Lista 4 -

Discente → Paulo Henrique Rimé do Lim Maar.

112 b) Resolução:

Devemos verificar se $\lim_{x \to -2} f(x) = f(-2)$:

$f(-2) = 4$ e $\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{x+2} \to \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{(x+2)}} \to \lim_{x \to -2} (x-2) = -4$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & , \text{se } x \neq -2 \\ & , \text{se } x = -2 \end{cases}$$

$\therefore \lim_{x \to -2} f(x) = -4 \neq f(-2)$

Logo, f é descontínua em $x = -2$

113 b) Resolução:

$$f(x) = \begin{cases} x^2-3x+2 & \text{se } x > 1 \\ x^2+4x-5 & \text{se } x \leq 1 \end{cases} \quad \text{no ponto } x = 1$$

Devemos verificar se $\lim_{x \to -2} f(x) = f(1)$

$f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 - 5 \to f(1) = 0$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) \to \lim_{x \to 1^+} (x^2-3x+2) \to \lim_{x \to 1^+} (1^2 - 3 \cdot 1 + 2) = 0$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) \to \lim_{x \to 1^-} (x^2+4x-5) \to \lim_{x \to 1^-} (1^2 + 4 \cdot 1 - 5) = 0$

$\therefore \lim_{x \to 1} f(x) = 0 = f(1)$

Logo, f é contínua em $x = 1$

114 b)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & , \text{se } x \neq 0 \\ 0 & , \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x} \to \frac{1-\cos x}{x} \cdot \frac{1+\cos x}{1+\cos x} \to \frac{1^2-\cos^2 x}{x(1+\cos x)} \to \frac{\text{sen}^2 x}{x(1+\cos x)} \to$

Vou verificar se $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$f(0) = 0$

Lembrando: $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$

$\text{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\to \frac{(\text{sen}\, x)^2}{x} \cdot \frac{1}{1+\cos x}$

$1 \cdot \frac{1}{2} \to \frac{1}{2}$

(115) b) Resolução:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{(x-1)^2} & \text{se } x \neq 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \end{cases} \quad \text{no ponto } x=1$$

Devemos verificar se $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1)$

$f(1) = 2$ e $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{(x-1)^2} \rightarrow \lim\limits_{x\to} \dfrac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x-1)} \rightarrow \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x+1)}{(x-1)}$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x+1)}{(x-1)} \begin{matrix}+\\+\end{matrix} = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{(x+1)}{(x-1)} \begin{matrix}+\\-\end{matrix} = -\infty$

$\therefore \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x+1)}{x-1} \rightarrow \nexists$ $\quad$ Logo, como $\lim\limits_{x\to} f(x) \neq f(1)$

f é descontínua.

---

(117)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{tg\,x}{sen\,2x} & \text{se } x \neq 0 \\ \cos a & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

seja contínua em $x = 0$

Devemos mostrar que:

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0)$ isto é,

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \cos a$

$$\lim_{x\to 0} \frac{tg\,x}{sen\,2x} \rightarrow \frac{\frac{sen\,x}{\cos x}}{sen\,2x} \rightarrow$$

$$\frac{\cancel{sen\,x}}{\cos x} \cdot \frac{1}{2\cdot \cancel{sen\,x}\cdot \cos x} \rightarrow \frac{1}{2\cdot \cos^2 x}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2\cdot \cos^2 0} \rightarrow \frac{1}{2}$$

$\therefore \cos a = \dfrac{1}{2}$

Logo $a = \pm \dfrac{\pi}{3} + 2\pi\cdot k$, com $k \in \mathbb{Z}$.
