departamento de EXPRESSÃO GRÁFICA

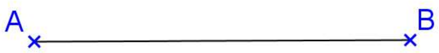
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE EXPRESSÃO GRÁFICA
Professores: Deise M. B. Costa, Paulo H. Siqueira, Luzia V. Souza
Disciplina: Geometria Descritiva

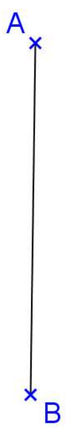
PARTE I - DESENHO GEOMÉTRICO

1. CONSTRUÇÕES FUNDAMENTAIS

Os problemas em Desenho Geométrico resumem-se em encontrar pontos. E para determinar um ponto, basta obter o cruzamento entre duas linhas, que podem ser retas ou circunferências.

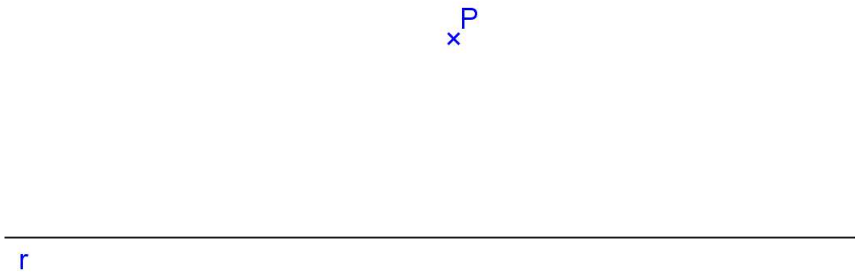
1. Construir a mediatriz do segmento dado AB. Definição da mediatriz: é uma reta perpendicular ao segmento e que passa pelo seu ponto médio. Propriedade da mediatriz: qualquer ponto dela é equidistante das extremidades do segmento AB.



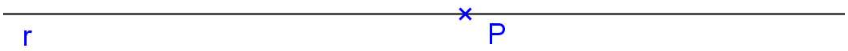


Desenho Geométrico

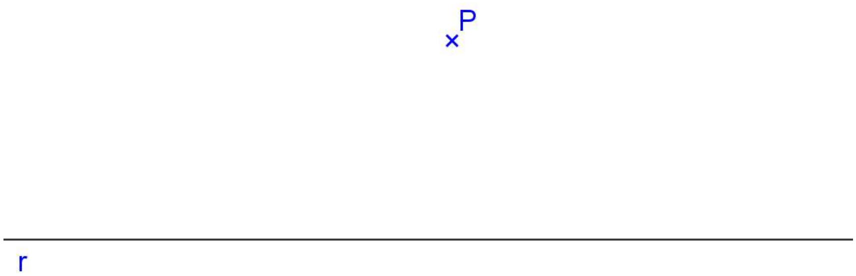
2. Traçar por um ponto dado P, uma paralela a uma reta dada r. Definição da paralela: é uma reta coplanar com a reta dada e que não possui pontos em comum. Propriedade da paralela: qualquer ponto dela é equidistante da reta dada.



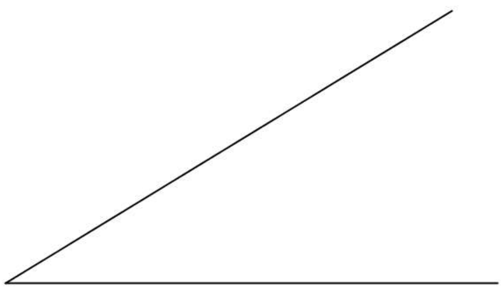
3. Traçar por um ponto dado P, uma reta perpendicular a uma reta dada r.
   a) P $\in$ r;



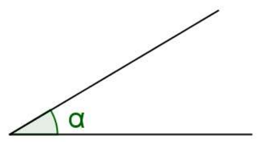
   b) P $\notin$ r.

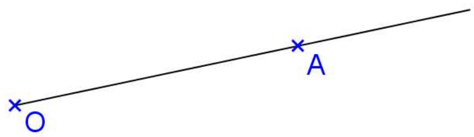


4. Construir a bissetriz do ângulo dado. Definição da bissetriz: é uma reta que divide o ângulo em duas partes congruentes. Propriedade da bissetriz: qualquer ponto dela é equidistante das laterais do ângulo



5. Transportar o ângulo dado, para a reta r, com vértice no ponto P.



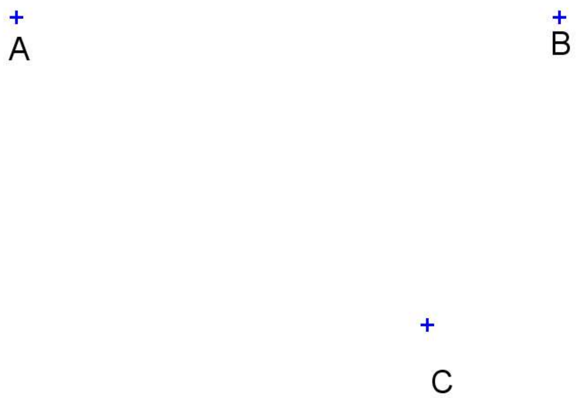


6. Construir os ângulos de 30º, 45º, 60º, 75º, 90º, 120º, 135º.

7. Dividir um segmento AB em 5 partes iguais.

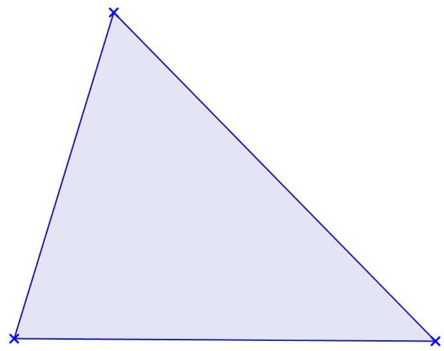
8. Dividir o segmento AB em partes proporcionais a números dados: m = 2, n = 4,2 e p = 5,3.

9. Construir, utilizando régua e compasso a circunferência pertencente aos pontos dados A, B e C.

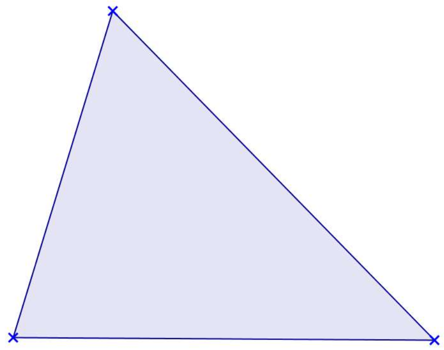


10. Construir o triângulo ABC, dados os lados: a = 7cm, b = 6cm e c = 9cm. Obter o circuncentro O (encontro das mediatrizes).

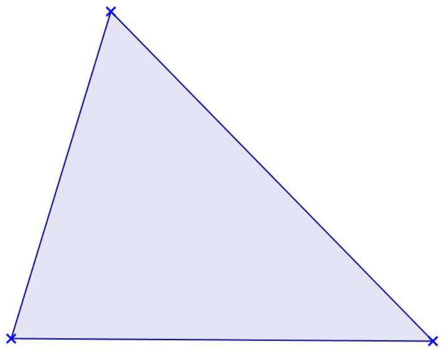
11. Obter o baricentro G (encontro das medianas) do triângulo dado.



12. Obter o incentro I (encontro das bissetrizes) do triângulo dado.

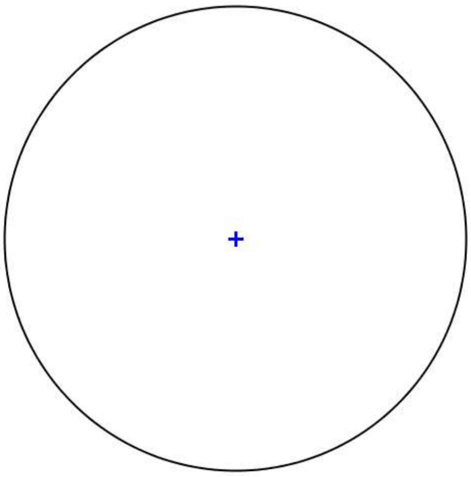


13. Obter o ortocentro H (encontro das alturas) do triângulo dado.

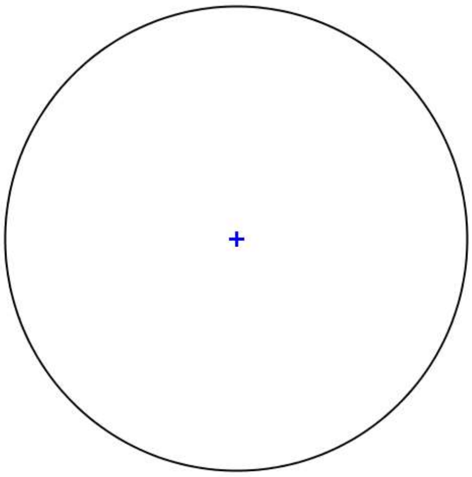


14. Dividir a circunferência dada em 3, 4, 6, 8, 10 e 5 partes iguais, utilizando métodos exatos.

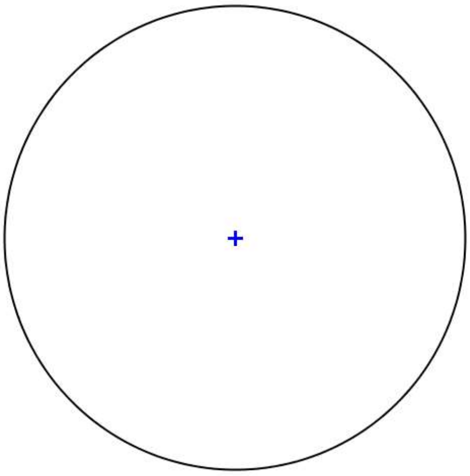
a) 3 partes - Triângulo



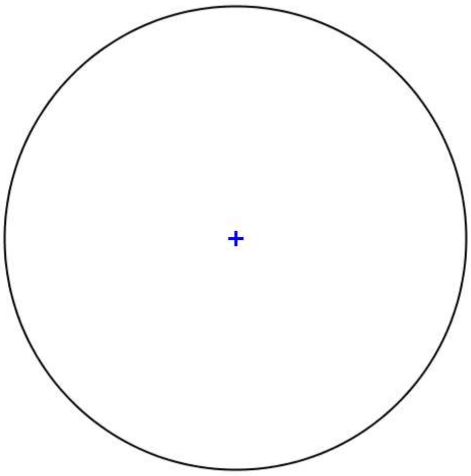
b) 4 partes - Quadrado



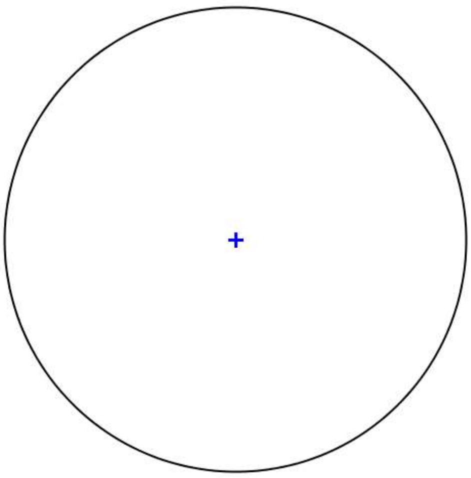
c) 6 partes - Hexágono



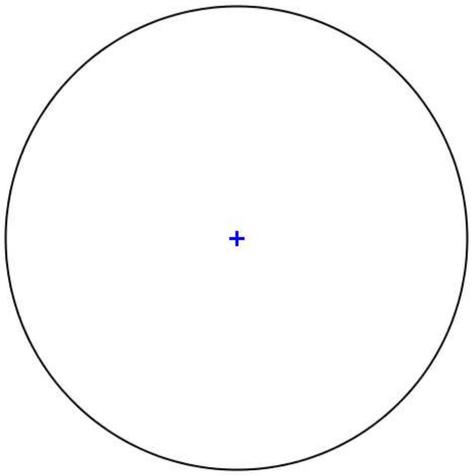
d) 8 partes – Octógono



e) 10 partes - Decágono



f) 5 partes - Pentágono



15. Construir os polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 8, 10 lados iguais, dado a medida l do lado.

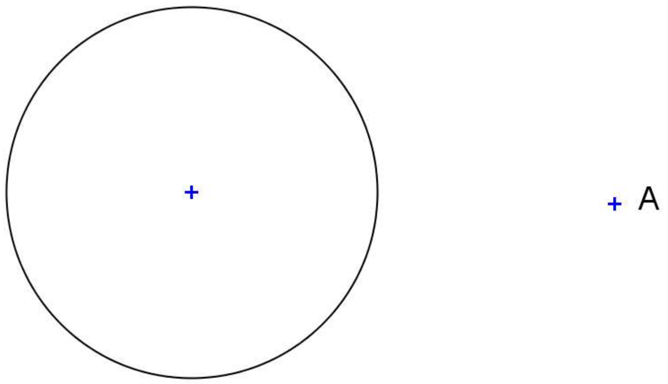
a) Triângulo equilátero, l_3 = 4cm

b) Quadrado, l_4 = 4cm

c) Pentágono Regular, l_5 = 3cm

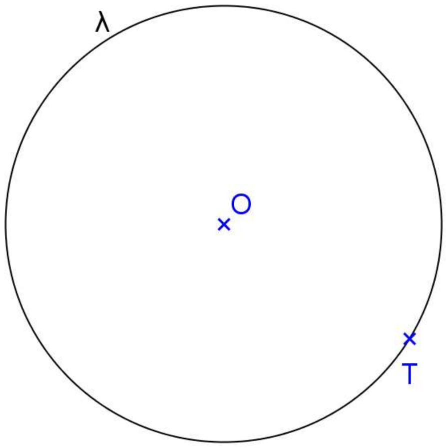
d) Hexágono Regular, l_6 = 2,5cm

16. Traçar a reta tangente à circunferência dada que passa pelo ponto A.



17. Construir uma circunferência de raio r = 2cm, dado tangente à reta t no ponto T.

18. Construir uma reta tangente à circunferência dada no ponto T.



19. Construir um triângulo ABC sabendo-se que:
    a) seu perímetro (perímetro é a soma dos lados do polígono) mede 15cm
    b) seus lados são proporcionais a números dados, ou seja, AB é proporcional a 5, BC é proporcional a 3 e AC é proporcional a 4,5.

PARTE II - SISTEMAS DE PROJEÇÃO

2.1. MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO

Para se representar os objetos graficamente utilizam-se vários métodos.

Existem aqueles que utilizam apenas um Plano de Projeção, como o Método de Projeção Central (de Brook Taylor), o qual utiliza um Sistema de Projeção Cônico; o Método de Projeção Cotada (de Felipe Büache) que utiliza um Sistema de Projeção Cilíndrico Ortogonal; o Método de Projeção Axonométrica (de Polke) que utiliza um Sistema de Projeção Cilíndrico; e Métodos Especiais utilizados em Representações Cartográficas.

Existe também um Método de Representação que utiliza dois ou mais Planos de Projeção em conjunto com um Sistema de Projeção Cilíndrico Ortogonal denominado de Método de Monge ou Mongeano ou Método da Dupla Projeção Ortogonal (de Gaspard Monge).

Num Sistema de Projeção devem ser definidos os seus elementos principais que são:
- Objeto a ser projetado
- Centro de Projeção
- Plano de projeção

2.2. GEOMETRIA DESCRITIVA

É utilizada para representar os objetos do espaço tridimensional no espaço bidimensional, mediante a utilização de projeções e resolver os problemas relativos a esses objetos através da Geometria Plana e do Desenho Geométrico.

2.3. TIPOS DE PROJEÇÕES

- um só plano
  - cônica → perspectiva cônica
  - cilíndrica
    - oblíquas → perspectiva cavaleira
    - ortogonais →
      - perspectiva axonométrica
      - projeção cotada
  - especiais → projeções cartográficas
- dois ou mais planos → Dupla Projeção Ortogonal (ou Método Mongeano ou de Monge)

Scan me

Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/

Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

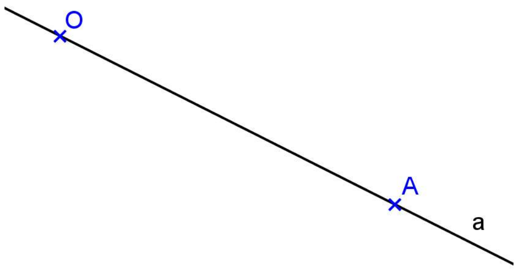
Dupla Projeção Ortogonal

2.4. OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS NO DESENHO PROJETIVO

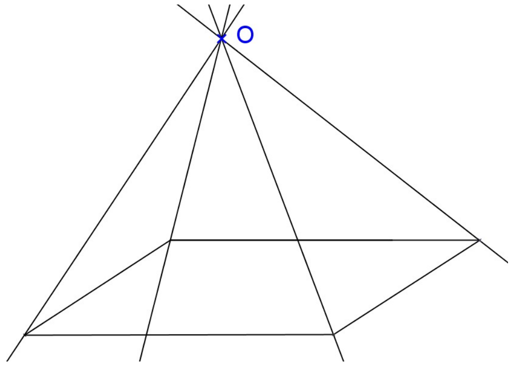
Conceito de projetar

Projetar um ponto A a partir de um outro ponto O, distinto de A, significa determinar a reta pertencente aos dois pontos. A reta OA é denominada **projetante** do ponto A, e o ponto O é denominado de **centro de projeção**.

Projetar A desde O



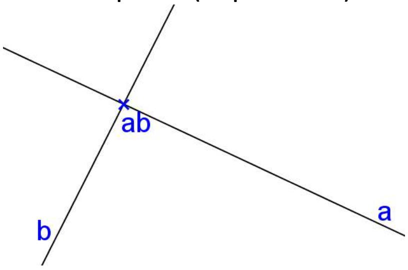
Projetar um objeto desde O



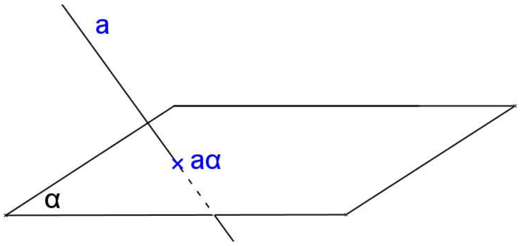
Conceito de cortar

Cortar uma reta a por outra b, significa obter **o ponto (ab)** comum às duas retas. Cortar um plano α por uma reta a, ou uma reta a por um plano α, significa obter o **ponto (aα)** comum à reta e ao plano.

Cortar a por b (coplanares)

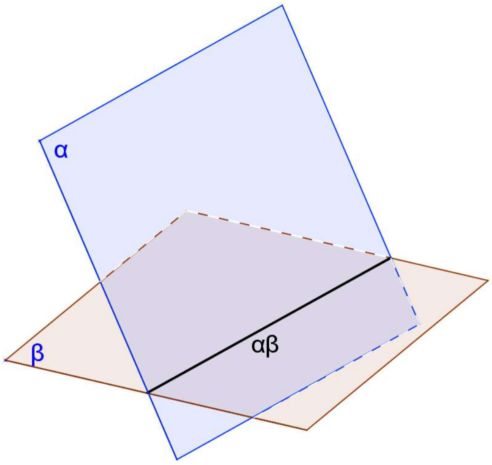


Cortar α por a

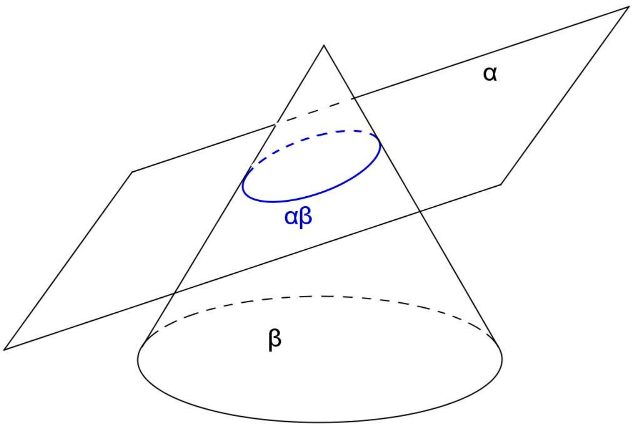


Cortar um plano α por outro β significa encontrar a **reta ($\alpha\beta$)** comum a ambos os planos. Cortar um objeto por um plano significa encontrar a **seção plana** produzida por este plano no sólido considerado.

Cortar α por β



Cortar um sólido com um plano



<u>Observação</u>: o ponto ou a reta ou a curva quando determinados por cortes chamam-se ***<u>traços</u>***.

2.5. CONCEITO DE PROJEÇÃO CÔNICA (ou central)

Considere:

Sistema de projeção:

centro O próprio

plano π' (O $\notin \pi'$)

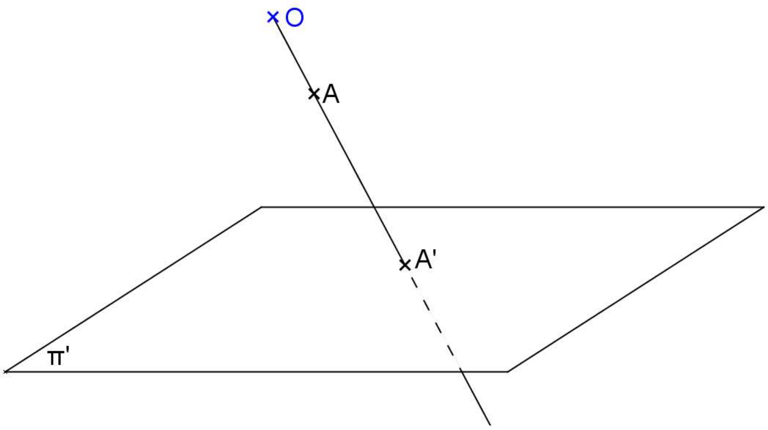
Objeto:

ponto A

Projeção:

Projetar

Cortar



A ***projeção cônica*** de um ponto A, no plano π' a partir de O, é o traço A' produzido sobre π', pela reta projetante do ponto A.

<u>Observações</u>:
- Plano de projeção $\neq$ plano projetante.
- É chamada de projeção cônica, pois as projetantes descrevem uma superfície cônica.

2.6. CONCEITO DE PROJEÇÃO CILÍNDRICA (oblíqua ou ortogonal)

Considere:

Sistema de projeção:

centro O impróprio (dado pela direção da reta d)

plano π'

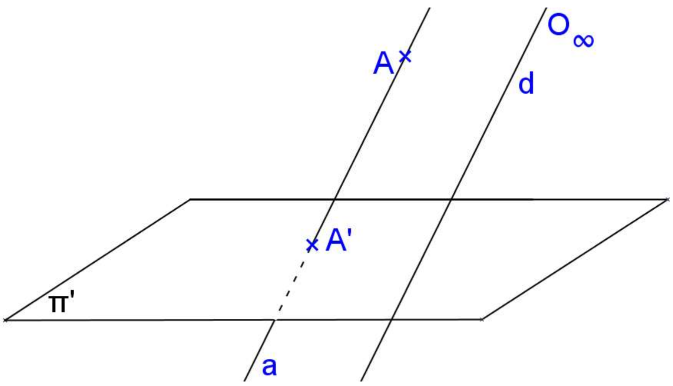
Objeto:

ponto A

Projeção:

projetar

cortar



A ***projeção cilíndrica*** de um ponto A, no plano π' a partir de O_∞, é o traço A' produzido sobre π', pela reta projetante do ponto A.

Observações:
- Dado A tem-se que A' é único, porém dado somente A' tem-se que ______________________
- É chamada de projeção cilíndrica, pois as projetantes descrevem _________________________
- Os pontos do plano de projeção ________________ com suas projeções.

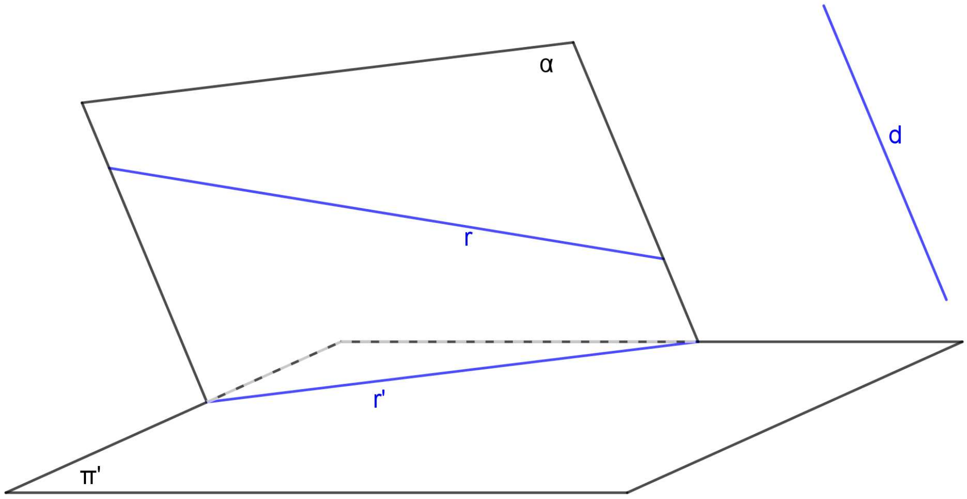
Classificação:
- d $\perp \pi' \Rightarrow$ Projeção cilíndrica ortogonal
- d $\not\perp \pi' \Rightarrow$ Projeção cilíndrica oblíqua

2.7. PROPRIEDADES DAS PROJEÇÕES CILÍNDRICAS (oblíquas ou ortogonais)

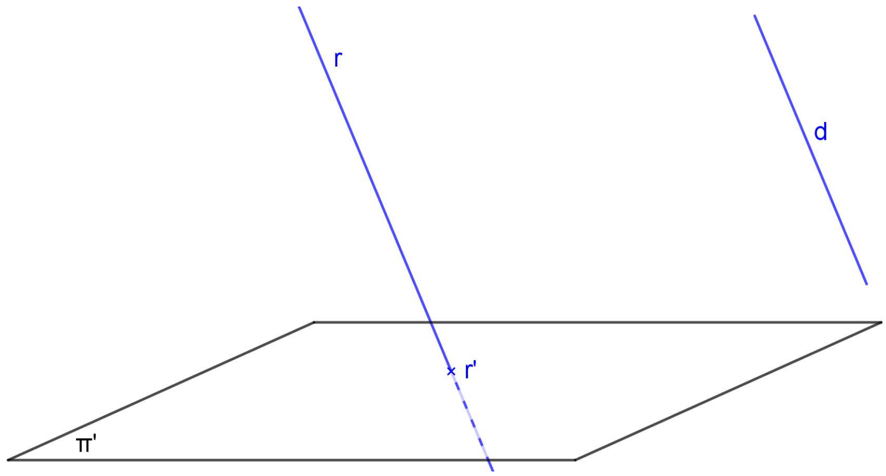
1ª propriedade

$$\text{Se } r \text{ é uma reta} \Rightarrow \begin{cases} r' \text{ é uma reta, quando } r \text{ não é } // \ d \\ r' \text{ é um ponto, quando } r \text{ é } // \ d \end{cases}$$

a) r não é // d



b) r // d



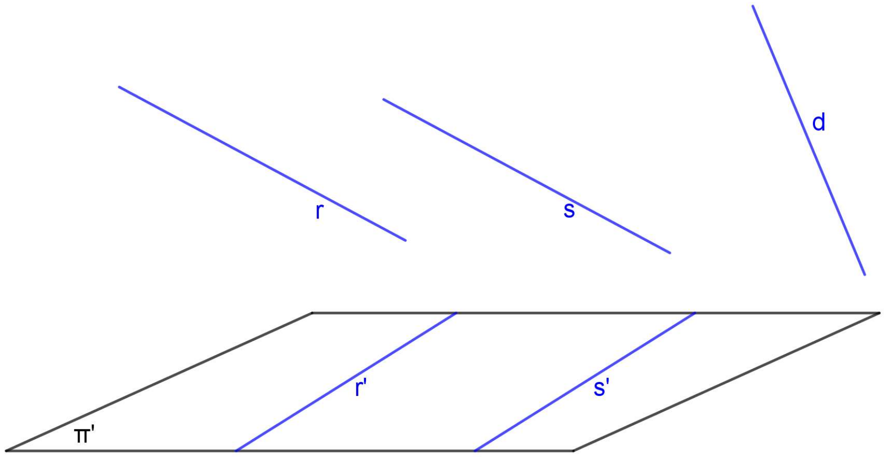
<u>Observações</u>:

a) Se a projeção cilíndrica de uma reta é uma reta, então a reta objetiva não é paralela a direção das projetantes;
b) Se a projeção cilíndrica de uma reta é um ponto, então a reta é paralela à direção das projetantes;
c) Se uma reta é perpendicular ao plano de projeção, sua projeção cilíndrica-ortogonal sobre o mesmo será o seu traço no plano de projeção considerado. Reciprocamente, se a projeção ortogonal de uma reta sobre um plano reduzir-se a um ponto, então a reta será perpendicular ao plano de projeção, ou o que é equivalente, a reta será paralela à direção das projetantes.
d) Uma reta r, não paralela à direção das projetantes, e sua projeção cilíndrica r′ são coplanares; logo, pode ocorrer entre a reta e sua projeção uma das seguintes condições:
   - r e r′ são concorrentes, neste caso a reta corta o plano de projeção;
   - São paralelas, neste caso a reta será paralela ao plano de projeção;
   - São coincidentes, neste caso a reta estará contida no plano de projeção.

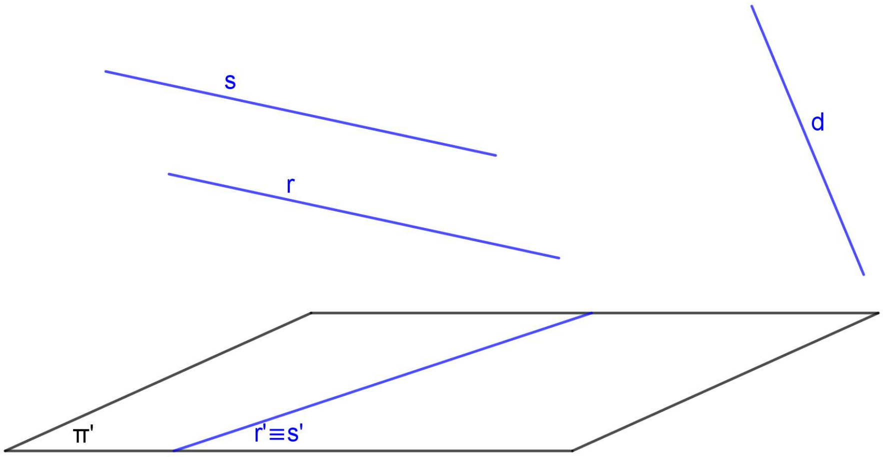
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

2ª propriedade Se duas retas r e s são paralelas então as suas projeções cilíndricas ou são paralelas, ou são coincidentes ou são pontuais.

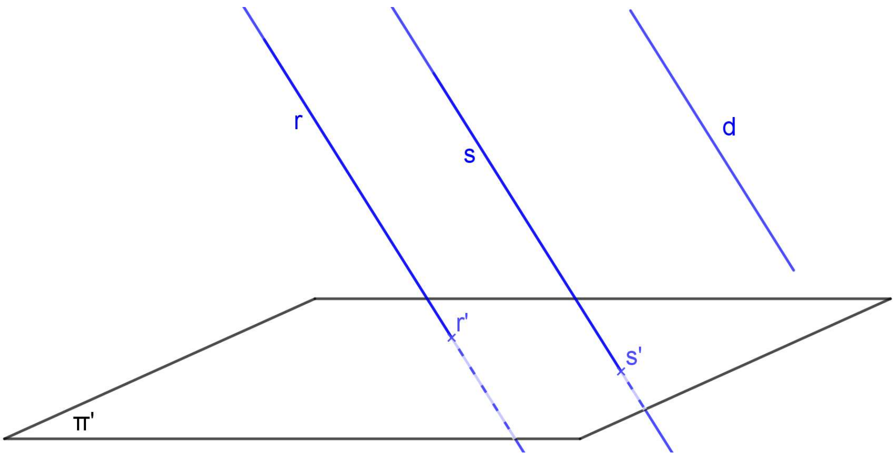
a) r e s pertencem a planos projetantes distintos



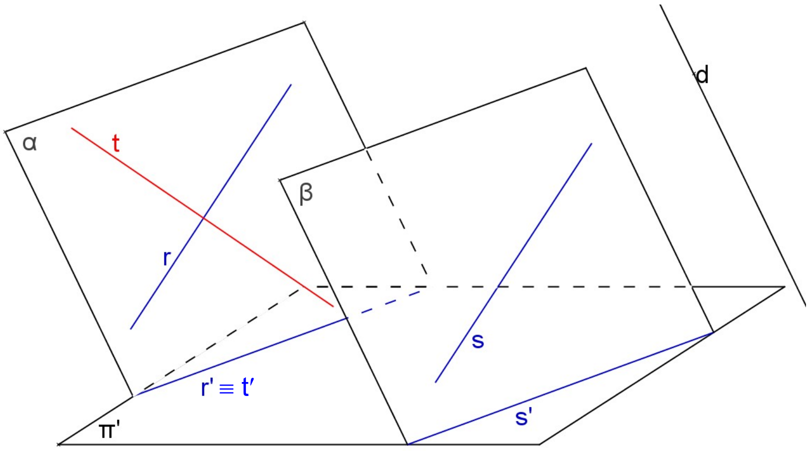
b) r e s pertencem ao mesmo plano projetante



c) r e s são paralelas à direção das projetantes d



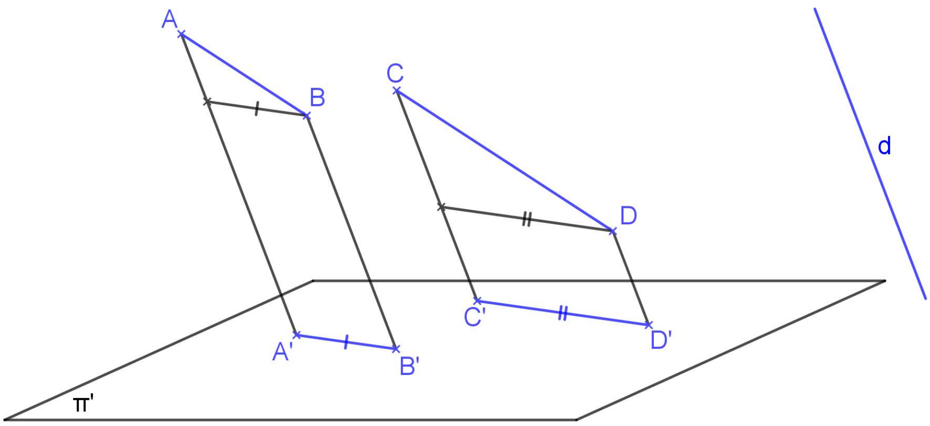
Observação: A recíproca não é verdadeira. Então se t' // s' não implica em t // s.



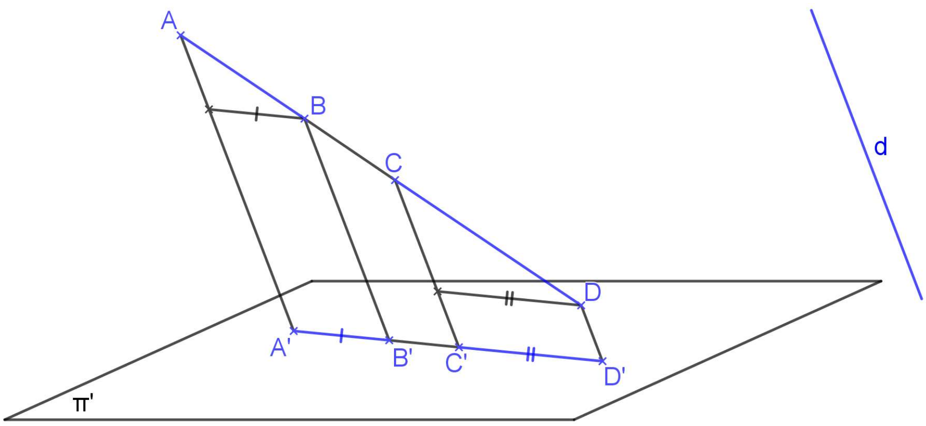
3ª propriedade Se dois segmentos são paralelos ou são colineares, então a razão entre eles no espaço conserva-se na projeção cilíndrica, desde que a direção dos segmentos não seja paralela à direção das projetantes.

$$\text{Se} \begin{cases} AB\ //\ CD \\ \text{ou} \\ \text{colineares} \end{cases} \text{e não paralelos a } d \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}.$$

a) AB // CD

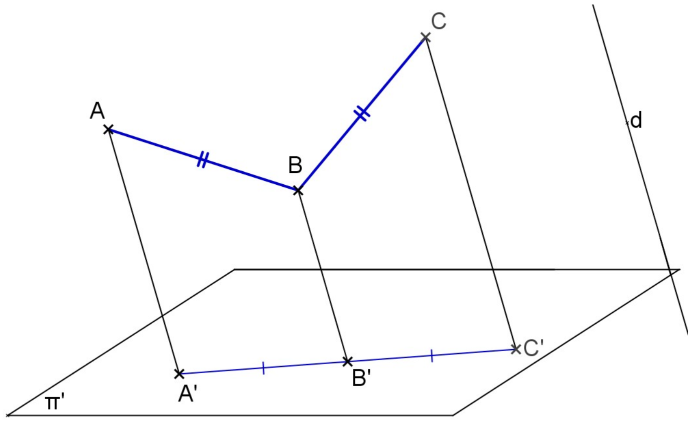


b) AB e CD colineares

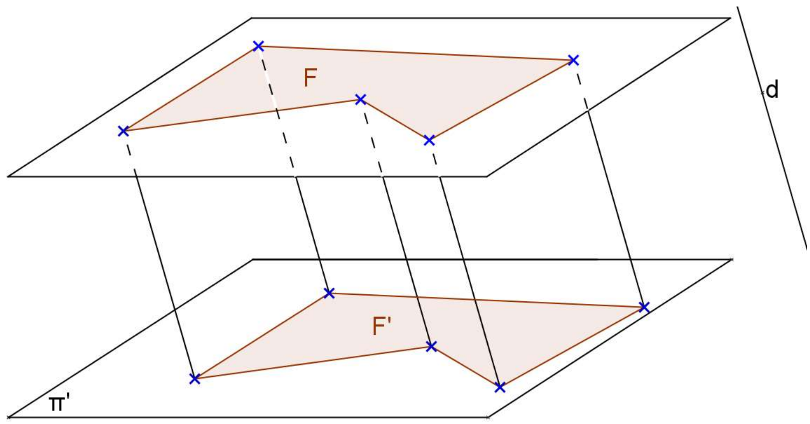


Consequência: Se M é ponto médio de AB então M' é ponto médio de A'B'.

Observação: A recíproca não é verdadeira. Ou seja, se AB/CD = A′B′/C′D′não implica que AB // CD ou colineares.

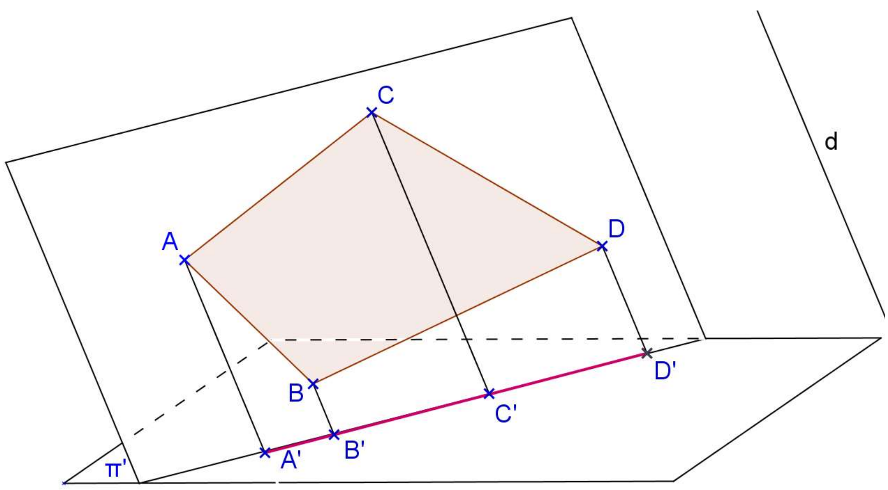


4ª propriedade Se uma figura F $\subset \alpha$ e α // π' $\Rightarrow$ F = F′. Neste caso, dizemos que F′ está em VG (verdadeira grandeza).



Observação: A recíproca não é verdadeira em projeção oblíqua, porém é verdadeira em projeção ortogonal.

5ª propriedade Uma figura F $\subset \alpha$ e α // d $\Leftrightarrow$ F′ é um segmento e F′ $\subset \alpha\pi'$.



Observação: A recíproca é verdadeira.

Exercícios:

Considere um sistema de projeção cilíndrica com somente um plano de projeção π'. Escreva ao lado de cada exercício as propriedades geométricas e as propriedades das projeções cilíndricas utilizadas.

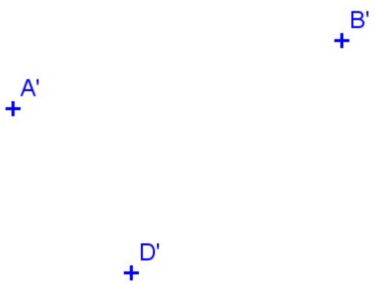
1. Represente a projeção do ponto médio M do segmento AB dado pelas projeções de A e B.

a)

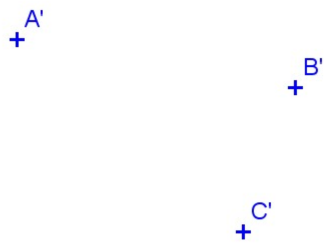
b)

2. Represente a projeção do paralelogramo ABCD, dadas as projeções dos vértices A, B e C.

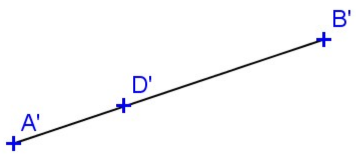
a)



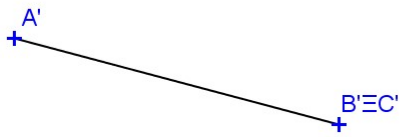
b)



c)

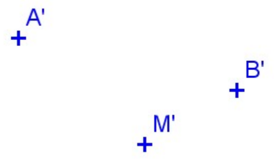


d)



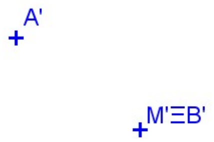
3. Represente a projeção do paralelogramo ABCD sendo dadas as projeções dos pontos A e B e do ponto M de interseção das diagonais.

a)



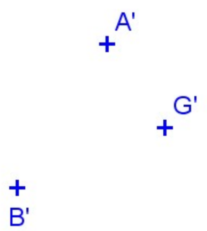
b)

c)



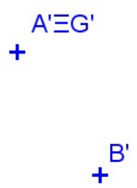
4. Represente a projeção do triângulo ABC, dadas as projeções dos vértices A e B e do baricentro G.

a)



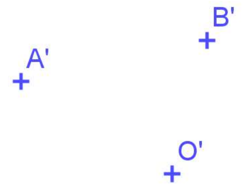
b)

c)

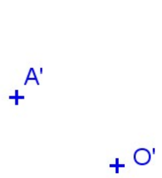


5. Represente a projeção do hexágono regular ABCDEF sendo dadas as projeções de dois vértices e do centro O da circunferência circunscrita.

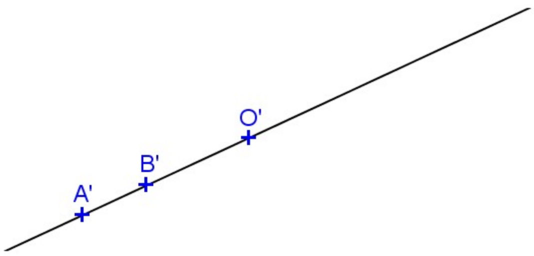
a)



b)

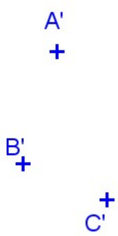


c)

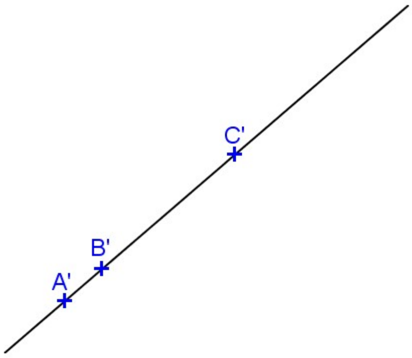


6. Represente a projeção do hexágono regular ABCDEF sendo dadas as projeções de A, B e C.

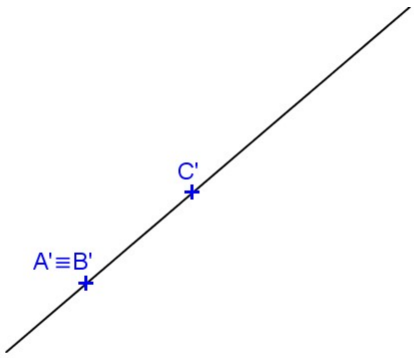
a)



b)



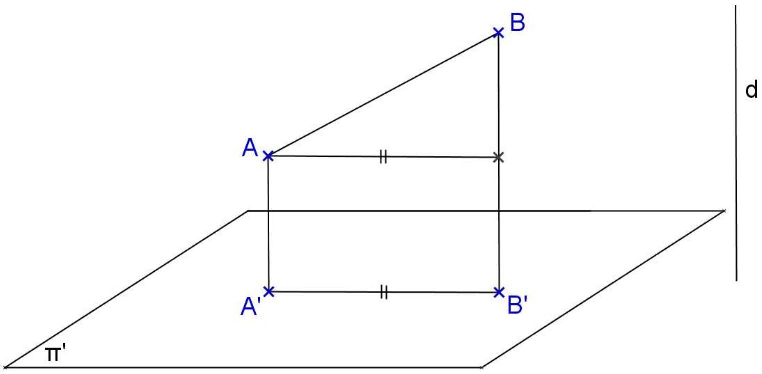
c)



2.8. PROPRIEDADES DAS PROJEÇÕES CILÍNDRICAS ORTOGONAIS

6ª propriedade

$AB \not\perp \pi' \Rightarrow AB > A'B'$.

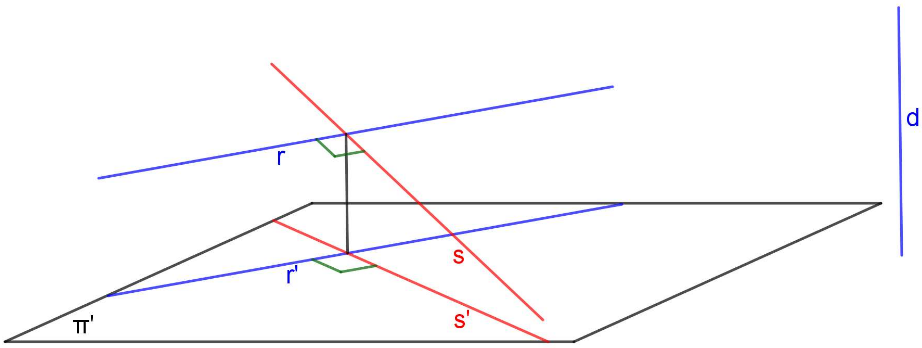


Observação: A recíproca é verdadeira.

7ª propriedade

Se duas retas são perpendiculares ou ortogonais entre si, sendo uma delas paralela ou pertencente ao plano de projeção e a outra não perpendicular a esse plano, então as projeções ortogonais dessas retas são perpendiculares entre si:

$$\text{Se} \quad \begin{array}{ll} r \perp s \text{ ou } r \perp s & (1) \\ r \,//\, \pi' \text{ ou } r \subset \pi' & (2) \\ s \not\perp \pi' & (3) \end{array} \quad \Rightarrow \quad r' \perp s' \ \ (4)$$



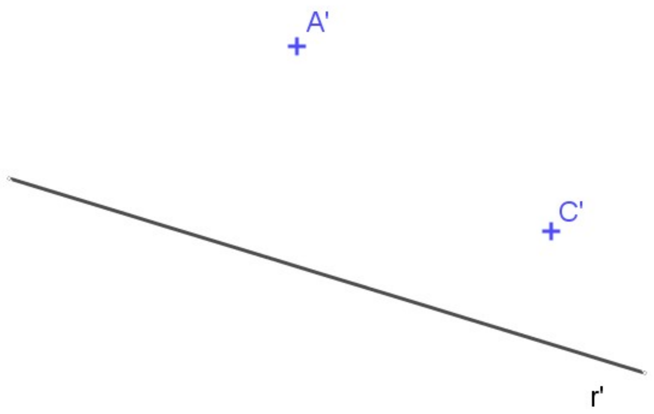
Observação: As recíprocas são verdadeiras. São elas:

Recíproca 1: (2) + (3) +(4) $\Rightarrow$ (1)

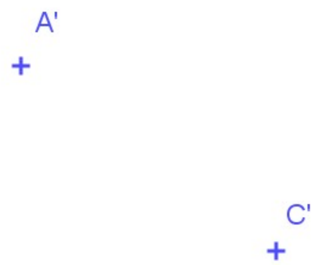
Recíproca 2: (1) + (4) $\Rightarrow$ (2) + (3)

Exercícios:

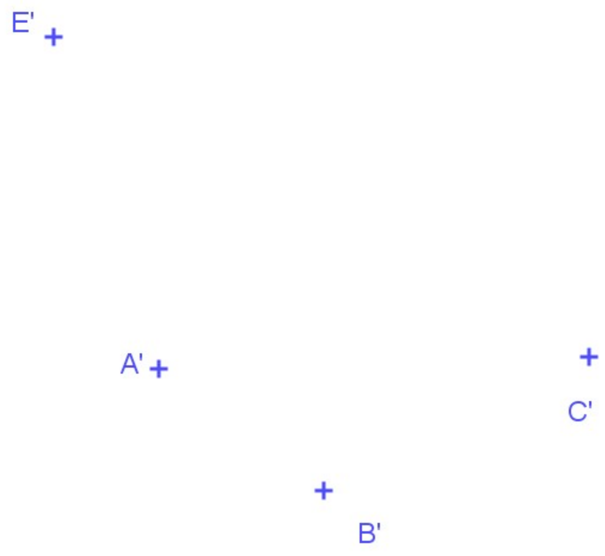
1. Represente a projeção cilíndrica ortogonal de um losango ABCD, sabendo-se que a diagonal AC está paralela a π', dada a projeção da reta r que é o lugar geométrico do ponto B.



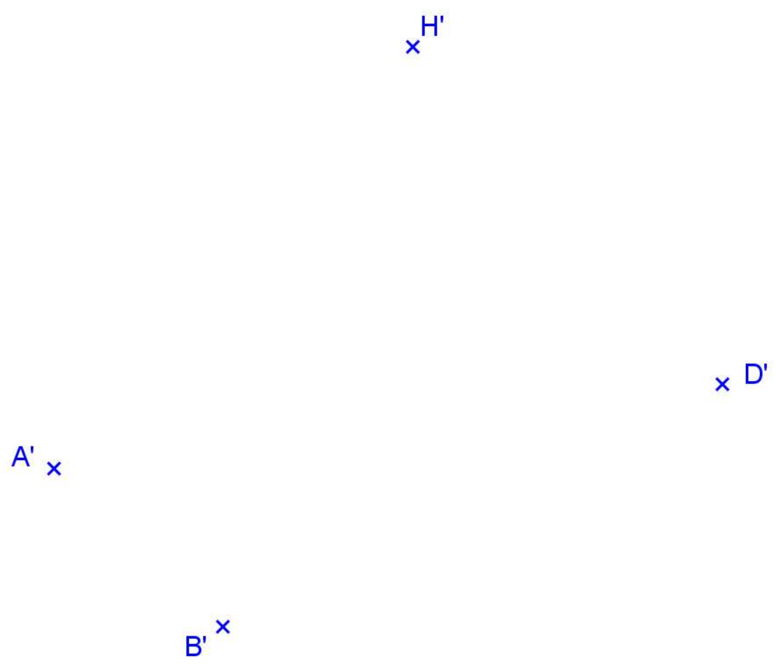
2. Represente a projeção cilíndrica ortogonal de um retângulo ABCD, dadas as projeções dos vértices A e C, sabendo-se que o lado AB é paralelo a π' e mede 3cm.



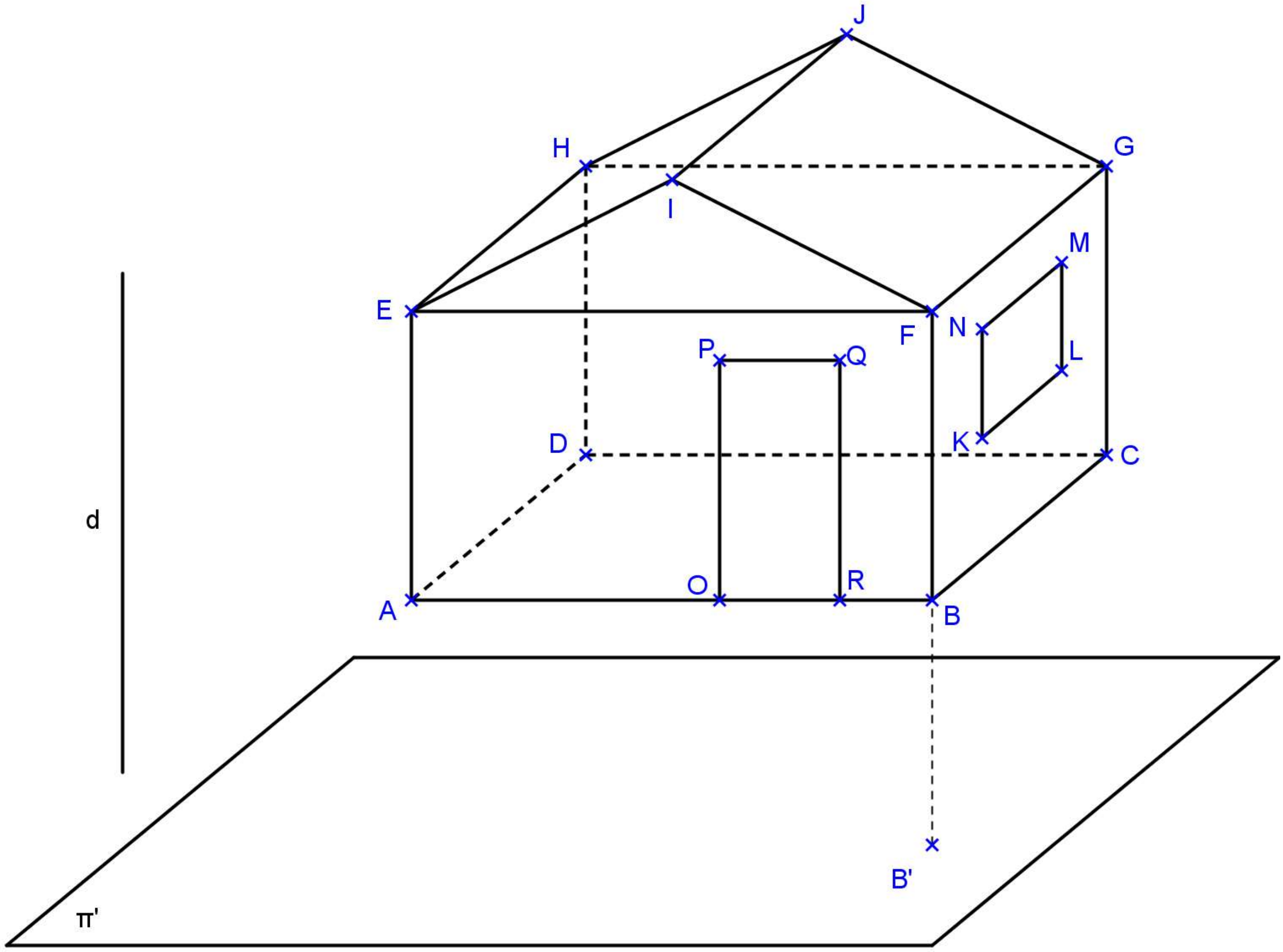
3. Represente a projeção do paralelepípedo ABCDEFGH sendo dadas as projeções de A, B, C e E.



4. Represente as projeções cilíndricas do prisma ABCDEF-GHIJKL de base hexagonal regular, dadas as projeções dos vértices A, B, D e H.



5. Usando as propriedades de projeções cilíndricas, termine as projeções da casa no plano π' dado abaixo, usando a direção de projeções d. Considere que a base ABCD é paralela a π'.

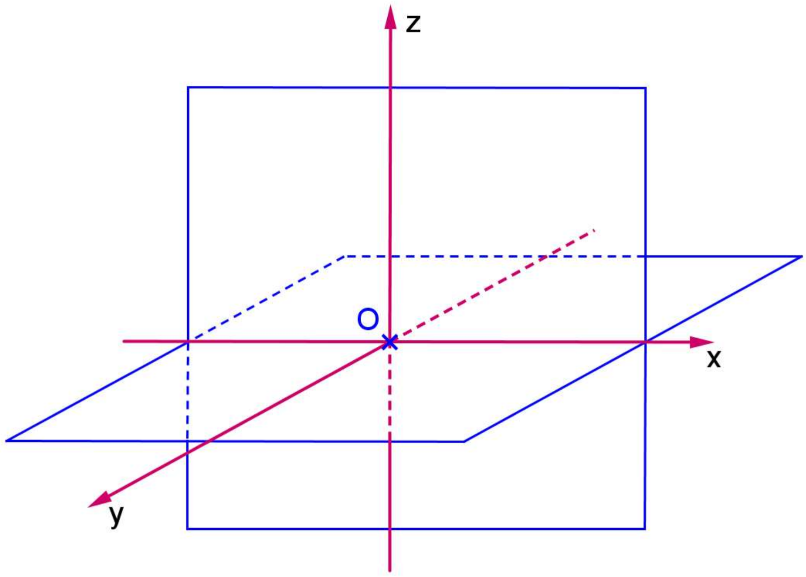


Os segmentos AB, AE, HJ e JG ficam projetados em verdadeira grandeza em π'? Por que?

PARTE III - O MÉTODO DAS DUPLAS PROJEÇÕES ORTOGONAIS

3.1. REPRESENTAÇÃO DO PONTO

3.1.1. PLANOS FUNDAMENTAIS DE REFERÊNCIA



Considere π' e π'' dois planos perpendiculares entre si, denominados *Planos Fundamentais de Referência* (PFR) ou *Planos de Projeção* (PDP).

Denominamos:
π': 1º PFR ou 1º PDP ou Plano Horizontal de Projeção
π'': 2º PFR ou 2º PDP ou Plano Vertical de Projeção

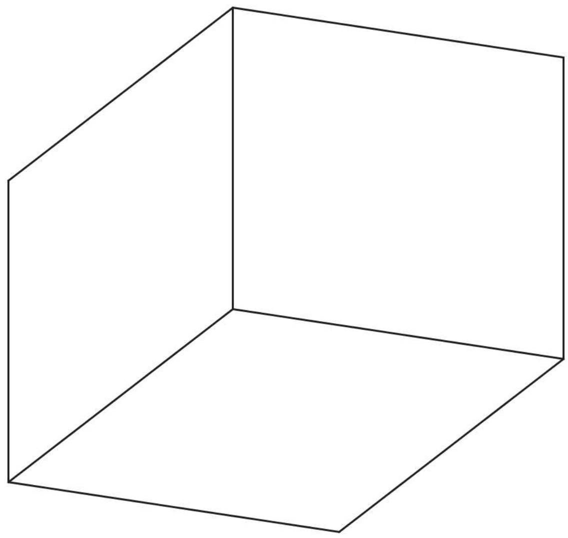
A interseção de π' e π'' chama-se *Linha de Terra*. Esta divide π' nas partes: anterior e posterior e π'' em superior e inferior.

Estes dois planos dividem o espaço em 4 porções, chamadas de *diedros*:
1º diedro – entre a parte anterior de π' e a superior de π''
2º diedro – entre a parte posterior de π' e a superior de π''
3º diedro – entre a parte posterior de π' e a inferior de π''
4º diedro – entre a parte anterior de π' e a inferior de π''

Considerando uma origem O sobre a Linha de Terra temos os eixos x, y e z.
No 1º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____
No 2º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____
No 3º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____
No 4º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____

Consideramos um 3º PFR (ou 3º PDP ou Plano Lateral de Projeção) π''' que contém os eixos y e z. Estes 3 planos dividem o espaço em octantes.

3.1.2. REPRESENTAÇÃO DO PONTO



Seja A um ponto pertencente ao 1º diedro. Considere as 3 projeções cilíndricas ortogonais: A′, A″ e A‴ sobre os planos π', π'' e π''', respectivamente.

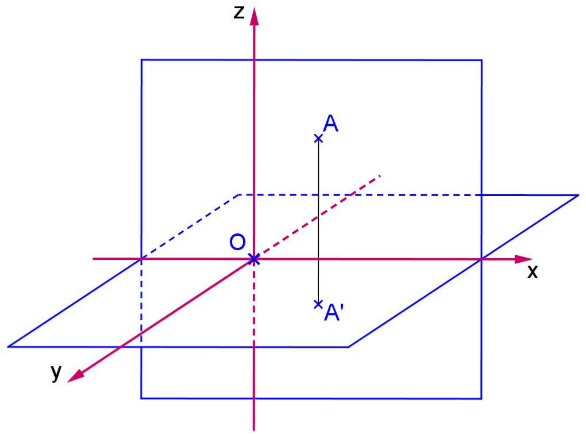
Temos as distâncias de A até os 3PFR:
Cota – distância de A até π' = segmento AA′
Afastamento – distância de A até π'' = segmento AA″
Abscissa – distância de A até π''' = segmento AA‴

Estas distâncias também nos fornecem as coordenadas (x,y,z) do ponto A:
x = abscissa
y = afastamento
z = cota

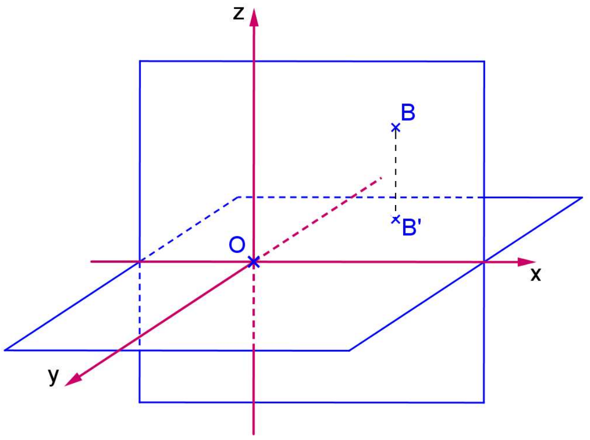
Fixamos um dos PFR e rebatemos os outros sobre o primeiro escolhido, temos a representação plana do ponto, chamada de *épura do ponto A*:

Pontos pertencentes aos diedros:

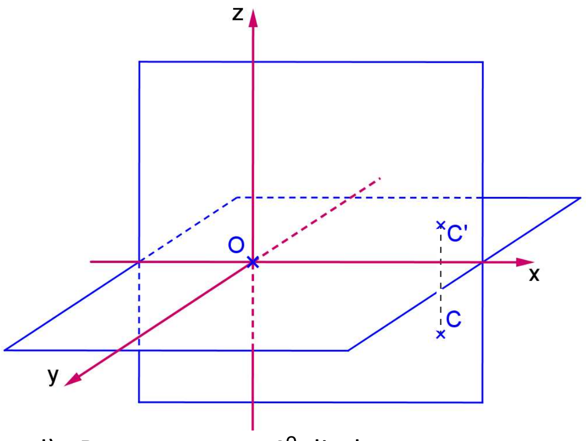
a) A pertence ao 1º diedro



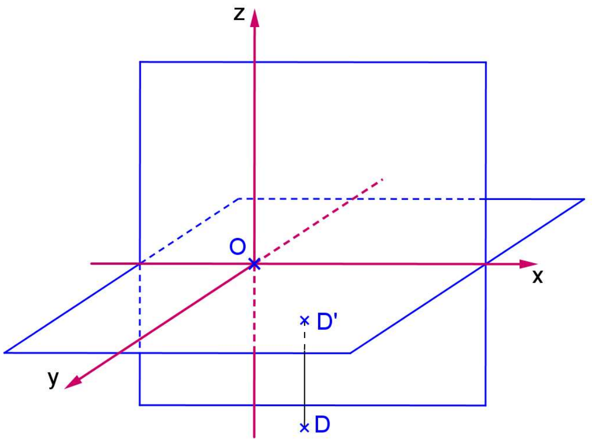
b) B pertence ao 2º diedro



c) C pertence ao 3º diedro

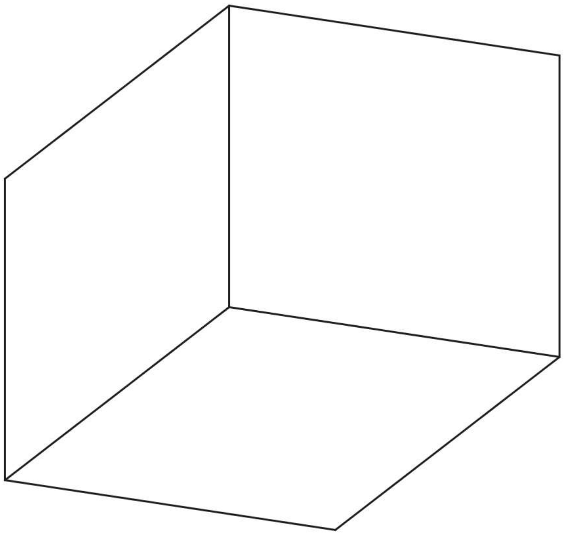


d) D pertence ao 4º diedro



3.1.3. PONTOS PERTENCENTES AOS PFR

Espaço

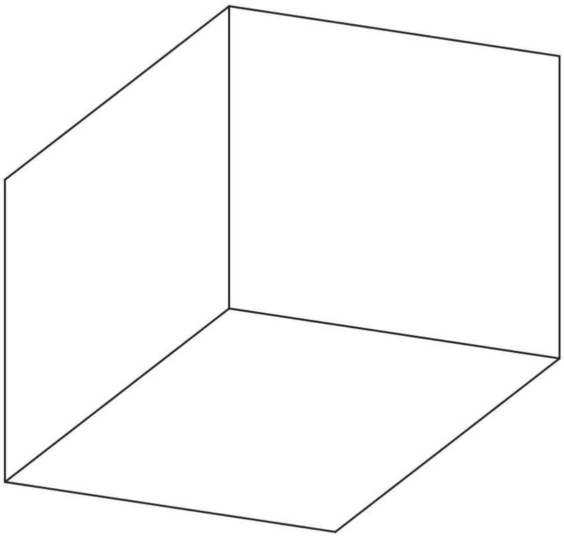


Épura:

π' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de ______________ nulas. A $\in \pi'$ $\Leftrightarrow$ ____ $\in$ LT.
π'' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de ______________ nulas. B $\in \pi''$ $\Leftrightarrow$ ____ $\in$ LT.
π''' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de ______________ nulas. C $\in \pi'''$ $\Leftrightarrow$ ____$\in$___.

3.1.4. PONTOS PERTENCENTES AOS EIXOS

Espaço



Épura:

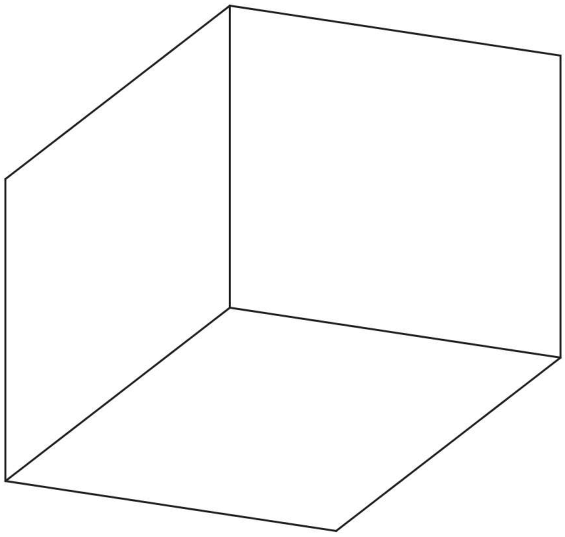
A LT (eixo x) é o LG dos pontos de ________________ nulas. Se A $\in$ LT $\Leftrightarrow$ ___________.
O eixo y é o LG dos pontos de ________________ nulos. Se B $\in$ y $\Leftrightarrow$ ___________.
O eixo z é o LG dos pontos de ________________ nulas. Se C $\in$ z $\Leftrightarrow$ ___________.

3.1.5. OBTENÇÃO DA 3ª PROJEÇÃO

Para obtermos a representação da 3ª projeção de um ponto, vamos rebater π''' sobre π''.

Considere π'' fixo. Ao rebatermos π''' sobre o π'', a 3ª projeção do ponto descreverá um arco de circunferência com centro no eixo z e raio igual à ordenada do ponto. Este arco está contido em um plano paralelo a π' e, portanto está em VG na 1ª projeção. A 3ª projeção rebatida do ponto pertence a uma reta que passa pela segunda projeção do ponto e é paralela a linha de terra.

Espaço



Épura

Exercícios:

A unidade utilizada é o milímetro.

1. Representar a 1ª, 2ª e a 3ª projeções dos pontos dados.

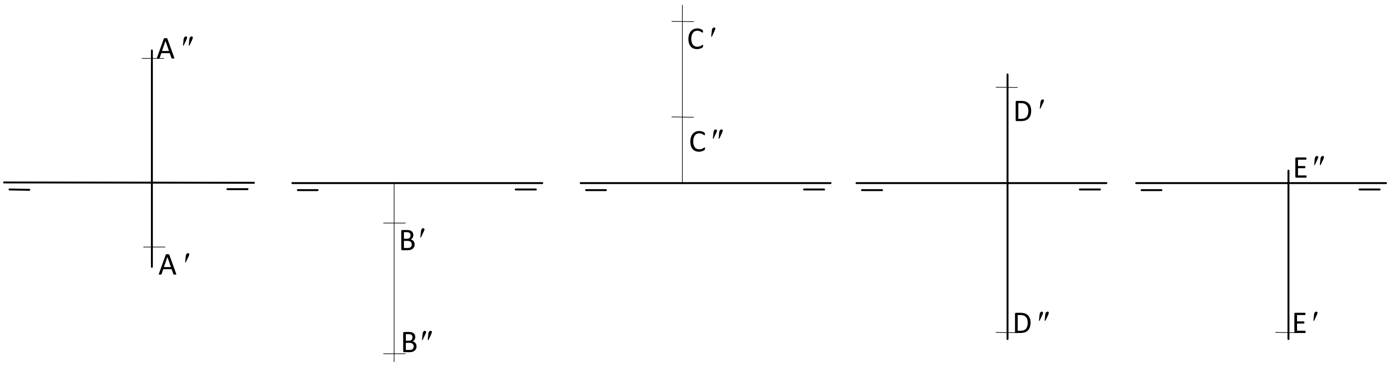
a) A(20,20,30)

b) B(10,15,-20)

c) C(40,-20,-10)

d) D(30,-25,35)

2. Indicar a localização dos pontos dados nos diedros ou PFR.

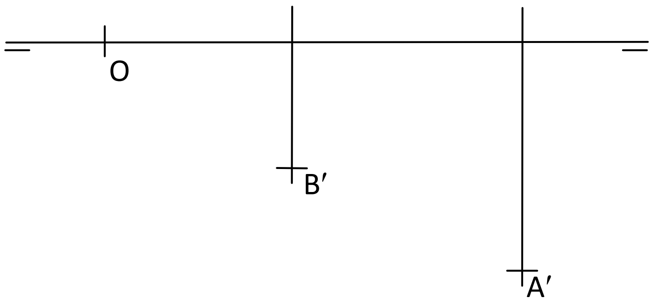


A ∈ _____ B ∈ _____ C ∈ _____ D ∈ _____ E ∈ _____

3. Representar os pontos dados. Identificar a posição do ponto em relação aos diedros ou aos planos de projeção. Representar a 3ª projeção de cada ponto.

A(20,30,10) $\in$ ______
B(50,-20,40) $\in$ ______
C(30,-40,-20) $\in$ _____
D(40,50,-10) $\in$ ______
E(10,0,30) $\in$ ________
F(60,20,0) $\in$ ________
G(15,0,-40) $\in$ _______
H(-40,30,-10) $\in$ _______
I(-10,-20,0) $\in$ _______
J(10,40,?) $\in \pi'$

4. Representar um quadrado contido em π', conhecendo a primeira projeção do lado AB.



5. Representar o paralelogramo ABCD, sendo dados os vértices A e B, e o ponto M de interseção das diagonais. Dados: A(10,30,30), B(30,10,10), M(40,15,20).

6. Representar um triângulo equilátero ABC contido em π' de lado $l_3 = 30$, com o vértice A pertencente a π'' e um lado perpendicular a π''.

a) $AB \perp \pi''$, A(40,?,?)

b) $BC \perp \pi''$, A(-35,?,?)

3.2. REPRESENTAÇÃO DA RETA

Propriedade já vista: Se r é uma reta então r’ ou é uma reta (se r não for paralela à direção das projetantes d) ou um ponto (se r for paralela à direção das projetantes d)

Para obtemos a projeção de uma reta r, consideramos:
- ou dois pontos A e B pertencentes a r
- ou o seu plano projetante α

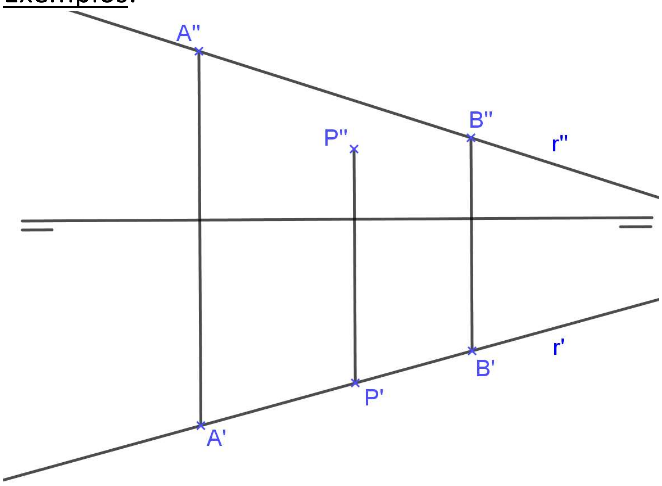
Como temos 3 PFR então há 3 projeções e, portanto, 3 planos projetantes.

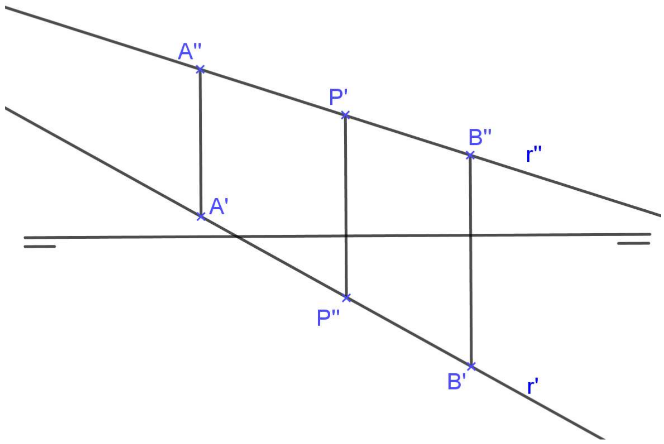
Normalmente, consideramos apenas a 1ª e a 2ª projeções da reta, pois são suficientes para determinar a 3ª projeção (exceto para a reta de perfil que veremos mais tarde).

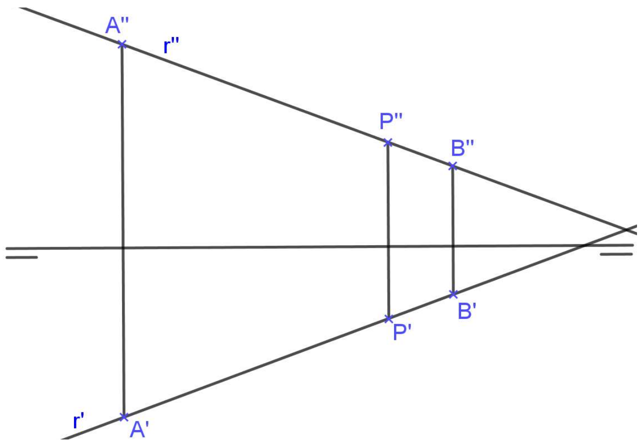
3.2.1. PONTO PERTENCENTE À RETA

$P \in r \Leftrightarrow P' \in r'$ e $P'' \in r''$
Mas se $r \,//\, \pi'''$ e $r \perp \pi'$, então também deve ser verificado se $P''' \in r'''$.

Exemplos:



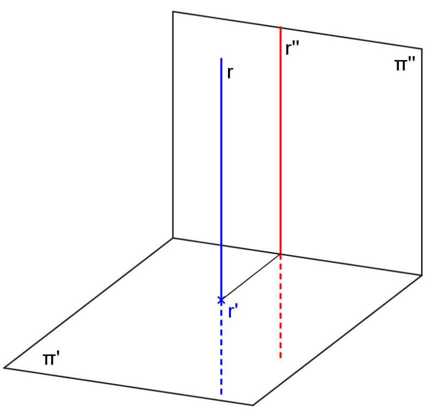




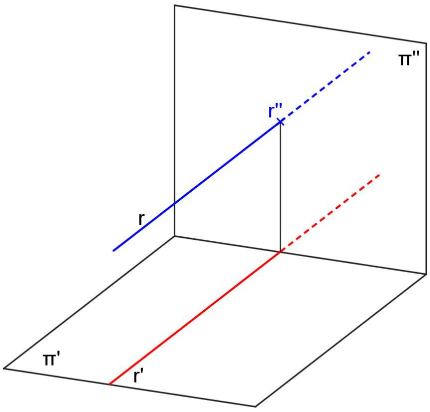
3.2.2. POSIÇÕES DA RETA EM RELAÇÃO AOS PFR

A reta pode ocupar posições distintas em relação aos 3 PFR, podendo ser:

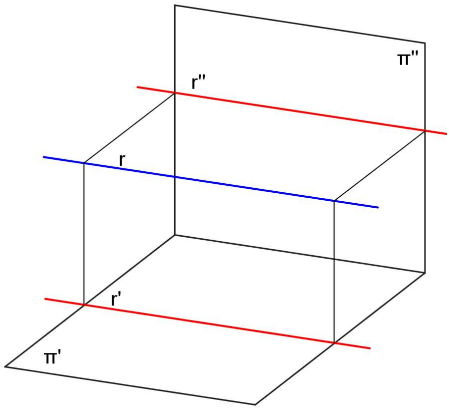
- r perpendicular a um dos PFR:



reta vertical

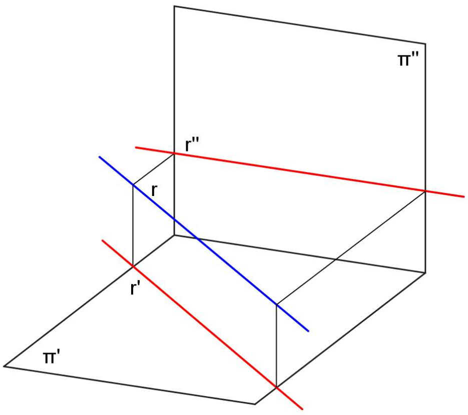


reta de topo

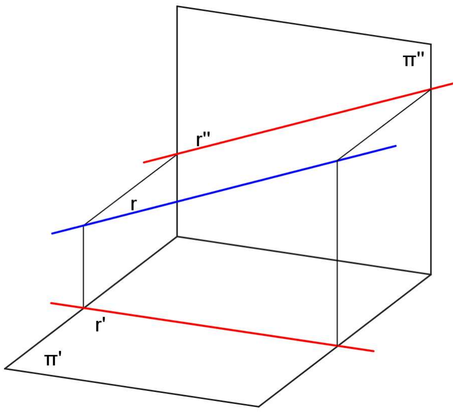


reta fronto-horizontal

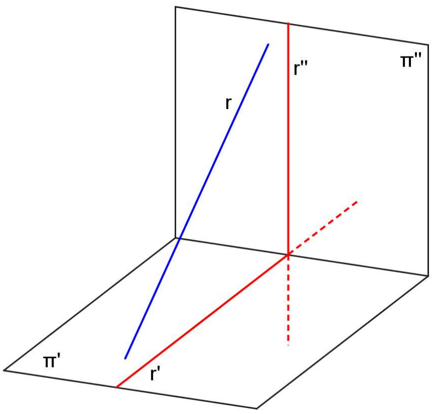
- r paralela a um dos PFR e oblíqua em relação aos outros dois PFR:



reta horizontal

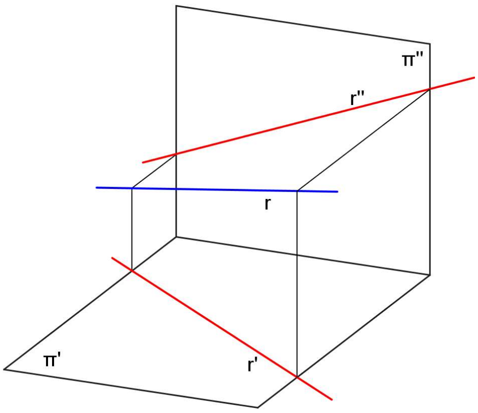


reta frontal



reta de perfil

- r oblíqua em relação aos os 3 PFR:

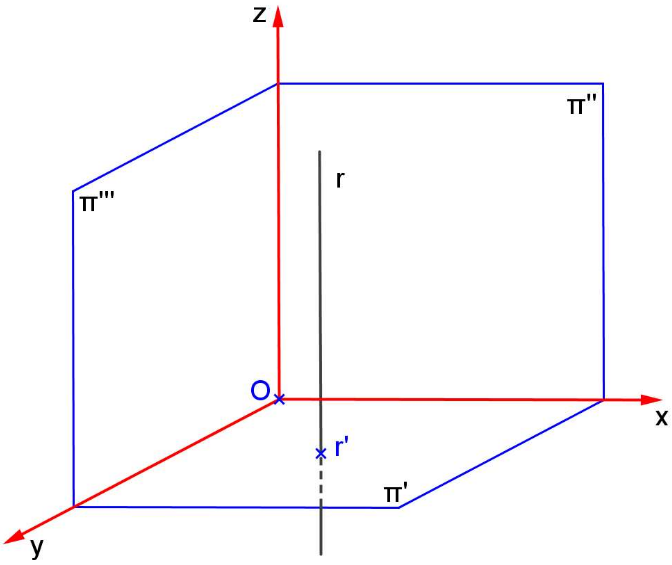


reta qualquer

RETA VERTICAL

a) Característica espacial: ___________________

b) Épura:



c) Diedros: _________________________

d) Ângulos:

com π′________________

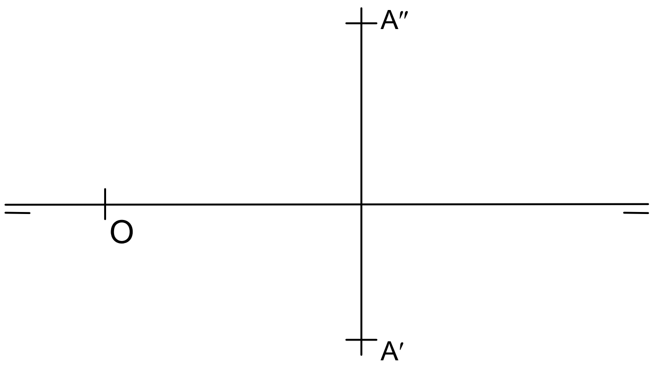
com π″ _______________

com π′″_______________

e) Tem alguma projeção em VG? _____________________

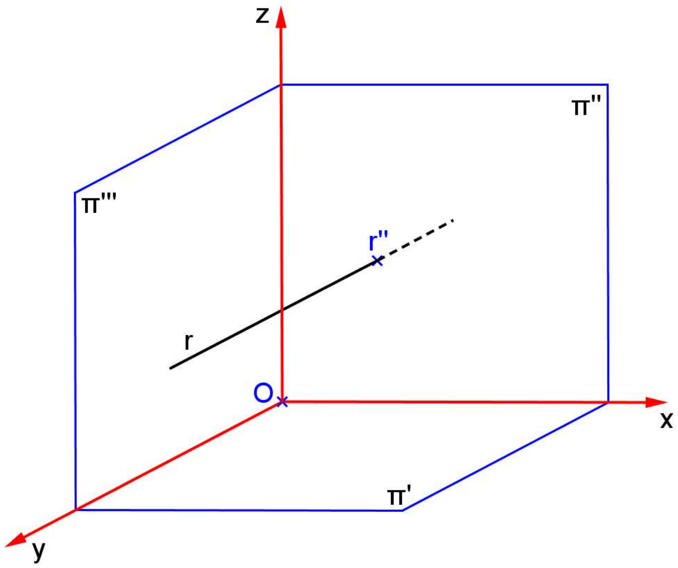
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: ____________________

Exemplo: Representar a reta vertical r que passa pelo ponto A. Encontre as projeções do ponto pertencente a r que tem cota 10.



RETA DE TOPO

a) Característica espacial: ___________________



b) Épura:

c) Diedros: __________________________

d) Ângulos:

com π′_________________

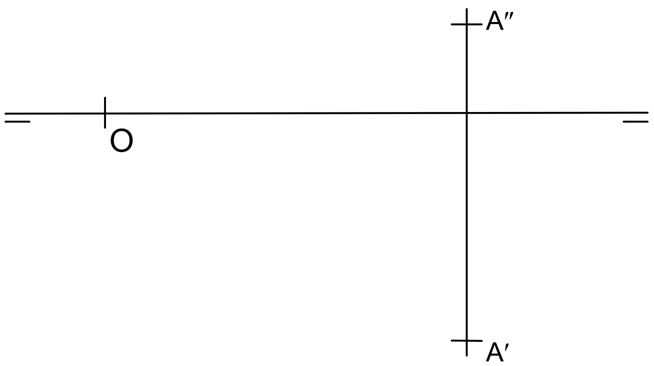
com π″_________________

com π′″_________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

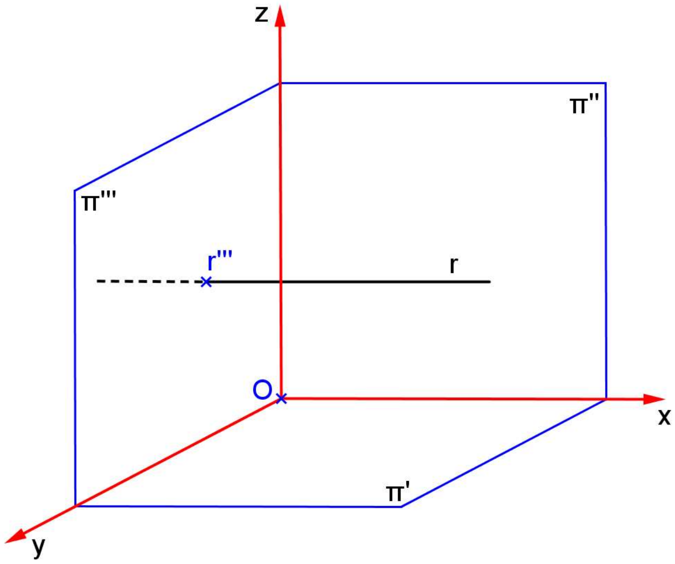
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: ____________________

Exemplo: Representar a reta de topo r que passa pelo ponto A. Representar a reta s // r que passa por B(10,10,20).



RETA FRONTO-HORIZONTAL

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:

c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π'__________________

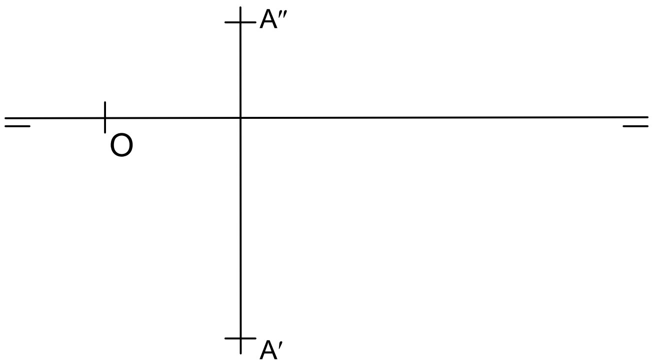
com π''__________________

com π'''__________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

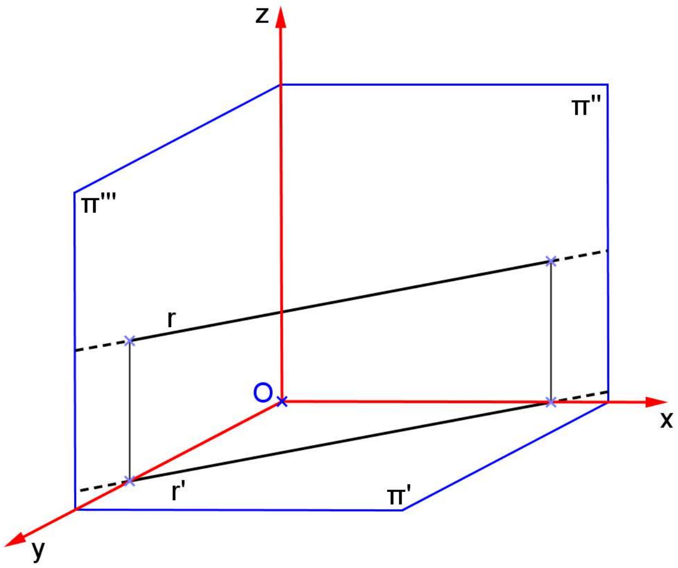
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta fronto-horizontal r que passa pelo ponto A. Encontre o ponto pertencente a r que abscissa 40.



RETA HORIZONTAL

a) Característica espacial: ____________________ b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π'__________________

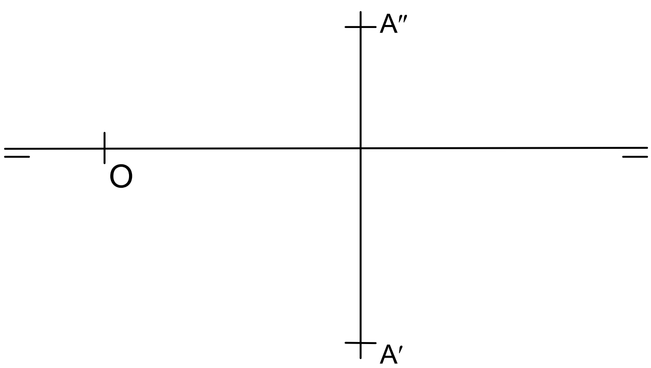
com π''__________________

com π'''__________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

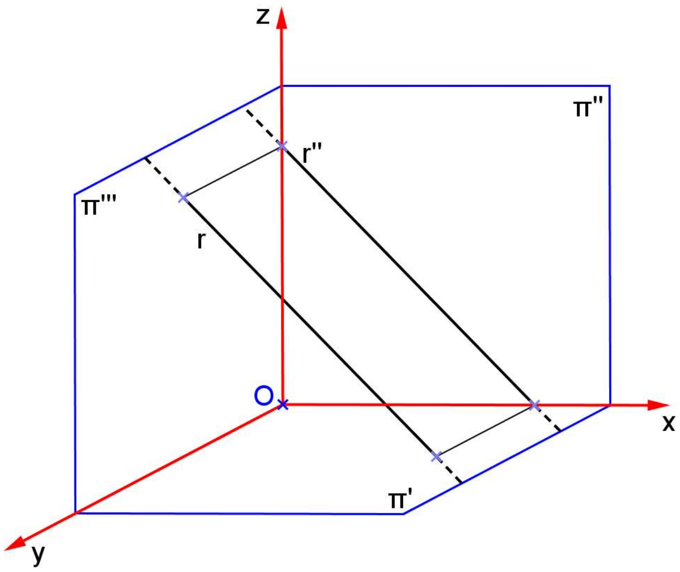
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta horizontal r que passa pelo ponto A e forma 60° com π''. Encontre o ponto pertencente a r que tem afastamento 0.



RETA FRONTAL

a) Característica espacial: ____________________ b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π′_________________

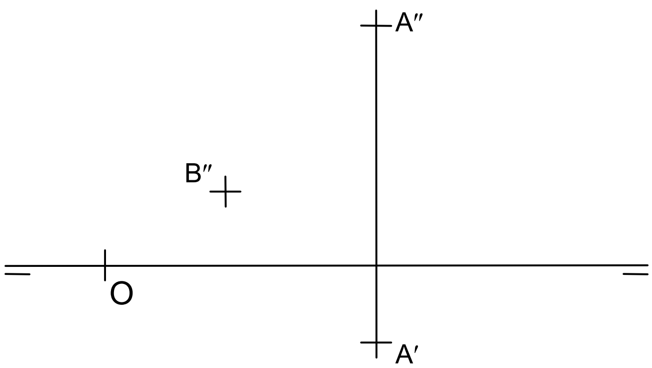
com π″_________________

com π′″_________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

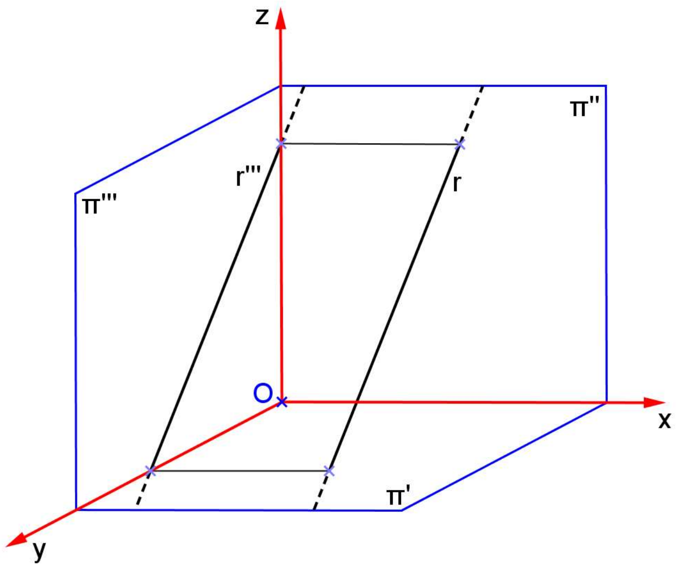
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta frontal r que passa pelos pontos A e B. Encontre a 1ª projeção do ponto B, e o ponto C pertencente a r que tem cota 20.



RETA DE PERFIL

a) Característica espacial: ______________________________________



b) Épura:

c) Diedros: _________________________________

d) Ângulos:

com π′_________________

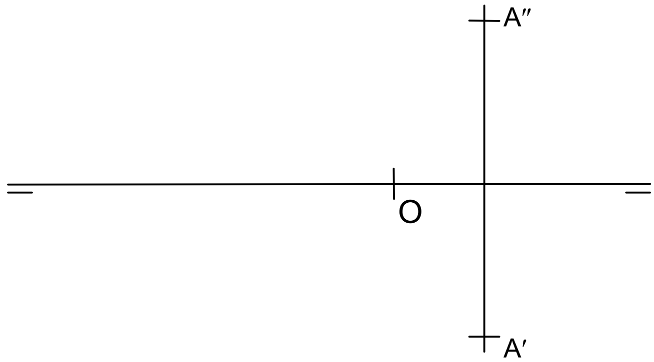
com π″_________________

com π′″_________________

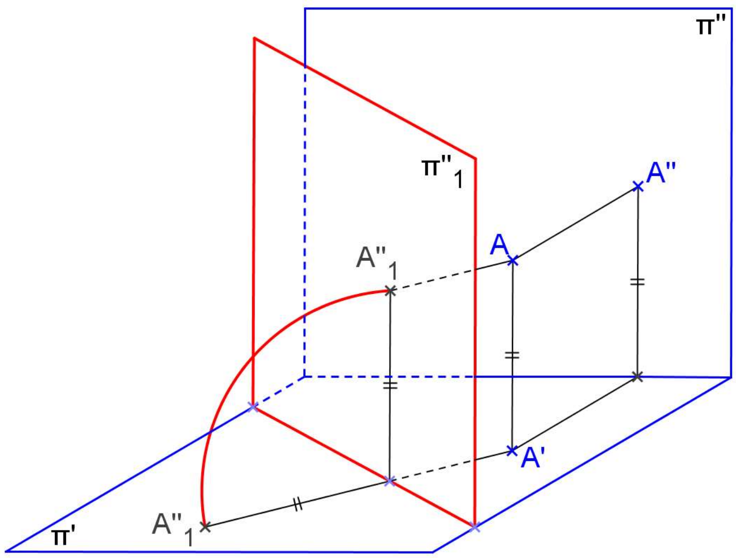
e) Tem alguma projeção em VG? _____________________

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: ____________________

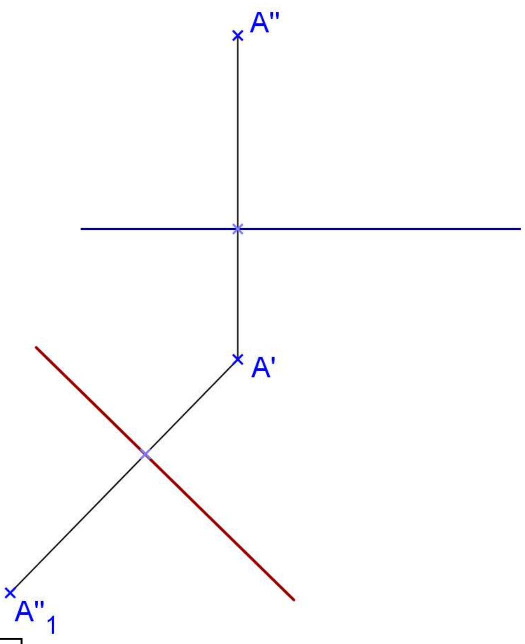
Exemplo: Representar a reta de perfil r que passa pelo ponto A e forma 60° com π'. Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem cota 15.



MUDANÇA DE PLANO VERTICAL



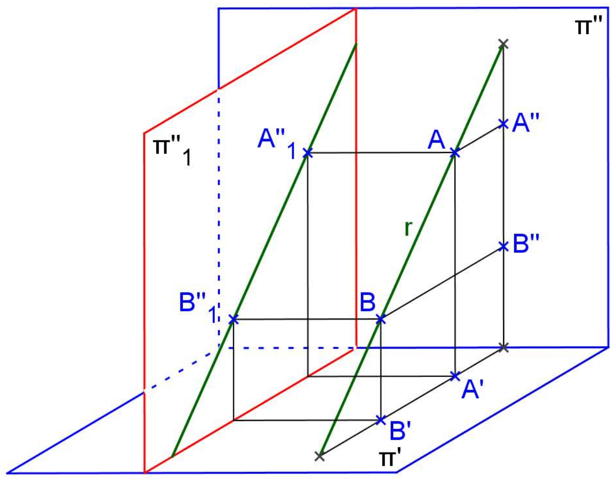
Épura:



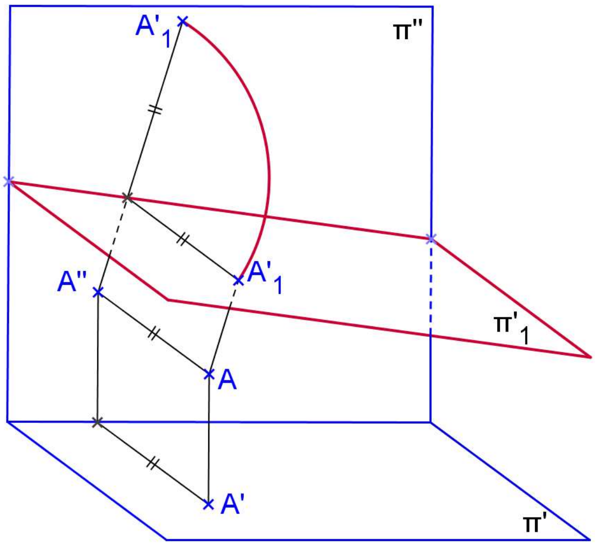
Propriedades da MPV:
- A′ é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- $A'A''_1$ é perpendicular à NLT.

Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

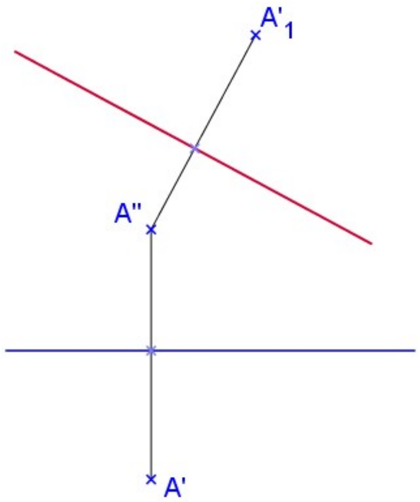
Mudança de Plano Vertical para uma reta de perfil: épura:



MUDANÇA DE PLANO HORIZONTAL

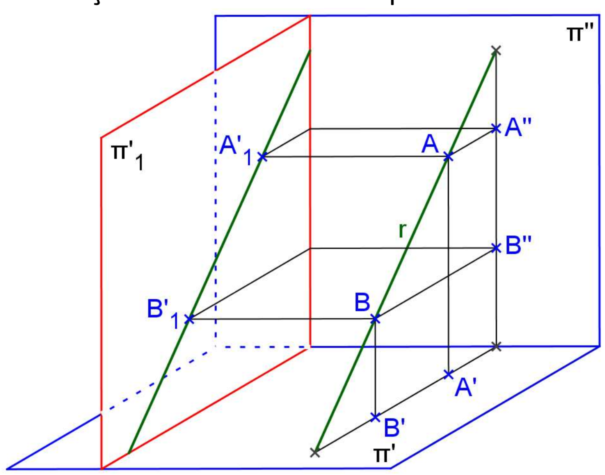


Épura:

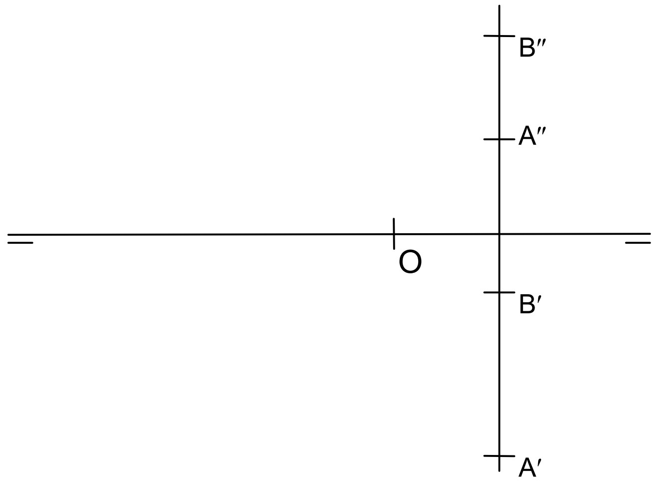


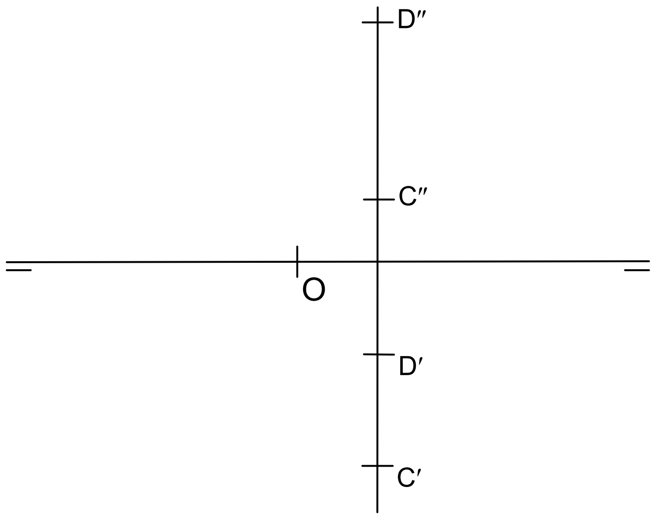
Propriedades da MPH:
- A'' é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- $A''A'_1$ é perpendicular à nova linha de terra.

Mudança de Plano Horizontal para uma reta de perfil: épura:



Exemplo: Encontrar as VGs dos segmentos AB e CD. Encontrar as projeções do ponto da reta r(A,B) que tem afastamento 23, e da reta s(C,D) com cota nula.

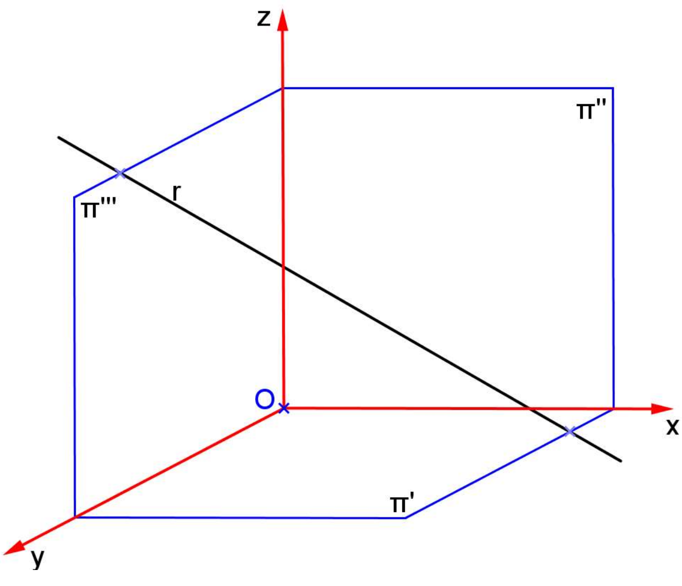




RETA QUALQUER

a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:



c) Diedros: _________________________

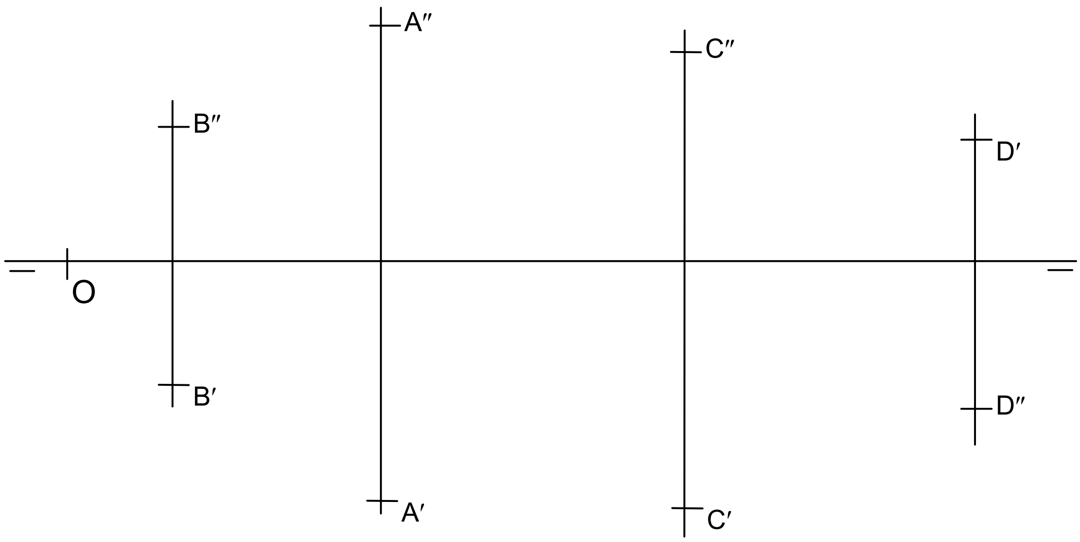
d) Ângulos:

com π′________________

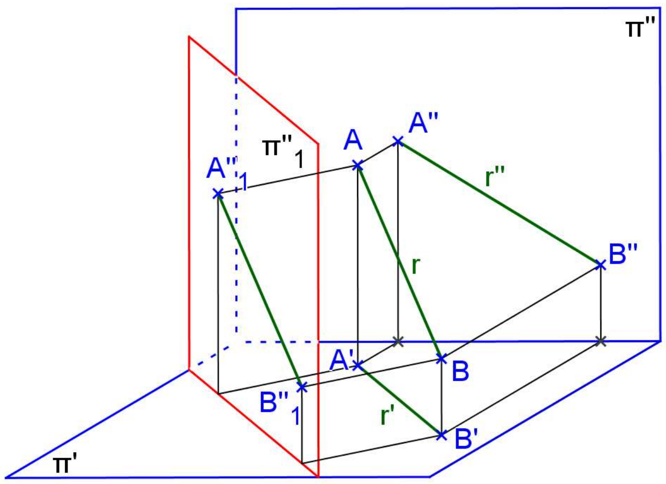
com π″________________

com π′″________________

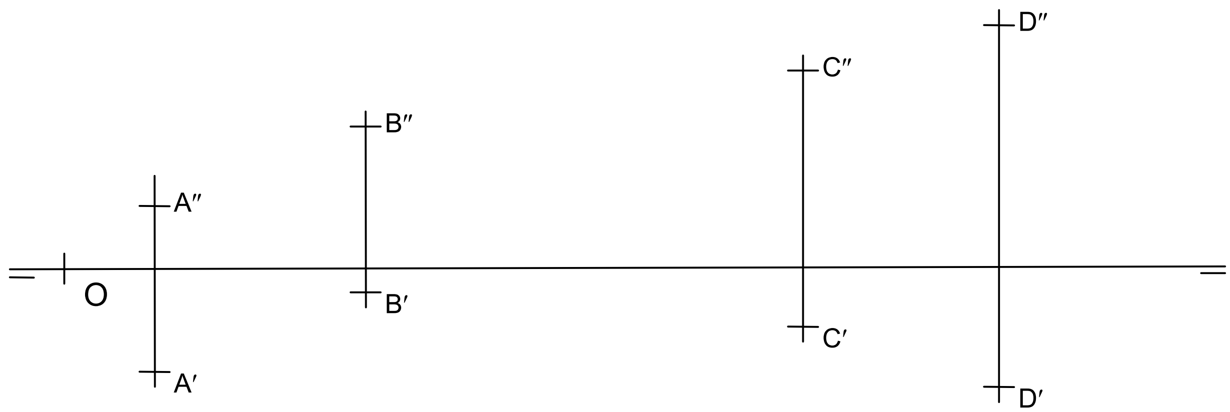
Exemplo: Representar as retas r(A,B) e s(C,D). Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem cota 15, e da reta s que tem afastamento 20.



Mudança de Plano Vertical para uma reta qualquer: épura:



Exemplo: Representar as retas r(A,B) e s(C,D). Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem afastamento 10, e da reta s que tem cota 40. Encontre as vgs de AB e CD.



Exercícios propostos:

1. Encontrar a VG do segmento AB utilizando uma mudança de planos vertical, considerando A(10,10,25) e B(10,40,50).
2. Encontrar a VG do segmento AB utilizando uma mudança de planos horizontal, considerando A(10,40,10) e B(40,20,50).
3. Seja a reta r definida pelos pontos A e B. Representá-la, identificar o nome da reta e sua posição em relação aos PFR (paralela, oblíqua ou perpendicular), encontrar os ângulos que a reta forma com os PFR, bem como a VG do segmento AB.

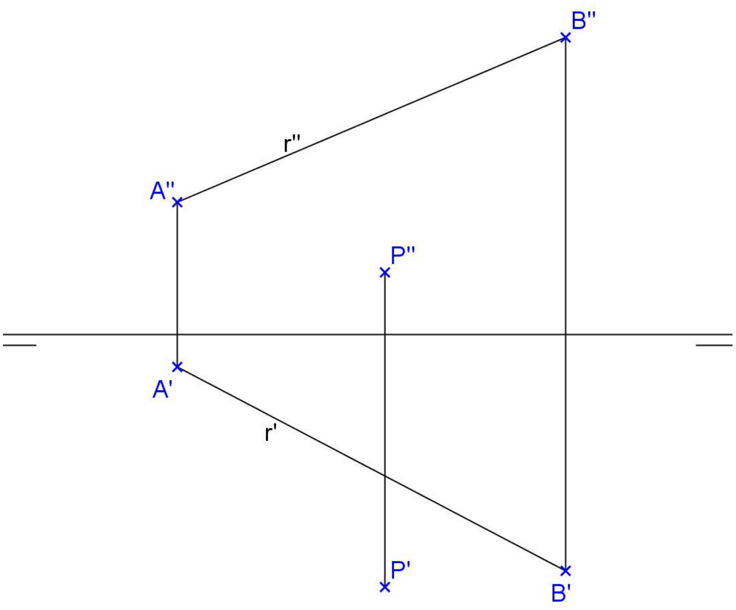
   a) A(30,15,10), B(60,50,-05)
   b) A(20,15,20), B(20,45,20)
   c) A(20,20,10), B(20,20,45)
   d) A(10,20,-10), B(50,20,20)
   e) A(40,50,10), B(40,10,30)
   f) A(0,-20,-10), B(50,20,-10)
   g) A(20,-10,-30), B(50,-10,-30)

4. Representar as retas horizontais que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR.
   a) A(10,30,40), $\theta''' = 30^o$
   b) A(10,30,40), $\theta'' = 30^o$
5. Representar as retas frontais que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR.
   a) A(10,-40,-60), $\theta' = 15^o$
   b) A(10,30,40), $\theta''' = 30^o$

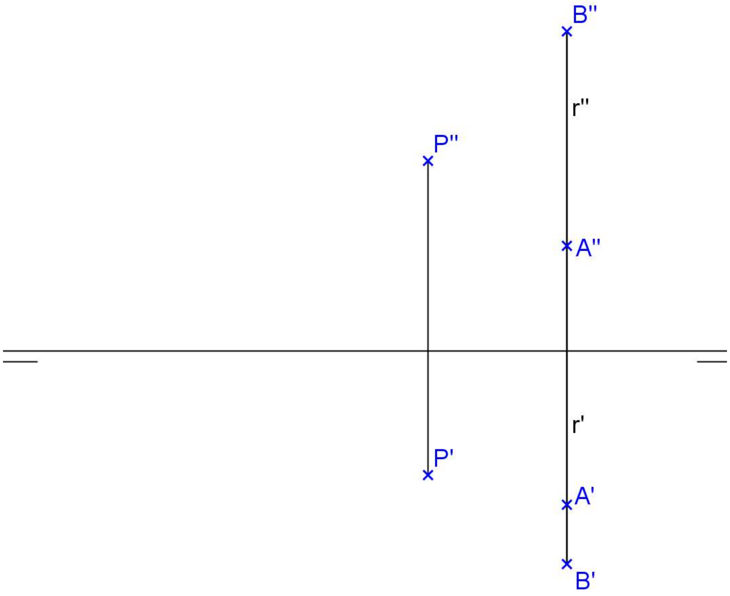
6. Representar as retas de perfil que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR. Utilize mudança de plano vertical ou horizontal.
   a) A(50,10,-20), $\theta' = 30^o$
   b) A(20,25,10), $\theta'' = 45^o$

7. Encontre as projeções da reta s, paralela à reta r, que passa por P:

a)

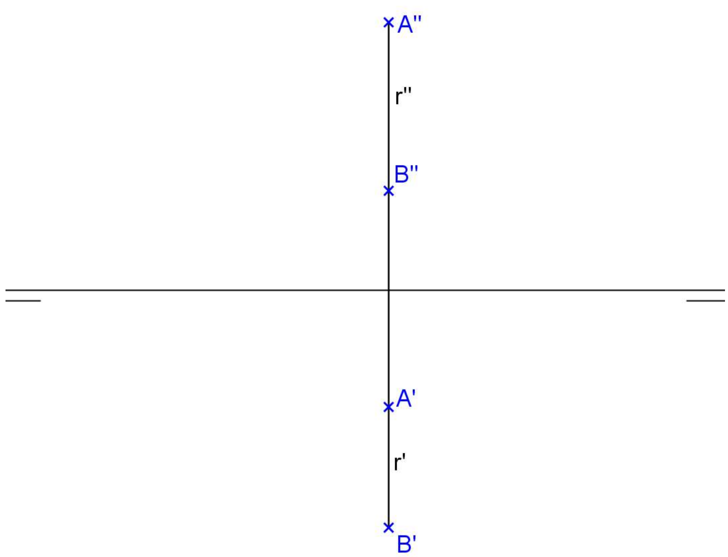


b)

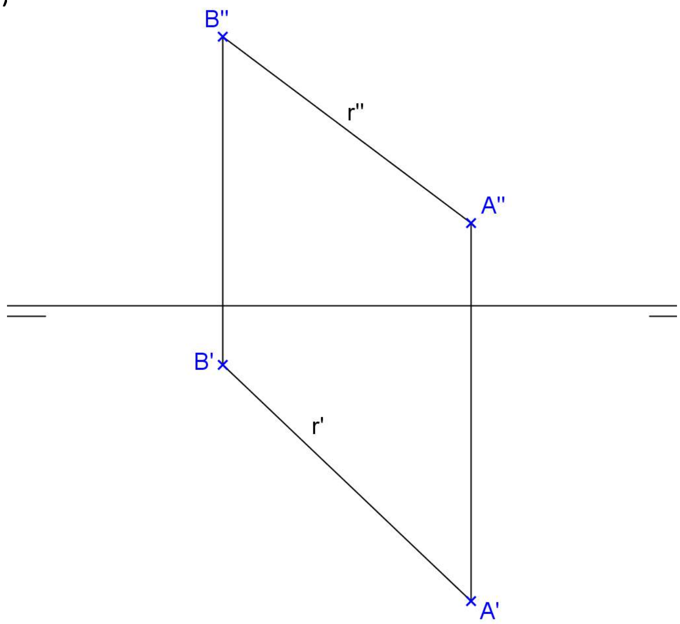


8. Encontre a verdadeira grandeza do segmento AB contido na reta r. Determine a verdadeira grandeza do ângulo que a reta r forma com π'.

a)

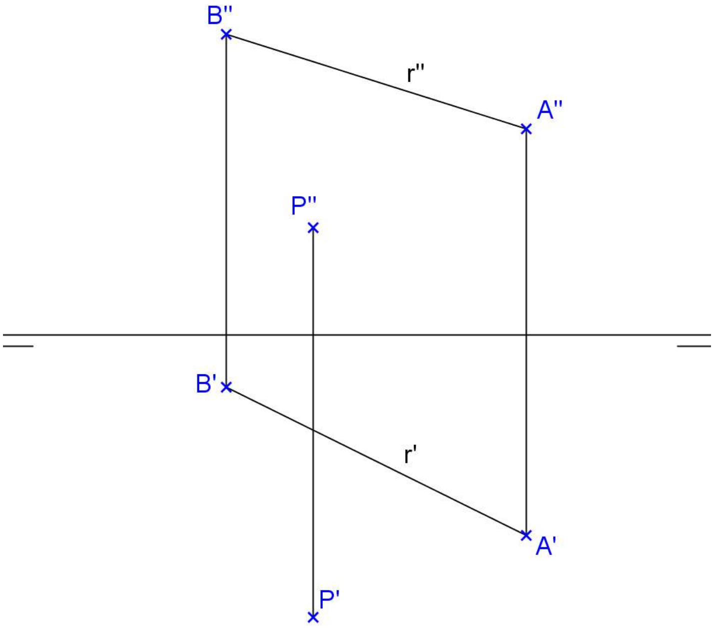


b)

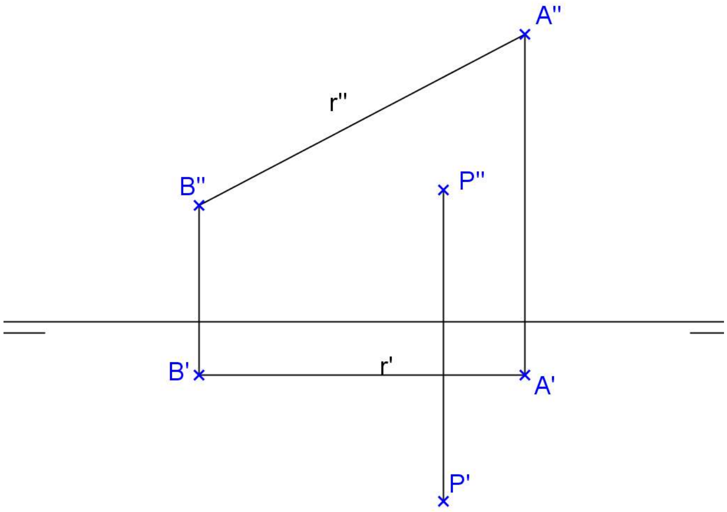


9. Encontre as projeções da reta s, ortogonal à reta r, que passa por P, e é do tipo:

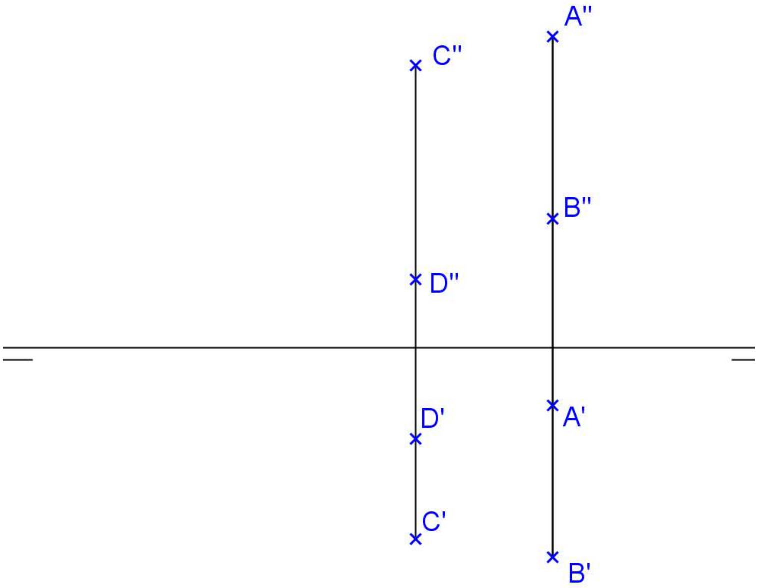
a) horizontal

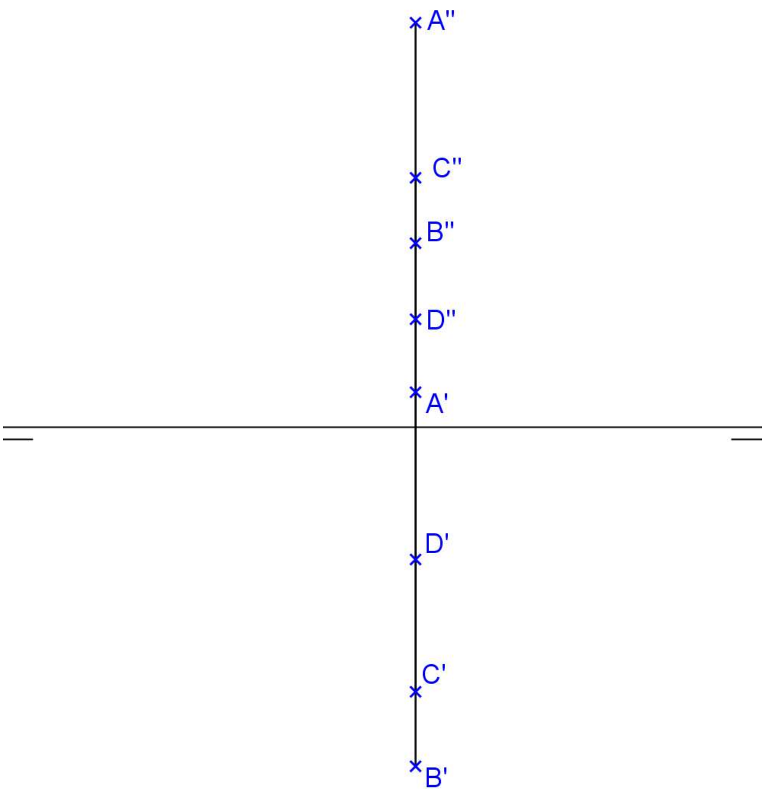


b) frontal



10. Determine se as retas de perfil r(A,B) e s(C,D) são paralelas, concorrentes ou reversas:





3.3. REPRESENTAÇÃO DO PLANO

Um plano está determinado por:
- 3 pontos não colineares
- 1 ponto e uma reta que não se pertencem
- duas retas concorrentes ou paralelas

Exemplos:

3.3.1. PERTINÊNCIA DE PONTO E RETA A UM PLANO

2.1. Pertinência de reta a plano

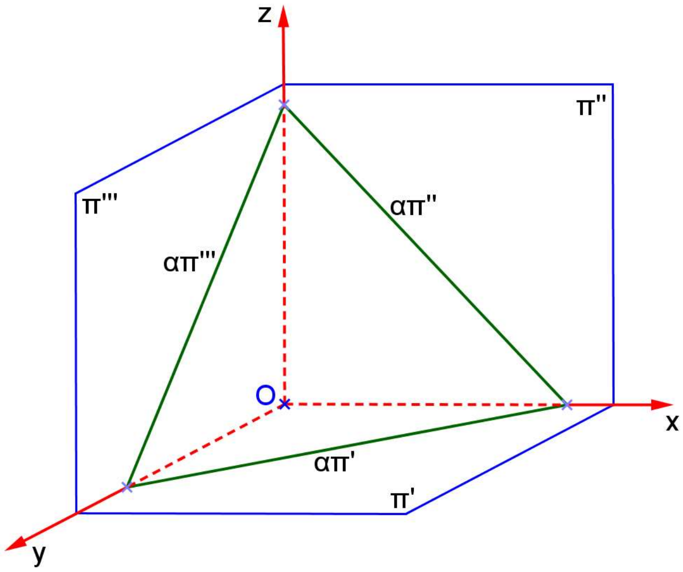
$$r \subset \alpha \quad \Leftrightarrow \begin{cases} r \text{ X } a,\ r \text{ X } b,\ \text{ onde } a,b \subset \alpha \\ r \text{ X } a,\ r \,//\, b,\ \text{ onde } a,b \subset \alpha \end{cases}$$

2.2. Pertinência de ponto a plano

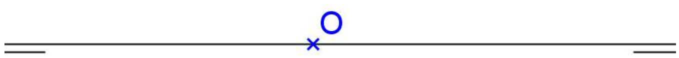
$$P \in \alpha \;\Leftrightarrow\; P \in r \text{ e } r \subset \alpha$$

3.3.2. REPRESENTAÇÃO DO PLANO PELOS SEUS TRAÇOS

No espaço:



Em épura:



Os traços de α são:

$\alpha\pi'$ – 1º traço ou traço horizontal

$\alpha\pi''$ – 2º traço ou traço vertical

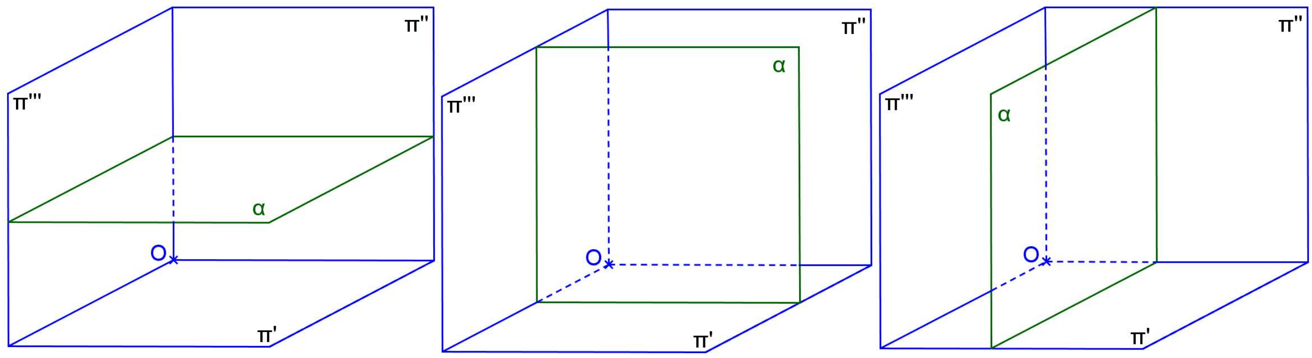
$\alpha\pi'''$ – 3º traço ou traço lateral

Propriedade: ou $\alpha\pi'$ intercepta $\alpha\pi''$ num ponto que pertence à linha de terra, ou os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$ são paralelos à linha de terra.

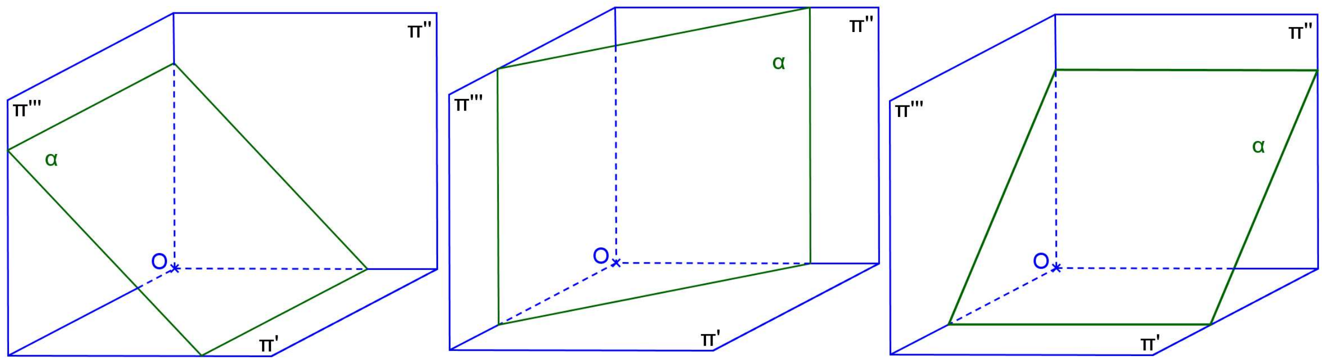
3.3.3. POSIÇÕES DO PLANO EM RELAÇÃO AOS PFR

Um plano α pode ocupar posições distintas em relação aos 3 PFR, podendo ser:

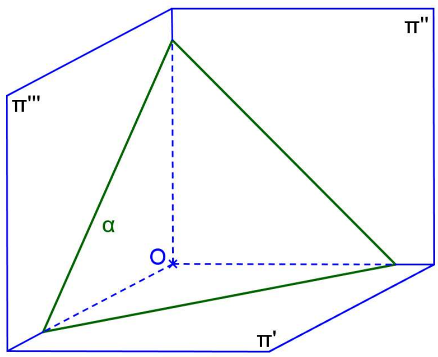
- α paralelo a um dos PFR:



- α perpendicular a um dos PFR e oblíquo em relação a outro:

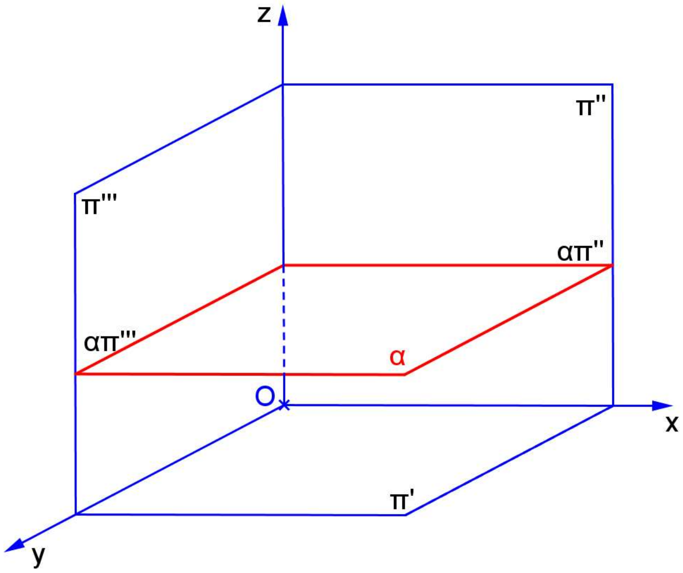


- α oblíquo em relação aos PFR:



PLANO HORIZONTAL

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:

c) Traços: ________________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: __________________________________

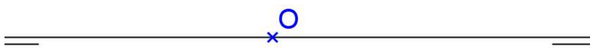
h) Ângulos:

com π' __________________

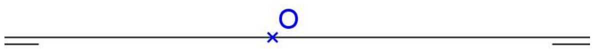
com π'' __________________

com π''' __________________

i) Traço de reta no plano:



j) Reta perpendicular ao plano:



Exercícios:

1. Representar um quadrado ABCD contido num plano horizontal α, dados A(10,10,20) e B(40,20,?).

2. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano horizontal α, dados o centro O(30,30,20) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio r = 20, e sabendo que um de seus lados é fronto-horizontal.

3. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano horizontal α sendo dados o centro O(40,30,10) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio r = 20, sabendo que um de seus lados forma ângulo de 15^o com π''.

VISIBILIDADE DE UM SÓLIDO

O contorno aparente é obtido pelas projetantes razantes ao sólido (aquelas que estão projetando os pontos mais afastados do objeto).
Este contorno aparente divide o sólido em duas partes, uma visível e outra não visível.

Critérios de visibilidade:

1º O contorno aparente é sempre visível.

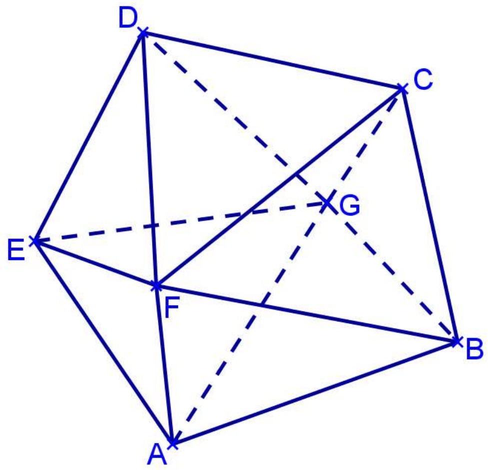
2º Uma face que contém um ponto visível, não pertencente ao contorno, é visível.

3º Uma aresta que contém um ponto visível, não pertencente ao contorno, é visível.

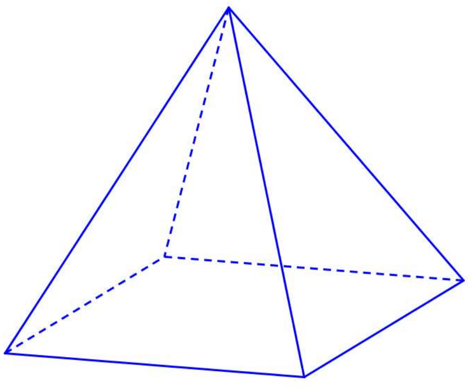
4º Duas faces que tem uma aresta comum pertencente ao contorno aparente são uma visível e outra não visível.

5º Duas arestas que tem um vértice comum não pertencente ao contorno aparente são ambas visíveis ou invisíveis, depende se o vértice é ou não visível.

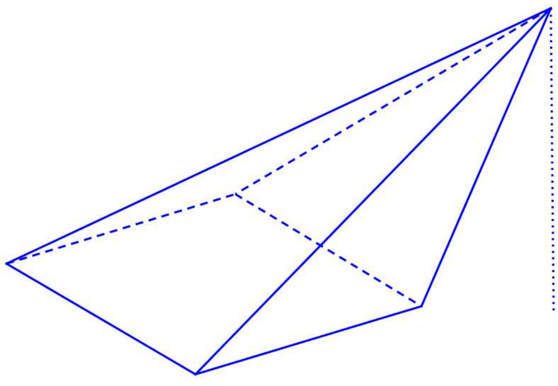
6º Dois pontos que têm a mesma projeção são um visível e outro invisível.



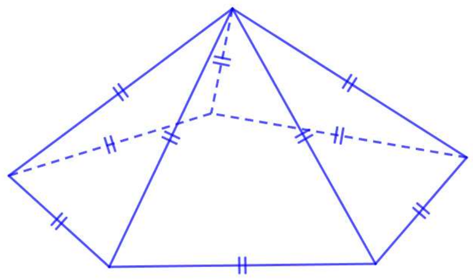
Pirâmides:



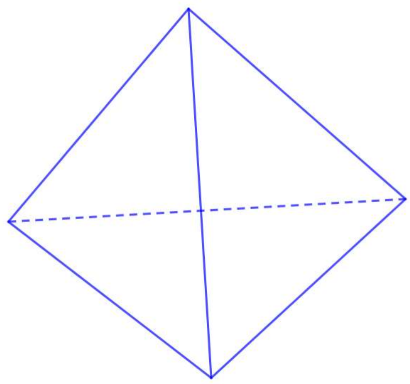
Reta



Oblíqua



Arquimediana



Tetraedro

Exercícios:

1. Representar uma pirâmide reta de base hexagonal ABCDEF, contida em um plano horizontal α, com altura h = 50, dados A(10,10,00) e B(-30,00,00).

Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

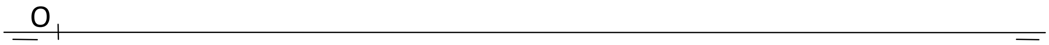
2. Representar uma pirâmide reta de base quadrada ABCD contida em um plano α horizontal, de altura h=50, dados A(10,20,00) e B(40,10,?).

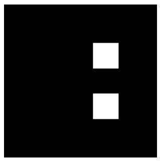
O

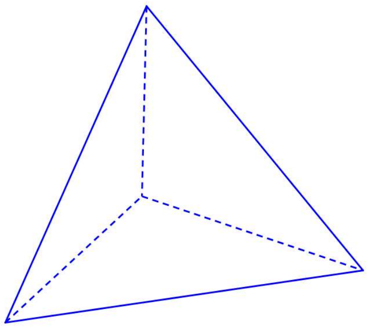
3. Representar uma pirâmide V-ABCD com base quadrangular contida em um plano horizontal α, dados V(60,10,60), A(20,00,10) e B(40,20,?)

O

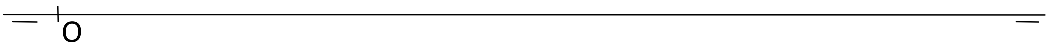
4. Representar um tetraedro regular ABCD, com a face ABC contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,20,00) e B(50,60,?).

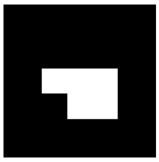


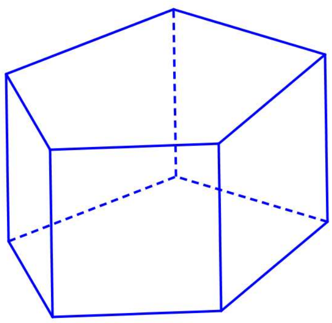




5. Representar um prisma reto de base triangular ABC contida num plano horizontal α, de altura h=40, sendo dados o centro da base O(30,30,10) e o vértice A(10,10,10).





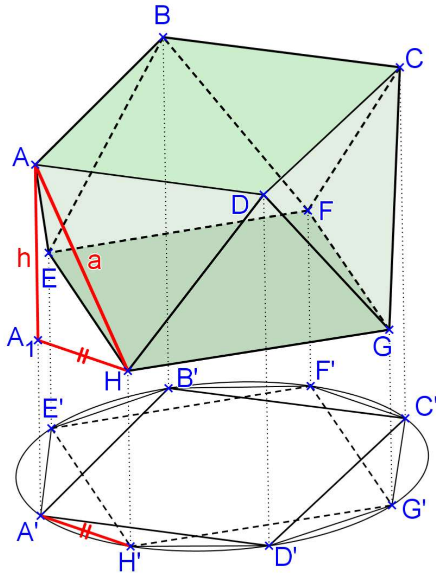


6. Representar um prisma quadrangular ABCD-EFGH, com uma base contida em um plano horizontal α, dados os vértices A(10,30,00), B(40,10,?) e E(70,20,30).

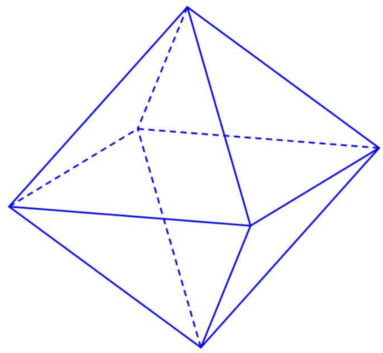
O

7. Representar um anti-prisma arquimediano com a base ABCDEF hexagonal e contida em um plano horizontal, dados os vértices A(20,50,40) e B(50,60,40).

O



8. Representar um octaedro regular ABCDEF, com seção equatorial ABCD contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,10,30) e B(50,00,30).



O

9. Representar um octaedro regular ABCDEF, com a face ABC contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,40,10) e B(60,50,10).

O

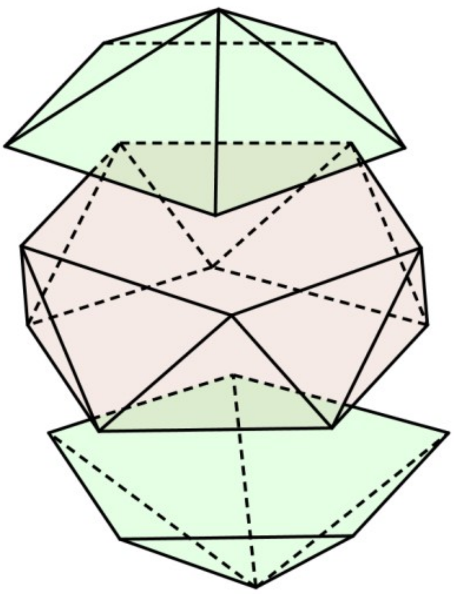
Exercícios propostos:

1. Representar as projeções de um pentágono regular contido em um plano horizontal, dado o lado AB: A(10,10,10), B(40,30,?)

2. Representar as projeções do prisma oblíquo de base hexagonal regular, dados em posição a aresta de uma das bases (AB) e a aresta lateral (AG): A(30,30,10), B(20,60,10), G(70,10,60). Encontre a verdadeira grandeza de uma das arestas laterais.

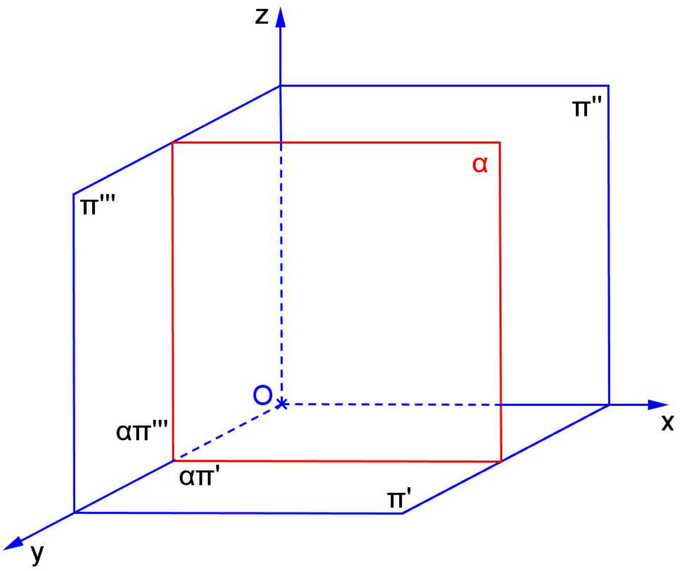
3. Representar as projeções do anti-prisma arquimediano pentagonal com a face ABCDE sobre um plano horizontal: A(50,20,10), B(20,40,10).

4. Representar as projeções do icosaedro regular de aresta AB horizontal e sabendo-se que uma das diagonais principais é perpendicular a π': A(20,40,30), B(50,20,30).

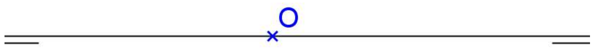


PLANO FRONTAL

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:



c) Traços: ________________
____
____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________________

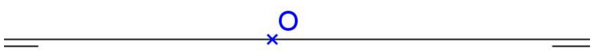
h) Ângulos:

com π' __________________

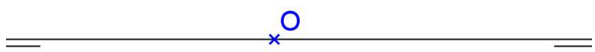
com π'' __________________

com π''' __________________

i) Traço de reta no plano:



j) Reta perpendicular ao plano:



Exercícios:

1. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano frontal α sendo dados o centro O(40,10,45) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio r = 40, sabendo que um de seus lados forma ângulo de 30° com π'.

O

2. Representar uma pirâmide dupla, de altura h=20, com seção equatorial hexagonal em um plano frontal, dados os vértices do hexágono A(10,30,20), B(-10,30,00).

O

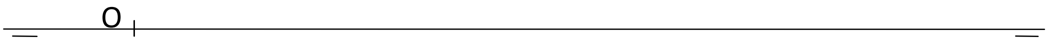
3. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF, com base sobre um plano frontal, e altura h=50, dados A(10,00,30), B(30,?,10).

O

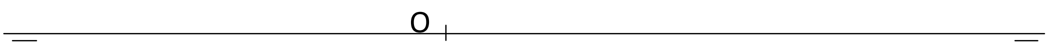
4. Representar um prisma arquimediano de base pentagonal ABCDE contida em um plano frontal, dados 2 vértices consecutivos A(20,10,00) e B(50,?,20).

O

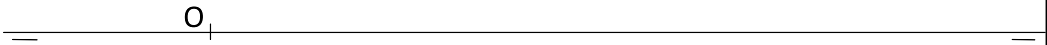
5. Representar um tetraedro regular ABCD com uma face contida em um plano frontal, dados A(10,10,20) e B(50,?,60).



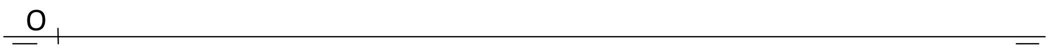
6. Representar um cilindro circular reto com a base de centro O apoiada num plano frontal, dados: O(-10,10,30), r=30, h=40.



7. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases apoiadas em planos frontais, dados os centros das bases O(-20,10,20) e P(50,40,40), e r=20.

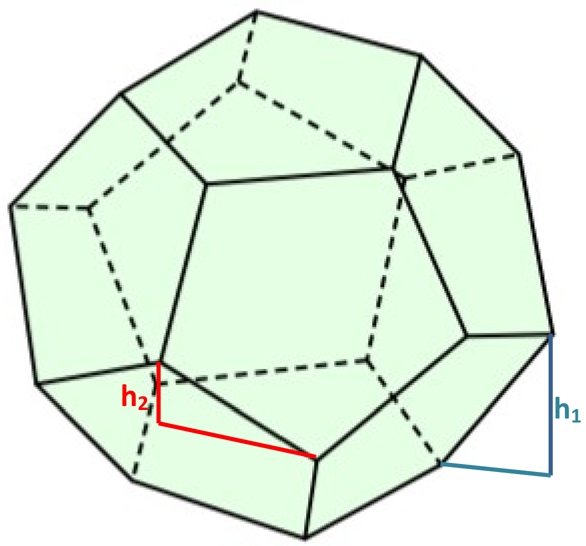


8. Representar um cone circular oblíquo com a base apoiada em um plano frontal, dados o centro da base O(20,00,30) o vértice V(70,60,60), e r=20.

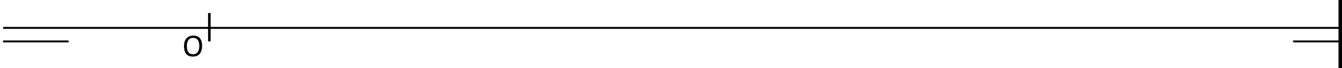


9. Representa as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no **plano frontal** α. Dados A(60,10,75) B(75,10,48).

O

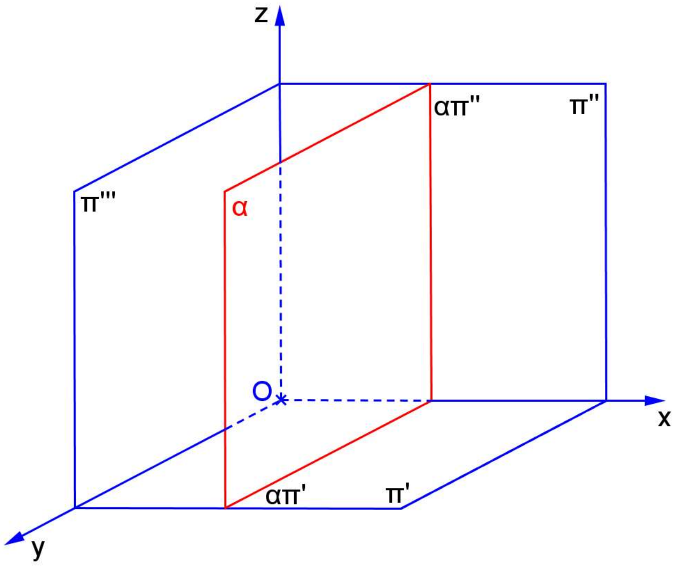


10. Represente as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no **plano horizontal** α. Dados A(60,25,25) B(75,57,25).



PLANO DE PERFIL

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:

c) Traços: ________________
____
____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

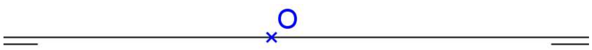
f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________________

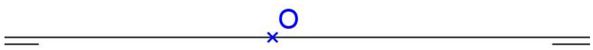
h) Ângulos:

com π' __________________
com π'' __________________
com π''' __________________

i) Traço de reta no plano:



j) Reta perpendicular ao plano:



Exercícios:

1. Representar um triângulo equilátero ABC contido em um plano α de perfil, dados A(30,20,10) e B(?,35,50).

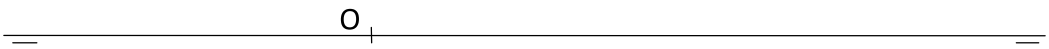
O

2. Representar uma pirâmide dupla, com altura h=40, com base quadrada, dados os vértices da seção equatorial contida em um plano de perfil: A(30,10,20) e B(30,20,40).

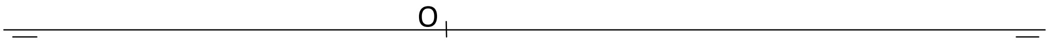
O

Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra1.html

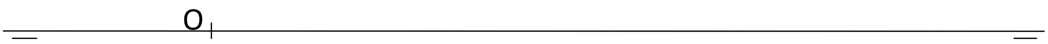
3. Representar um prisma quadrangular regular ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de perfil, dados A(50,20,40) e B(?,10,20), e h=40.



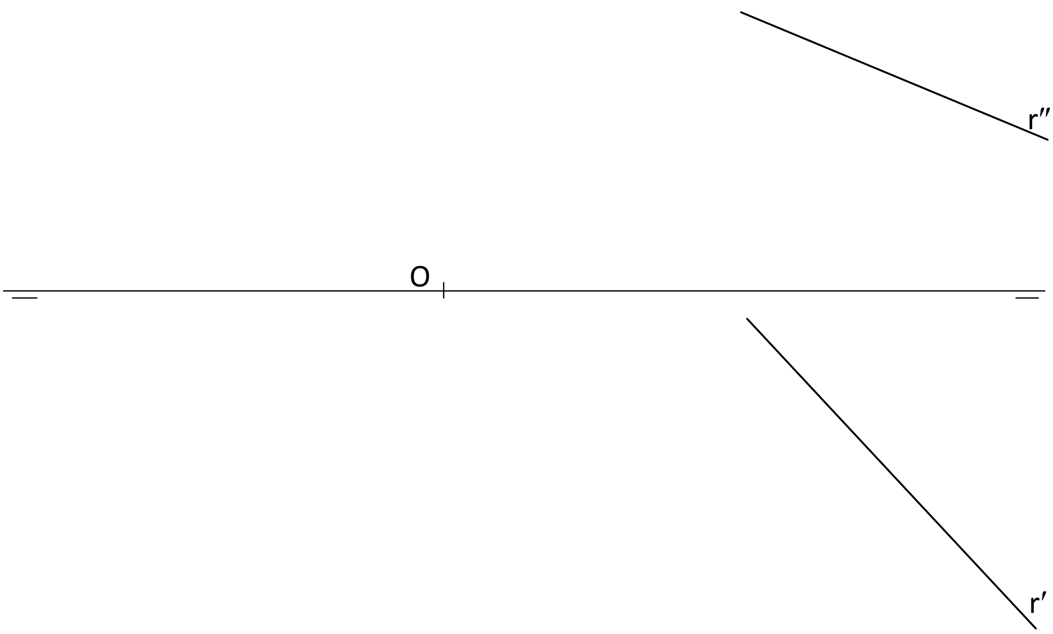
4. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF com a base em um plano de perfil, dados A(10,00,30), B(?,20,10) e altura h=50.



5. Representar as projeções da pirâmide oblíqua de base hexagonal contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e o vértice principal V: A(70,30,20), B(70,10,25), V(-10,45,05). Representar a seção plana nesta pirâmide por um plano horizontal de cota 15.



6. Representar as projeções do prisma oblíquo de base quadrada contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e a reta r paralela às arestas laterais do prisma: A(10,15,20), B(10,30,40) e h=40. Representar a seção plana no prisma por um plano frontal de afastamento 25.



7. Representar as projeções do cilindro circular oblíquo com as bases contidas em planos de perfil, dados os centros das bases P e Q e o raio 11. Representar as projeções da seção plana neste cilindro feita pelo plano horizontal de cota 20: P(25,25,45), Q(70,35,00)

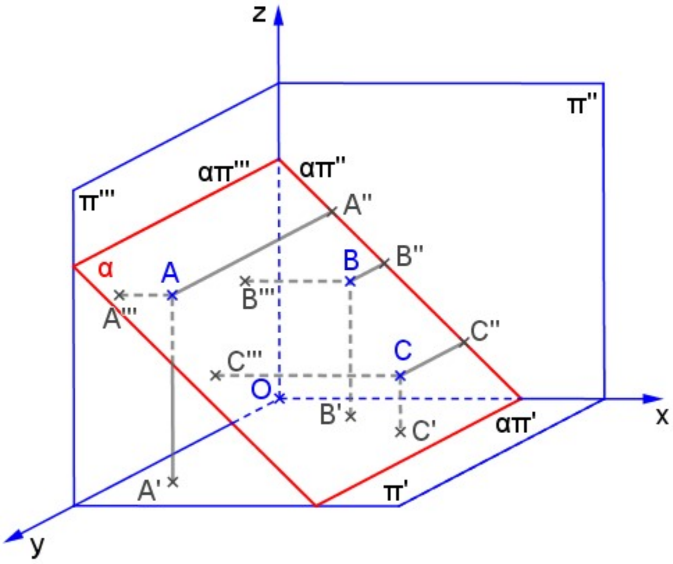
O

8. Representar as projeções de uma esfera de raio 20, sabendo-se que os segmentos AB e CD representam as projeções da seção plana da esfera por um plano de perfil: A(50,20,40), B(50,20,20), C(50,10,30), D(50,30,30). Representar as projeções da seção plana nesta esfera com um plano horizontal de cota 45.

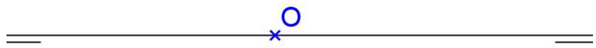
O

PLANO DE TOPO

a) Característica espacial: ___________________



b) Épura:



c) Traços: _______________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: ________________________________

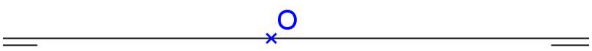
h) Ângulos:

com π' _________________

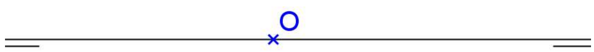
com π'' _________________

com π''' _________________

i) Traço de reta no plano:

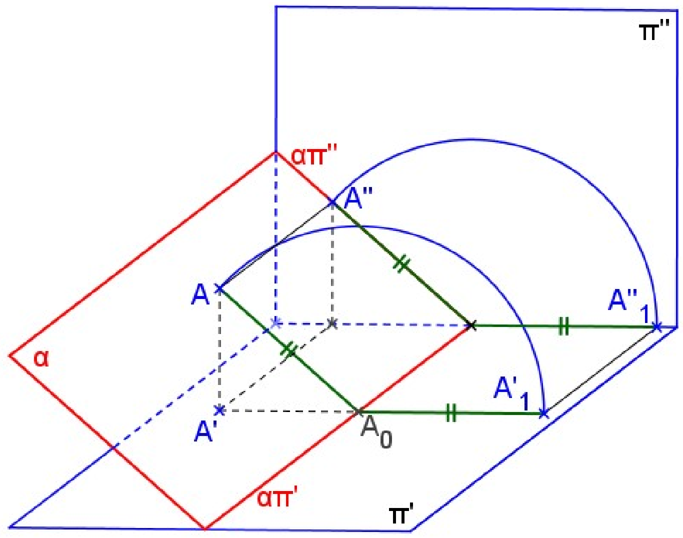


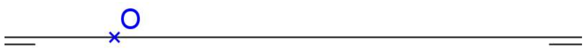
j) Reta perpendicular ao plano:



PROCESSO DO REBATIMENTO

Rebatimento sobre π'



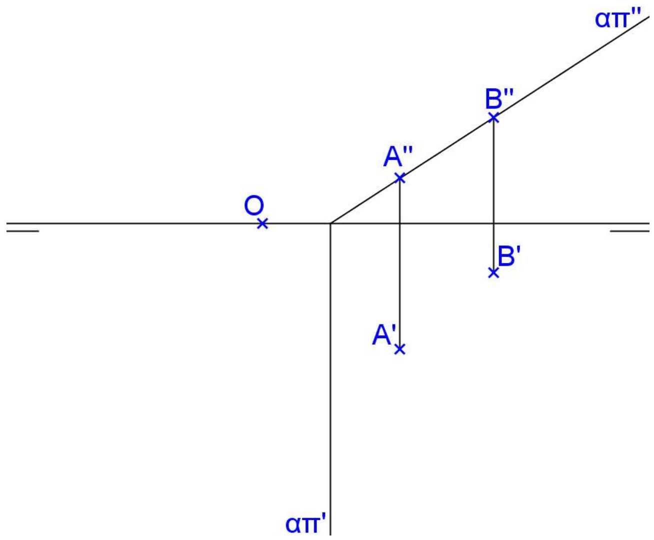


Rebatimento sobre um plano horizontal: basta considerar um plano β horizontal e usar $(\alpha\beta)$ como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar $(\alpha\beta)'$ como se fosse $\alpha\pi'$.

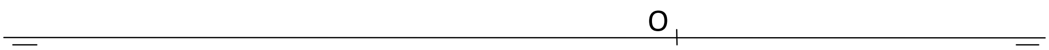
Exercícios:

1. Representar um quadrado ABCD contido num plano α de topo, sendo dados A(40,40,10) e B(20,20,30).

2. Representar um hexágono regular ABCDEF contido no plano de topo dado por seus traços, conhecendo-se as projeções dos vértices A e B.



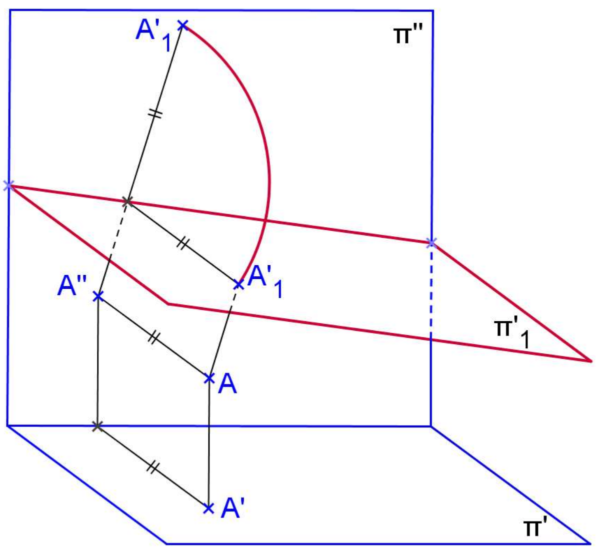
3. Representar uma pirâmide regular quadrangular V-ABCD com a base apoiada em um plano α de topo que passa pela origem e forma 45^{o} com π', dados A(10,20,?) e B(30,00,?), h=50.

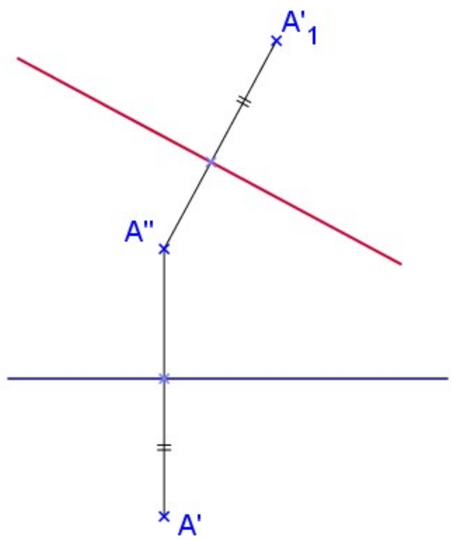


4. Representar um prisma quadrangular oblíquo ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de topo, dados A(30,20,10), B(50,00,20) e G(25,35,45). As arestas laterais são AE, BF, CG e DH. Representar a seção feita neste sólido por um plano de topo que passa pela origem e forma 45^o com π'.

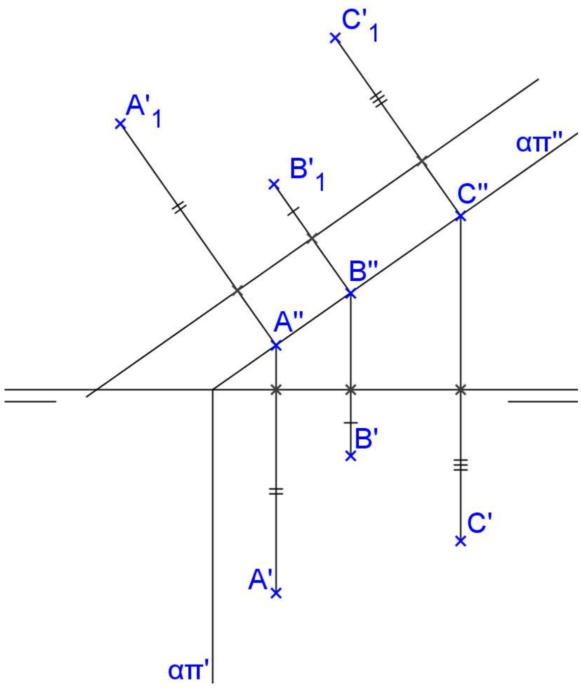
O

MUDANÇA DE PLANO HORIZONTAL





Propriedades da MPH:
- A″ é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- $A''A'_1$ é perpendicular à nova linha de terra.



SEÇÕES PLANAS

Nos problemas 5 até 8 considere o mesmo plano de topo γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π':

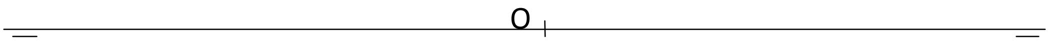
5. Representar a seção plana feita com o plano γ na pirâmide do exercício 2 da página 54. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

6. Representar a seção plana feita com o plano γ na pirâmide do exercício 3 da página 54. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

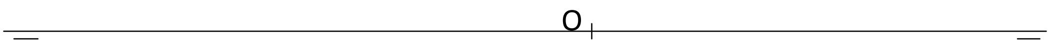
7. Representar a seção plana feita com o plano γ no tetraedro do exercício 4 da página 55. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

8. Representar a seção plana feita com o plano γ no octaedro do exercício 8 da página 57.

9. Representar um hexaedro regular de aresta AB com uma face sobre o plano de topo α que contém P(10,00,00) e forma 45° com π'. Dados A(-30,40,?), B(-10,20,?). Representar a seção plana feita neste sólido por um plano de topo que passa por R(60,00,00) e forma 30° com π'.



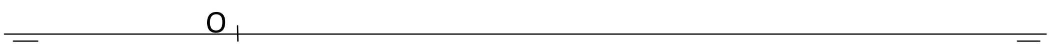
10. Representar um prisma arquimediano hexagonal de aresta AB, apoiado pela base num plano α de topo, sendo dados os vértices A(10,00,10) e B(40,10,25).



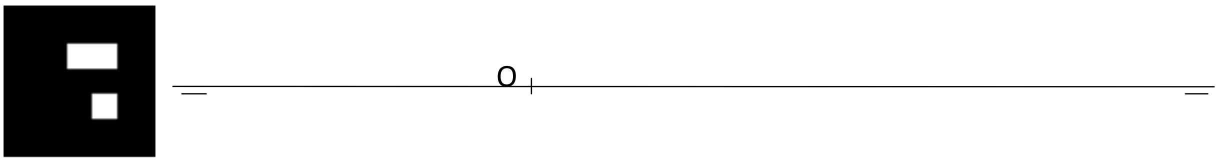
11. Representar a seção plana feita com o plano γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π'na pirâmide do exercício 3 da página 61.

12. Representar a seção plana feita com o plano γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π' no prisma do exercício 6 da página 56.

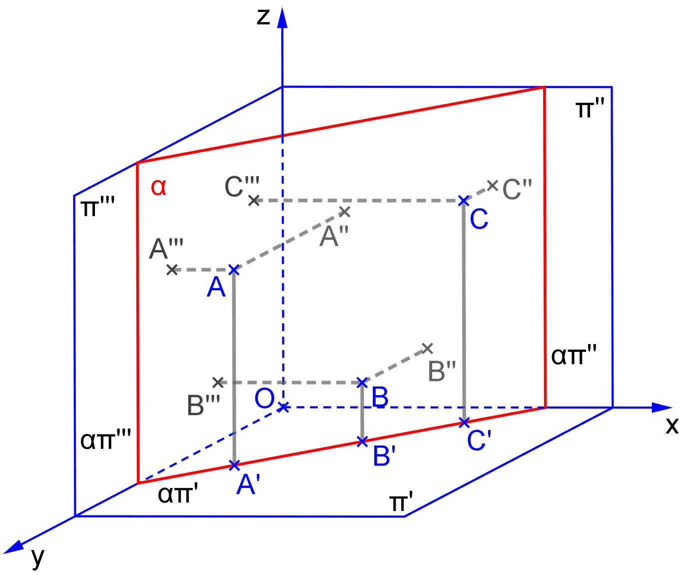
13. Representar um anti-prisma arquimediano de aresta AB e bases quadradas sobre planos de topo, dada a aresta de uma base: A(0,10,40) e B(30,00,20).



14. Representar um cilindro circular reto com uma base sobre um plano α de topo que contém R(15,00,00) e forma 45^{o} com π', sendo dados os centro das bases O(30,30,?) e P(?,?,45) e r=20. Representar geratrizes com afastamentos iguais a 40, 20 e 45.

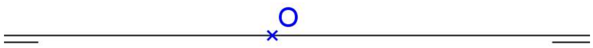


PLANO VERTICAL



a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:



c) Traços: _______________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________________

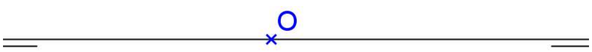
h) Ângulos:

com π' _________________

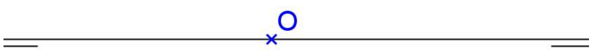
com π'' _________________

com π''' _________________

i) Traço de reta no plano:

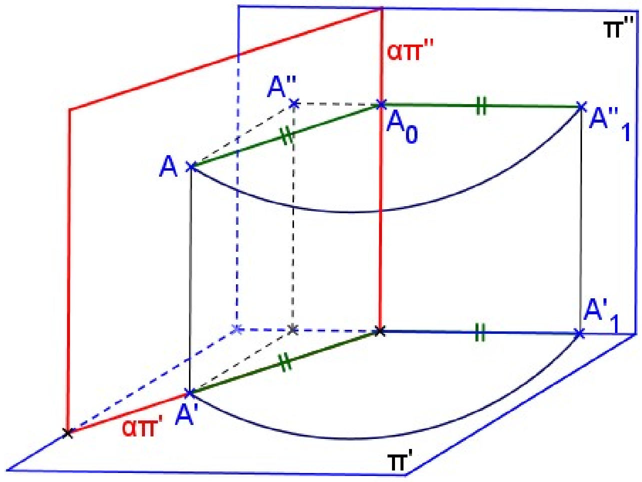


j) Reta perpendicular ao plano:



PROCESSO DO REBATIMENTO

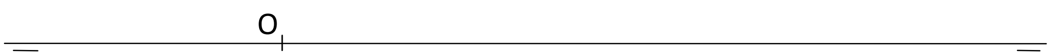
Rebatimento sobre π''



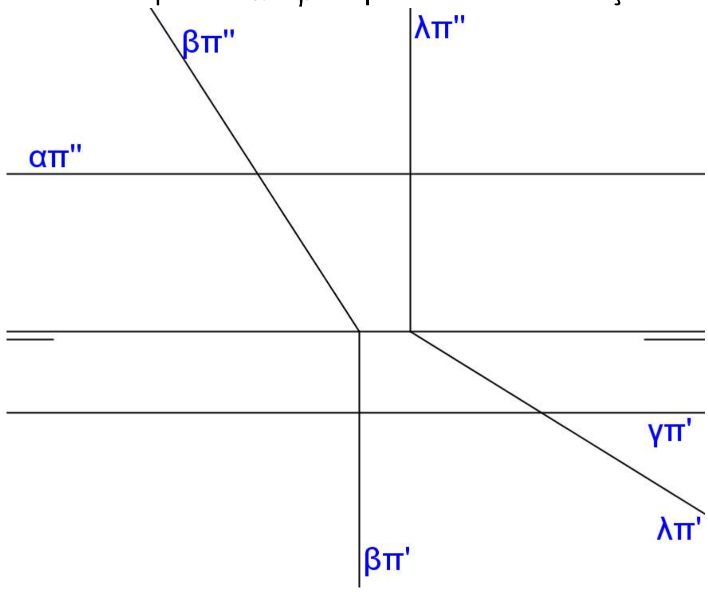
Rebatimento sobre um plano frontal: basta considerar um plano β frontal e usar $(\alpha\beta)$ como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar $(\alpha\beta)''$ como se fosse $\alpha\pi''$.

Exercícios:

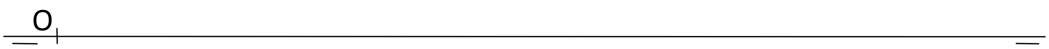
1. Representar um octógono regular ABCDEFGH contido num plano α vertical, dados o centro da circunferência circunscrita e um vértice: O(30,10,45) e A(10,30,25).



2. Representar a interseção entre os planos α e β. Representar a interseção entre os planos λ e γ.



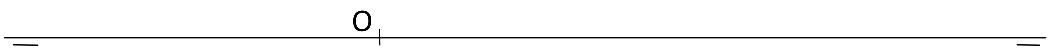
3. Representar um prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos verticais, dada uma aresta de base AB: A(00,25,30) e B(25,15,60).



4. Representar a seção plana feita com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π'' no cilindro do exercício 7 da página 63.

5. Representar a seção plana feita no cone do exercício 8 da página 63 com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π''.

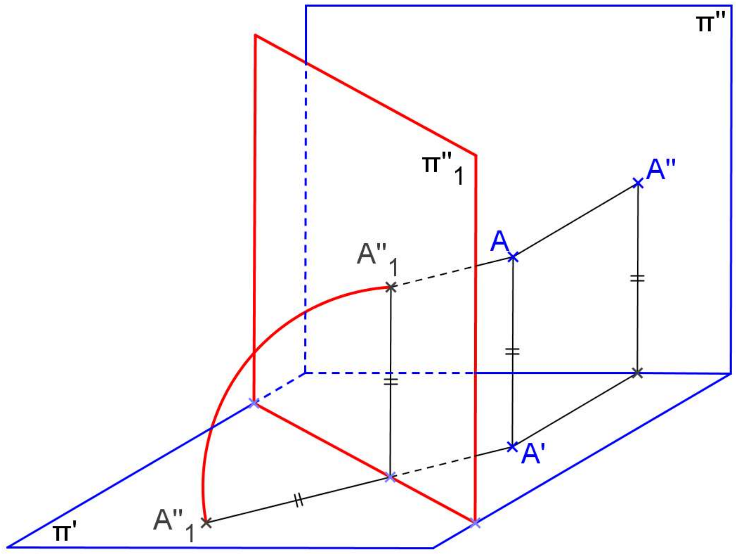
6. Representar um prisma oblíquo de bases quadradas ABCD-EFGH contidas em planos verticais, dadas a aresta AB da base e o vértice G da outra base: A(-30,15,0), B(-10,05,20), G(40,40,60). Neste caso, temos as arestas laterais AE, BF, CG e DH.



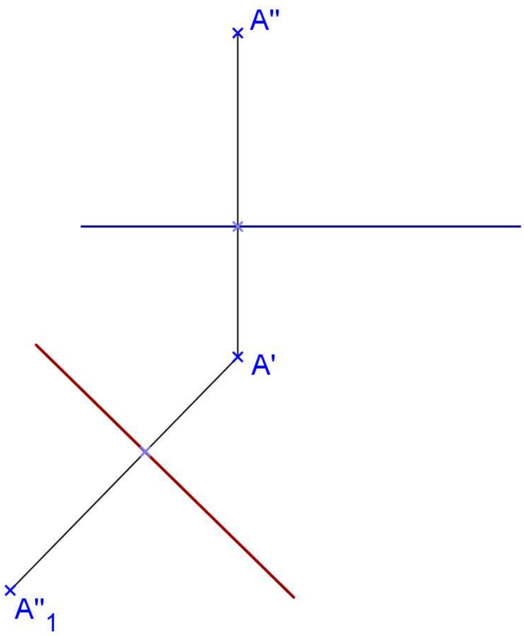
7. Representar a seção plana feita com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o no prisma do exercício 5 da página 55. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

8. Representar a seção plana feita no tetraedro do exercício 5 da página 62 com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

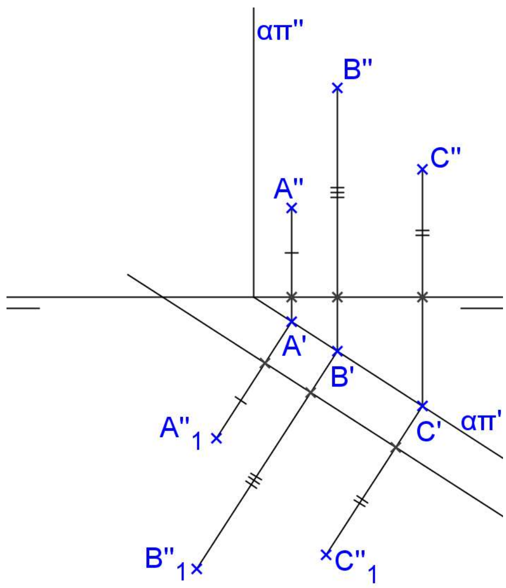
MUDANÇA DE PLANO VERTICAL



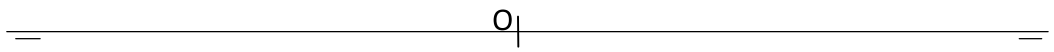
Épura:



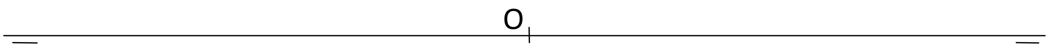
Propriedades da MPV:
- A′ é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- $A'A''_1$ é perpendicular à NLT.



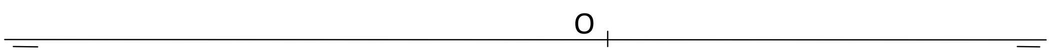
9. Representar um hexaedro regular de aresta AB, com a face ABCD contida em um plano vertical: A(10,10,10), B(30,30,30).



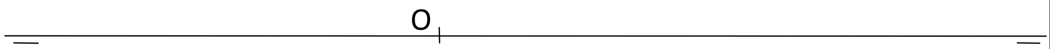
10. Representar um octaedro regular de aresta AB, sabendo-se que a face ABC está contida em um plano α vertical, sendo dados os vértices A(10,10,10) e B(40,30,0).



11. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases em planos verticais que formam 30^{o} com π'', com centros O(10, 20, 10) e P(-40, 40, 30) e raios das bases r=20. Representar a seção plana neste cilindro por um plano vertical que passa por R(-30, 0, 0) e forma 45^{o} com π''.

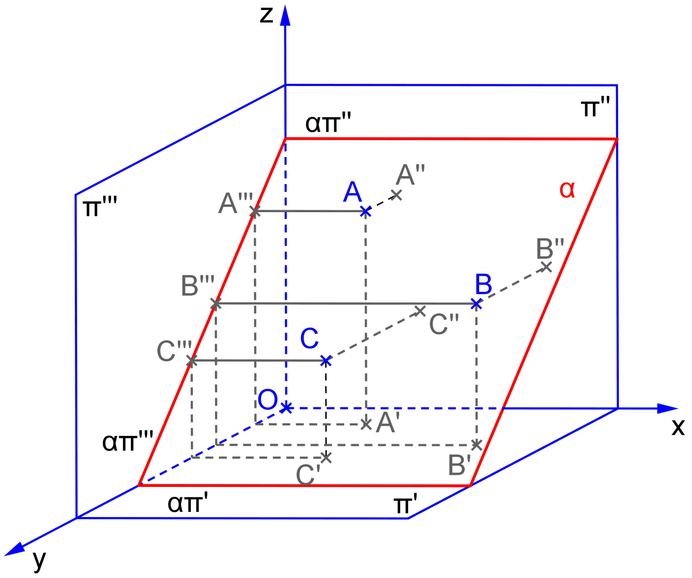


12. Construa as projeções de um cone circular reto com base em um plano frontal, dado o centro da base O(10,10,30), altura h = 50 e o raio da base r=25. Representar a seção plana neste cone por um plano vertical que passa pelos pontos A(-55,0,0) e B(40,30,0).

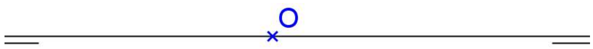


PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

a) Característica espacial: ___________________



b) Épura:



c) Traços: _______________
____
____

d) Ângulos: com π' _________________
com π'' _________________
com π''' _________________

e) É plano projetante? ____

f) Tem alguma projeção em VG? ____

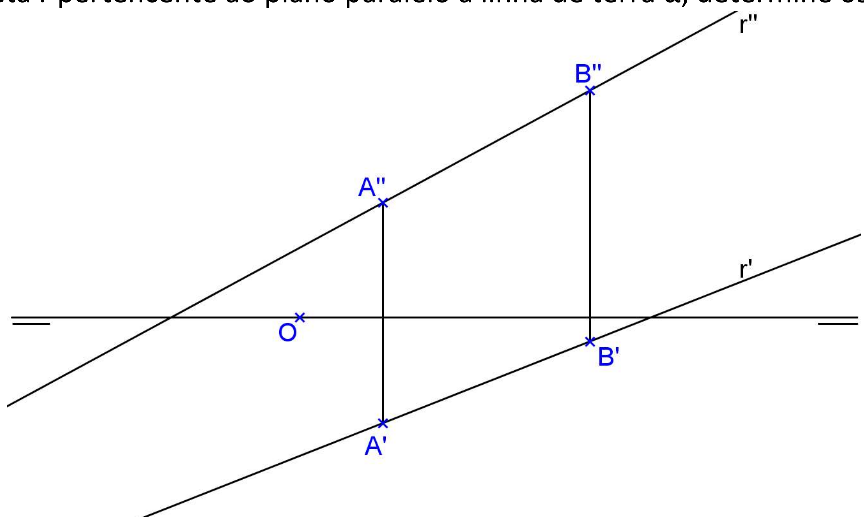
g) Retas contidas no plano: ____

h) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: ________________________________

TRAÇOS DO PLANO

Para encontrar o traço $\alpha\pi'$, basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula. O traço $\alpha\pi''$ é a reta frontal do plano que tem afastamento nulo.

Exemplo: Dada a reta r pertencente ao plano paralelo à linha de terra α, determine os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$.



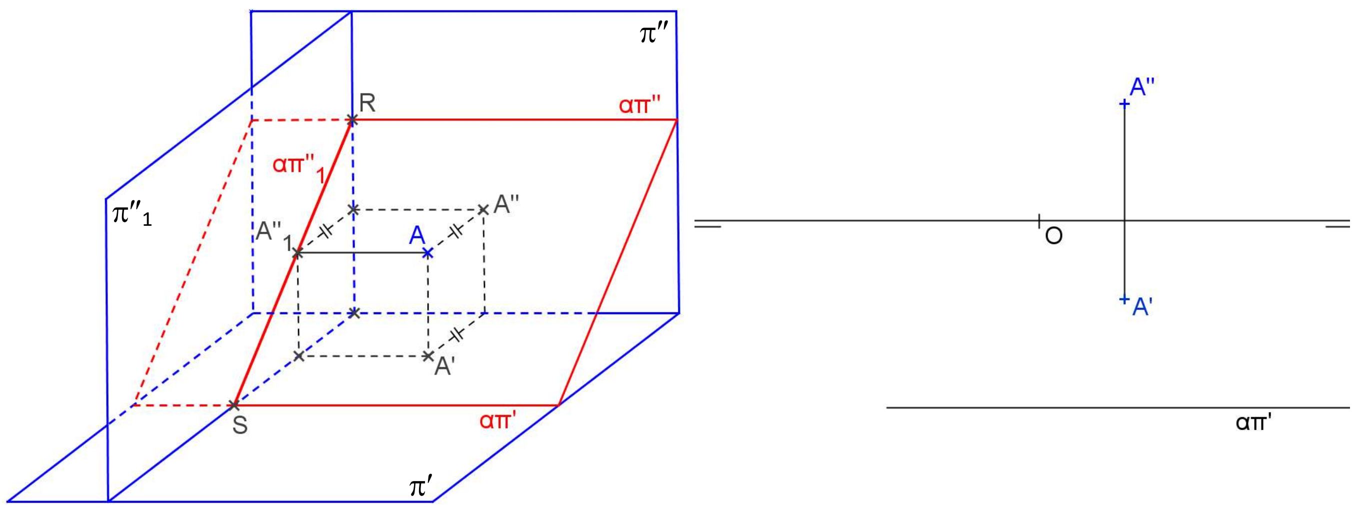
Exercício proposto:

Represente o 1º, 2º e 3º traços do plano α paralelo à linha de terra, definido pelos pontos A(40,10,30) e B(80,40,10).

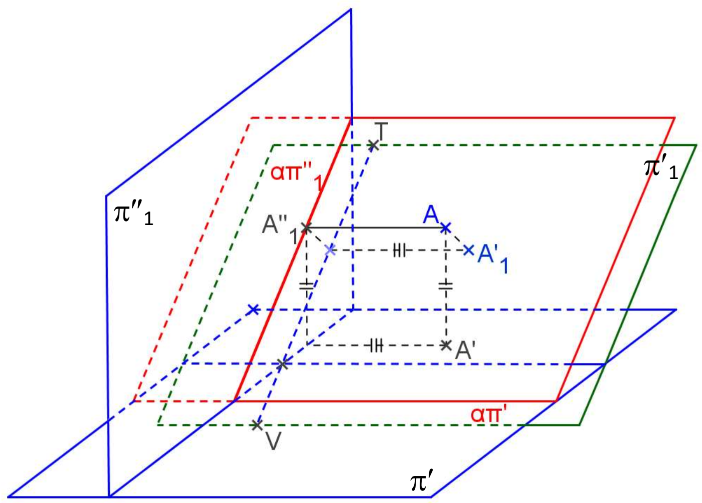
MUDANÇA DE PLANOS DE PROJEÇÃO

Para encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

1. Mudança de π'' para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano de topo: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi'$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:

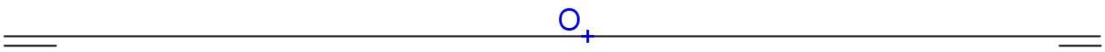


2. Mudança de π' para transformar o plano de topo em plano horizontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi''_1$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

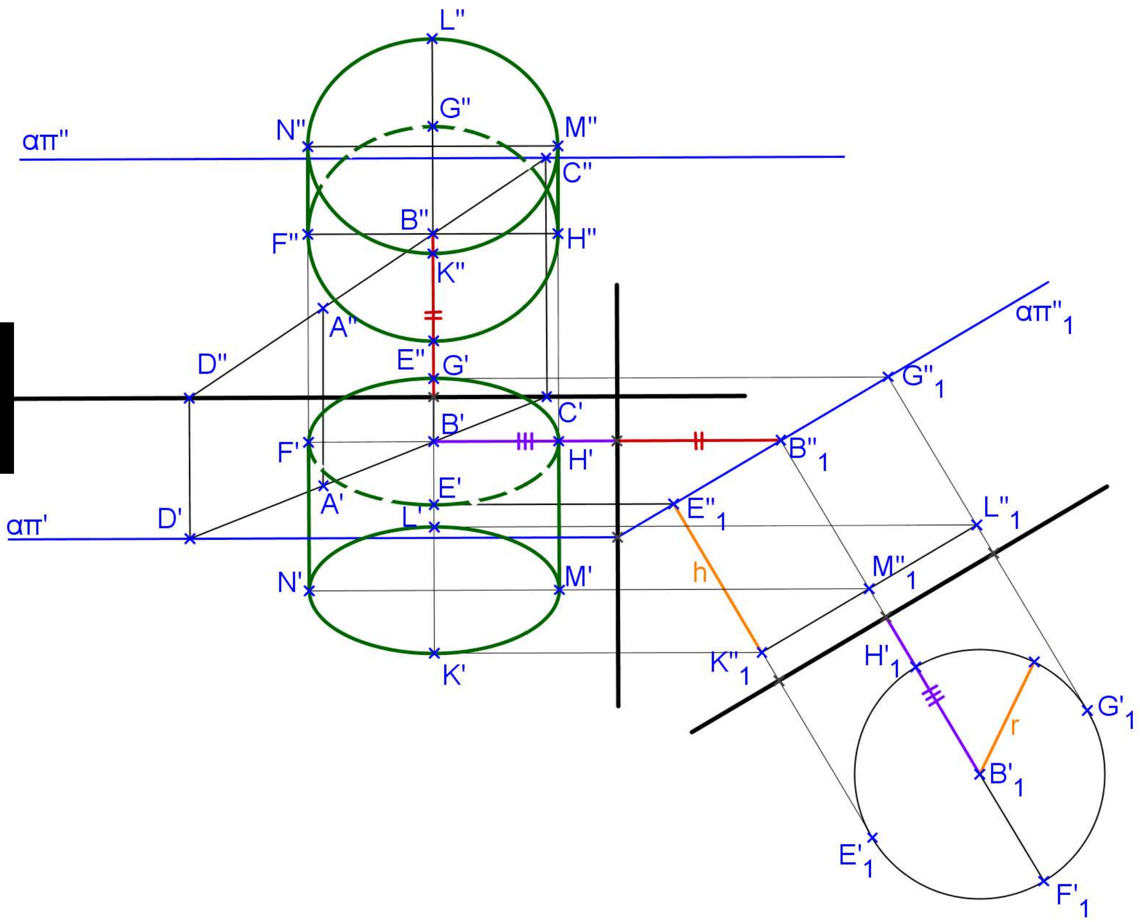


Exercícios:

1. Represente as projeções de um quadrado ABCD contido num plano α paralelo à linha de terra, dados A(-30,30,20) e B(0,20,40).



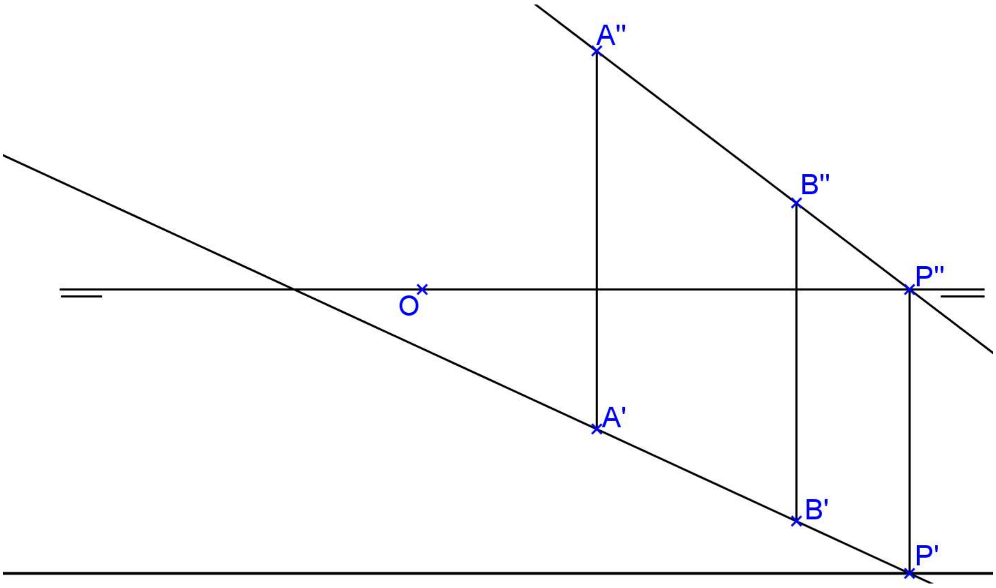
2. Represente as projeções do cilindro circular reto com as bases apoiadas em planos paralelos à linha de terra. São dados a altura **h**, o raio das bases **r**, os pontos **A** e **B** do plano de uma das bases e o centro de uma base é o ponto **B**.



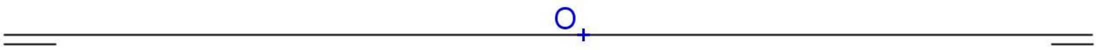
Faça a descrição passo a passo da construção para entendermos os próximos exercícios:

Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra1.html

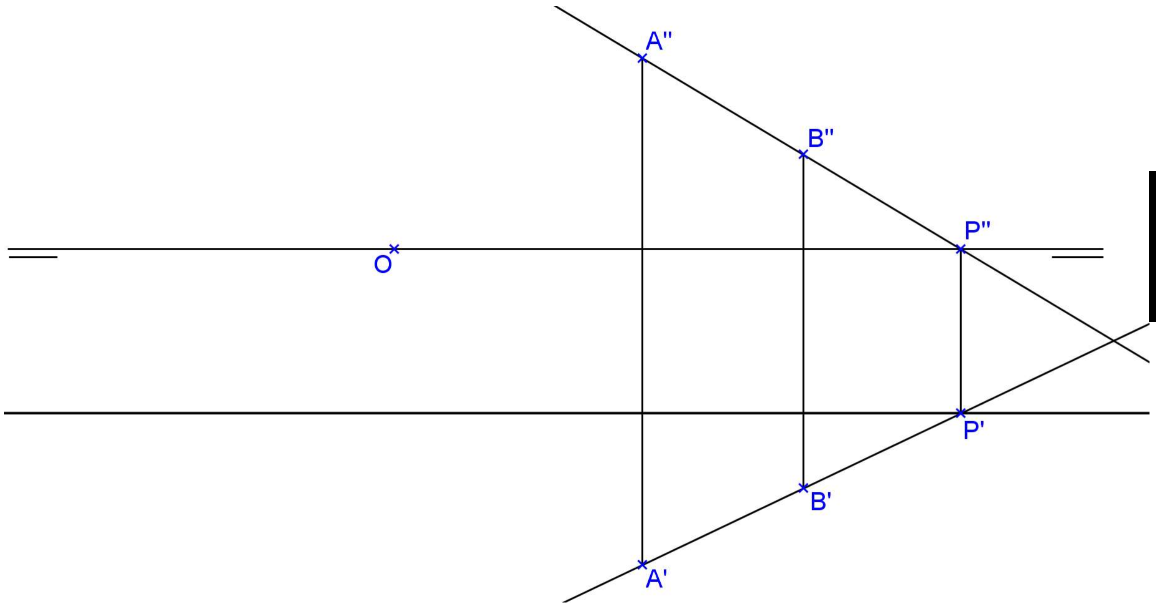
3. Construa as projeções de um hexaedro regular com uma face contida no plano paralelo à linha de terra que contém os vértices A e B. Encontre as projeções da seção plana neste hexaedro por um plano de topo que passa pela origem e forma 45^o com π'.



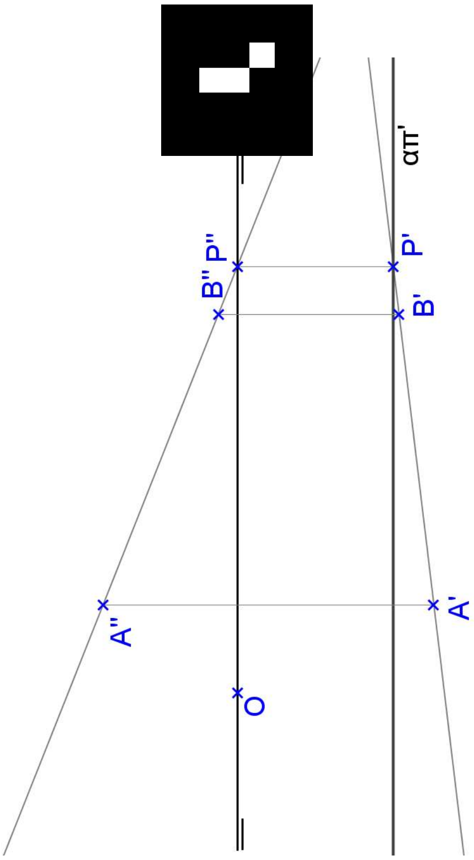
4. Represente as projeções de um prisma reto de base hexagonal ABCDEF contida num plano α paralelo à linha de terra e altura h=30. Dados A(10,40,40) e B(20,50,20).



5. Construa as projeções de uma pirâmide hexagonal regular de altura h=50, com a base contida em um plano paralelo à linha de terra, dados os vértices da base A e B. Encontrar as projeções da seção plana nesta pirâmide feita por um plano vertical que passa pela origem e forma 45º com π''.

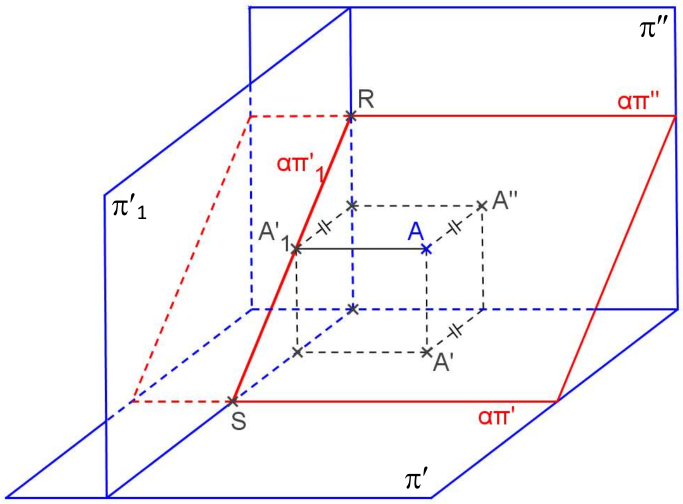


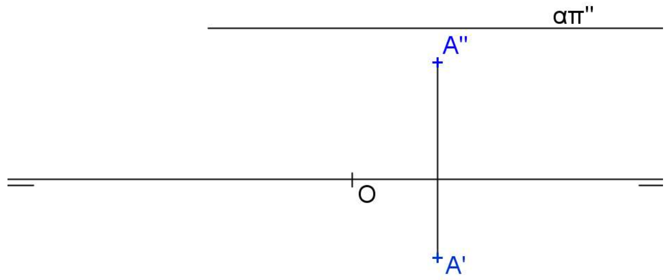
6. Construa as projeções de um octaedro regular de aresta AB com a seção equatorial ABCD contida no plano paralelo à linha de terra definido por A e B.



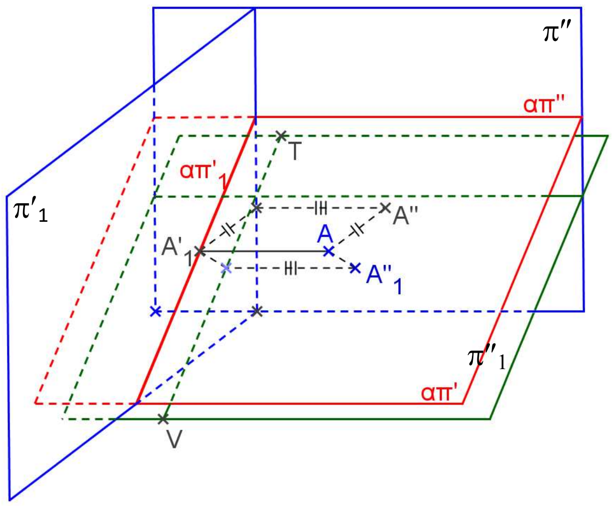
Outra maneira de encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra é o inverso da anterior:

1. Mudança de π' para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano vertical: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi''$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:



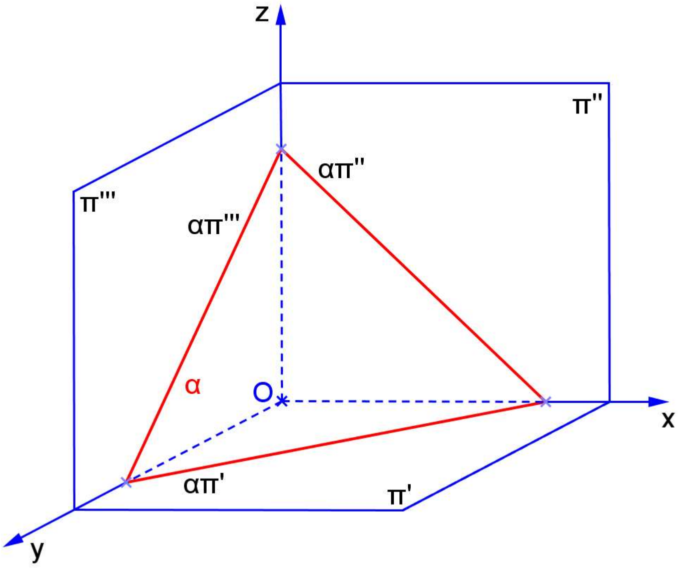


2. Mudança de π'' para transformar o plano vertical em plano frontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi'_1$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:

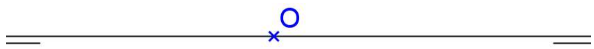


PLANO QUALQUER

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:



c) Traços: ________________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: __________________________________

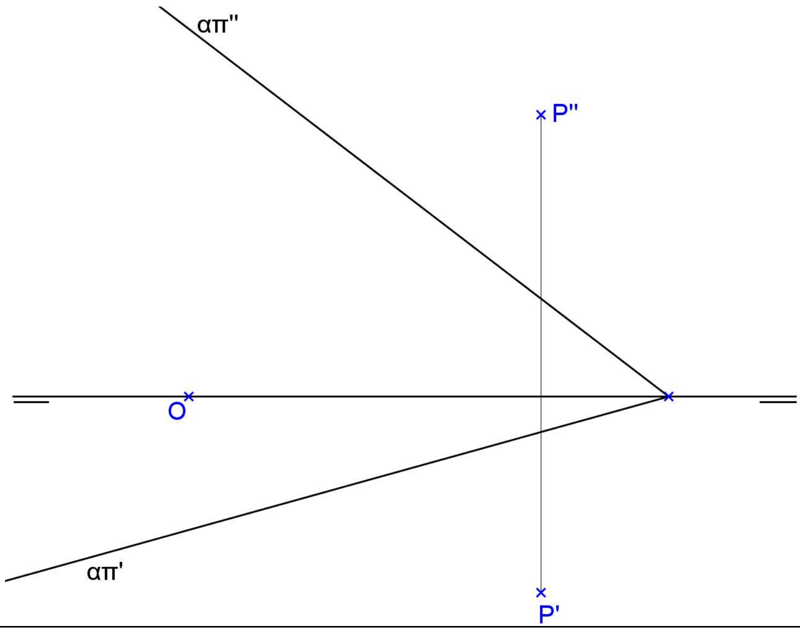
h) Ângulos:

com π' __________________

com π'' __________________

com π''' __________________

i) Reta perpendicular ao plano que passa por um ponto P.

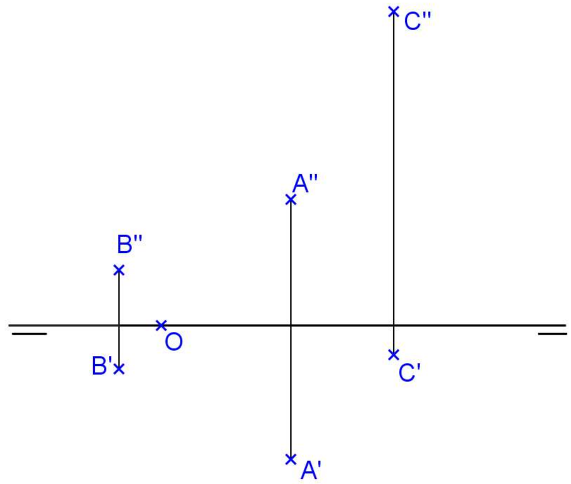


TRAÇOS DO PLANO

Para encontrar o traço $\alpha\pi'$, basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula. O traço $\alpha\pi''$ é a reta frontal do plano que tem afastamento nulo.

Exercício proposto:

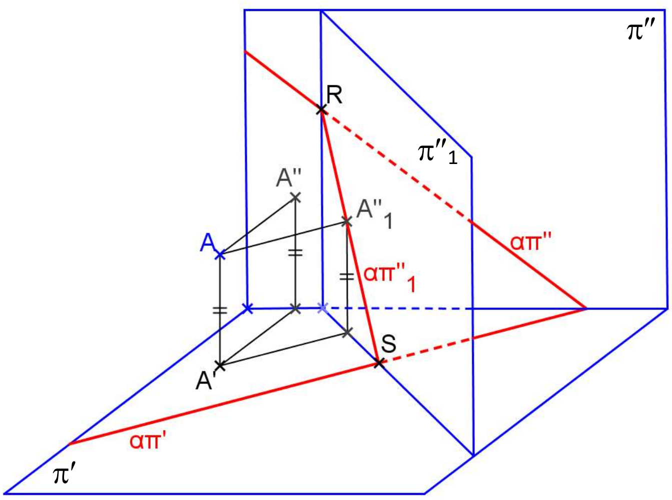
Determine os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$ do plano α definido pelos pontos A, B e C.

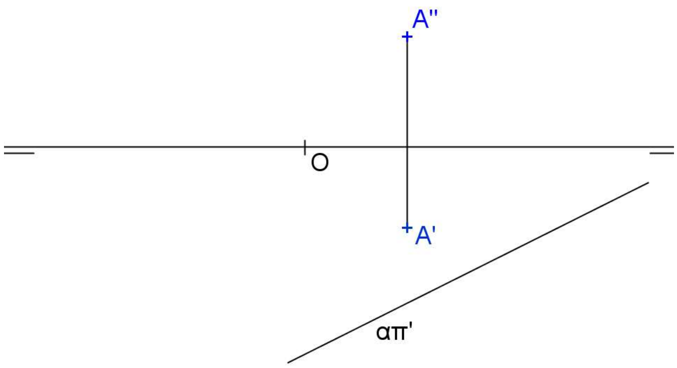


MUDANÇA DE PLANOS DE PROJEÇÃO

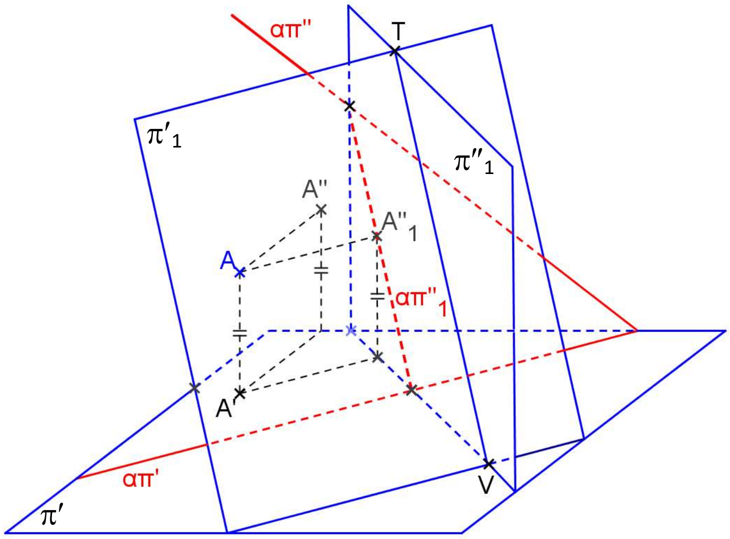
Para encontrar VG de uma figura contida em um plano qualquer precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

1. **Mudança de π''** para transformar o plano qualquer em plano de topo: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi'$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



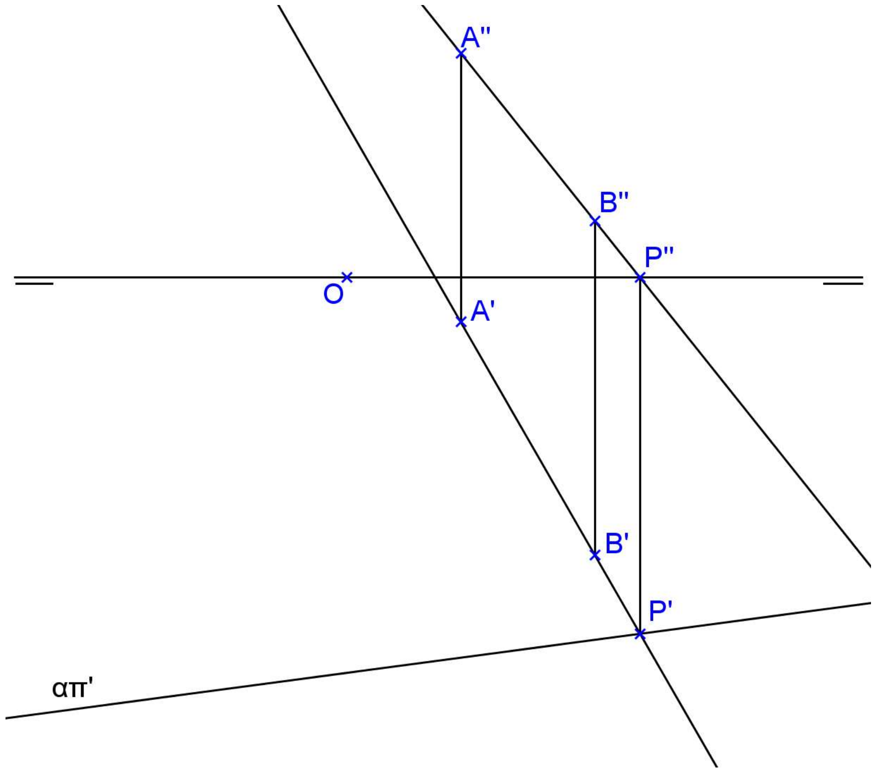


2. Mudança de π' para transformar o plano de topo em plano horizontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi''_1$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

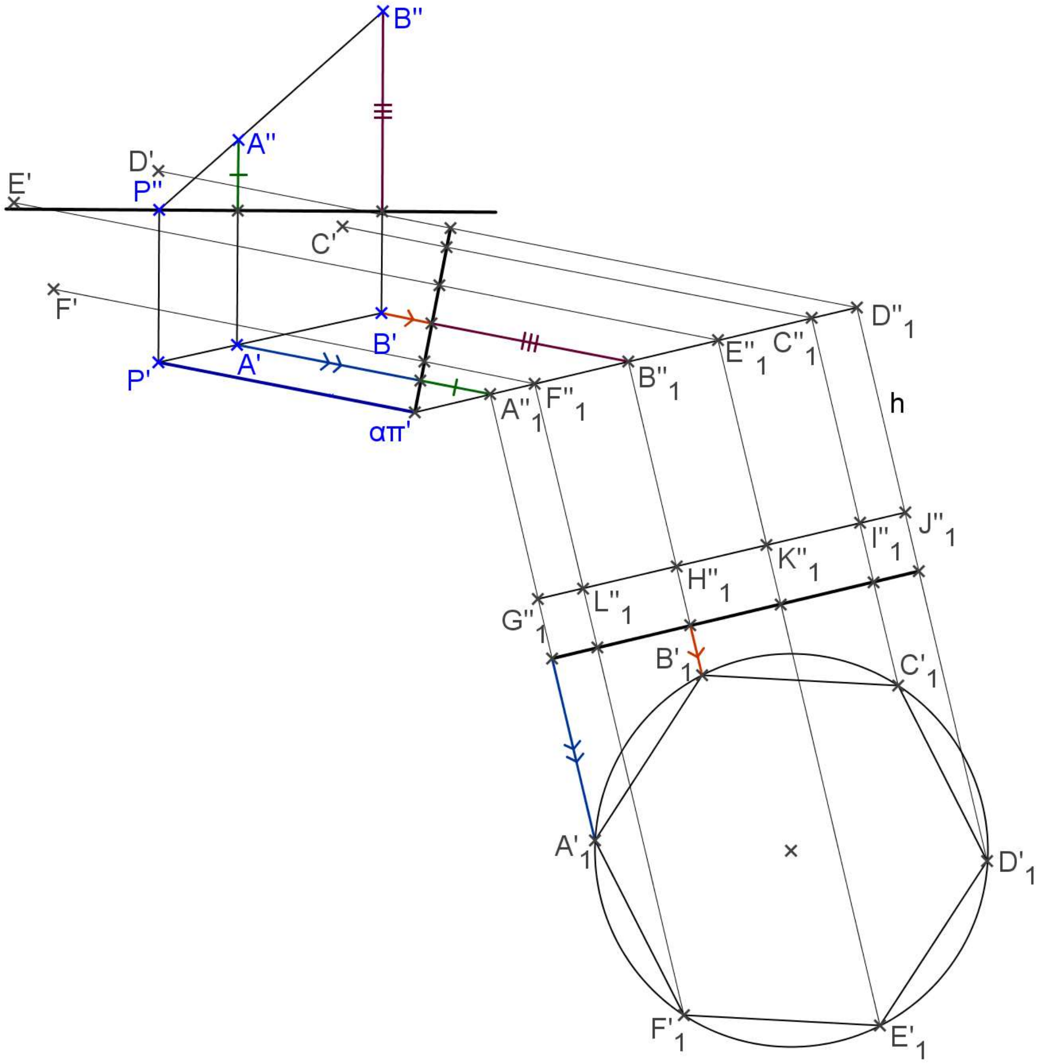


Exercícios:

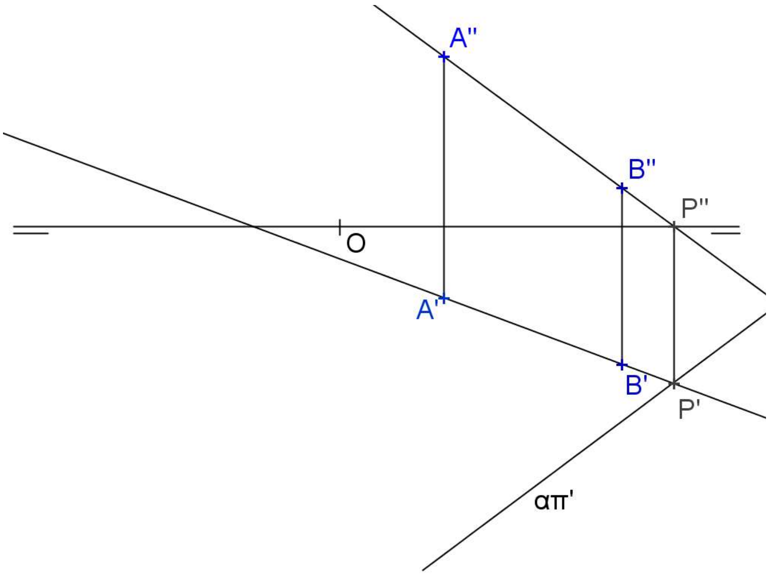
1. Construa as projeções do triângulo equilátero ABC contido no plano qualquer dado pelos pontos A e B e o traço $\alpha\pi'$.



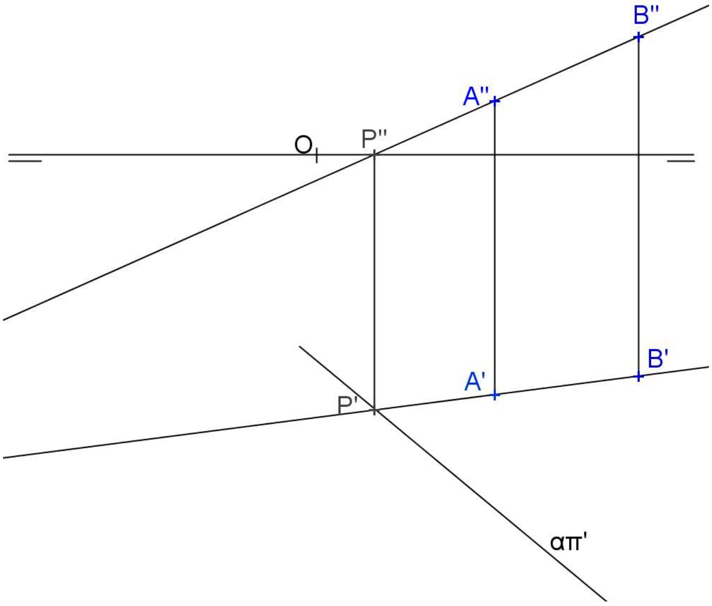
2. Represente as projeções do prisma regular hexagonal, dado o plano da base definido pela aresta AB e o traço $\alpha\pi'$.



3. Representе as projeções do prisma quadrangular regular de base ABCD contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço $\alpha\pi'$, sabendo-se que a altura mede h=45. Representar a seção plana neste prisma feita por um plano de topo que passa pela origem e forma 45° com π'.



4. Representar as projeções da pirâmide regular hexagonal com a base ABCDEF contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço $\alpha\pi'$. A altura da pirâmide mede h = 50.



5. Represente as projeções do octaedro regular de aresta AB, com a seção equatorial ABCD contida no plano qualquer α(A,B,P). Dados: A(35,35,20), B(65,20,35) e P(30,20,65).

6. Represente as projeções do prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos quaisquer, dados o traço $\alpha\pi'$ e a aresta AB.