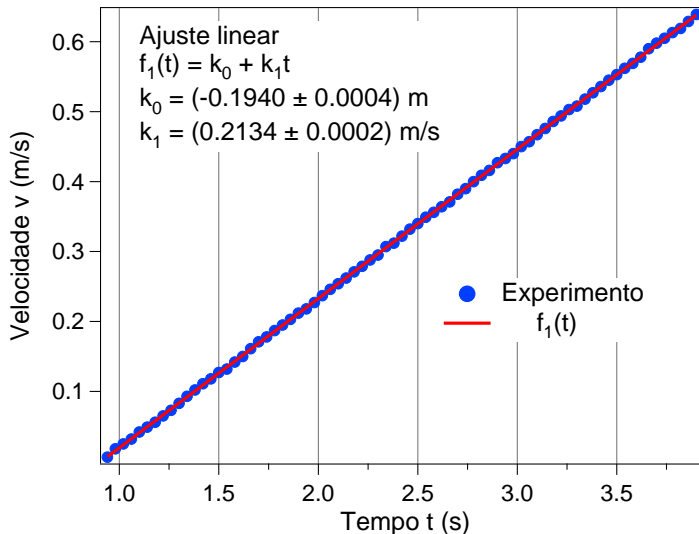
$$k_1 = (-0.1921 \pm 0.0007) \text{ m/s}$$

$$k_2 = (0.1062 \pm 0.0001) \text{ m/s}^2$$

## Coeficientes do ajuste não linear

- `\Z24` define o tamanho da fonte em 24.
- `\B` define o próximo caracter como sub-índice, como no  $f_1$ .
- `\S` define o próximo caracter como super-índice, como no  $t^2$ .
- `\M` volta ao normal e deve ser usado depois do `\B` ou `\S`. Tem que definir o tamanho novamente.
- Para o símbolo  $\pm$ , clique em *Special* na esquerda, depois em *Character* e vários símbolos aparecem.

# Ajuste Linear da eq. 7





Mãos a obra!!!