

LISTA 2
CONJUNTOS

13. Escreva com símbolos:

- a) o conjunto dos múltiplos inteiros de 3, entre -10 e $+10$;
- b) o conjunto dos divisores inteiros de 42;
- c) o conjunto dos múltiplos inteiros de 0;
- d) o conjunto das frações com numerador e denominador compreendidos entre 0 e 3;
- e) o conjunto dos nomes das capitais da região Centro-Oeste do Brasil.

14. Descreva por meio de uma propriedade dos elementos:

$$A = \{+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6\}$$

$$B = \{0, -10, -20, -30, -40, \dots\}$$

$$C = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$$

$$D = \{\text{Lua}\}$$

15. Quais dos conjuntos abaixo são unitários?

$$A = \left\{x \mid x < \frac{9}{4} \text{ e } x > \frac{6}{5}\right\}$$

$$B = \{x \mid 0 \cdot x = 2\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ é inteiro e } x^2 = 3\}$$

$$D = \{x \mid 2x + 1 = 7\}$$

16. Quais dos conjuntos abaixo são vazios?

$$A = \{x \mid 0 \cdot x = 0\}$$

$$B = \left\{x \mid x > \frac{9}{4} \text{ e } x < \frac{6}{5}\right\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ é divisor de zero}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ é divisível por zero}\}$$

19. Quais das igualdades abaixo são verdadeiras?

$$a) \{a, a, a, b, b\} = \{a, b\}$$

$$b) \{x \mid x^2 = 4\} = \{x \mid x \neq 0 \text{ e } x^3 - 4x = 0\}$$

$$c) \{x \mid 2x + 7 = 11\} = \{2\}$$

$$d) \{x \mid x < 0 \text{ e } x \geq 0\} = \emptyset$$

20. Diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das sentenças abaixo.

$$a) 0 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$f) a \in \{a, \{a\}\}$$

$$b) \{a\} \in \{a, b\}$$

$$g) \{a\} \subset \{a, \{a\}\}$$

$$c) \emptyset \in \{0\}$$

$$h) \emptyset \subset \{\emptyset, \{a\}\}$$

$$d) 0 \in \emptyset$$

$$i) \emptyset \in \{\emptyset, \{a\}\}$$

$$e) \{a\} \subset \emptyset$$

$$j) \{a, b\} \in \{a, b, c, d\}$$

21. Faça um diagrama de Venn que simbolize a situação seguinte: A, B, C e D são conjuntos não vazios, $D \subset C \subset B \subset A$.

22. Construa o conjunto das partes do conjunto $A = \{a, b, c, d\}$.

23. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$ e $C = \{c, e\}$, determine $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$ e $A \cup B \cup C$.

25. Classifique em V ou F:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| a) $\emptyset \subset (A \cup B)$ | d) $(A \cup B) \subset (A \cup B)$ |
| b) $(A \cup B) \subset A$ | e) $B \subset (A \cup B)$ |
| c) $A \supset (A \cup B)$ | f) $(A \cup B) \subset (A \cup B \cup C)$ |

admitindo que A , B e C são conjuntos quaisquer.

28. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ e $C = \{c, e, f\}$, descreva $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ e $A \cap B \cap C$.

30. Classifique em V ou F:

- $\emptyset \subset (A \cap B)$
- $A \subset (A \cap B)$
- $A \in (A \cap B)$
- $(A \cap B) \subset (A \cap B)$
- $(A \cap B) \subset B$
- $(A \cap B) \supset (A \cap B \cap C)$

admitindo que A , B e C são conjuntos quaisquer.

33. Determine o conjunto X tal que:

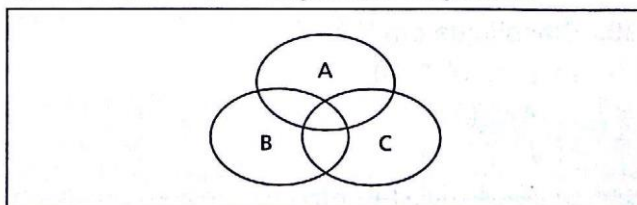
$$\{a, b, c, d\} \cup X = \{a, b, c, d, e\}, \{c, d\} \cup X = \{a, c, d, e\} \text{ e } \{b, c, d\} \cap X = \{c\}.$$

34. Sabe-se que $A \cup B \cup C = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}$, $A \cap B = \{2, 3, 8\}$, $A \cap C = \{2, 7\}$, $B \cap C = \{2, 5, 6\}$ e $A \cup B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 8\}$.
Determine C .

35. Determine o número de conjuntos X que satisfazem a relação $\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$.

36. Assinale no diagrama abaixo, um de cada vez, os seguintes conjuntos:

- $A \cap B \cap C$
- $A \cap (B \cup C)$
- $A \cup (B \cap C)$
- $A \cup B \cup C$



37. Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos, C com 4 elementos. Qual é o número máximo de elementos de $(A \cap B) \cap C$?

38. Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f, g\}$ e $C = \{b, d, e, g\}$. Determine:

- | | | |
|------------|---------------------|------------------------------|
| a) $A - B$ | c) $C - B$ | e) $A - (B \cap C)$ |
| b) $B - A$ | d) $(A \cup C) - B$ | f) $(A \cup B) - (A \cap C)$ |

40. Classifique em V ou F as sentenças:

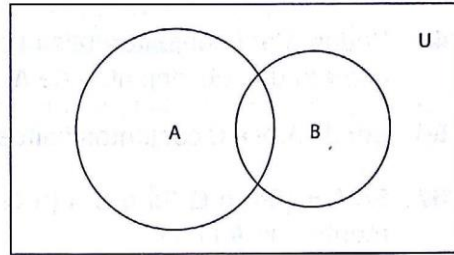
- a) $(A - B) \supset \emptyset$
b) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

admitindo que A e B são conjuntos quaisquer.

41. Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ e $C = \{2, 4, 5, 7\}$, obtenha um conjunto X tal que $X \subset A$ e $A - X = B \cap C$.

42. Assinale no diagrama ao lado, um de cada vez, os seguintes conjuntos:

- a) $\bar{A} - B$
b) $\bar{A} - A \cup B$
c) $\bar{B} \cup A$
d) $\overline{A \cup B}$
e) $\overline{A \cap B}$
f) $\bar{B} \cap A$



44. Classifique em V ou F as seguintes sentenças:

- a) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
 b) $A \subset B \Rightarrow (\complement B) \subset (\complement A)$
 c) $(A - B) \subset (\complement A)$
 d) $(A - B) \subset (\complement B)$

Observação: $C_A = U - A$

45. Sendo $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $p(y)$: $y + 1 \leq 6$ e $F = \{y \in E \mid y \text{ satisfaz } p(y)\}$, determine \bar{F} .

47. Seja $E = \{a, \{a\}\}$. Diga quais das proposições abaixo são verdadeiras.

- a) $a \in E$ c) $a \subset E$ e) $\emptyset \in E$
b) $\{a\} \in E$ d) $\{a\} \subset E$ f) $\emptyset \subset E$

48. Sejam A e B dois conjuntos finitos. Prove que

$$n_{A \cup B} = n_A + n_B - n_{A \cap B}.$$

O símbolo n_x representa o número de elementos do conjunto X.

49. Dados A e B conjuntos tais que $n(A) = 4$, $n(B) = 5$ e $n(A \cap B) = 3$, determine o número de subconjuntos de $A \cup B$.

50. Sendo A, B e C conjuntos finitos, estabeleça uma fórmula para calcular $n_{A \cup B \cup C}$.

52. Em uma escola que tem 415 alunos, 221 estudam inglês, 163 estudam francês e 52 estudam ambas as línguas. Quantos alunos estudam inglês ou francês? Quantos alunos não estudam nenhuma das duas?

53. Denotando-se por X' o complementar de um conjunto qualquer X , determine o conjunto $[P' \cup (P \cap Q)]$, quaisquer que sejam os conjuntos P e Q .

54. Considerando os conjuntos A , B e C , representados abaixo, e sabendo que

$$n(A \cup B) = 24$$

$$n(A \cap B) = 4$$

$$n(B \cup C) = 16$$

$$n(A - C) = 11$$

$$n(B - C) = 10, \text{ calcule:}$$

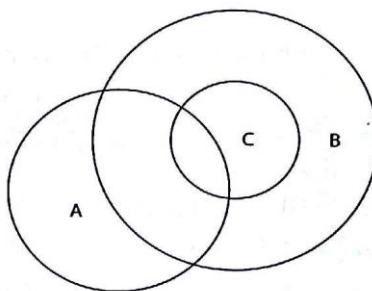
a) $n(A - B)$

b) $n(A \cap B \cap C)$

c) $n(B - (C \cup A))$

d) $n((A \cap B) - C)$

e) $n(B - (A \cap B))$



55. Sabendo que A e B são subconjuntos de U ,

$$\bar{A} = \{e, f, g, h, i\}, A \cap B = \{c, d\}, A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}, \text{ responda:}$$

Quantos elementos tem A ? E B ?

Observação: \bar{A} é o complementar de A em U .

56. Uma população consome três marcas de sabão em pó: A , B e C . Feita uma pesquisa de mercado, colheram-se os resultados tabelados abaixo:

Marca	A	B	C	A e B	B e C	C e A	A, B e C	Nenhuma das três
Número de consumidores	109	203	162	25	41	28	5	115

Forneça:

- o número de pessoas consultadas;
- o número de pessoas que só consomem a marca A ;
- o número de pessoas que não consomem as marcas A ou C ;
- o número de pessoas que consomem ao menos duas marcas.

59. De todos os empregados de uma firma, 30% optaram por um plano de assistência médica. A firma tem a matriz na capital de São Paulo e somente duas filiais, uma em Santos e outra em Campinas. 45% dos empregados trabalham na matriz e 20% dos empregados trabalham na filial de Santos. Sabendo que 20% dos empregados da capital optaram pelo plano de assistência médica e que 35% dos empregados da filial de Santos o fizeram, qual a porcentagem dos empregados da filial de Campinas que optaram pelo plano?

60. Dados dois conjuntos A e B , chama-se diferença simétrica de A com B o conjunto $A \triangle B$ tal que:

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$

- Determine $\{a, b, c, d\} \triangle \{c, d, e, f, g\}$.
- Prove que $A \triangle \emptyset = A$, para todo A .
- Prove que $A \triangle A = \emptyset$, para todo A .
- Prove que $A \triangle B = B \triangle A$, para A e B quaisquer.
- Assinale em cada diagrama abaixo o conjunto $A \triangle B$.

