* 1º prova de matemática discreta -> ciência de computação. matrícula:	49483
	*
1 - Resolução :	
a) Se m é par , entao mon é par	
	-
Devemos mostrar que	
m é par ⇒ mon é par	
De fato,	
mépar ⇒ m=2K, ∃KEZ en=1, ∃lEZ	
→ m.n = 2K.l	
→ mon = 2 (Kl)	
=> m.n = Z.C, C=K& & Z	
⇒ m.n é par	
b) se m, n são impares, então mon é impar	
Devemos mostrar que	
m, n são impares ⇒ mon é impar	
Do Calo	
m,n sao imperes \Rightarrow $\begin{cases} m=2K+1, \exists K \in \mathbb{Z} \\ n=2l+1, \exists k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	
[n=21+1,] R E Z	
$\Rightarrow m \circ n = (2K+1) * (2l+1)$	
$\Rightarrow m \cdot n = 4Kl + 2K + 2l + 1$	
$\Rightarrow m \cdot n = 2(Kl + K + l) + 1$	
⇒ m·n = 2·C +1, C= Kl+K+l € 1	7
⇒ mon é impar	

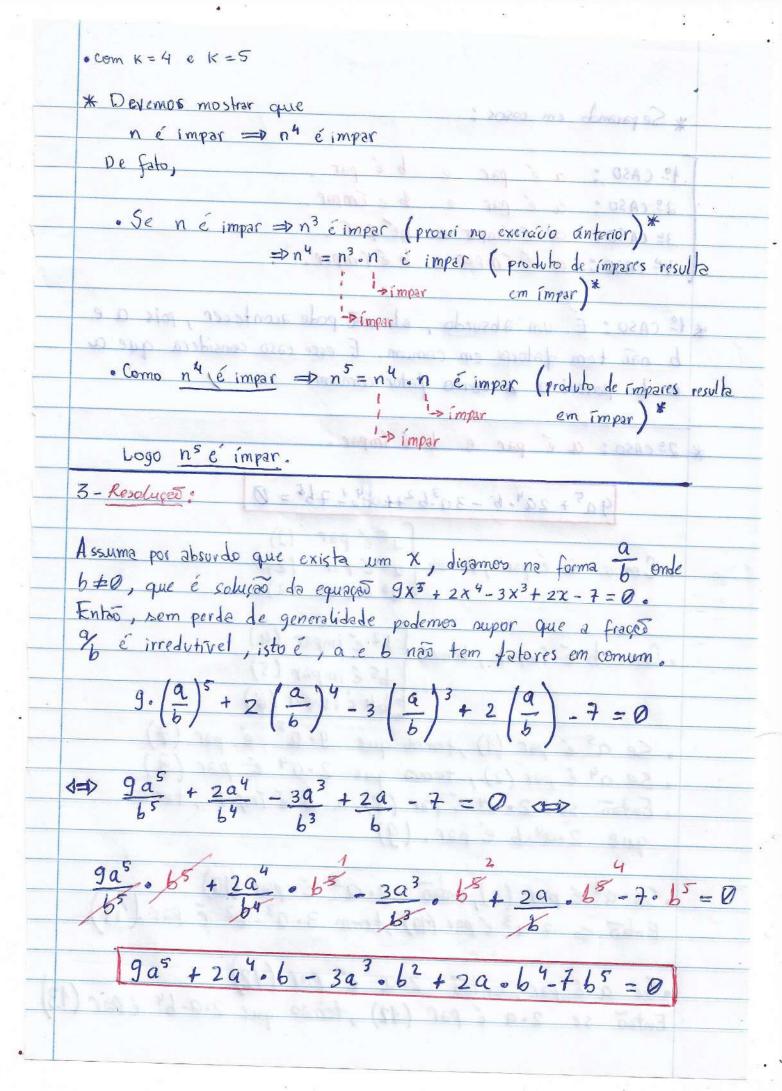
C) Se m, n sao pares	éntio m+n é par
) so / 11 Sav yells	SALE SALE CONS
Devemos mostrar que	369 3 A-W = 30100 GE N M
De fato,	$m+n \in par$ $m=2k$, $\exists k \in \mathbb{Z}$ $n=2l$, $\exists l \in \mathbb{Z}$
m, n são pares ⇒	m=2K, JKEL
	n=21, 31 E Z
=======================================	P m+n = 2K+21= n-m
<u> </u>	$ m+n=2(\kappa+l) -m = $
=	$pm+n=2.0$, $c=K+l \in \mathbb{Z}$
=	mtné par
W.	See myn sin inquired entered 171-10 6 FOR
*Se m,n são impares	enteo m+n é per
Devemos mostrar que	They is or miss a shipper and or my
im, n são impares	⇒ m+n é par
De fato,	$m = 2k+1$, $\exists k \in \mathbb{Z}$ ⇒ $n = 2l+1$, $\exists k \in \mathbb{Z}$
m,n sao impares =	⇒ n=21+1 70 € 7
1111	Z1 = 47 + 37 = 11 - 11 - 12 - 12
3	\Rightarrow m+n = (2K+1) +(28+1)
	$\Rightarrow m+n = 2K+2l+2$
	\Rightarrow m+n = 2(K+l+1)
5 2 1-x=	=>m+n=2. C , c= K+l+1 EZ
=	m+n é par m

	Se m n sao pare entre men e par
1	Dévenos mostrar que
	m, n sao pares ⇒ m-n é par
0	m, n são pares \Rightarrow m=2K., $\exists_K \in \mathbb{Z}$
	m, n são pares $\Rightarrow m = 2K$, $\exists k \in \mathbb{Z}$
	$\Rightarrow m-n = 2K-2l$
	$\Rightarrow m-n=2(K-1)$
	$\Rightarrow m-n=2 \circ C$, $c=K-l \in \mathbb{Z}$
1	M-n € par
	nes à n+m =
米	Se m, n são impares então m-n é par
	*Se m n sati imples entai men a per
(Devemos mostrar que
	m, n são impares => m-n é par
P	
	e fato, $m_1 n_1 sao impares \implies m = 2K+1, \exists k \in \mathbb{Z}$ $n = 2l+1, \exists l \in \mathbb{Z}$
	n=2l+1, Il EZ
	$\Rightarrow m-n = (2k+1) - (2l+1)$
	$\Rightarrow m-n = 2K-2l+1-1$
	$\Rightarrow m-n=2k-2l$
	$\Rightarrow m-n=2(\kappa-l)$
	=> m-n=2.C, C=K-l 6 7
	⇒m-népar

	d) Devemos mostrar que:
	m, n tem paridades distintas => m+n é impan
	100,
	m é par e né impar $\Rightarrow m=2K$, $\exists K \in \mathbb{Z}$ $n=2l+1$, $\exists l \in \mathbb{Z}$
	n=21+1,∃1 ∈ Z
	$\Rightarrow m+n=2k+2l+1$
	$\Rightarrow m+n = 2(k+l)+1$
	$\Rightarrow m+n=2\cdot C+1$
	=> m+n é imper
	Devenues made and
	serents manner que:
1	nem paridades distintas => m-n é impac
	De tato,
	m = 2K, 3KE
	n=21+1,71 ∈ Z
	$\Rightarrow m-n=2K-(2l+1)$
	$\Rightarrow m-n=2K-29-1$
	$\Rightarrow m-n=2(\kappa-\ell)-1$
	$\Rightarrow m-n=2\cdot C-1$ $c=K-1$ $c=X$
	⇒ m-n e impar
	and the second second
	De Cale
	no par so n= 216 d x 6 L
	28 NA = (5X) A
	- 16K4
	704=2(8K4)
	11 3 ANS = 2 JOC = ALLE
	THE PROPERTY.

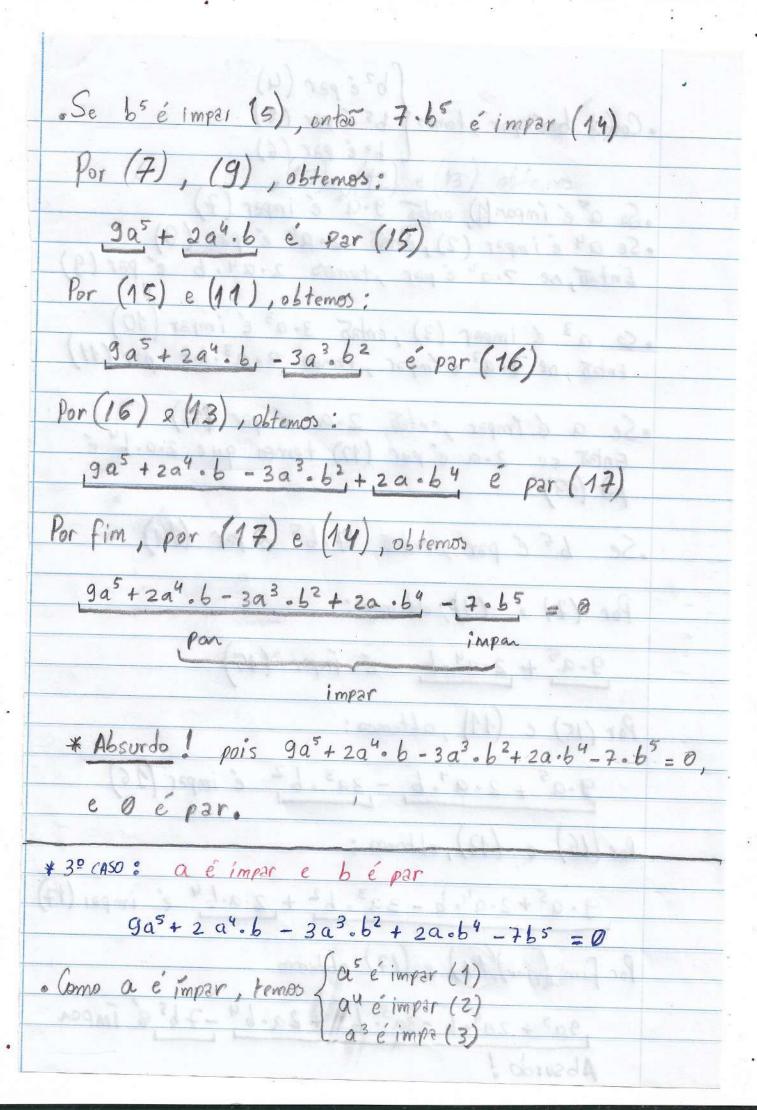
```
2 - Resalução:
 *Com K=2
** Devemos mostrar que
      né par ⇒ n² é par de de de de de mod non
  De fato.
       népar => n=2K, JKE/
              \Rightarrow n^2 = (2k)^2
              => n2=4K2
              = 7 n^2 = 2 (2K^2)
           \Rightarrow n^2 = 2 \cdot C, C = 2K^2 \in \mathbb{Z}
              => n2 é Par
• Com K = 3
* Devemos mostrar que
     né par => n³ é par
 De fato,
     népar => n=2K, 7KE/
             \Rightarrow n^3 = (2\kappa)^3
             \Rightarrow n^3 = 8 k^3
             \Rightarrow n^3 = 2(4K^3)
             ⇒ n3 = 2 · C = 4K3 e Z
             => n3 e par
0 Com K = 4
 * Devemos mostrar que mi son-mi 60
     népar => n'épar
 be fato,
     népar => n=2K, 3k E Z
              => n4=(2K)4
              => n4 = 16K4
             > n4 = 2 (8K4)
             =>n4 = 2.C, c= 8K4 E Z
             ⇒n4 é par
```

```
com K=5
  * Devemos mostrar que
      né par = nº é par
  De fato,
      né par = n=2k, ∃k € /
             =P n5 = (2K)5
             =0 ns = 36 K5
             =>n5=2(1BK5)
             => n5 = 2. C , C= 18K5 & Z
            => ns é par #
 · com K = 2
  * Devemes mostrar que
     n é impar => n² é impar
  De fato,
     n & impar => n=2k+1 , IK & /
              => n2 = (2K+1)2
              => n2=4K2+4K+1
              => n2 = 2 (2K2+2K)+1
              =>n2=2.C+1, c=2K2+2K EZ
              ⇒n² é impar
0 com K = 3
 * Devemos mostar que
    n é impar => n3 é impar
 De Fato
     néimpar => n=2K+1, Jk € /
            => n3=(2K+1)3
            => n3 = (4K2+4K+1) . (2K+1)
            => n3 = 8K3 + 4K2 + 8K2 + 4K+2K+1
            \Rightarrow n^3 = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1
            => n3 = 2 (4K3+6K2+3K)+1
           =>n3 = 2. C+1, C= 4K3+6K2+3K
           =>n3e Impar
```



* Separando em casos: 1º CASO: a é par e b é par. 2º CASO: a é par e b e impar. 3º CASO: ON é impar e bé par. 4º caso: a é imper e bé impar. * 1º caso: É um absurdo, ele não pode acontecer, pois a e b não tem datores em comum. E esse caso considera que a e b possui o 2 como fator comum. * 2º caso: a é par e b é impar. 9 05 + 204.6 - 303.62+20.64 76 = 0 asépar (1) · Como a é par, temos au é par (2) 0=f-x2+Ex2+2x+ tog3 & par (3) Soular 3 sop, 0+d · Como bé impar, temos (be impar (4) . bs & impar (s) 0 = F / 1 S + 1 1 by & imple (6) + 1 . Se a é par (1), temos que 9. a é par (7) . Se a é par (2), temos que 2. a é par (8) Entar se 2.24 é par (8) a 6 é impar, ternos que 2-a4.6 é par. (9) · Se a³ é par (3), entaō 3. a³ é par (10) Entaō so 3.a³ é par (10) ; temão 3.a³.b² é par (11) Se a é par, entro + 2.a é par (12) + P Entro se 2.a é par (12), temos que 2.a.b4 épar (13)

Ocom K=4 & K=5



	· Come bé par, tomes $\begin{cases} b^2 é par(4) \\ b^5 é par(5) \end{cases}$
	by é par (6)
	Par (I) (I) abtends as
	. So a é impar(1), entre 9. a é impar (7)
-	· Se a4 é impar (2), entato 2. a4 é par (8) Entato, se 2. a4 é par , temes 2. a4. b é par (9)
	entab, se 2. a e par , temes 2. a. b. e par (9)
	. Co a3 é impar (3), entas 3. a3 é impar (10)
	Entat, ne 3. a3 é impar, temes 3. a3. b2 par (11)
	e Se a é imper , entet 2-a é par (12)
	Se a é impar , entat 2-a é par (12) Entat se 2-a é par (12) temps que 2-a-b é
	par (13)
120	Se 65 é par , entat 7.65 é par (14)
	Por (7) e (9), obtemos:
	9. a5 + 2. a4. b é impar (15)
	Par (15) e (11), obtemos:
1 - 8 -=	and a share of a second of a second of the second of the
	9.a5 + 2.a4.b, -, 3a3.b2 é impar (16)
	Por (16) e (13), obtemos:
	Por (10) e (15), obtemos:
	9.05+2.04.b-303.b2+2.0.64 é impar (17)
	Por fim, por (14) e (17) obtemos
•	9a5 + 2a4.6 - 3a3.62 + 2a.64 - 76 é Impan
4	Absurdo!

```
E absurdo, pois gas+2a".b-3a.b2+2a.b4-7.b5 =0, e
 o o é um número par.
4º caso: a é impar e b é impar.
    9a5+2a4.b - 3a3.b2+2a.b4-7b5=0
                       asé impar (1)
· Como a é impor, temos
                       1 a4 é impar (2)
                        - 03 éimpan (3)
                      62 é impar(4)
· Com b é impar, temos
                      65 é (mpan (5)
                       54 é impan(6)
· Se as é impar (1), entro g. as é impar (7)
· Se a 4 é impar (2), entro 2 · a 4 é par (8)
Entato, se 2.04 é par , termos 2.04.62 pan (9)
· Se a é impar (3), então 3·a? é impar (10)
 Enter , se 3.93 é imper (10), tomos 3.93.62 impar (11)
o Se a é impor, então 20a é par (12)
 Enter, se 200 é par (12), temos que 2.0064 é por (13)
· Se b5 é imper (5), entat 7.65 é imper (14)
 Por (7) e (9), obtemos:
    9 a 5 + 2 a 4 . b é impor (15)
Por (15) e (11), obtemos
  905+204.6,-303.62 é par (16)
```

E absurda país 30 + 20 - 6 - 30 - 6 + 20 - 6 - 7 - 6 - 6 - 6
Por (16) e (13), obtomes:
$9a^{5}+2a^{4}\cdot b-3a^{3}\cdot b^{2}+2a\cdot b^{4}$ é par (17)
Parfim, por (17) e (14), obtemos
$9a^{5} + 2a^{4} \cdot b - 3a^{3} \cdot b^{2} + 2a \cdot b^{4} - 7 \cdot b^{5}$ é impa
Absuido !
Pois, $9a^5 + 2a^4 \cdot b - 3a^3 \cdot b^2 + 2a \cdot b^4 - 7 \cdot b^5 = 0$, e o 0 é sum numero par.
Children and Child
58 & 6 10 100 12 100 100 100 100 100 100 100 1
Se a 6 mea, ato 2 2-a 6 por [12] 25 (13) Enter of 20 20 20 6 4 6 (2)
(All 12 deat (2) teaps 2 - PE & THEST (A)
1 Br (2) contact
9 4° + 2 4° 10 2 10 pm (15)
Par (15) c (11) 20 stem32 (16)

Devemos mostrer que $\sqrt[3]{36}$ é irracional . Suponha por absur do que $\sqrt[3]{36}$ é racional , entre exitem a, b inteiros, com b $\neq 0$; tal que $\sqrt[3]{36} = \frac{a}{b}$. E podemos supor sem perdo de Generalidade que a fração $\frac{a}{b}$ é irredul isto é, a e b não possuem fatores em comum. $\sqrt[3]{36} = \frac{a}{b} \Rightarrow b \cdot \sqrt[3]{36} = a$ $\Rightarrow (b \cdot \sqrt[3]{36})^3 = a^3$ $\Rightarrow 13 (27) (23) (33)$	
Suponha por absurdo que 3/36 é RACIONAL, entre exitem a, b inteiros, com b \neq 0; tal que 3/36 = \frac{a}{b}. E podemos supor sem perdo de Generalidade que a fração \frac{a}{b} \neq irredut isto \neq , \frac{a}{b} \neq b não possuem fatores em comum.	
Suponha por absurdo que 3/36 é RACIONAL, entre exitem a, b inteiros, com b \neq 0; tal que 3/36 = \frac{a}{b}. E podemos supor sem perdo de Generalidade que a fração \frac{a}{b} \neq irredut isto \neq , \frac{a}{b} \neq b não possuem fatores em comum.	
E podemos supor sem perdo de Generalidade que a fração à é irredutisto é, a e b não possuem fatores em comum.	hive),
E podemos supor sem perdo de Generalidade que a fração à é irredutisto é, a e b não possuem fatores em comum.	tive),
isto é, a e b não possuem fatores em comum.	tivel,
nao possuem fatores em comum.	inve j
$\sqrt{36} = \frac{1}{2} \implies 6.\sqrt{36} = a$	
1 3 2 1 3 2 3	
1 (8 · V36) = 4 months of the same of	
b • (V36) = U	
16 mais = > 63 . 36 = a3 leading 1 × 02	
$= 20.6^{\circ} = 36.6^{\circ} $ (*)	
$\Rightarrow a^3 = 2(18b^3)$	
Jenous Venous Villa	
= a e per : stoamstrakvim a no	-
⇒a=2K, JKE/	
for meio de (*) temos	
$03 = 36 \cdot 13$	
$(2K)^3 - 26.13$	
043 00 13	
$4\kappa^{3} = 9.6^{3}$	
b³ é par	
nic en 13 A; 2013 1.	
Alegero as Homes imposs thatte	em
→ 2K' e impar impar) → Absurdo!	
im, com de b possuem o 2 como fator comum, pois a é par e de b não são irredutiveis Absurdo!	bep

	b) Devemos mostrar que \$\sqrt{972} \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \
	b) Devenus mostrar que y 312 e macorrac
	Sabemos que 3 972 = 3 36.27 = 3 36 . 3 27 = 0
8	2 3/20 1
	3. 336 é irracional hogo, produto de
	racional * irracional
1	E îrracional (exercício anterior) resulta em um número
1 29	irracional (prova abaixo)
//4	'- Racional Mumber Manda Joseph San de la Manda
	1/30 = D = b. 1/36 = a
	Fixando um número racional r não nulo mostre que
	Fixando Um número racional mostre que
	Se X é irracional, entro r.x é irracional
	= Q3 = 36 b3 (4).
	Devemos mostrar que (881) s = 60 =
	Se x é irracional => r. x é irracional
	ou equivalentemente:
	~ (r.x é irracional) = (x é irracional)
	isto é, * quocionte de dois
+	r. x é racional > x é racional racionals é
	hipotese rese / nacional.
	$= (2K)^3 = 36 \cdot L^3$
	De fato, se xor é racional => (r.x) é racional
	. => 2K3 = 9.63
	=> b 3 6 par
ma e	ther sound of others) 75 mis => X & racional do so zing
	= 2K2 E 100 F3 (100 F3)
	1 abreda =
169 à d	Assim com de o pussuem o 2 como dator convera, país a é par
	= de b men san irredutivris
	- Absurda +

.

4

```
7 3 BEUESEVON # HEW
   6. Resolução - N- = 7 = N-4- = N- = N- = M
   a) Sabemos que: mon = 5 => |mon| = 15|
                                => |m| - |n| = 5
   · Como m ≠ 0 (isso porque, se m=0 => 0 · n=5 => Absurdo) temos
   Im1 > 0 . Logo, Im/> 1 (pois Im/ ∈ //)
   · Com n ≠ 0 (isso porque , re n=0 => m·0=5 => Absordo) temos
   In >0. hogo, In/21 (pois In/ E /).
  · Sabemos que |m/. |n/ = 5 +> [m/ = 5
  · Porem, sahemes que In/>1, então 5>,5 qu 5 < 5
 Portanto |m| = 5 < 5 \Rightarrow |m| \leq 5
 como |m/>1 e |m/45 então, 1 < |m/45 bogo
  Im/= 1 ou Im/= 2 ou Im/= 3 ou Im/= 4 ou Im/= 5.
                  m=1 => 1.1=5 => n=5 (m=1 e n=5)
     * Se |m/=1
                  m=-1 => -1.n=5 => n=-5 (m=-1 e n=-5
                 m= 2 => 2.n=5 => n= 5/2
    * Se |m| = 2
                 m=-2 =>-2.n=5 => n=-5/2 € 1
               | m=3 ⇒ 3.n=5 ⇒ n= 5/3 € Z
1 * Se Im 1 = 3
                 m=-3 => -3. n=5 => n=-5/3 $ Z
```

```
m=4 => 4.n=5 =>n=54 € Z
 * Se |m| = 4 =
                  m=-4 =>-4.n=5 =>-5/4 + 7
                 m=5 => 5.n=5 => n=1 (m=5 2 n=1)
 * Se | m = 5 1
                 M=-5 =D -5 - n = S = Dn = -1 (m=-5 e n=-1
 b) Provar que se n e n+5 são quadrados perfeitos,
    então n=4.
· Se n e n+5 são quadrados perfeitos, então
n+5 = b2 = b2 = n+5
     => b2 = a2+5
        \Rightarrow b^2 - a^2 = 5 \Rightarrow (b-a)(b+a) = 5
· Como b2 = n+5, temos que b2 = a2+5 > a2+5 > a2
                                            b2 > a2 => b>a
      1 < 1 m1 < 5 /m1 > 4
· Se b>a , então (b+a) > (b-a). Assim, SPG assumimos
que a>0 e b>0. Com isso e com o item anterior
pademos concluir os seguintes pontos:
           (b-a) \cdot (b+a) = 5
           6-a=1 e 6+a=5 [OK]
            b-a=-1 e b+a=-5 Não pode, pois a>0 e b>0
b-a== 6 e b+a= 1 Não pode, pois (b+a) > (b-a)
            b-a=-5 e b+a=-1 Não pode, pois a>0 e b>0.
```

· Assim, como b-a=1 e b+a=5, temos: b-a=1* Se b=3 e b2= n+5 b+a = 5 temos: 32= n+5 = 9= n+5 temu. => n=4 26=6 b=3