



departamento de
**EXPRESSÃO
GRÁFICA**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE EXPRESSÃO GRÁFICA
Professores: Deise M. B. Costa, Paulo H. Siqueira, Luzia V. Souza
Disciplina: Geometria Descritiva



Atribuição-Não Comercial-Sem Derivações: CC BY-NC-ND

PARTE I - DESENHO GEOMÉTRICO

1. CONSTRUÇÕES FUNDAMENTAIS

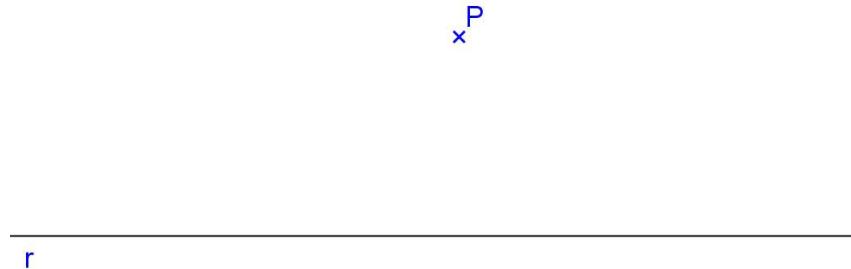
Os problemas em Desenho Geométrico resumem-se em encontrar pontos. E para determinar um ponto, basta obter o cruzamento entre duas linhas, que podem ser retas ou circunferências.

1. Construir a mediatrix do segmento dado AB. Definição da mediatrix: é uma reta perpendicular ao segmento e que passa pelo seu ponto médio. Propriedade da mediatrix: qualquer ponto dela é equidistante das extremidades do segmento AB.



Desenho Geométrico

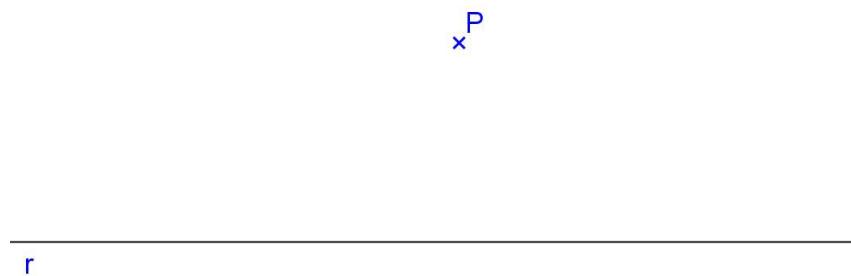
2. Traçar por um ponto dado P, uma paralela a uma reta dada r. Definição da paralela: é uma reta coplanar com a reta dada e que não possui pontos em comum. Propriedade da paralela: qualquer ponto dela é equidistante da reta dada.



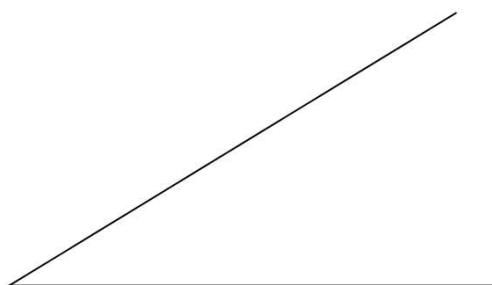
3. Traçar por um ponto dado P, uma reta perpendicular a uma reta dada r.
a) $P \in r$;



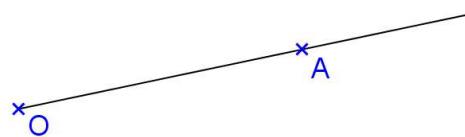
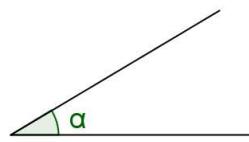
- b) $P \notin r$.



4. Construir a bissetriz do ângulo dado. Definição da bissetriz: é uma reta que divide o ângulo em duas partes congruentes. Propriedade da bissetriz: qualquer ponto dela é equidistante das laterais do ângulo



5. Transportar o ângulo dado, para a reta r, com vértice no ponto P.



6. Construir os ângulos de $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ$.

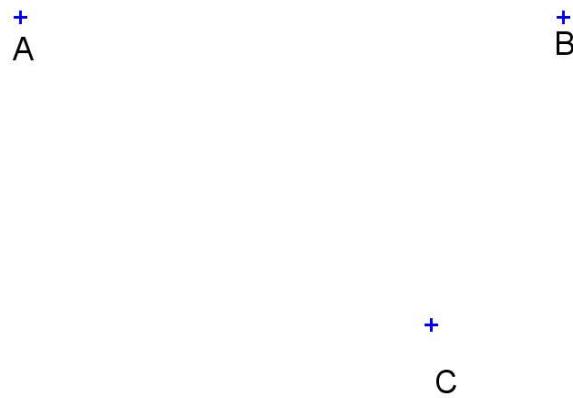
7. Dividir um segmento AB em 5 partes iguais.



8. Dividir o segmento AB em partes proporcionais a números dados: $m = 2$, $n = 4,2$ e $p = 5,3$.

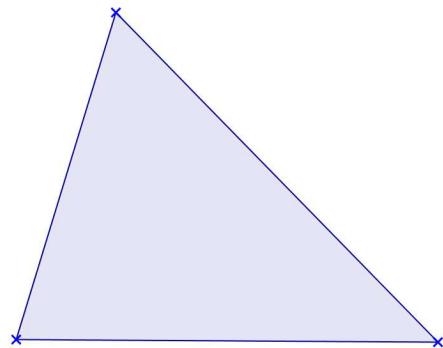


9. Construir, utilizando régua e compasso a circunferência pertencente aos pontos dados A, B e C.

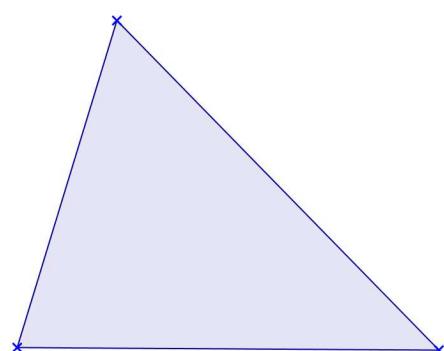


10. Construir o triângulo ABC, dados os lados: $a = 7\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$ e $c = 9\text{cm}$. Obter o circuncentro O (encontro das mediatrizes).

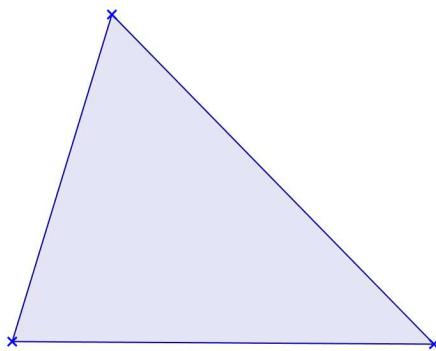
11. Obter o baricentro G (encontro das medianas) do triângulo dado.



12. Obter o incentro I (encontro das bissetrizes) do triângulo dado.

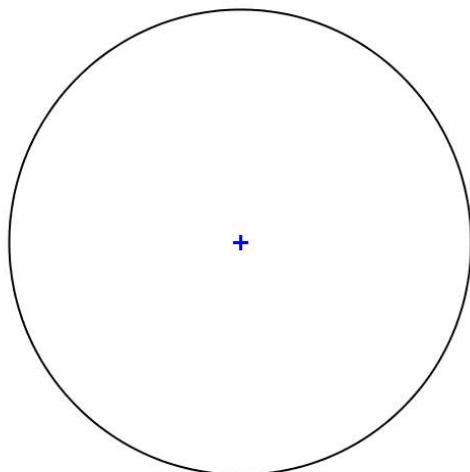


13. Obter o ortocentro H (encontro das alturas) do triângulo dado.

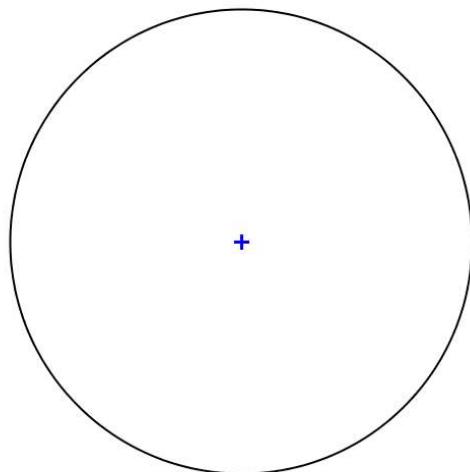


14. Dividir a circunferência dada em 3, 4, 6, 8, 10 e 5 partes iguais, utilizando métodos exatos.

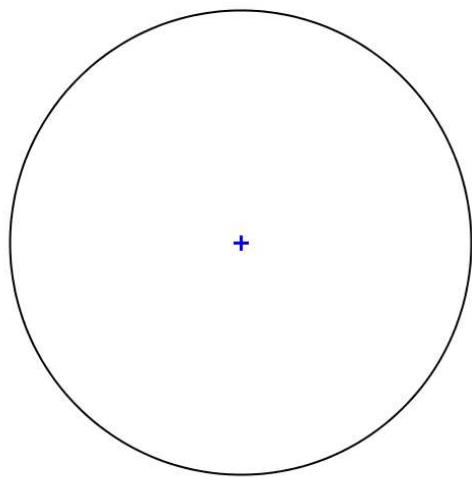
a) 3 partes - Triângulo



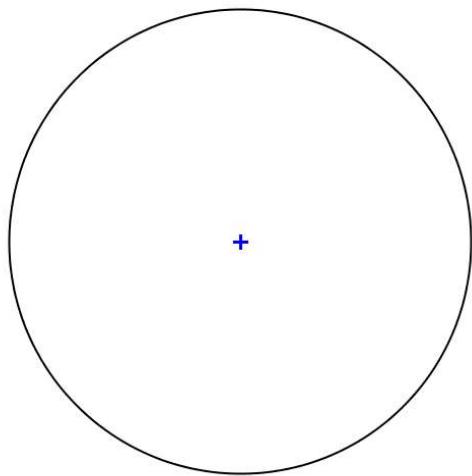
b) 4 partes - Quadrado



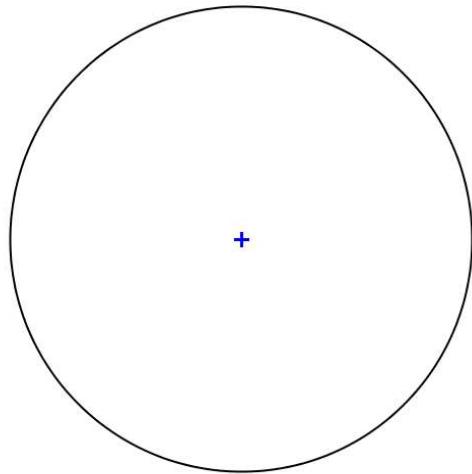
c) 6 partes - Hexágono



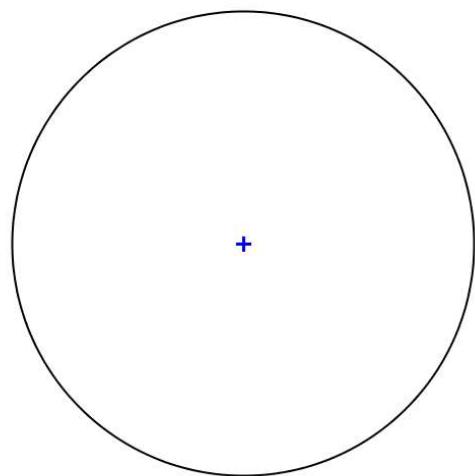
d) 8 partes – Octógono



e) 10 partes - Decágono



f) 5 partes - Pentágono



15. Construir os polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 8, 10 lados iguais, dado a medida l do lado.

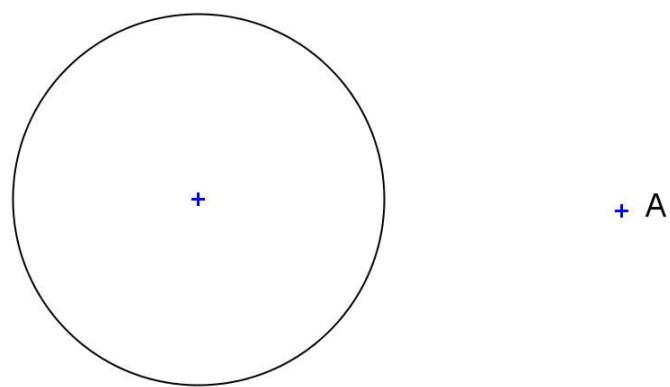
a) Triângulo equilátero, $l_3 = 4\text{cm}$

b) Quadrado, $l_4 = 4\text{cm}$

c) Pentágono Regular, $l_5 = 3\text{cm}$

d) Hexágono Regular, $l_6 = 2,5\text{cm}$

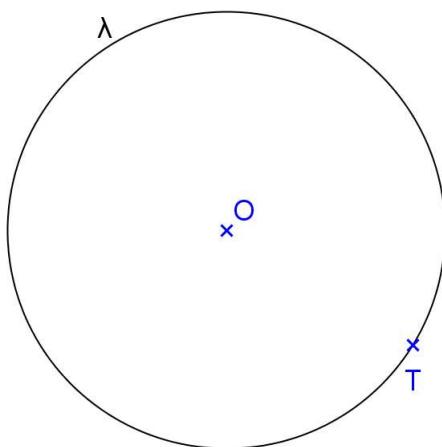
16. Traçar a reta tangente à circunferência dada que passa pelo ponto A.



17. Construir uma circunferência de raio $r = 2\text{cm}$, dado tangente à reta t no ponto T.



18. Construir uma reta tangente à circunferência dada no ponto T.



19. Construir um triângulo ABC sabendo-se que:

- a) seu perímetro (perímetro é a soma dos lados do polígono) mede 15cm
- b) seus lados são proporcionais a números dados, ou seja, AB é proporcional a 5, BC é proporcional a 3 e AC é proporcional a 4,5.

PARTE II - SISTEMAS DE PROJEÇÃO

2.1. MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO

Para se representar os objetos graficamente utilizam-se vários métodos.

Existem aqueles que utilizam apenas um Plano de Projeção, como o Método de Projeção Central (de Brook Taylor), o qual utiliza um Sistema de Projeção Cônico; o Método de Projeção Cotada (de Felipe Büache) que utiliza um Sistema de Projeção Cilíndrico Ortogonal; o Método de Projeção Axonométrica (de Polke) que utiliza um Sistema de Projeção Cilíndrico; e Métodos Especiais utilizados em Representações Cartográficas.

Existe também um Método de Representação que utiliza dois ou mais Planos de Projeção em conjunto com um Sistema de Projeção Cilíndrico Ortogonal denominado de Método de Monge ou Mongeano ou Método da Dupla Projeção Ortogonal (de Gaspard Monge).

Num Sistema de Projeção devem ser definidos os seus elementos principais que são:

- Objeto a ser projetado
- Centro de Projeção
- Plano de projeção

2.2. GEOMETRIA DESCRIPTIVA

É utilizada para representar os objetos do espaço tridimensional no espaço bidimensional, mediante a utilização de projeções e resolver os problemas relativos a esses objetos através da Geometria Plana e do Desenho Geométrico.

2.3. TIPOS DE PROJEÇÕES

um só plano	cônica cilíndrica especiais	→ perspectiva cônica → perspectiva cavaleira → perspectiva axonométrica → projeção cotada
		dois ou mais planos → Dupla Projeção Ortogonal (ou Método Mongeano ou de Monge)

Modelos 3D:

paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/



Scan me

Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

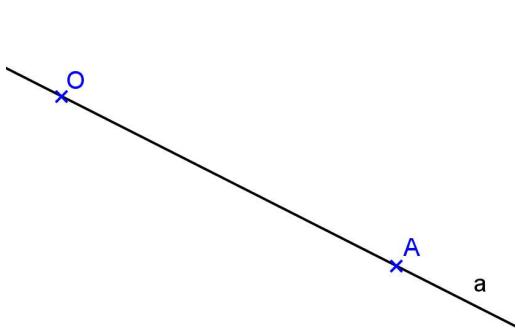
Projeto Ortogonal
Dupla Projeção
Ortogonal
Mongeano

2.4. OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS NO DESENHO PROJETIVO

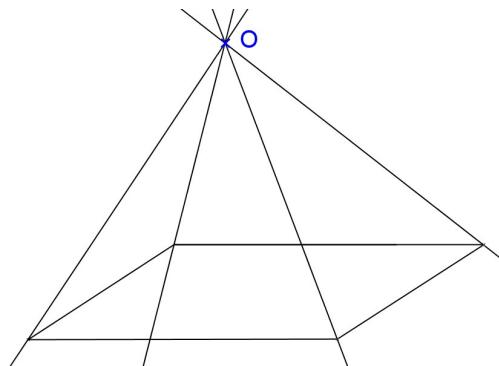
Conceito de projetar

Projetar um ponto A a partir de um outro ponto O, distinto de A, significa determinar a reta pertencente aos dois pontos. A reta OA é denominada **projetante** do ponto A, e o ponto O é denominado de **centro de projeção**.

Projetar A desde O



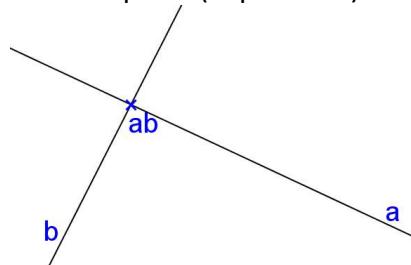
Projetar um objeto desde O



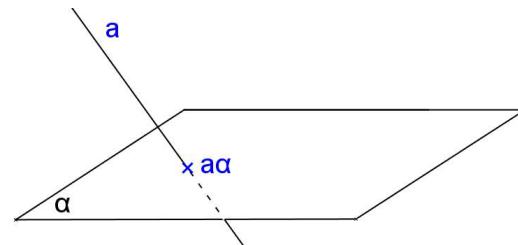
Conceito de cortar

Cortar uma reta a por outra b, significa obter o **ponto (ab)** comum às duas retas. Cortar um plano α por uma reta a, ou uma reta a por um plano α , significa obter o **ponto (aa)** comum à reta e ao plano.

Cortar a por b (coplanares)

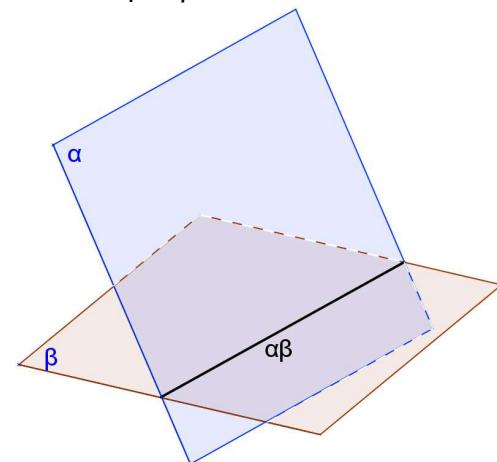


Cortar α por a

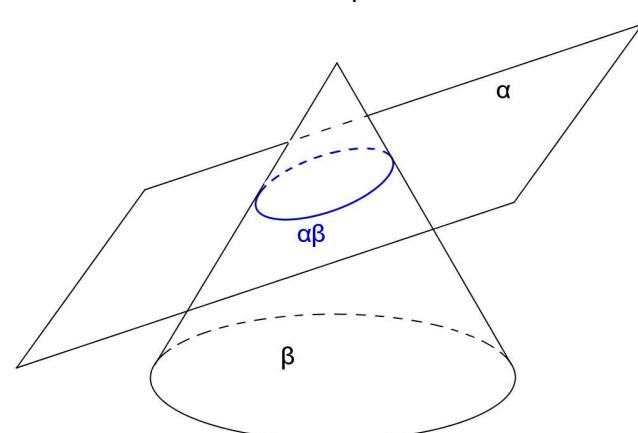


Cortar um plano α por outro β significa encontrar a **reta ($\alpha\beta$)** comum a ambos os planos. Cortar um objeto por um plano significa encontrar a **seção plana** produzida por este plano no sólido considerado.

Cortar α por β



Cortar um sólido com um plano



Observação: o ponto ou a reta ou a curva quando determinados por cortes chamam-se **tracos**.

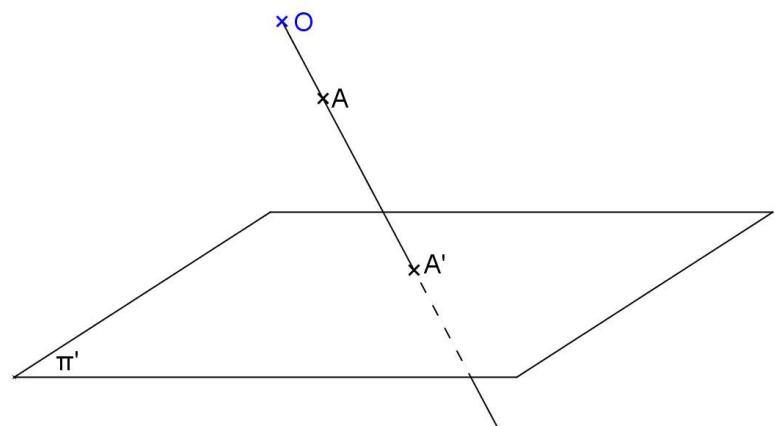
2.5. CONCEITO DE PROJEÇÃO CÔNICA (ou central)

Considere:

Sistema de projeção:
centro O próprio
plano π' ($O \notin \pi'$)

Objeto:
ponto A

Projeção:
Projetar
Cortar



A **projeção cônica** de um ponto A, no plano π' a partir de O, é o traço A' produzido sobre π' , pela reta projetante do ponto A.

Observações:

- Plano de projeção \neq plano projetante.
- É chamada de projeção cônica, pois as projetantes descrevem uma superfície cônica.

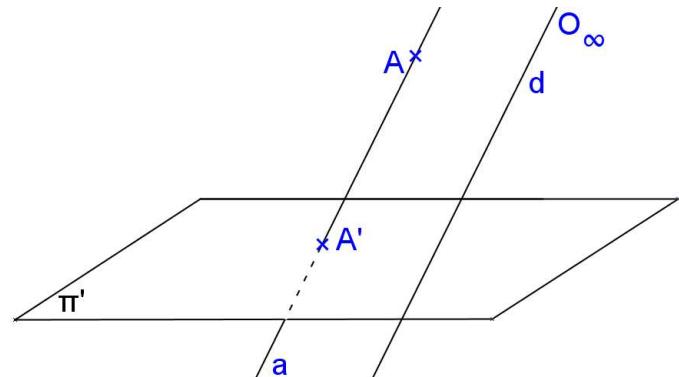
2.6. CONCEITO DE PROJEÇÃO CILÍNDRICA (oblíqua ou ortogonal)

Considere:

Sistema de projeção:
centro O impróprio (dado pela direção da reta d)
plano π'

Objeto:
ponto A

Projeção:
projetar
cortar



A **projeção cilíndrica** de um ponto A, no plano π' a partir de O_∞ , é o traço A' produzido sobre π' , pela reta projetante do ponto A.

Observações:

- Dado A tem-se que A' é único, porém dado somente A' tem-se que _____
- É chamada de projeção cilíndrica, pois as projetantes descrevem _____
- Os pontos do plano de projeção _____ com suas projeções.

Classificação:

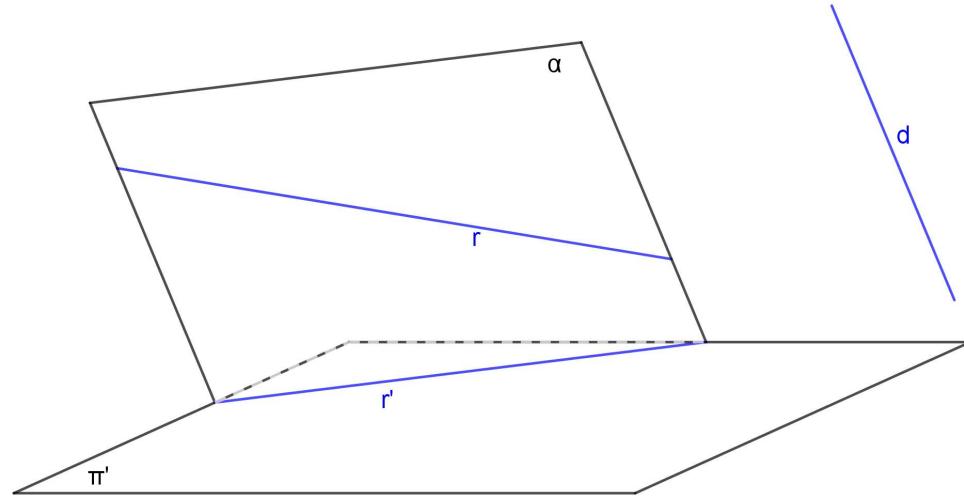
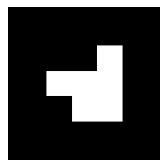
- $d \perp \pi' \Rightarrow$ Projeção cilíndrica ortogonal
- $d \not\perp \pi' \Rightarrow$ Projeção cilíndrica oblíqua

2.7. PROPRIEDADES DAS PROJEÇÕES CILÍNDRICAS (oblíquas ou ortogonais)

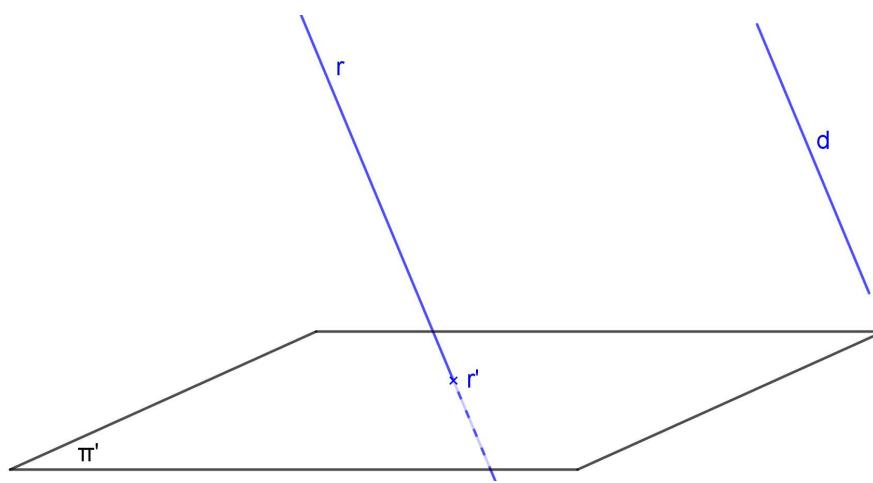
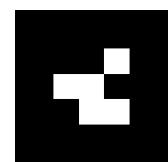
1^a propriedade

Se r é uma reta $\Rightarrow \begin{cases} r' \text{ é uma reta, quando } r \text{ não é } // d \\ r' \text{ é um ponto, quando } r \text{ é } // d \end{cases}$

a) r não é $// d$



b) $r // d$



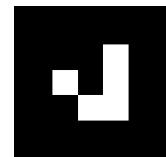
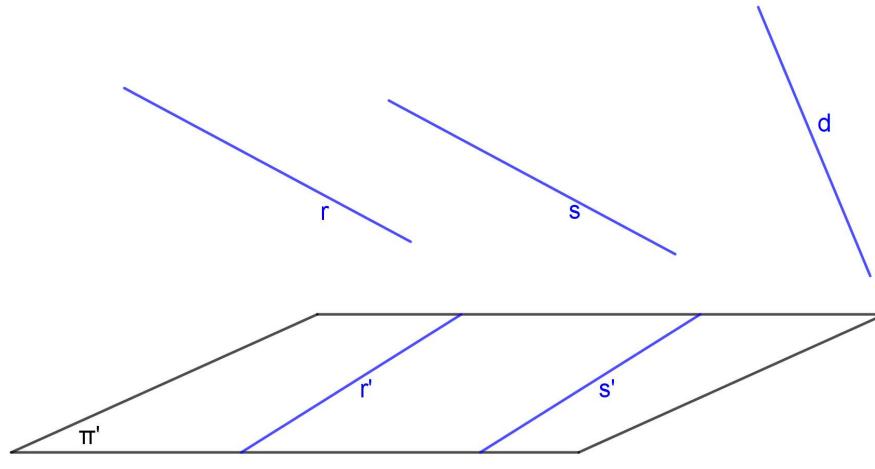
Observações:

- a) Se a projeção cilíndrica de uma reta é uma reta, então a reta objetiva não é paralela a direção das projetantes;
- b) Se a projeção cilíndrica de uma reta é um ponto, então a reta é paralela à direção das projetantes;
- c) Se uma reta é perpendicular ao plano de projeção, sua projeção cilíndrica-ortogonal sobre o mesmo será o seu traço no plano de projeção considerado. Reciprocamente, se a projeção ortogonal de uma reta sobre um plano reduzir-se a um ponto, então a reta será perpendicular ao plano de projeção, ou o que é equivalente, a reta será paralela à direção das projetantes.
- d) Uma reta r , não paralela à direção das projetantes, e sua projeção cilíndrica r' são coplanares; logo, pode ocorrer entre a reta e sua projeção uma das seguintes condições:
 - r e r' são concorrentes, neste caso a reta corta o plano de projeção;
 - São paralelas, neste caso a reta será paralela ao plano de projeção;
 - São coincidentes, neste caso a reta estará contida no plano de projeção.

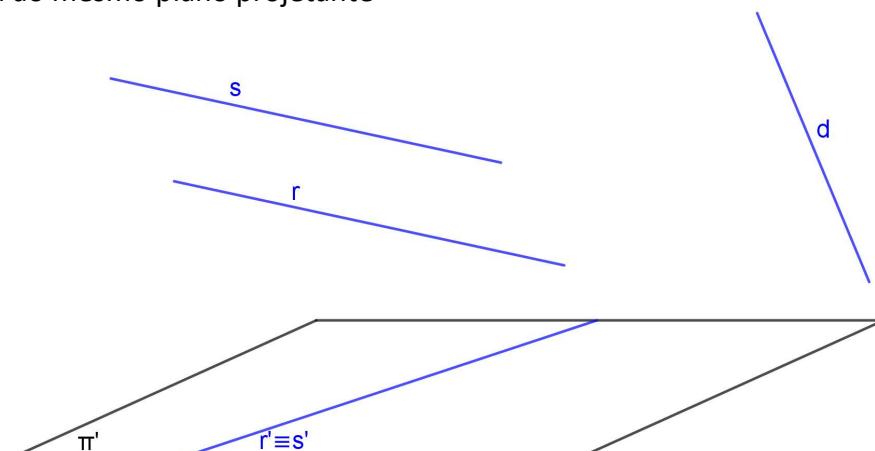
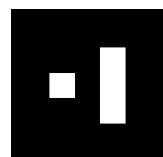
2^a propriedade

Se duas retas r e s são paralelas então as suas projeções cilíndricas ou são paralelas, ou são coincidentes ou são pontuais.

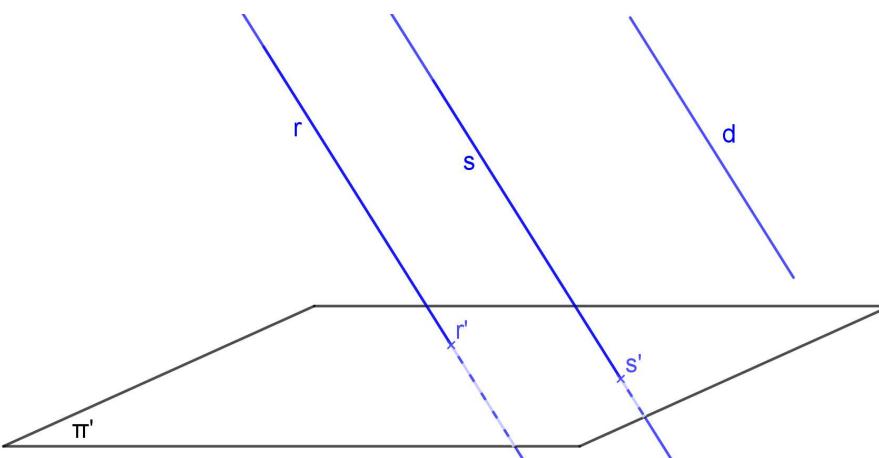
a) r e s pertencem a planos projetantes distintos



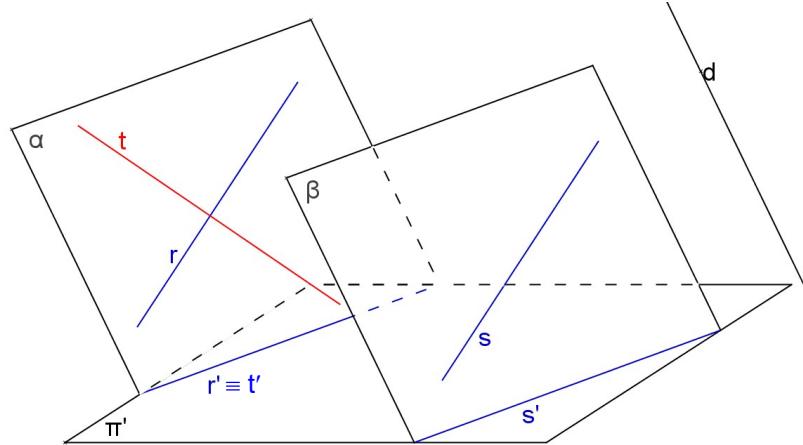
b) r e s pertencem ao mesmo plano projetante



c) r e s são paralelas à direção das projetantes d



Observação: A recíproca não é verdadeira. Então se $t' \parallel s'$ não implica em $t \parallel s$.

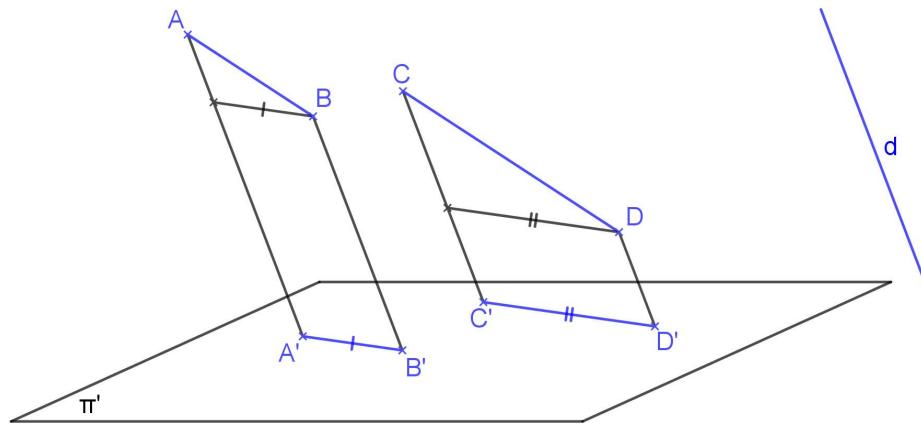


3^a propriedade

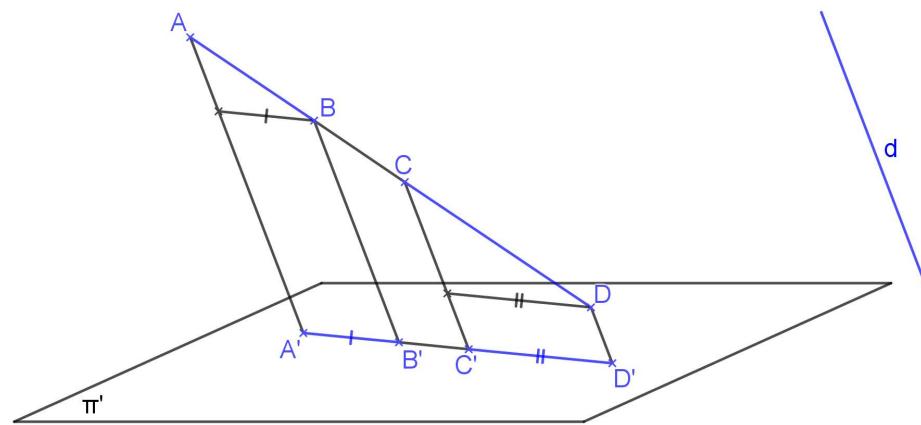
Se dois segmentos são paralelos ou são colineares, então a razão entre eles no espaço conserva-se na projeção cilíndrica, desde que a direção dos segmentos não seja paralela à direção das projetantes.

$$\text{Se } \begin{cases} AB \parallel CD \\ \text{ou} \\ \text{colineares} \end{cases} \text{ e não paralelos a } d \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}.$$

a) $AB \parallel CD$

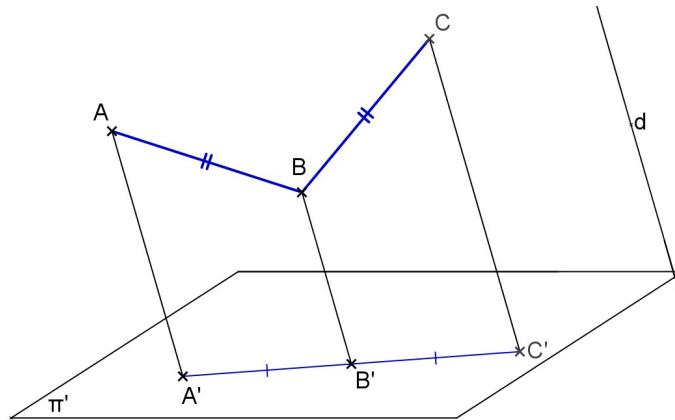


b) AB e CD colineares



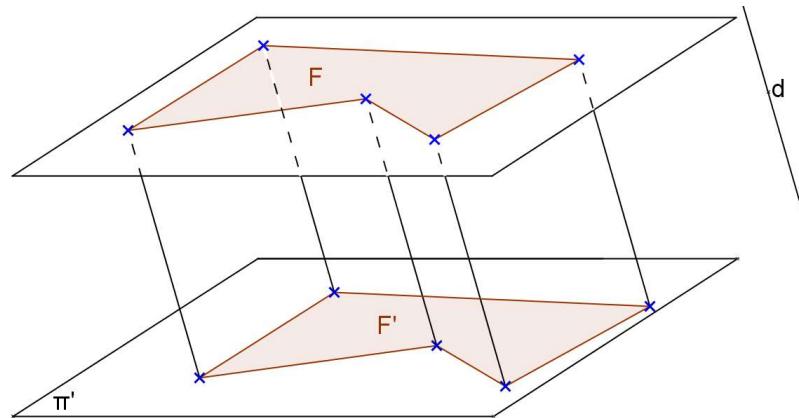
Consequência: Se M é ponto médio de AB então M' é ponto médio de $A'B'$.

Observação: A recíproca não é verdadeira. Ou seja, se $AB/CD = A'B'/C'D'$ não implica que $AB \parallel CD$ ou colineares.



4^a propriedade

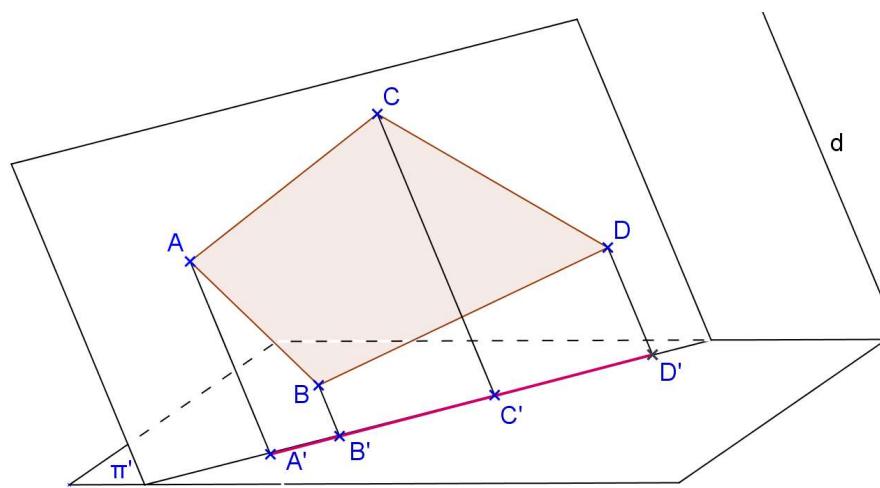
Se uma figura $F \subset \alpha$ e $\alpha \parallel \pi' \Rightarrow F = F'$. Neste caso, dizemos que F' está em VG (verdadeira grandeza).



Observação: A recíproca não é verdadeira em projeção oblíqua, porém é verdadeira em projeção ortogonal.

5^a propriedade

Uma figura $F \subset \alpha$ e $\alpha \parallel d \Leftrightarrow F'$ é um segmento e $F' \subset \alpha\pi'$.



Observação: A recíproca é verdadeira.

Exercícios:

Considere um sistema de projeção cilíndrica com somente um plano de projeção π' . Escreva ao lado de cada exercício as propriedades geométricas e as propriedades das projeções cilíndricas utilizadas.

1. Represente a projeção do ponto médio M do segmento AB dado pelas projeções de A e B.

a)

b)

 $A' \equiv B'$

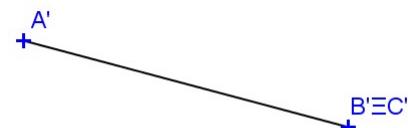
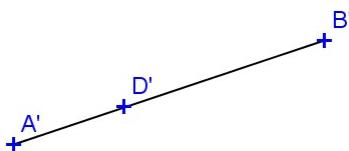
2. Represente a projeção do paralelogramo ABCD, dadas as projeções dos vértices A, B e C.

a)

b)

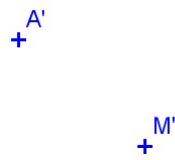
c)

d)



3. Represente a projeção do paralelogramo ABCD sendo dadas as projeções dos pontos A e B e do ponto M de interseção das diagonais.

a)



b)

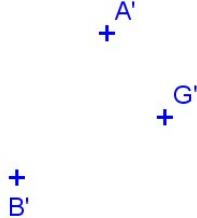


c)

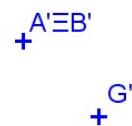


4. Represente a projeção do triângulo ABC, dadas as projeções dos vértices A e B e do baricentro G.

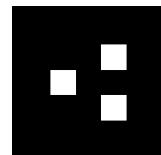
a)



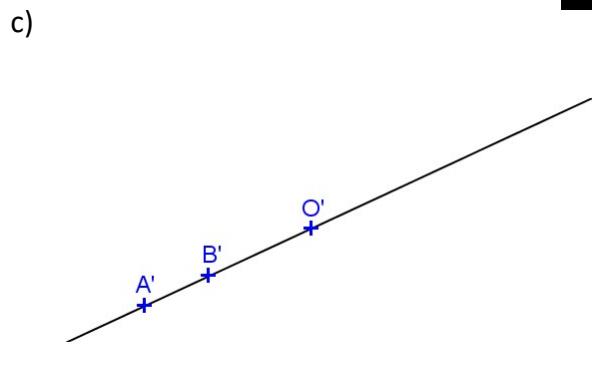
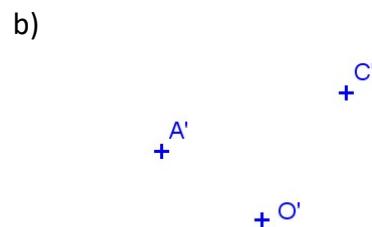
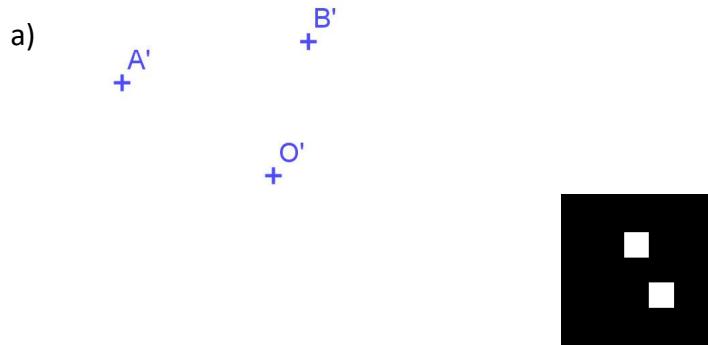
b)



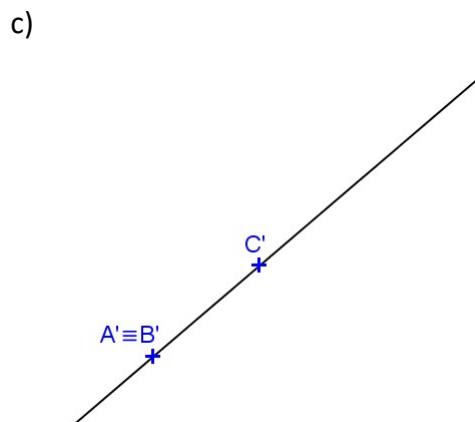
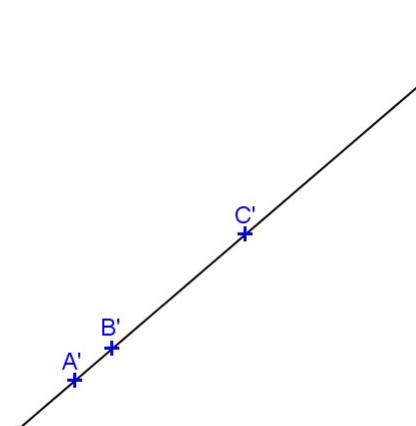
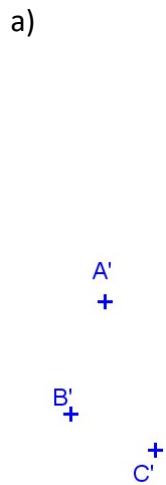
c)



5. Represente a projeção do hexágono regular ABCDEF sendo dadas as projeções de dois vértices e do centro O da circunferência circunscrita.



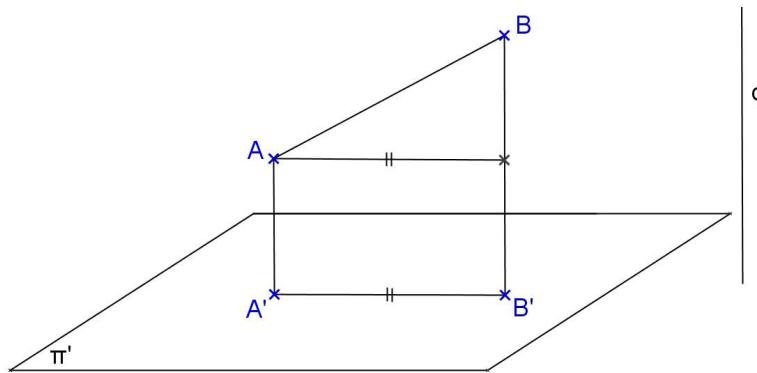
6. Represente a projeção do hexágono regular ABCDEF sendo dadas as projeções de A, B e C.



2.8. PROPRIEDADES DAS PROJEÇÕES CILÍNDRICAS ORTOGONIAIS

6^a propriedade

$$AB \perp \pi' \Rightarrow AB > A'B'.$$

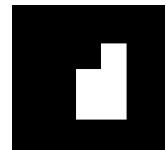
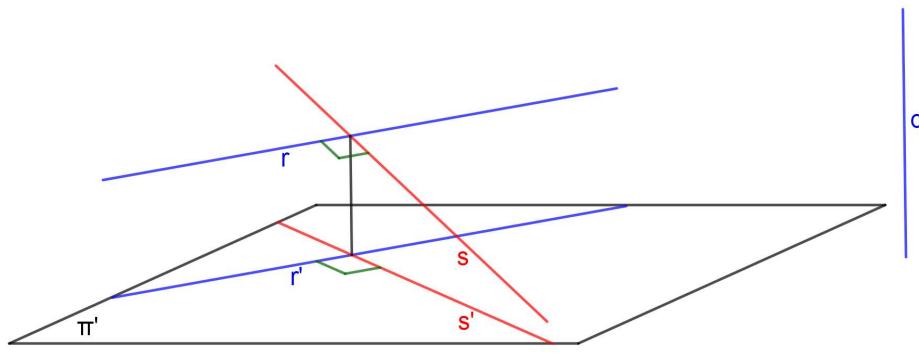


Observação: A recíproca é verdadeira.

7^a propriedade

Se duas retas são perpendiculares ou ortogonais entre si, sendo uma delas paralela ou pertencente ao plano de projeção e a outra não perpendicular a esse plano, então as projeções ortogonais dessas retas são perpendiculares entre si:

$$\begin{array}{l} r \perp s \text{ ou } r \perp\!\!\!\perp s \quad (1) \\ \text{Se } r \parallel \pi' \text{ ou } r \subset \pi' \quad (2) \Rightarrow r' \perp s' \quad (4) \\ s \perp \pi' \quad (3) \end{array}$$



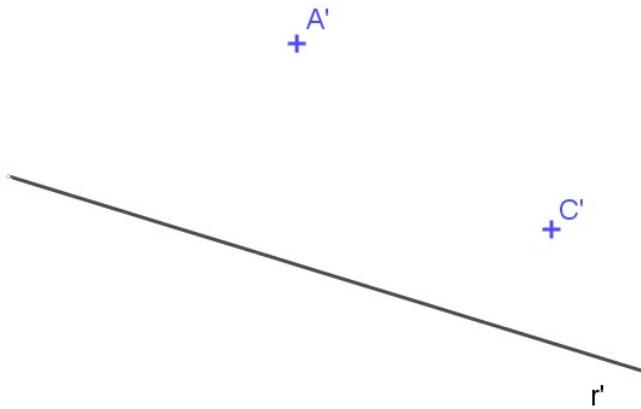
Observação: As recíprocas são verdadeiras. São elas:

Recíproca 1: (2) + (3) +(4) \Rightarrow (1)

Recíproca 2: (1) + (4) \Rightarrow (2) + (3)

Exercícios:

1. Represente a projeção cilíndrica ortogonal de um losango ABCD, sabendo-se que a diagonal AC está paralela a π' , dada a projeção da reta r que é o lugar geométrico do ponto B.



2. Represente a projeção cilíndrica ortogonal de um retângulo ABCD, dadas as projeções dos vértices A e C, sabendo-se que o lado AB é paralelo a π' e mede 3cm.



3. Represente a projeção do paralelepípedo ABCDEFGH sendo dadas as projeções de A, B, C e E.

E' +

A' +

+
C'

+
B'

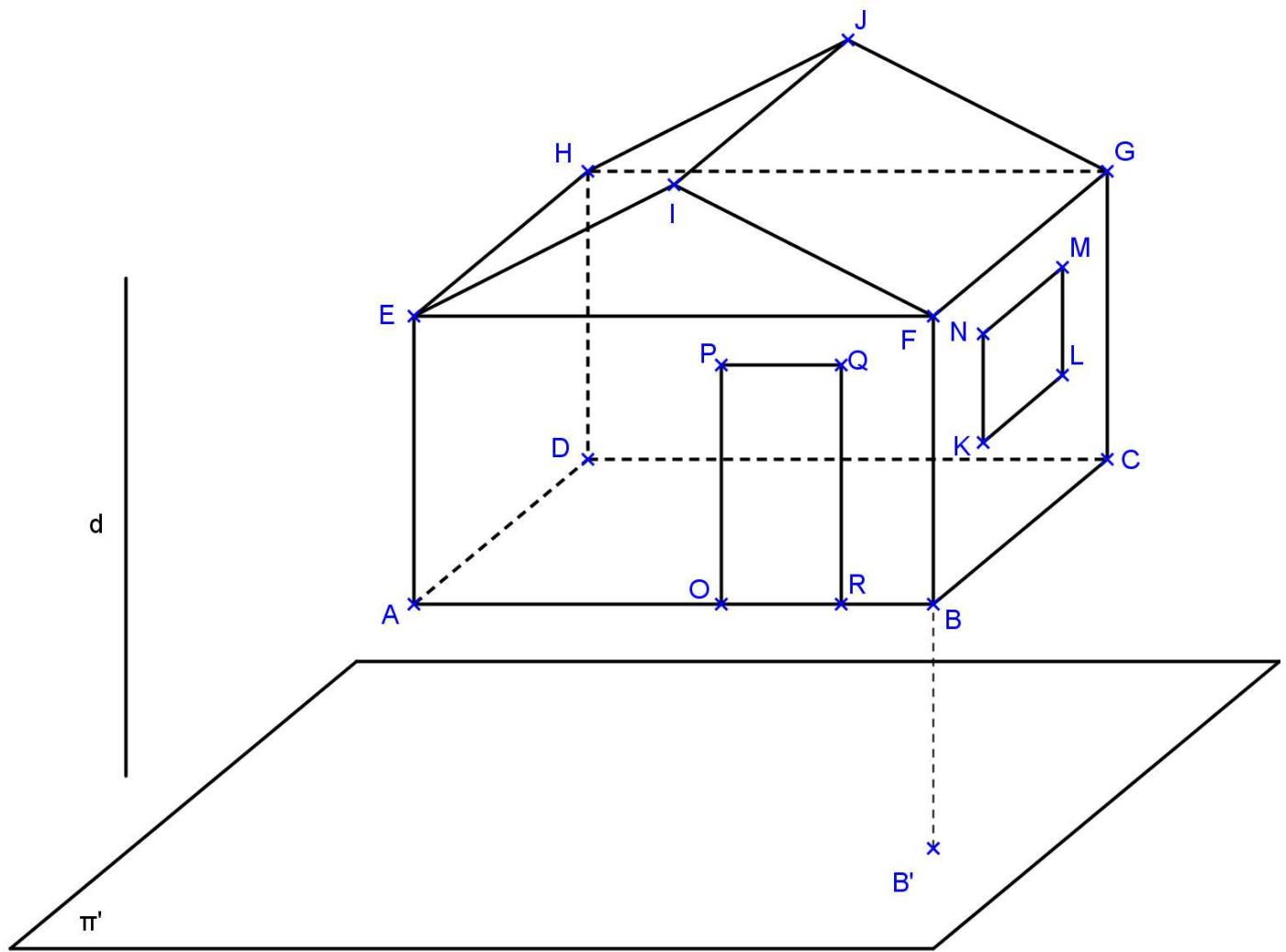
x H'

x D'

A' x

B' x

5. Usando as propriedades de projeções cilíndricas, termine as projeções da casa no plano π' dado abaixo, usando a direção de projeções d. Considere que a base ABCD é paralela a π' .

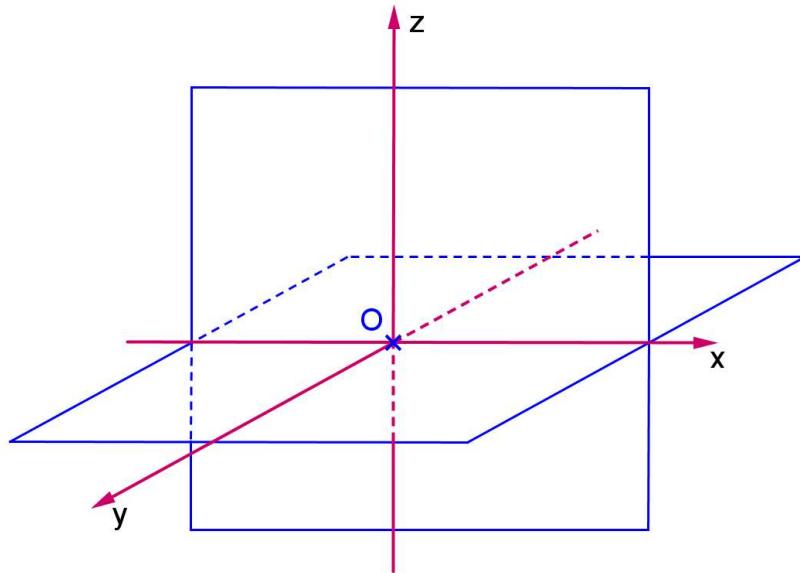


Os segmentos AB, AE, HJ e JG ficam projetados em verdadeira grandeza em π' ? Por que?

PARTE III - O MÉTODO DAS DUPLAS PROJEÇÕES ORTOGONIAIS

3.1. REPRESENTAÇÃO DO PONTO

3.1.1. PLANOS FUNDAMENTAIS DE REFERÊNCIA



Considere π' e π'' dois planos perpendiculares entre si, denominados *Planos Fundamentais de Referência* (PFR) ou *Planos de Projeção* (PDP).

Denominamos:

π' : 1º PFR ou 1º PDP ou Plano Horizontal de Projeção

π'' : 2º PFR ou 2º PDP ou Plano Vertical de Projeção

A interseção de π' e π'' chama-se *Linha de Terra*. Esta divide π' nas partes: anterior e posterior e π'' em superior e inferior.

Estes dois planos dividem o espaço em 4 porções, chamadas de *diedros*:

1º diedro – entre a parte anterior de π' e a superior de π''

2º diedro – entre a parte posterior de π' e a superior de π''

3º diedro – entre a parte posterior de π' e a inferior de π''

4º diedro – entre a parte anterior de π' e a inferior de π''

Considerando uma origem O sobre a Linha de Terra temos os eixos x, y e z.

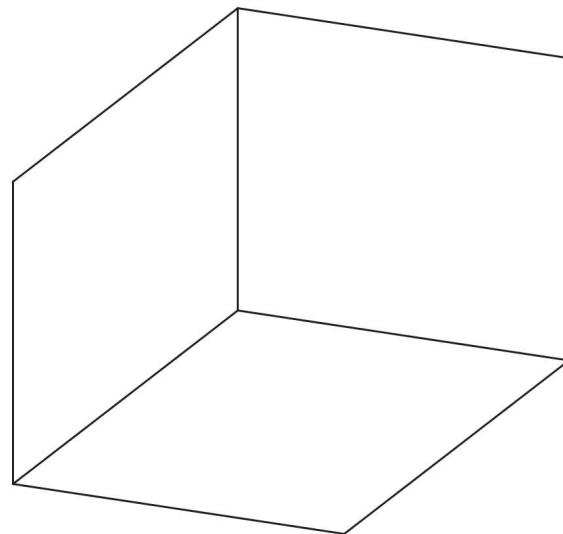
No 1º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____

No 2º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____

No 3º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____

No 4º diedro temos os valores para x ____ y ____ e z ____

Consideraremos um 3º PFR (ou 3º PDP ou Plano Lateral de Projeção) π''' que contém os eixos y e z. Estes 3 planos dividem o espaço em octantes.

3.1.2. REPRESENTAÇÃO DO PONTO

Seja A um ponto pertencente ao 1º diedro. Considere as 3 projeções cilíndricas ortogonais: A', A'' e A''' sobre os planos π' , π'' e π''' , respectivamente.

Temos as distâncias de A até os 3PFR:

Cota – distância de A até π' = segmento AA'

Afastamento – distância de A até π'' = segmento AA''

Abscissa – distância de A até π''' = segmento AA'''

Estas distâncias também nos fornecem as coordenadas (x,y,z) do ponto A:

x = abscissa

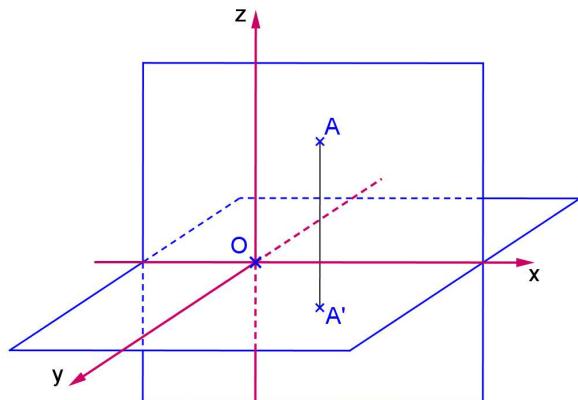
y = afastamento

z = cota

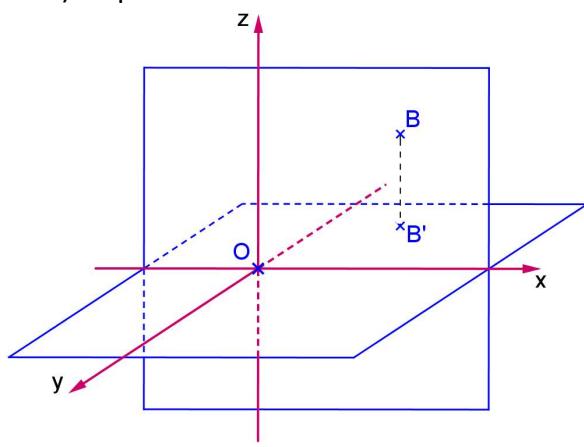
Fixamos um dos PFR e rebatemos os outros sobre o primeiro escolhido, temos a representação plana do ponto, chamada de *épura do ponto A*:

Pontos pertencentes aos diedros:

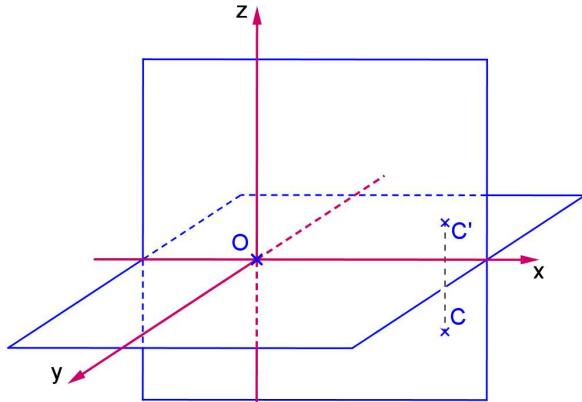
a) A pertence ao 1º diedro



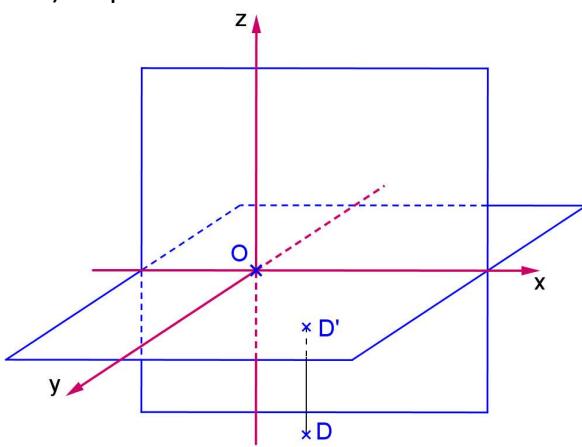
b) B pertence ao 2º diedro



c) C pertence ao 3º diedro

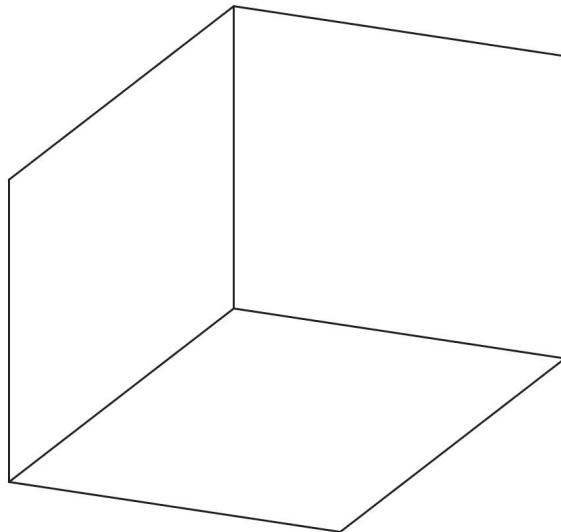


d) D pertence ao 4º diedro



3.1.3. PONTOS PERTENCENTES AOS PFR

Espaço

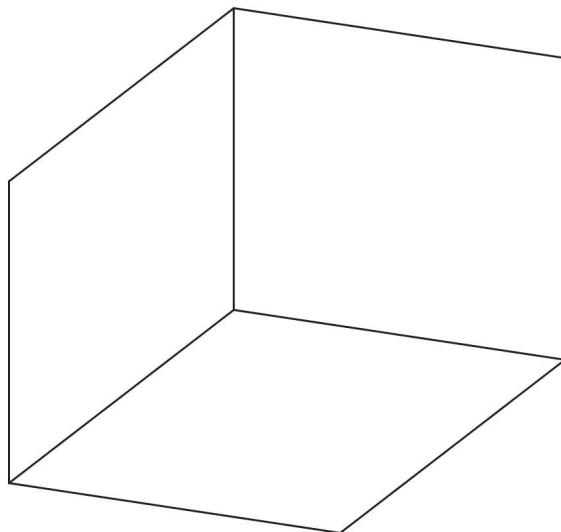


Épura:

π' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de _____ nulas. $A \in \pi' \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \in LT$.
 π'' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de _____ nulas. $B \in \pi'' \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \in LT$.
 π''' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de _____ nulas. $C \in \pi''' \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \in \underline{\hspace{2cm}}$.

3.1.4. PONTOS PERTENCENTES AOS EIXOS

Espaço



Épura:

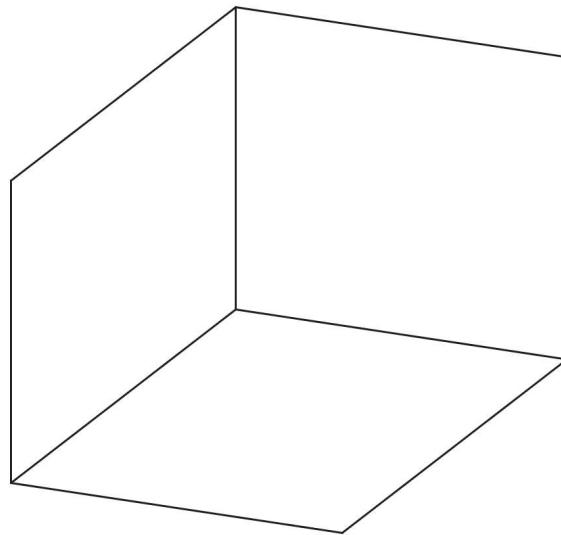
A LT (eixo x) é o LG dos pontos de _____ nulas. Se $A \in LT \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$.
O eixo y é o LG dos pontos de _____ nulos. Se $B \in y \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$.
O eixo z é o LG dos pontos de _____ nulas. Se $C \in z \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$.

3.1.5. OBTENÇÃO DA 3^a PROJEÇÃO

Para obtermos a representação da 3^a projeção de um ponto, vamos rebater π''' sobre π'' .

Considere π'' fixo. Ao rebatermos π''' sobre o π'' , a 3^a projeção do ponto descreverá um arco de circunferência com centro no eixo z e raio igual à ordenada do ponto. Este arco está contido em um plano paralelo a π' e, portanto está em VG na 1^a projeção. A 3^a projeção rebatida do ponto pertence a uma reta que passa pela segunda projeção do ponto e é paralela a linha de terra.

Espaço



Épura

Exercícios:

A unidade utilizada é o milímetro.

1. Representar a 1^a, 2^a e a 3^a projeções dos pontos dados.

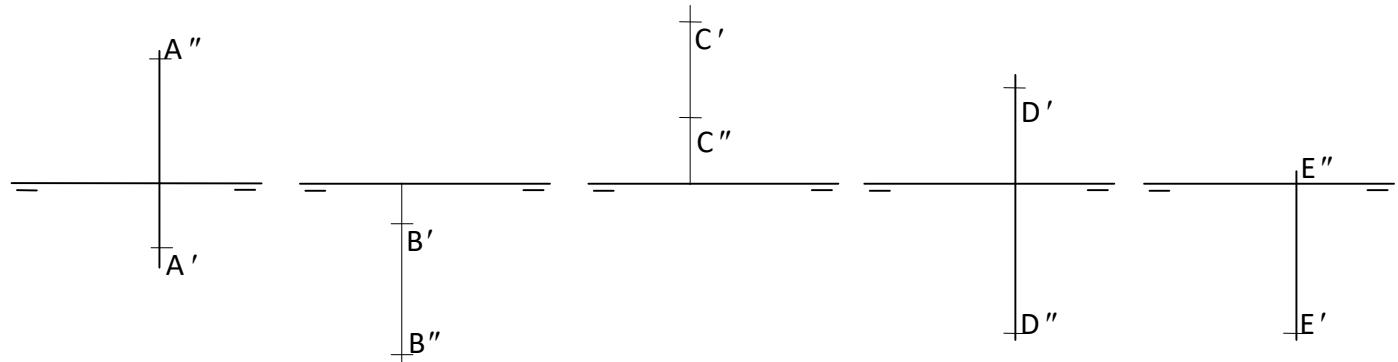
a) A(20,20,30)

b) B(10,15,-20)

c) C(40,-20,-10)

d) D(30,-25,35)

2. Indicar a localização dos pontos dados nos diedros ou PFR.



A ∈ ____

B ∈ ____

C ∈ ____

D ∈ ____

E ∈ ____

3. Representar os pontos dados. Identificar a posição do ponto em relação aos diedros ou aos planos de projeção. Representar a 3^a projeção de cada ponto.

$$A(20,30,10) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B(50,-20,40) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C(30,-40,-20) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D(40,50,-10) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E(10,0,30) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$F(60,20,0) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

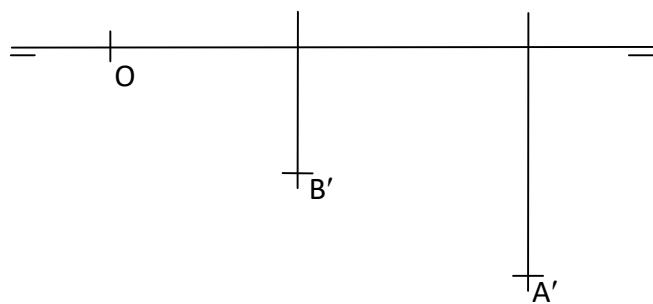
$$G(15,0,-40) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$H(-40,30,-10) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$I(-10,-20,0) \in \underline{\hspace{2cm}}$$

$$J(10,40,?) \in \pi' \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

4. Representar um quadrado contido em π' , conhecendo a primeira projeção do lado AB.



5. Representar o paralelogramo ABCD, sendo dados os vértices A e B, e o ponto M de interseção das diagonais. Dados: A(10,30,30), B(30,10,10), M(40,15,20).

6. Representar um triângulo equilátero ABC contido em π' de lado $l_3 = 30$, com o vértice A pertencente a π'' e um lado perpendicular a π'' .

- a) $AB \perp \pi'', A(40, ?, ?)$
- b) $BC \perp \pi'', A(-35, ?, ?)$

3.2. REPRESENTAÇÃO DA RETA

Propriedade já vista: Se r é uma reta então r' ou é uma reta (se r não for paralela à direção das projetantes d) ou um ponto (se r for paralela à direção das projetantes d)

Para obtemos a projeção de uma reta r , consideramos:

- ou dois pontos A e B pertencentes a r
- ou o seu plano projetante α

Como temos 3 PFR então há 3 projeções e, portanto, 3 planos projetantes.

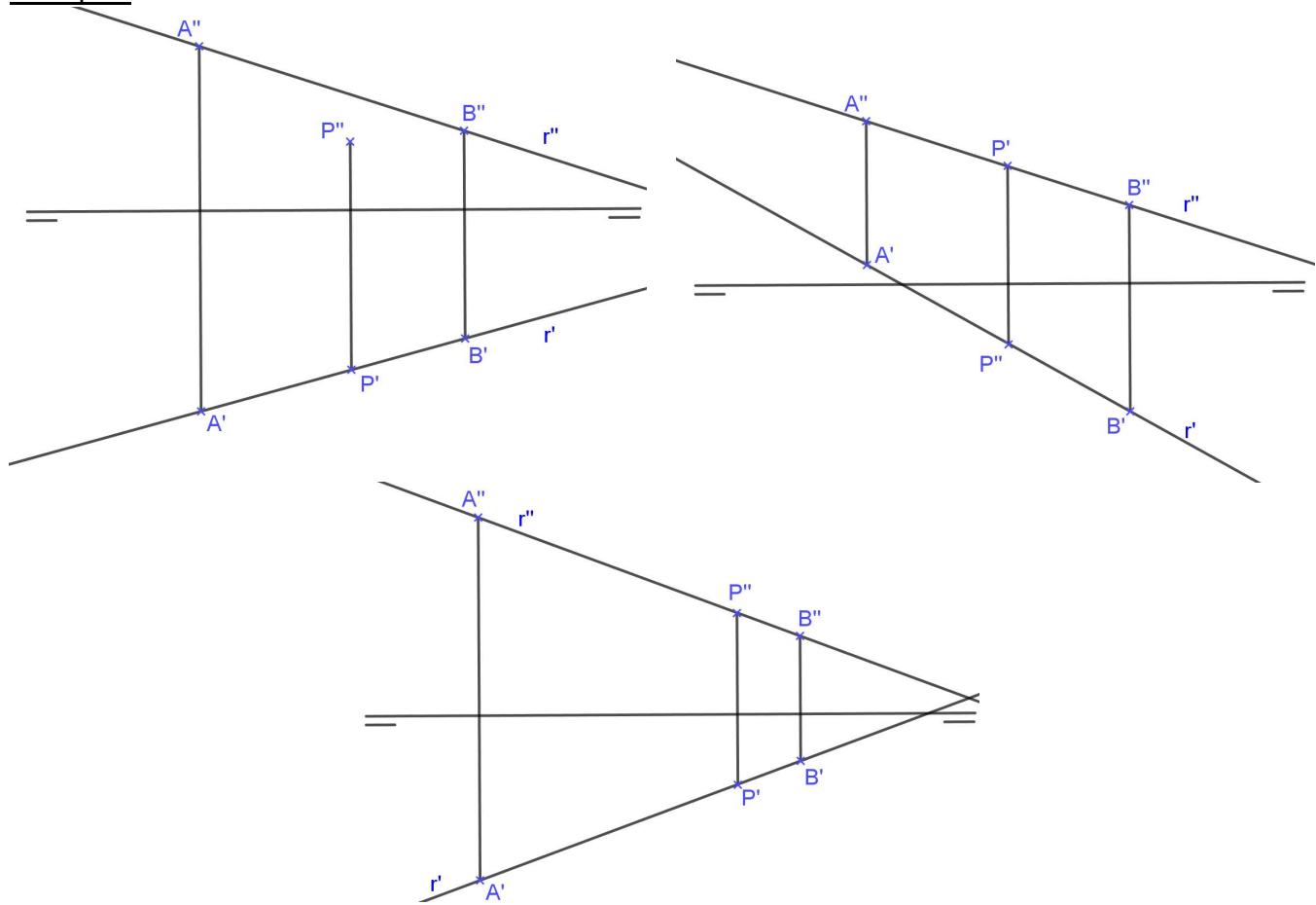
Normalmente, consideramos apenas a 1^a e a 2^a projeções da reta, pois são suficientes para determinar a 3^a projeção (exceto para a reta de perfil que veremos mais tarde).

3.2.1. PONTO PERTENCENTE À RETA

$$P \in r \Leftrightarrow P' \in r' \text{ e } P'' \in r''$$

Mas se $r \parallel \pi'''$ e $r \perp \pi'$, então também deve ser verificado se $P''' \in r'''$.

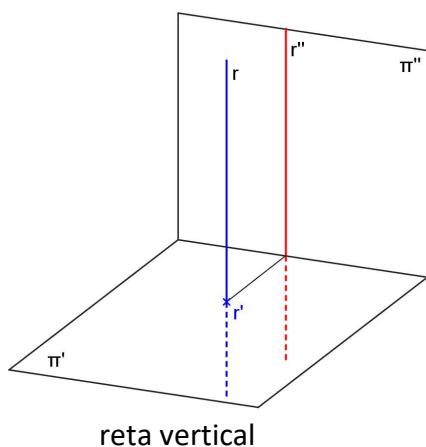
Exemplos:



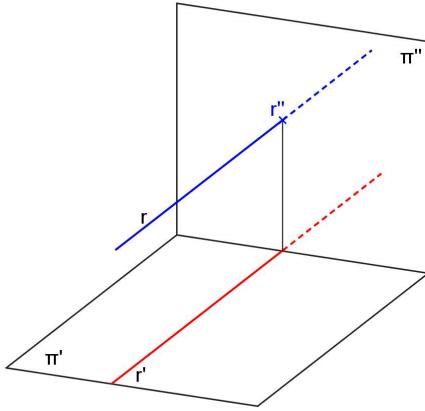
3.2.2. POSIÇÕES DA RETA EM RELAÇÃO AOS PFR

A reta pode ocupar posições distintas em relação aos 3 PFR, podendo ser:

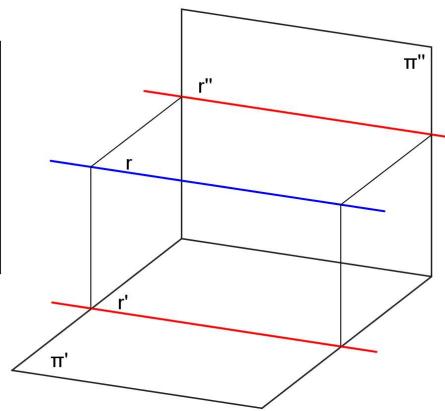
- r perpendicular a um dos PFR:



reta vertical

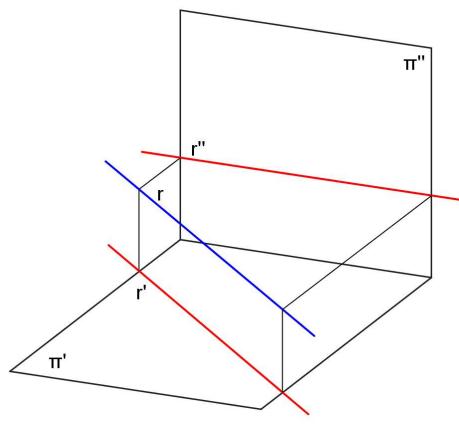


reta de topo

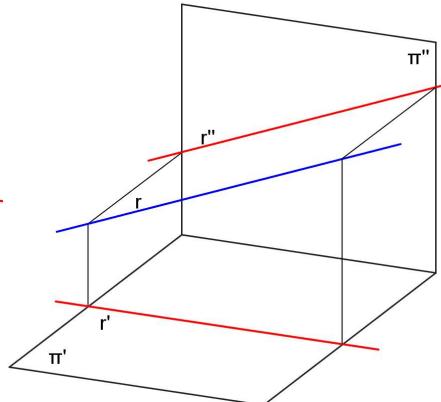


reta fronto-horizontal

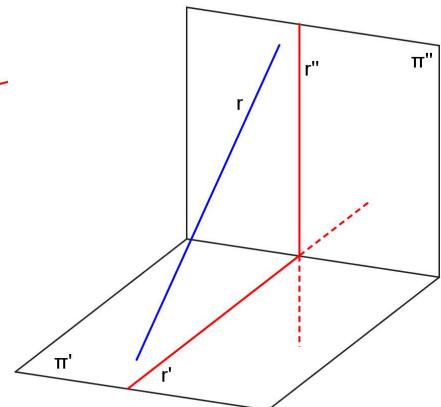
- r paralela a um dos PFR e oblíqua em relação aos outros dois PFR:



reta horizontal

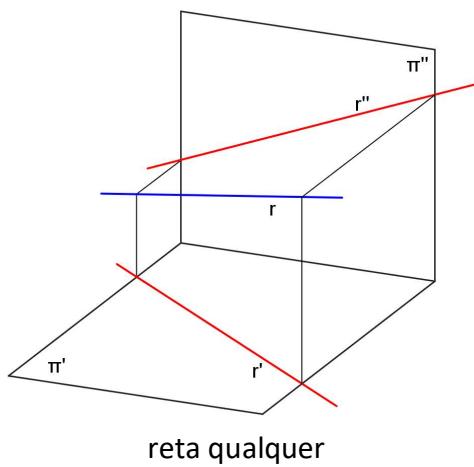


reta frontal



reta de perfil

- r oblíqua em relação aos os 3 PFR:

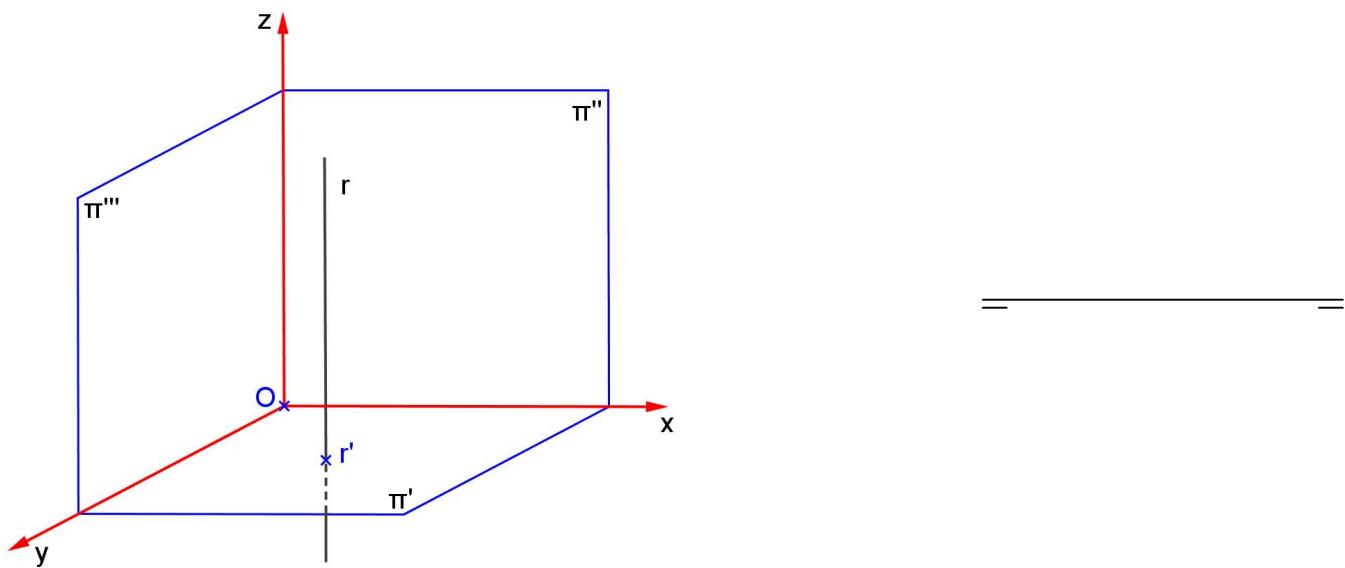


reta qualquer

RETA VERTICAL

a) Característica espacial: _____

b) Épura:



c) Diedros: _____

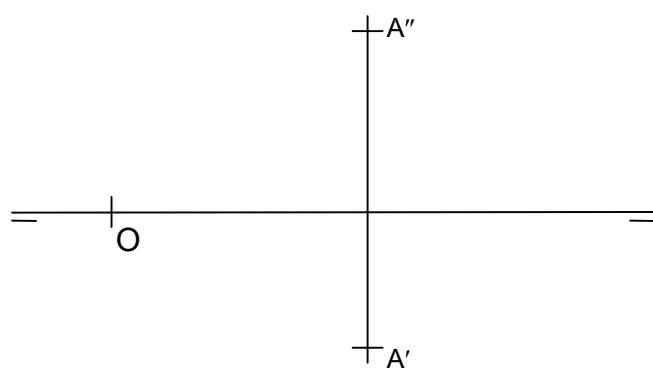
d) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____

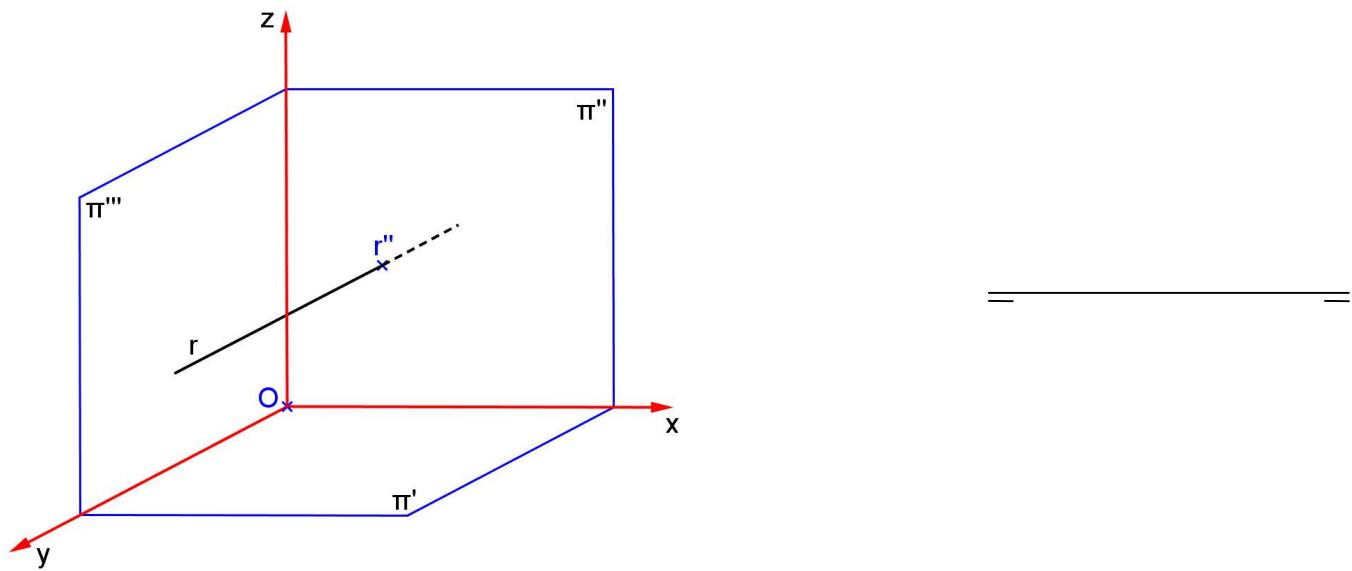
Exemplo: Representar a reta vertical r que passa pelo ponto A. Encontre as projeções do ponto pertencente a r que tem cota 10.



RETA DE TOPO

a) Característica espacial: _____

b) Épura:



c) Diedros: _____

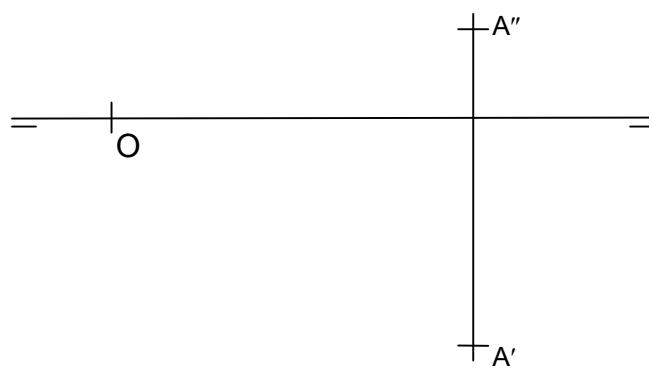
d) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____

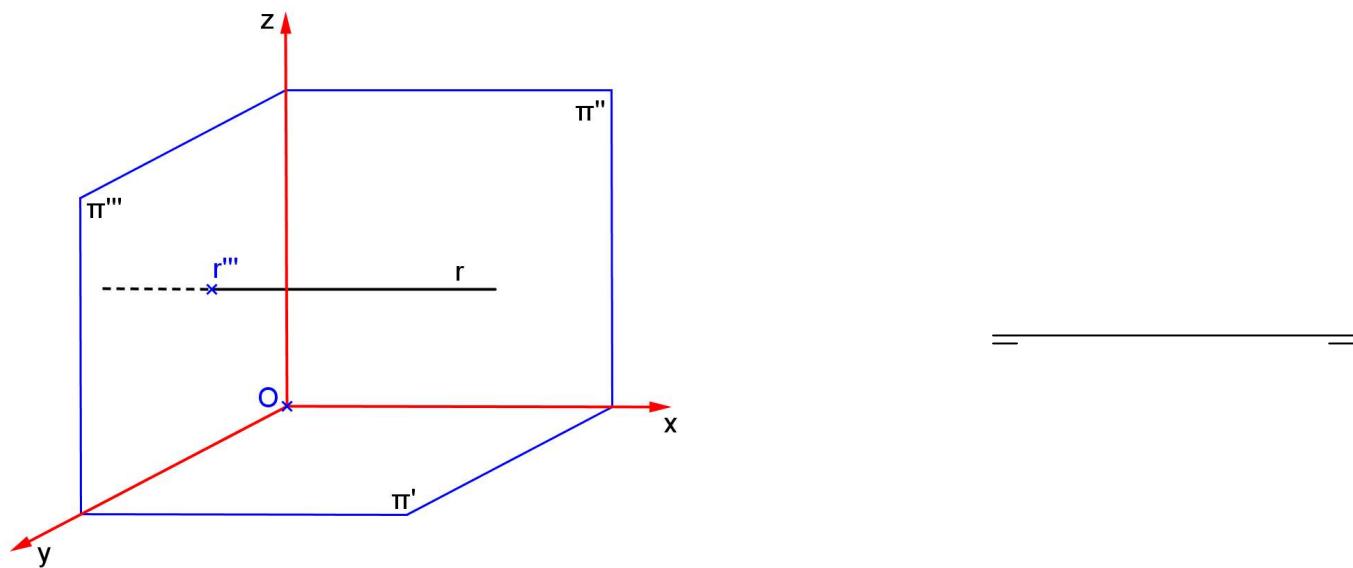
Exemplo: Representar a reta de topo r que passa pelo ponto A. Representar a reta $s \parallel r$ que passa por B(10,10,20).



RETA FRONTO-HORIZONTAL

a) Característica espacial: _____

b) Épura:



c) Diedros: _____

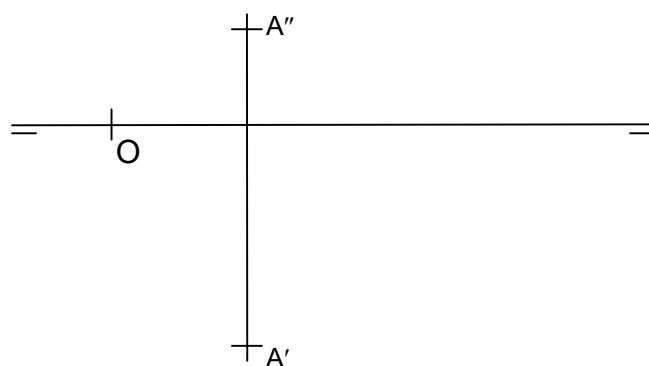
d) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____

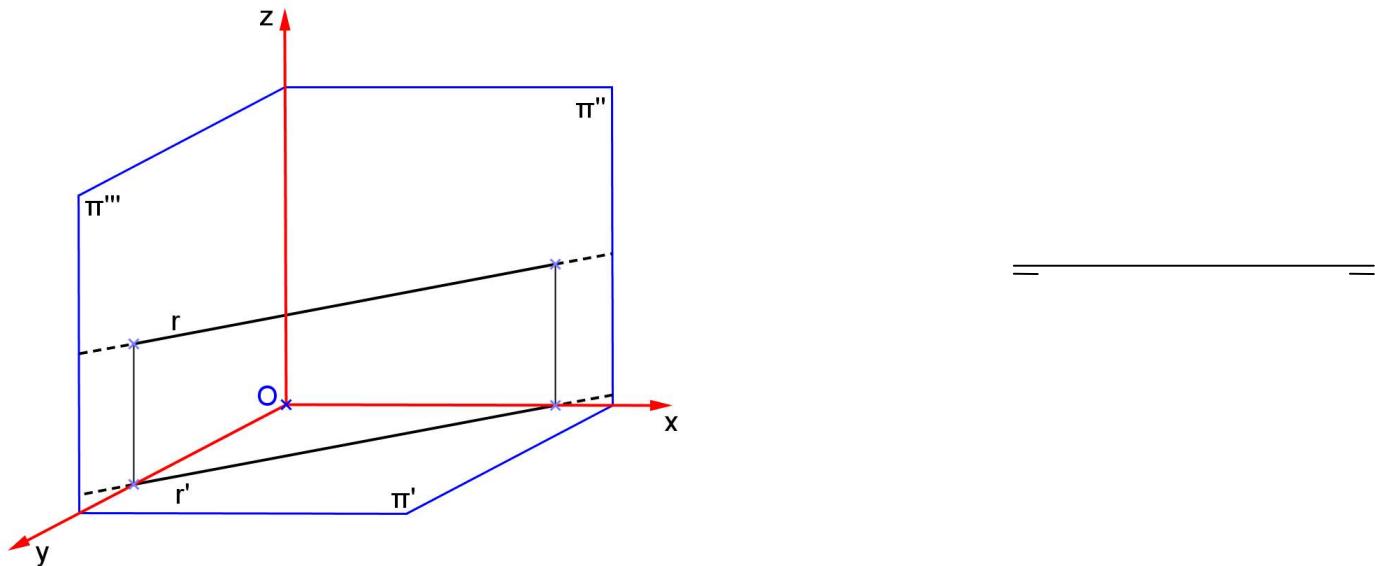
Exemplo: Representar a reta fronto-horizontal r que passa pelo ponto A. Encontre o ponto pertencente a r que abscissa 40.



RETA HORIZONTAL

a) Característica espacial: _____

b) Épura:



c) Diedros: _____

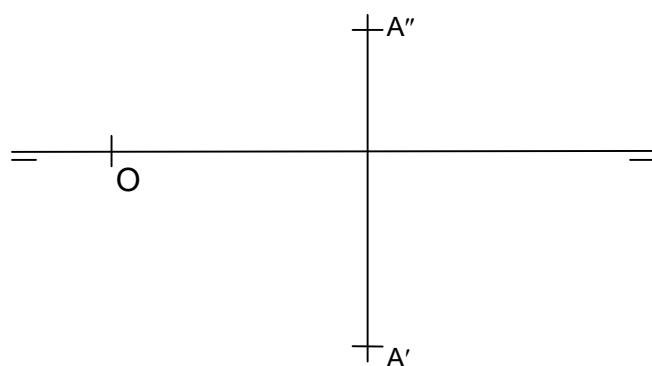
d) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____

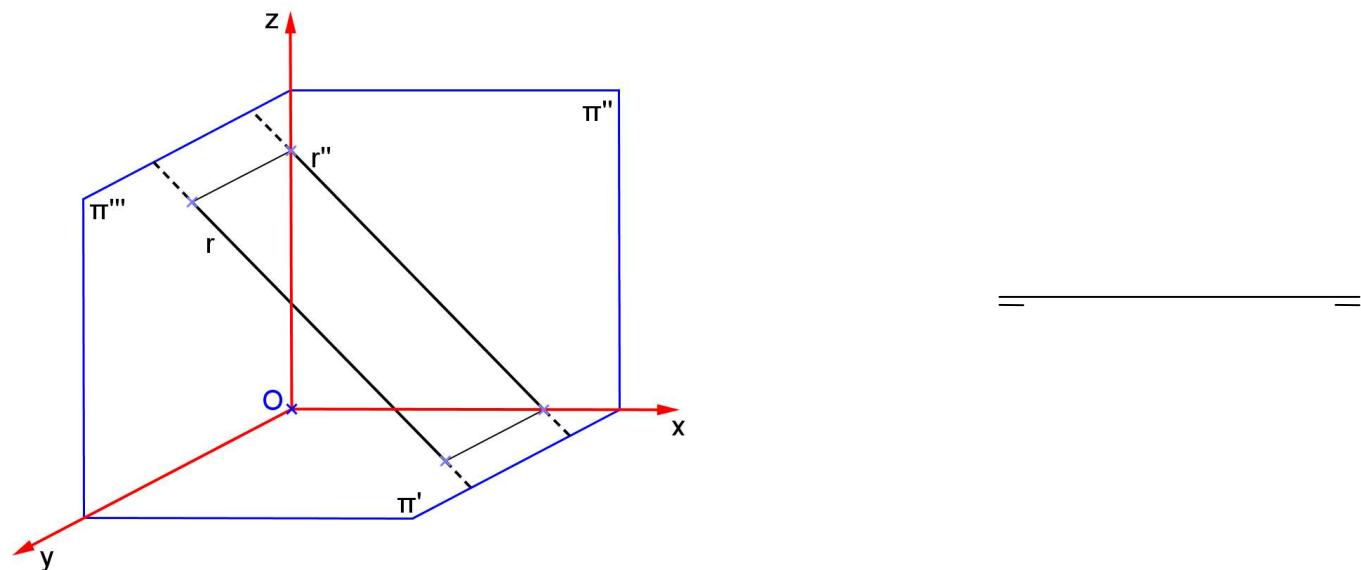
Exemplo: Representar a reta horizontal r que passa pelo ponto A e forma 60° com π'' . Encontre o ponto pertencente a r que tem afastamento 0.



RETA FRONTAL

a) Característica espacial: _____

b) Épura:



c) Diedros: _____

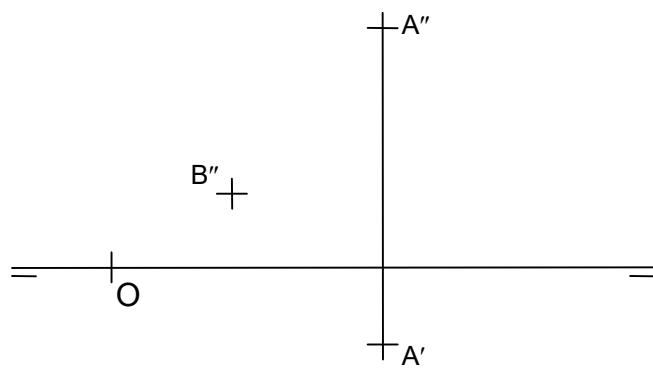
d) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

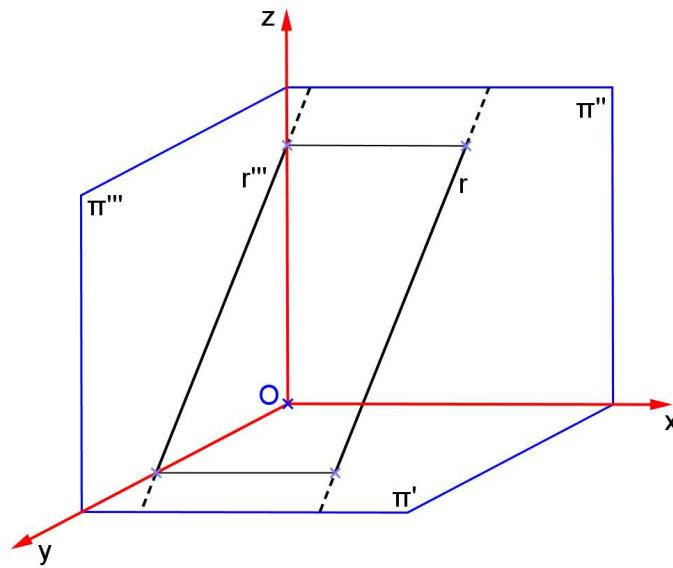
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____

Exemplo: Representar a reta frontal r que passa pelos pontos A e B. Encontre a 1^a projeção do ponto B, e o ponto C pertencente a r que tem cota 20.



RETA DE PERFIL

a) Característica espacial: _____



b) Épura:

c) Diedros: _____

d) Ângulos:

com π' _____

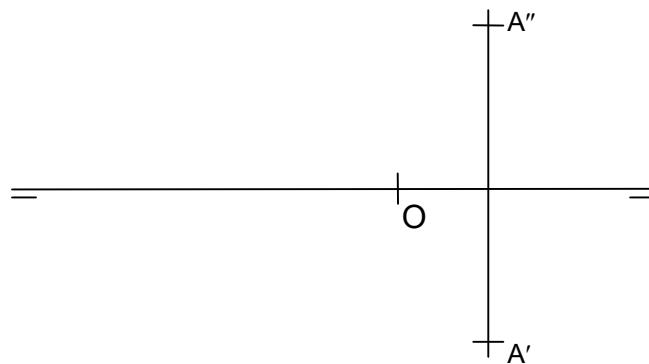
com π'' _____

com π''' _____

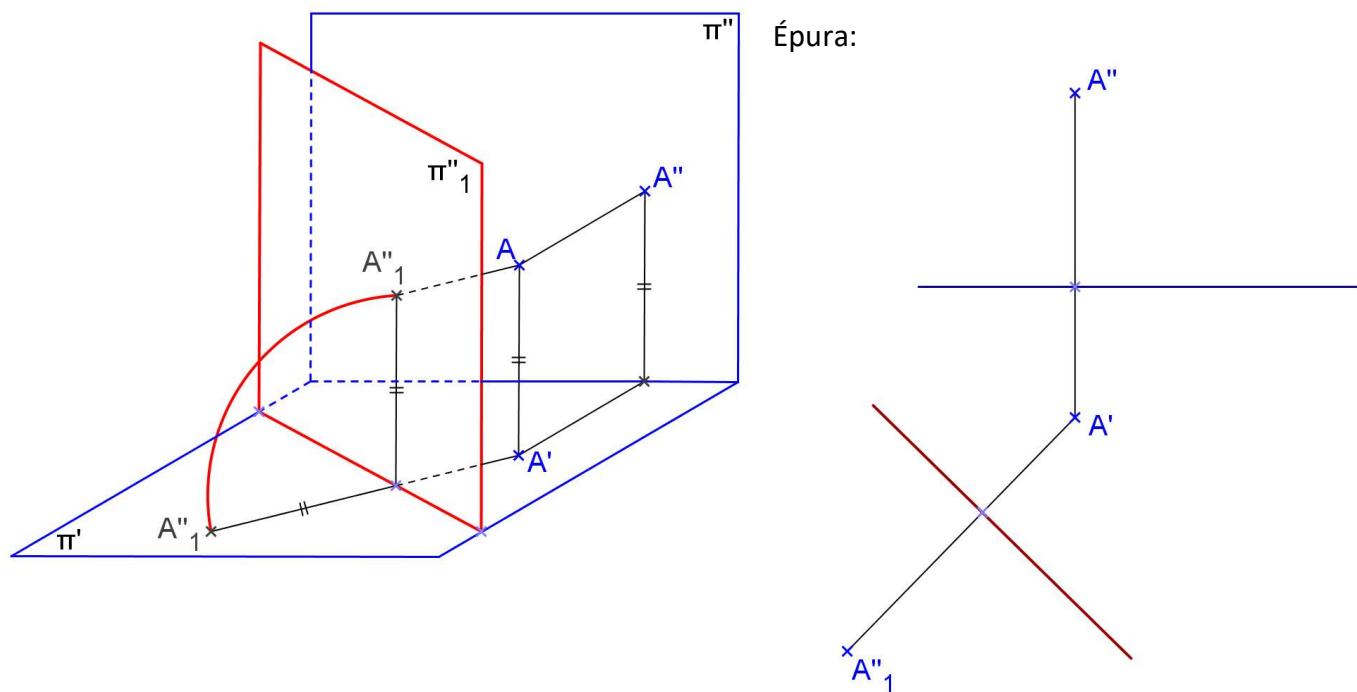
e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____

Exemplo: Representar a reta de perfil r que passa pelo ponto A e forma 60° com π' . Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem cota 15.

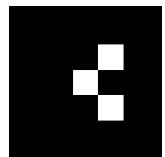


MUDANÇA DE PLANO VERTICAL



Propriedades da MPV:

- A' é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- A'A''_1 é perpendicular à NLT.

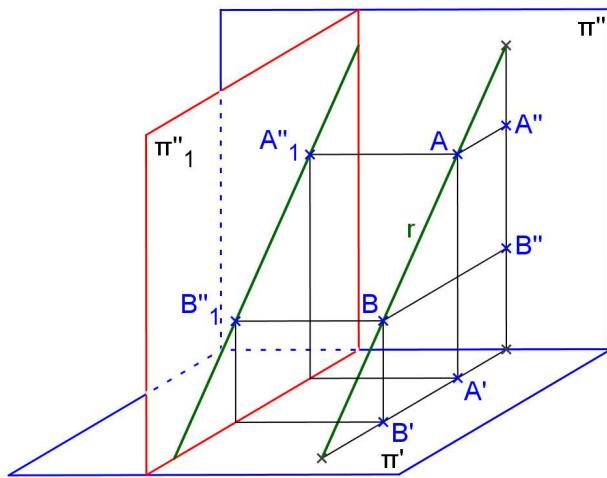


Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/

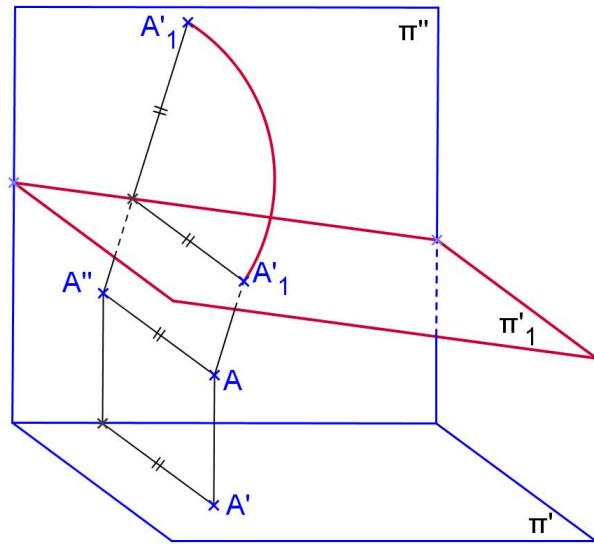
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

Mudança de Plano Vertical para uma reta de perfil:

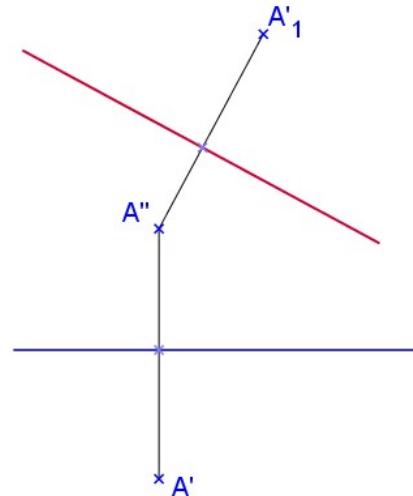
épura:



MUDANÇA DE PLANO HORIZONTAL



épura:

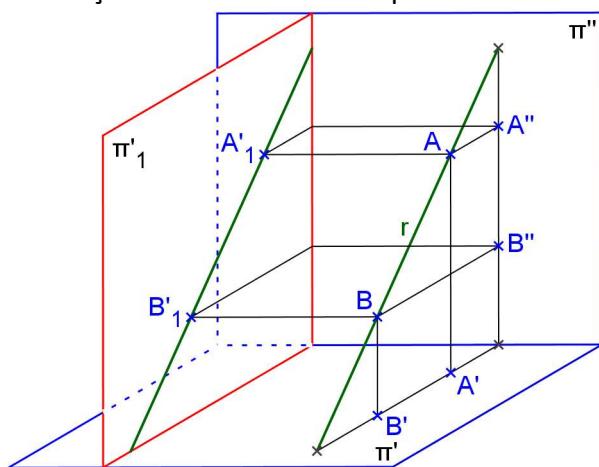


Propriedades da MPH:

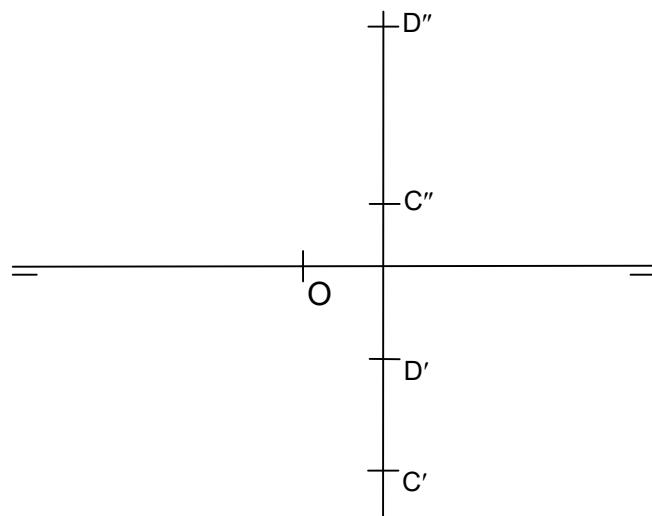
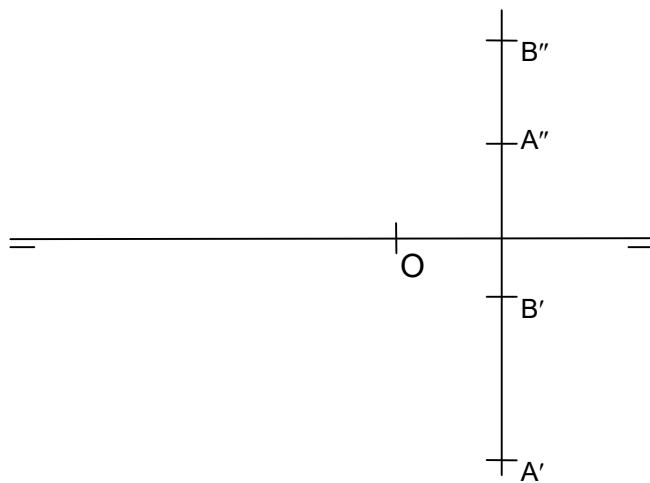
- A'' é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- A''A'_1 é perpendicular à nova linha de terra.

Mudança de Plano Horizontal para uma reta de perfil:

épura:



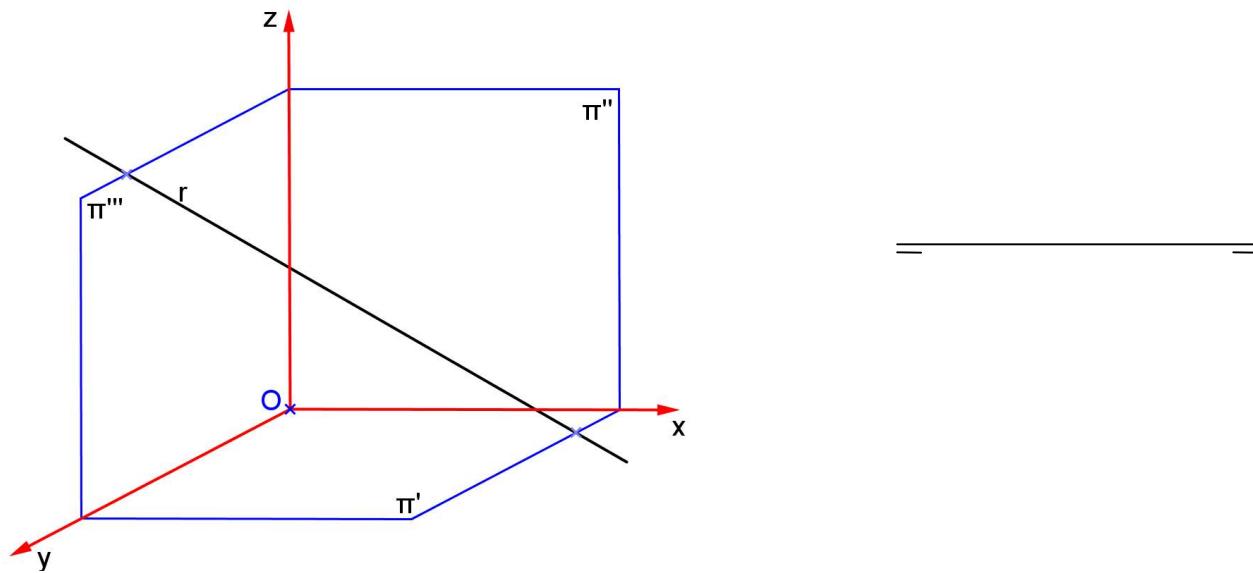
Exemplo: Encontrar as VGs dos segmentos AB e CD. Encontrar as projeções do ponto da reta r(A,B) que tem afastamento 23, e da reta s(C,D) com cota nula.



RETA QUALQUER

a) Característica espacial: _____

b) Épura:



c) Diedros: _____

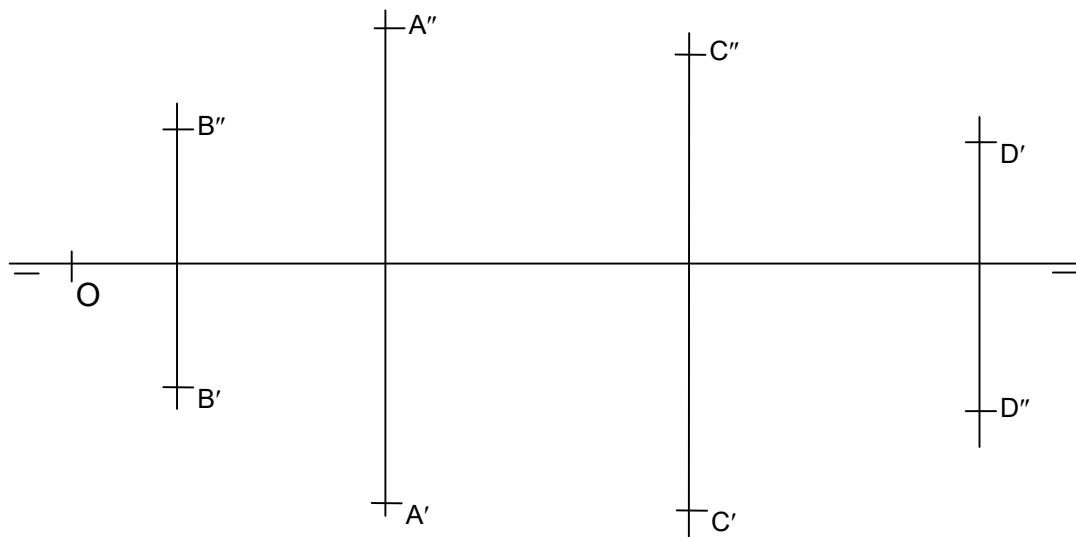
d) Ângulos:

com π' _____

com π'' _____

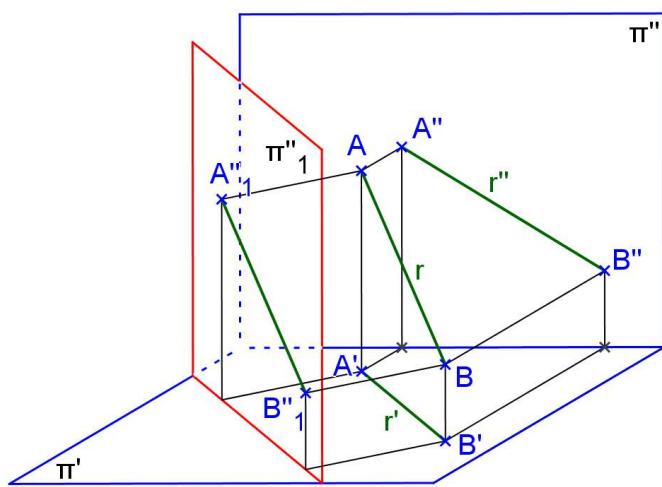
com π''' _____

Exemplo: Representar as retas $r(A,B)$ e $s(C,D)$. Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem cota 15, e da reta s que tem afastamento 20.

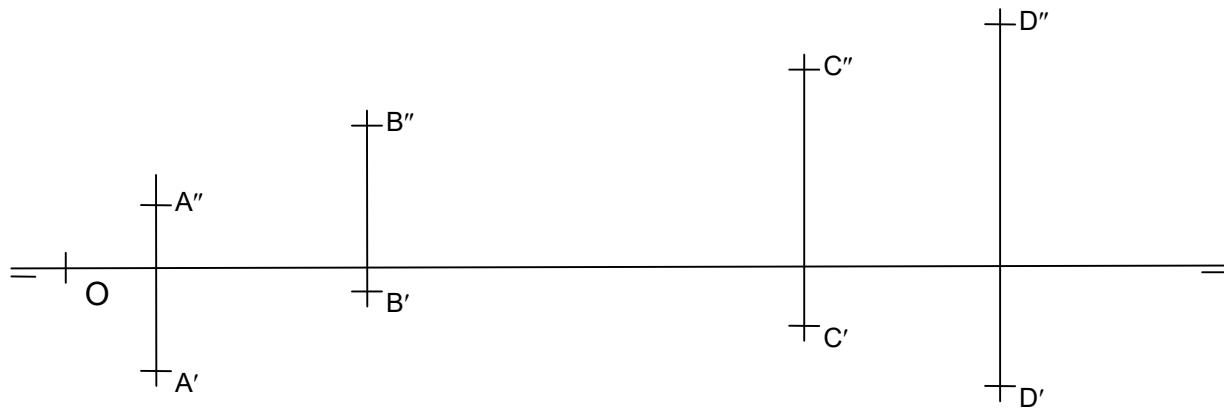


Mudança de Plano Vertical para uma reta qualquer:

é pura:



Exemplo: Representar as retas $r(A,B)$ e $s(C,D)$. Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem afastamento 10, e da reta s que tem cota 40. Encontre as vgs de AB e CD.



Exercícios propostos:

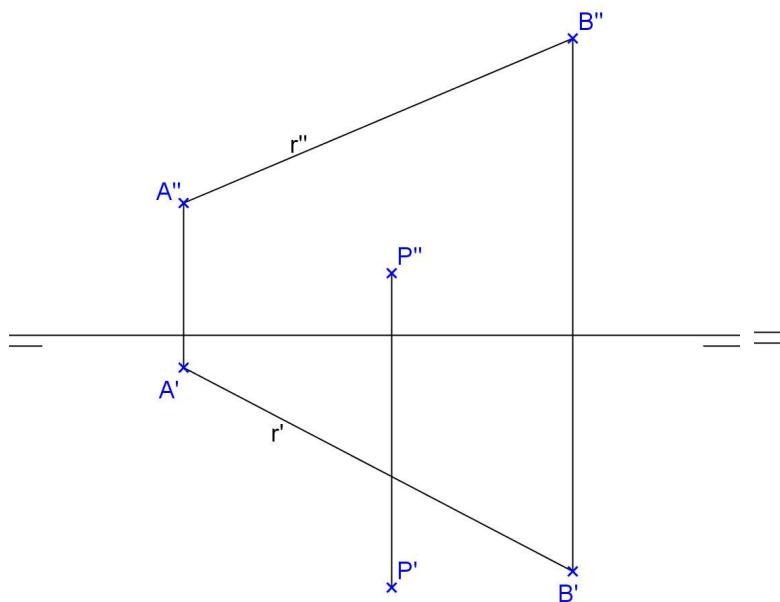
1. Encontrar a VG do segmento AB utilizando uma mudança de planos vertical, considerando A(10,10,25) e B(10,40,50).
2. Encontrar a VG do segmento AB utilizando uma mudança de planos horizontal, considerando A(10,40,10) e B(40,20,50).
3. Seja a reta r definida pelos pontos A e B. Representá-la, identificar o nome da reta e sua posição em relação aos PFR (paralela, oblíqua ou perpendicular), encontrar os ângulos que a reta forma com os PFR, bem como a VG do segmento AB.
 - a) A(30,15,10), B(60,50,-05)
 - b) A(20,15,20), B(20,45,20)
 - c) A(20,20,10), B(20,20,45)
 - d) A(10,20,-10), B(50,20,20)
 - e) A(40,50,10), B(40,10,30)
 - f) A(0,-20,-10), B(50,20,-10)
 - g) A(20,-10,-30), B(50,-10,-30)
4. Representar as retas horizontais que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR.
 - a) A(10,30,40), $\theta''' = 30^\circ$
 - b) A(10,30,40), $\theta'' = 30^\circ$
5. Representar as retas frontais que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR.
 - a) A(10,-40,-60), $\theta' = 15^\circ$
 - b) A(10,30,40), $\theta''' = 30^\circ$

6. Representar as retas de perfil que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR. Utilize mudança de plano vertical ou horizontal.

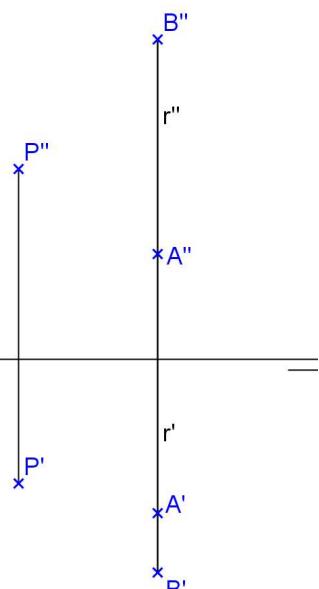
- a) A(50,10,-20), $\theta' = 30^\circ$
- b) A(20,25,10), $\theta'' = 45^\circ$

7. Encontre as projeções da reta s, paralela à reta r, que passa por P:

a)

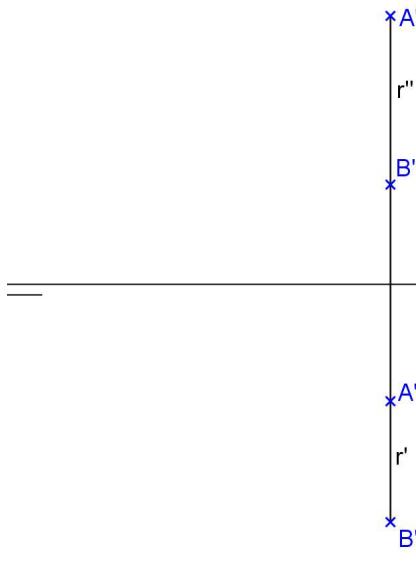


b)

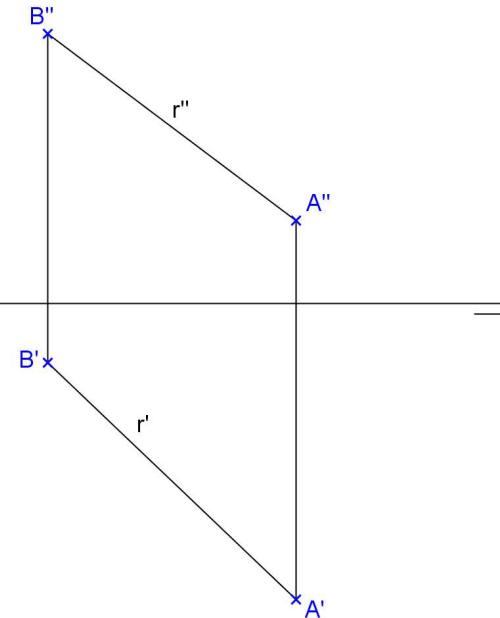


8. Encontre a verdadeira grandeza do segmento AB contido na reta r. Determine a verdadeira grandeza do ângulo que a reta r forma com π' .

a)

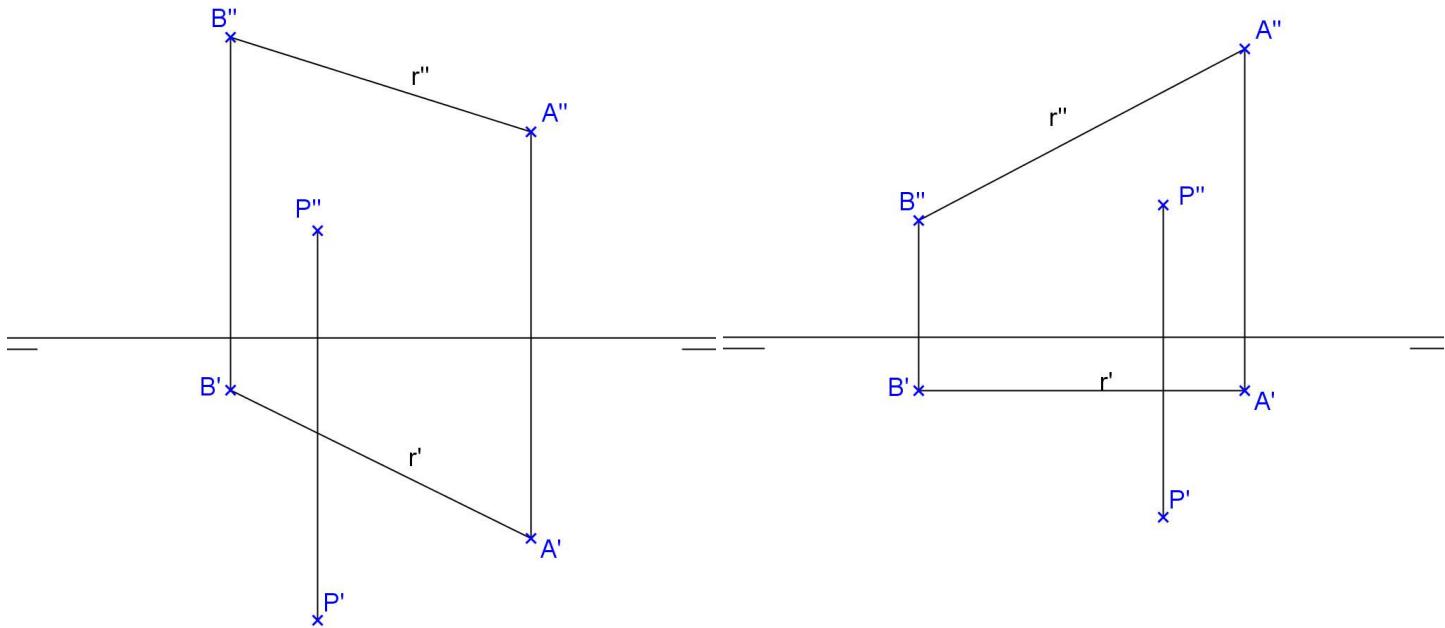


b)

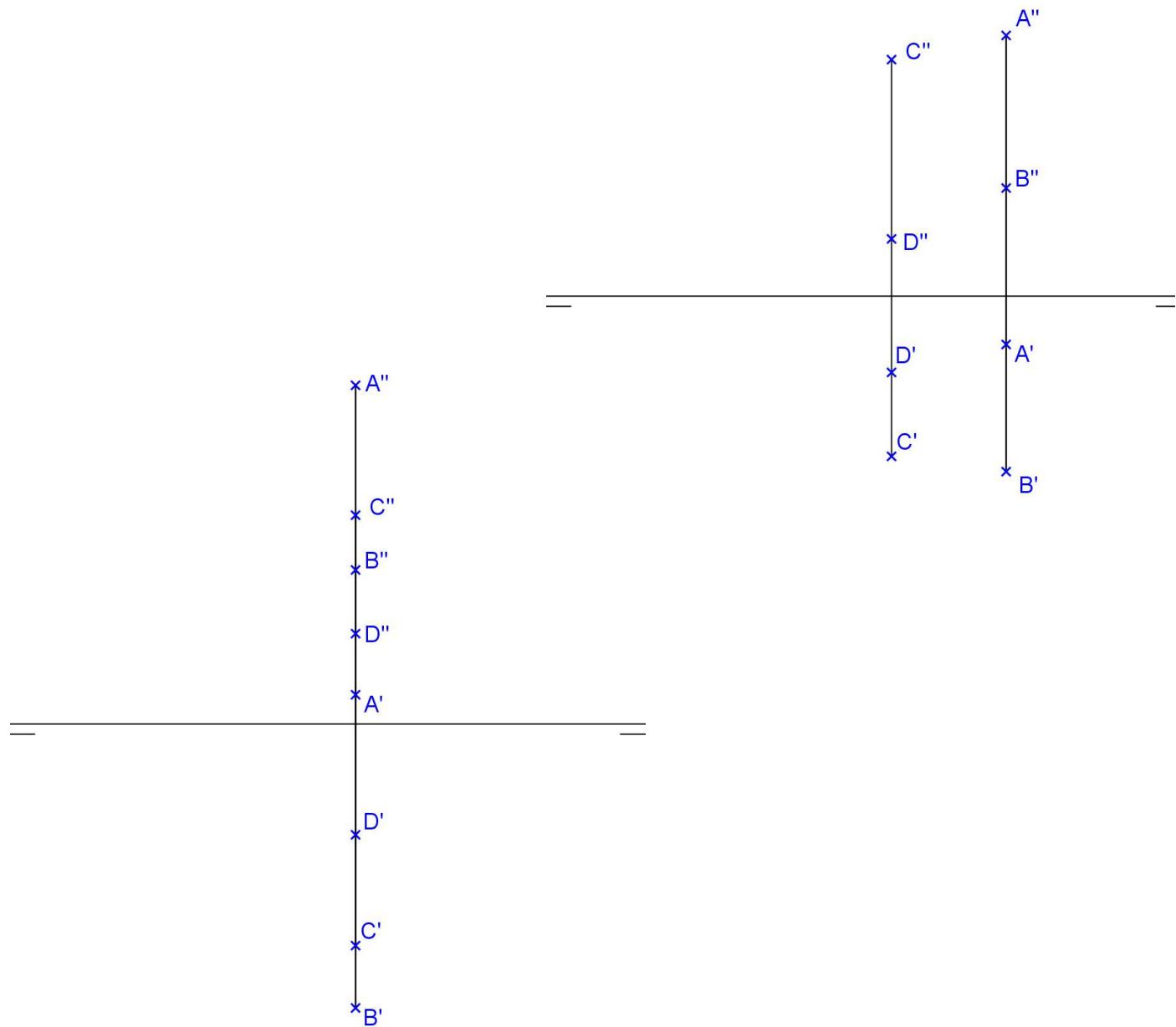


9. Encontre as projeções da reta s , ortogonal à reta r , que passa por P , e é do tipo:

- a) horizontal b) frontal



10. Determine se as retas de perfil $r(A,B)$ e $s(C,D)$ são paralelas, concorrentes ou reversas:



3.3. REPRESENTAÇÃO DO PLANO

Um plano está determinado por:

- 3 pontos não colineares
- 1 ponto e uma reta que não se pertencem
- duas retas concorrentes ou paralelas

Exemplos:

3.3.1. PERTINÊNCIA DE PONTO E RETA A UM PLANO

2.1. Pertinência de reta a plano

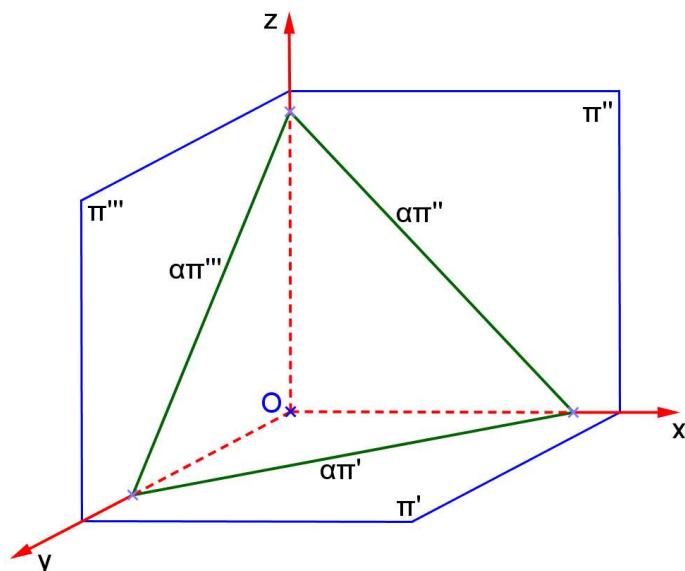
$$r \subset \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} r \cap a, r \cap b, \text{ onde } a, b \subset \alpha \\ r \parallel a, r \parallel b, \text{ onde } a, b \subset \alpha \end{cases}$$

2.2. Pertinência de ponto a plano

$$P \in \alpha \Leftrightarrow P \in r \text{ e } r \subset \alpha$$

3.3.2. REPRESENTAÇÃO DO PLANO PELOS SEUS TRAÇOS

No espaço:



Em épura:



Os traços de α são:

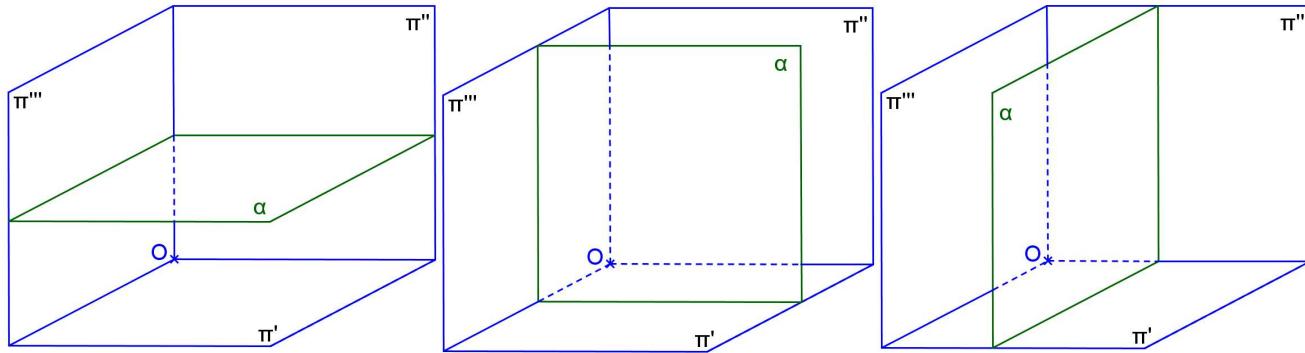
- $\alpha\pi'$ – 1º traço ou traço horizontal
- $\alpha\pi''$ – 2º traço ou traço vertical
- $\alpha\pi'''$ – 3º traço ou traço lateral

Propriedade: ou $\alpha\pi'$ intercepta $\alpha\pi''$ num ponto que pertence à linha de terra, ou os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$ são paralelos à linha de terra.

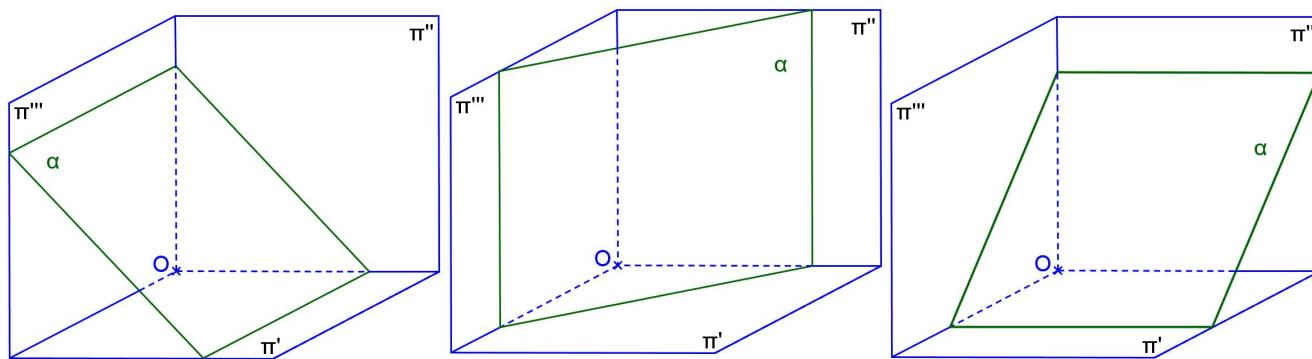
3.3.3. POSIÇÕES DO PLANO EM RELAÇÃO AOS PFR

Um plano α pode ocupar posições distintas em relação aos 3 PFR, podendo ser:

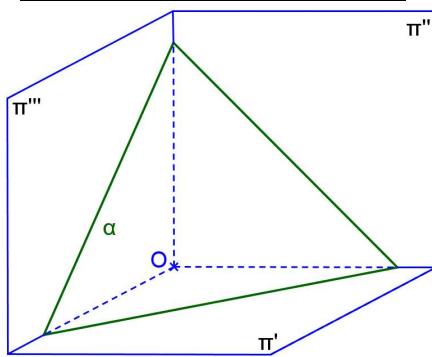
- α paralelo a um dos PFR:



- α perpendicular a um dos PFR e oblíquo em relação a outro:

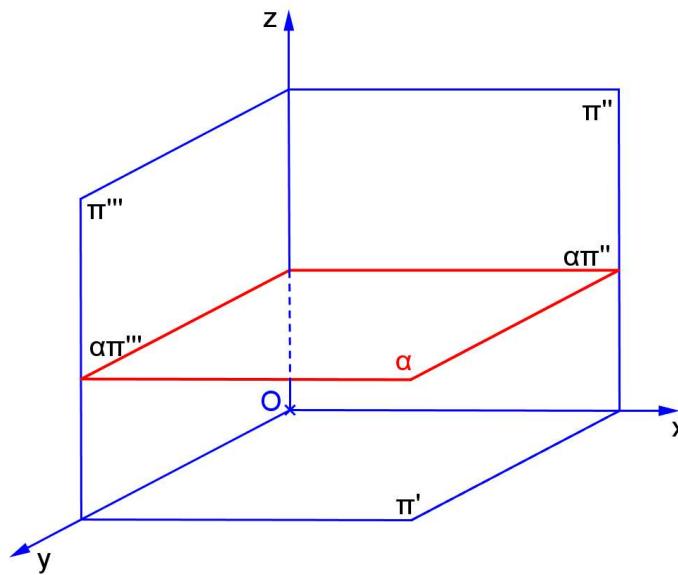


- α oblíquo em relação aos PFR:



PLANO HORIZONTAL

a) Característica espacial: _____



b) Épura:

c) Traços: _____

d) É plano projetante? _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Retas contidas no plano: _____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

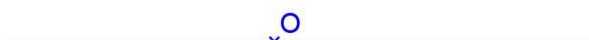
h) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

i) Traço de reta no plano:



j) Reta perpendicular ao plano:



Exercícios:

1. Representar um quadrado ABCD contido num plano horizontal α , dados A(10,10,20) e B(40,20,?).
 2. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano horizontal α , dados o centro O(30,30,20) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio $r = 20$, e sabendo que um de seus lados é fronto-horizontal.
 3. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano horizontal α sendo dados o centro O(40,30,10) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio $r = 20$, sabendo que um de seus lados forma ângulo de 15° com π'' .

VISIBILIDADE DE UM SÓLIDO

O contorno aparente é obtido pelas projetantes razantes ao sólido (aqueles que estão projetando os pontos mais afastados do objeto).

Este contorno aparente divide o sólido em duas partes, uma visível e outra não visível.

Critérios de visibilidade:

1º O contorno aparente é sempre visível.

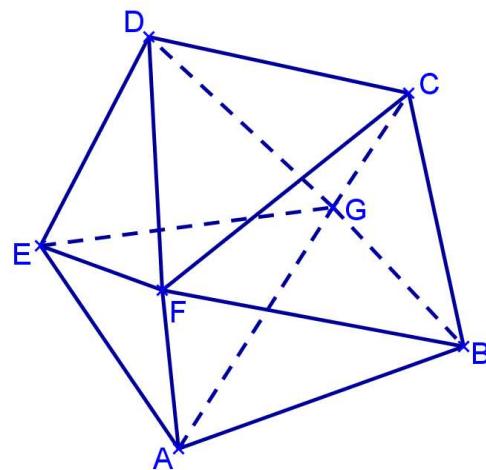
2º Uma face que contém um ponto visível, não pertencente ao contorno, é visível.

3º Uma aresta que contém um ponto visível, não pertencente ao contorno, é visível.

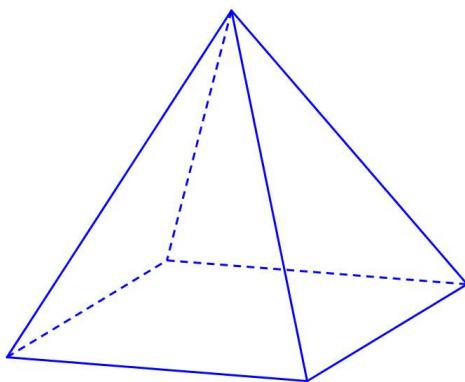
4º Duas faces que tem uma aresta comum pertencente ao contorno aparente são uma visível e outra não visível.

5º Duas arestas que tem um vértice comum não pertencente ao contorno aparente são ambas visíveis ou invisíveis, depende se o vértice é ou não visível.

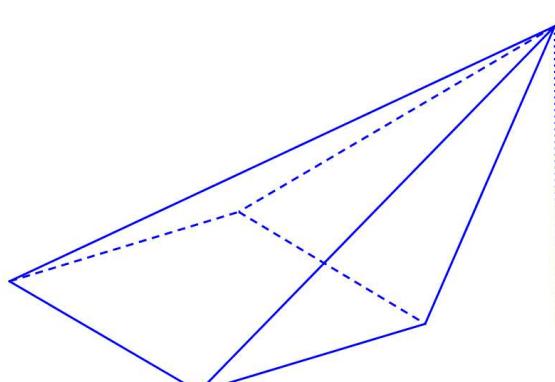
6º Dois pontos que têm a mesma projeção são um visível e outro invisível.



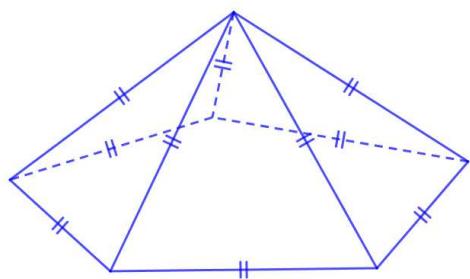
Pirâmides:



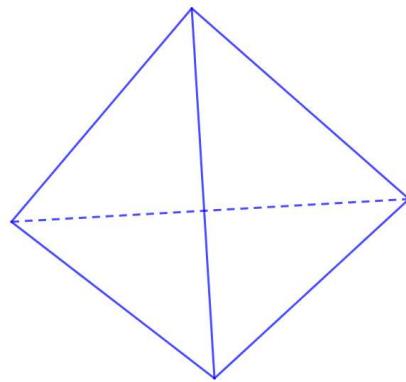
Reta



Oblíqua



Arquimediana



Tetraedro

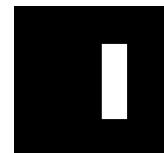
Exercícios:

1. Representar uma pirâmide reta de base hexagonal ABCDEF, contida em um plano horizontal α , com altura $h = 50$, dados $A(10,10,0,0)$ e $B(-30,0,0,0,0)$.



Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

2. Representar uma pirâmide reta de base quadrada ABCD contida em um plano α horizontal, de altura $h=50$, dados A(10,20,0,0) e B(40,10,?).

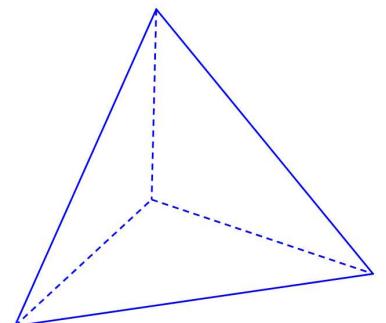
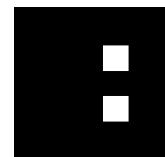


3. Representar uma pirâmide V-ABCD com base quadrangular contida em um plano horizontal α , dados V(60,10,60), A(20,00,10) e B(40,20,?)



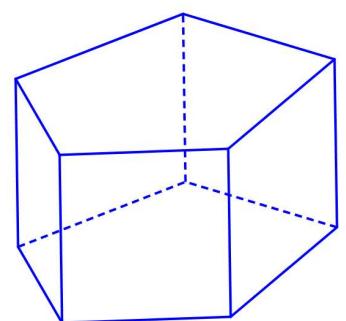
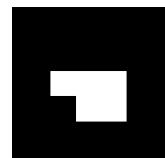
4. Representar um tetraedro regular ABCD, com a face ABC contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,20,00) e B(50,60,?).

O

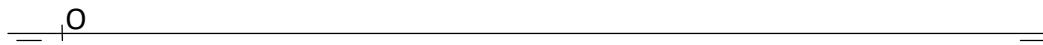


5. Representar um prisma reto de base triangular ABC contida num plano horizontal α , de altura h=40, sendo dados o centro da base O(30,30,10) e o vértice A(10,10,10).

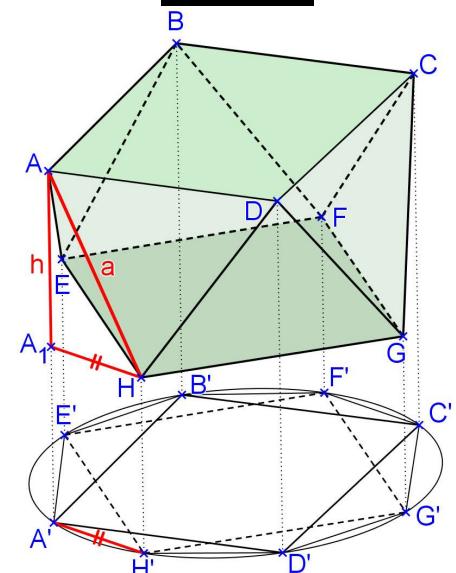
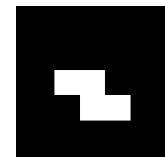
O



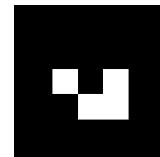
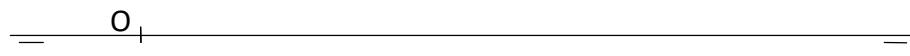
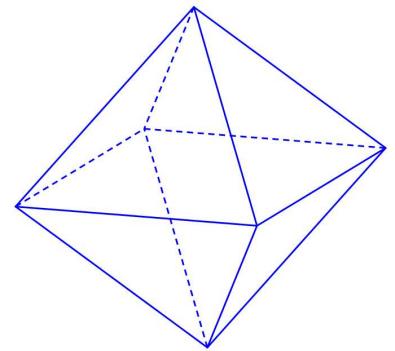
6. Representar um prisma quadrangular ABCD-EFGH, com uma base contida em um plano horizontal α , dados os vértices A(10,30,00), B(40,10,?) e E(70,20,30).



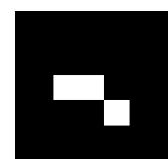
7. Representar um anti-prisma arquimediano com a base ABCDEF hexagonal e contida em um plano horizontal, dados os vértices A(20,50,40) e B(50,60,40).



8. Representar um octaedro regular ABCDEF, com seção equatorial ABCD contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,10,30) e B(50,00,30).

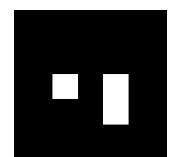
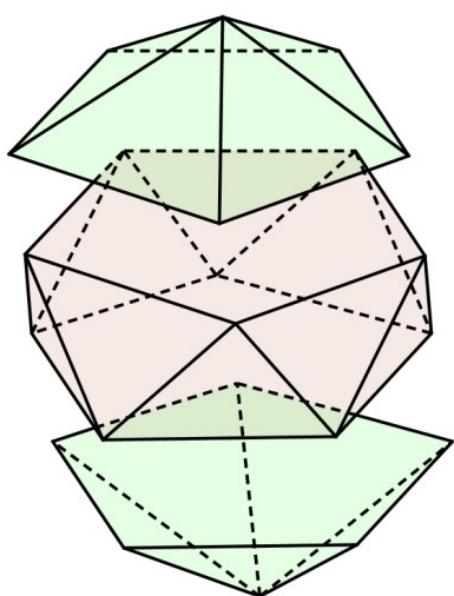


9. Representar um octaedro regular ABCDEF, com a face ABC contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,40,10) e B(60,50,10).



Exercícios propostos:

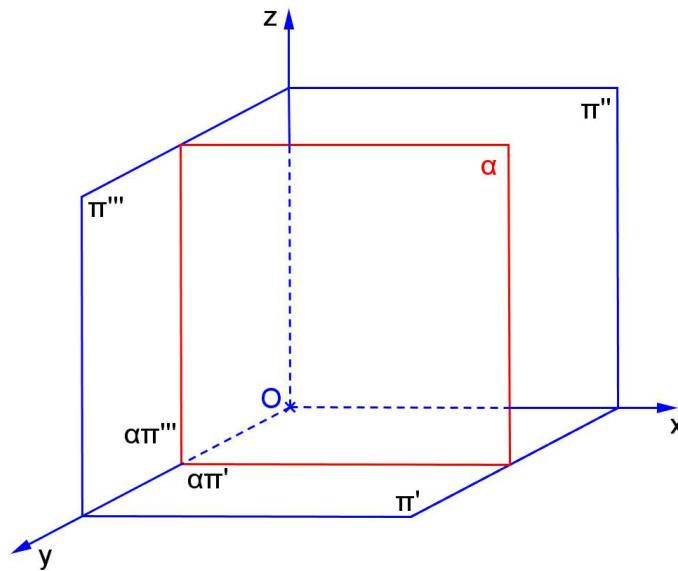
1. Representar as projeções de um pentágono regular contido em um plano horizontal, dado o lado AB: A(10,10,10), B(40,30,?)
 2. Representar as projeções do prisma oblíquo de base hexagonal regular, dados em posição a aresta de uma das bases (AB) e a aresta lateral (AG): A(30,30,10), B(20,60,10), G(70,10,60). Encontre a verdadeira grandeza de uma das arestas laterais.
 3. Representar as projeções do anti-prisma arquimediano pentagonal com a face ABCDE sobre um plano horizontal: A(50,20,10), B(20,40,10).
 4. Representar as projeções do icosaedro regular de aresta AB horizontal e sabendo-se que uma das diagonais principais é perpendicular a π' : A(20,40,30), B(50,20,30).



PLANO FRONTAL

a) Característica espacial: _____

b) Épura:

c) Traços: _____

d) É plano projetante? _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Retas contidas no plano: _____

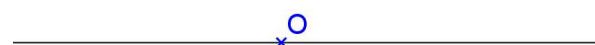
g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

h) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

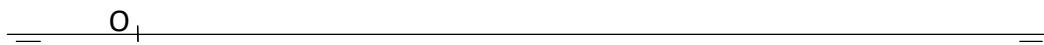
i) Traço de reta no plano:

j) Reta perpendicular ao plano:

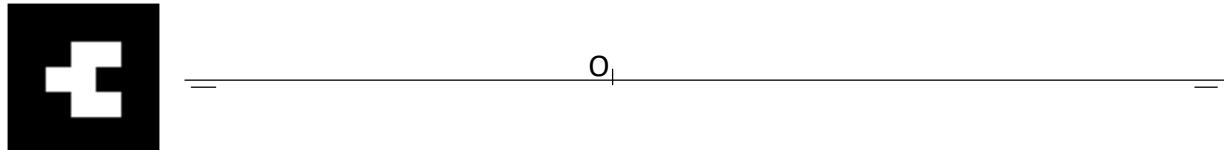


Exercícios:

1. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano frontal α sendo dados o centro O(40,10,45) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio $r = 40$, sabendo que um de seus lados forma ângulo de 30° com π' .



2. Representar uma pirâmide dupla, de altura $h=20$, com seção equatorial hexagonal em um plano frontal, dados os vértices do hexágono A(10,30,20), B(-10,30,00).



3. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF, com base sobre um plano frontal, e altura $h=50$, dados A(10,00,30), B(30,?,10).



4. Representar um prisma arquimediano de base pentagonal ABCDE contida em um plano frontal, dados 2 vértices consecutivos A(20,10,00) e B(50,?,20).



5. Representar um tetraedro regular ABCD com uma face contida em um plano frontal, dados A(10,10,20) e B(50,?,60).



— O —

A horizontal line with a central point labeled 'O', representing the center of the front view.

6. Representar um cilindro circular reto com a base de centro O apoiada num plano frontal, dados: O(-10,10,30), r=30, h=40.



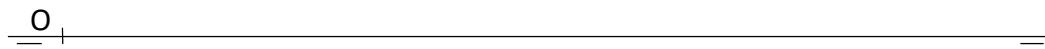
— O —

A horizontal line with a central point labeled 'O', representing the center of the front view.

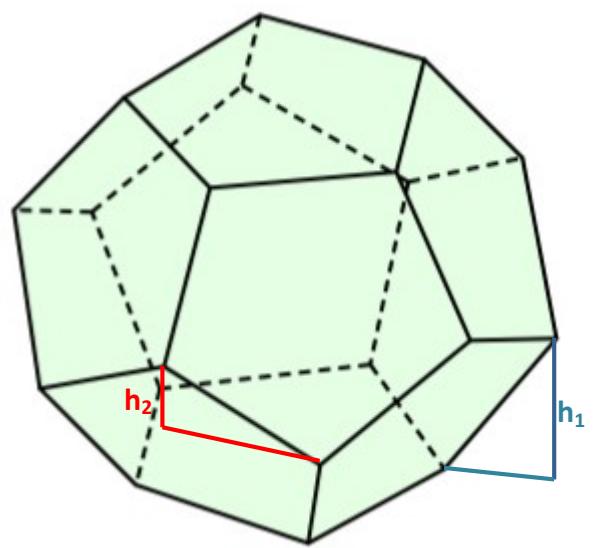
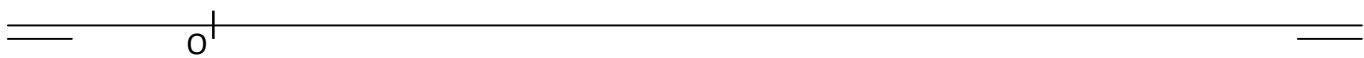
7. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases apoiadas em planos frontais, dados os centros das bases $O(-20,10,20)$ e $P(50,40,40)$, e $r=20$.



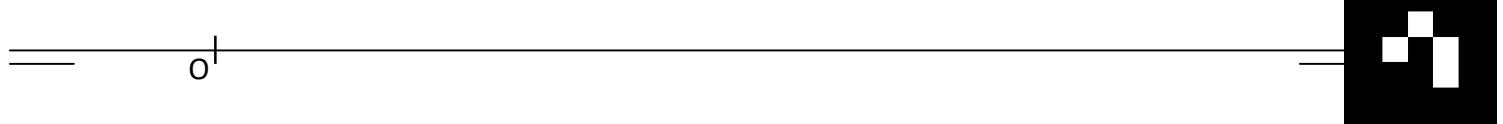
8. Representar um cone circular oblíquo com a base apoiada em um plano frontal, dados o centro da base $O(20,00,30)$ o vértice $V(70,60,60)$, e $r=20$.



9. Represente as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no **plano frontal** α . Dados A(60,10,75) B(75,10,48).

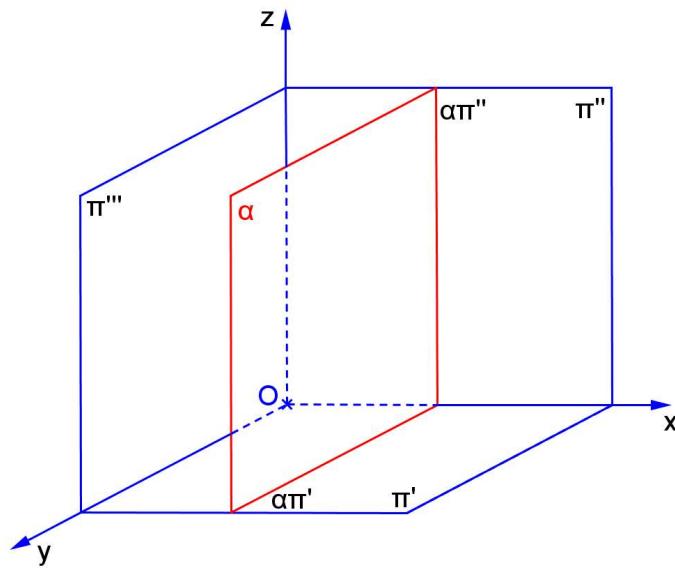


10. Represente as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no **plano horizontal α** . Dados A(60,25,25) B(75,57,25).



PLANO DE PERFIL

a) Característica espacial: _____



b) Épura:

c) Traços: _____

d) É plano projetante? _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Retas contidas no plano: _____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

h) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

i) Traço de reta no plano:

j) Reta perpendicular ao plano:



Exercícios:

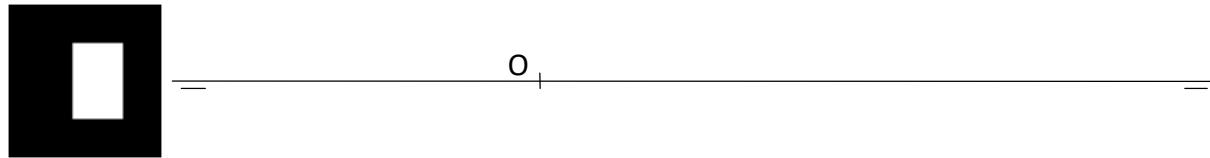
1. Representar um triângulo equilátero ABC contido em um plano α de perfil, dados A(30,20,10) e B(?;35,50).



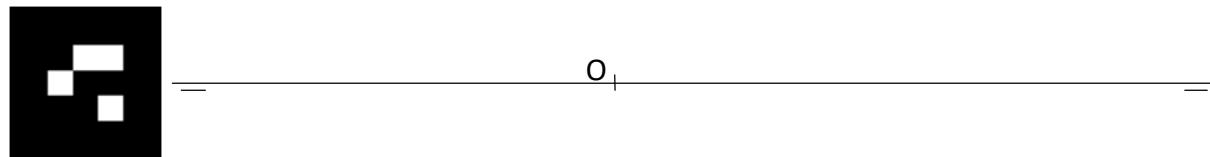
2. Representar uma pirâmide dupla, com altura $h=40$, com base quadrada, dados os vértices da seção equatorial contida em um plano de perfil: A(30,10,20) e B(30,20,40).



3. Representar um prisma quadrangular regular ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de perfil, dados A(50,20,40) e B(?,10,20), e $h=40$.



4. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF com a base em um plano de perfil, dados A(10,00,30), B(?,20,10) e altura $h=50$.



5. Representar as projeções da pirâmide oblíqua de base hexagonal contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e o vértice principal V: A(70,30,20), B(70,10,25), V(-10,45,05). Representar a seção plana nesta pirâmide por um plano horizontal de cota 15.

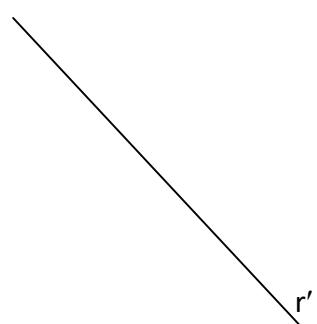
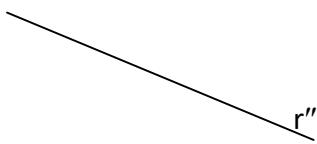


— O —

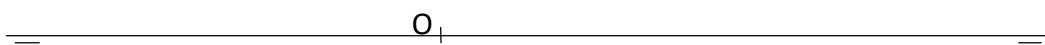
6. Representar as projeções do prisma oblíquo de base quadrada contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e a reta r paralela às arestas laterais do prisma: A(10,15,20), B(10,30,40) e h=40. Representar a seção plana no prisma por um plano frontal de afastamento 25.



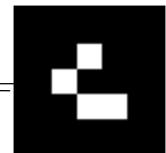
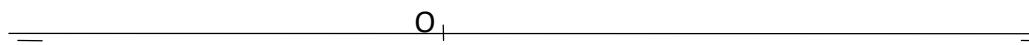
— O —



7. Representar as projeções do cilindro circular oblíquo com as bases contidas em planos de perfil, dados os centros das bases P e Q e o raio 11. Representar as projeções da seção plana neste cilindro feita pelo plano horizontal de cota 20: P(25,25,45), Q(70,35,00)

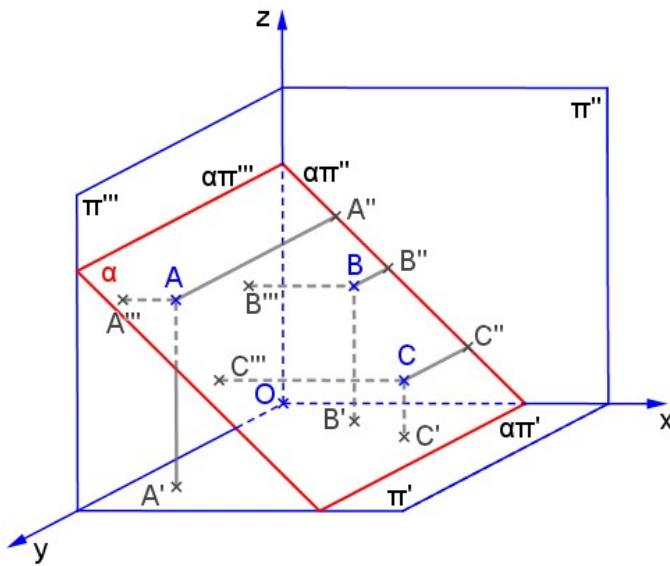


8. Representar as projeções de uma esfera de raio 20, sabendo-se que os segmentos AB e CD representam as projeções da seção plana da esfera por um plano de perfil: A(50,20,40), B(50,20,20), C(50,10,30), D(50,30,30). Representar as projeções da seção plana nesta esfera com um plano horizontal de cota 45.



PLANO DE TOPO

a) Característica espacial: _____



b) Épura:

c) Traços: _____

d) É plano projetante? _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Retas contidas no plano: _____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

h) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

i) Traço de reta no plano:

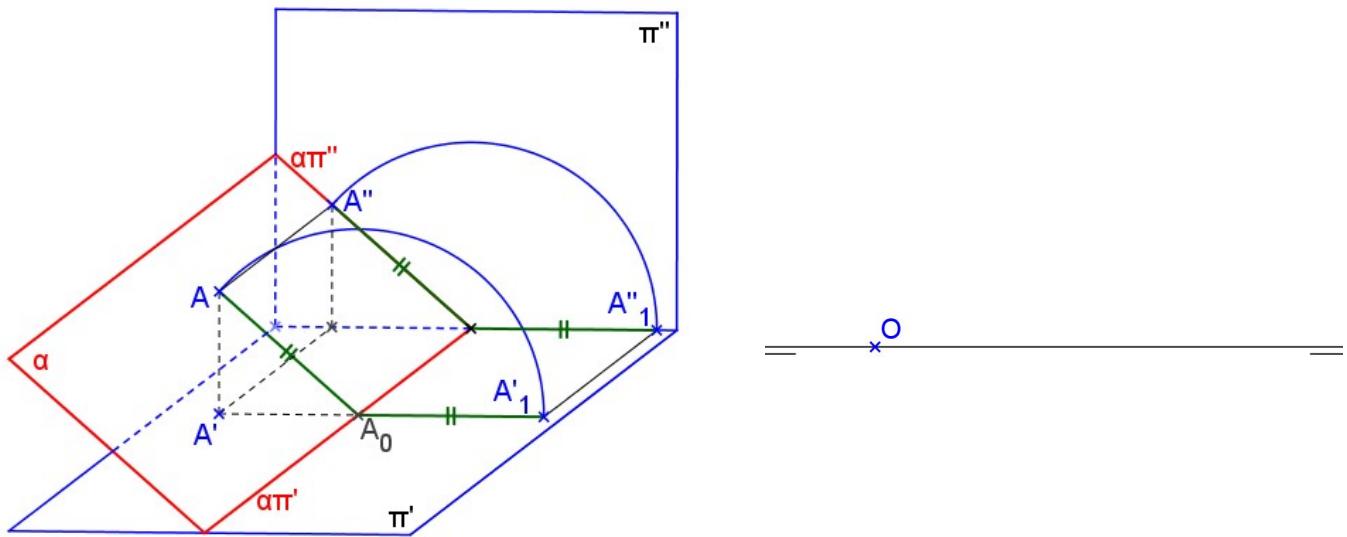


j) Reta perpendicular ao plano:



PROCESSO DO REBATIMENTO

Rebatimento sobre π'



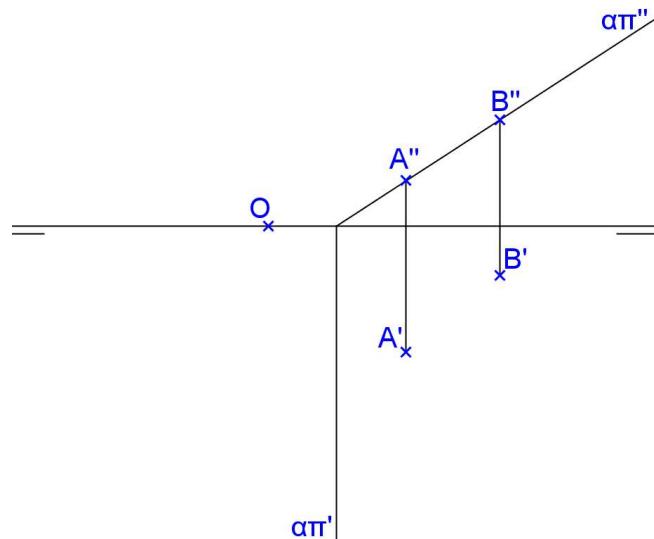
Rebatimento sobre um plano horizontal: basta considerar um plano β horizontal e usar $(\alpha\beta)$ como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar $(\alpha\beta)'$ como se fosse $\alpha\pi'$.

Exercícios:

1. Representar um quadrado ABCD contido num plano α de topo, sendo dados A(40,40,10) e B(20,20,30).

$\underline{\underline{O}}$

2. Representar um hexágono regular ABCDEF contido no plano de topo dado por seus traços, conhecendo-se as projeções dos vértices A e B.



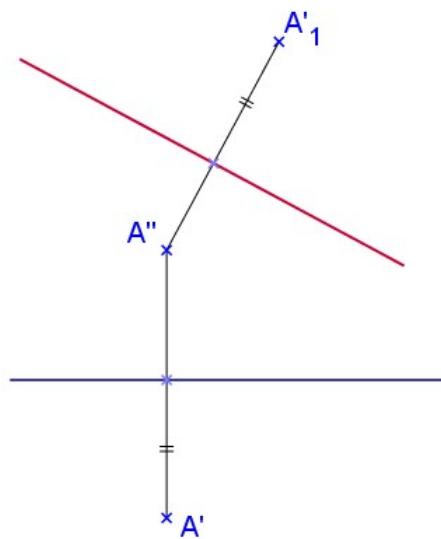
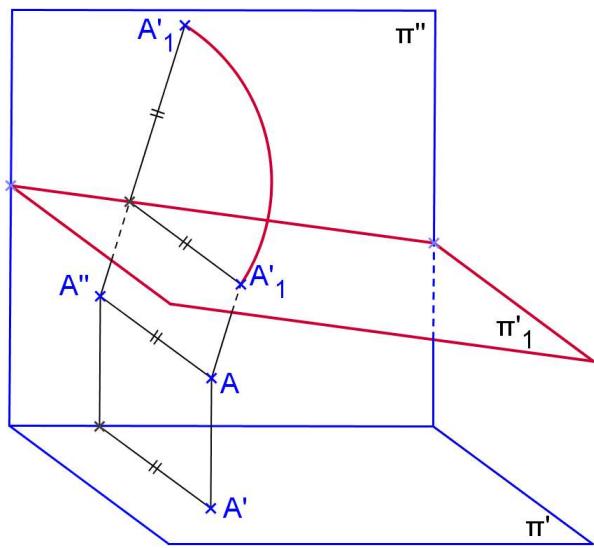
3. Representar uma pirâmide regular quadrangular V-ABCD com a base apoiada em um plano α de topo que passa pela origem e forma 45° com π' , dados A(10,20,?) e B(30,00,?), h=50.



4. Representar um prisma quadrangular oblíquo ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de topo, dados A(30,20,10), B(50,00,20) e G(25,35,45). As arestas laterais são AE, BF, CG e DH. Representar a seção feita neste sólido por um plano de topo que passa pela origem e forma 45° com π' .

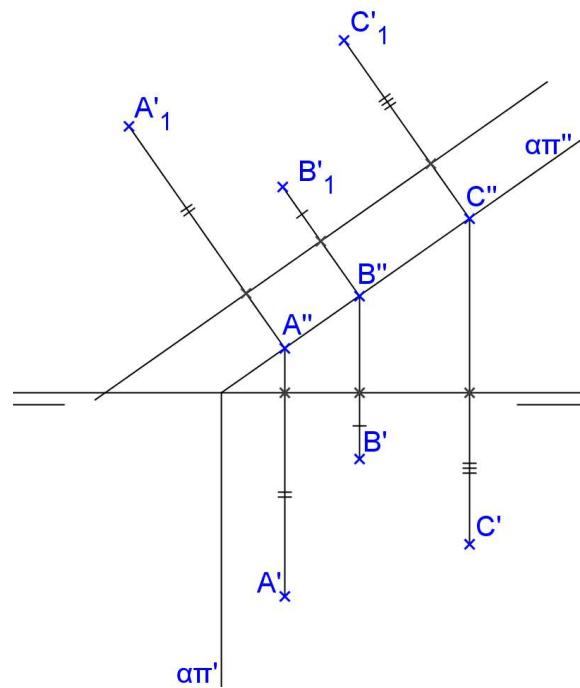


MUDANÇA DE PLANO HORIZONTAL



Propriedades da MPH:

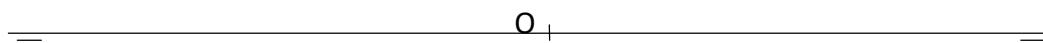
- A'' é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- $A''A'_1$ é perpendicular à nova linha de terra.

**SEÇÕES PLANAS**

Nos problemas 5 até 8 considere o mesmo plano de topo γ que passa por $Z(70,0,0)$ e forma 30° com π' :

5. Representar a seção plana feita com o plano γ na pirâmide do exercício 2 da página 54. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
6. Representar a seção plana feita com o plano γ na pirâmide do exercício 3 da página 54. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
7. Representar a seção plana feita com o plano γ no tetraedro do exercício 4 da página 55. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
8. Representar a seção plana feita com o plano γ no octaedro do exercício 8 da página 57.

9. Representar um hexaedro regular de aresta AB com uma face sobre o plano de topo α que contém P(10,00,00) e forma 45° com π' . Dados A(-30,40,?), B(-10,20,?). Representar a seção plana feita neste sólido por um plano de topo que passa por R(60,00,00) e forma 30° com π' .



10. Representar um prisma arquimediano hexagonal de aresta AB, apoiado pela base num plano α de topo, sendo dados os vértices A(10,0,0,10) e B(40,10,25).



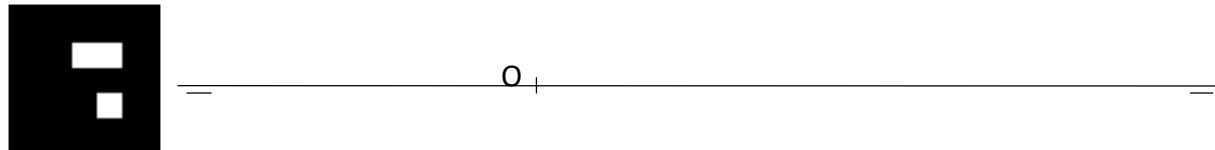
11. Representar a seção plana feita com o plano γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° com π' na pirâmide do exercício 3 da página 61.
12. Representar a seção plana feita com o plano γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° com π' no prisma do exercício 6 da página 56.

13. Representar um anti-prisma arquimediano de aresta AB e bases quadradas sobre planos de topo, dada a aresta de uma base: A(0,10,40) e B(30,00,20).

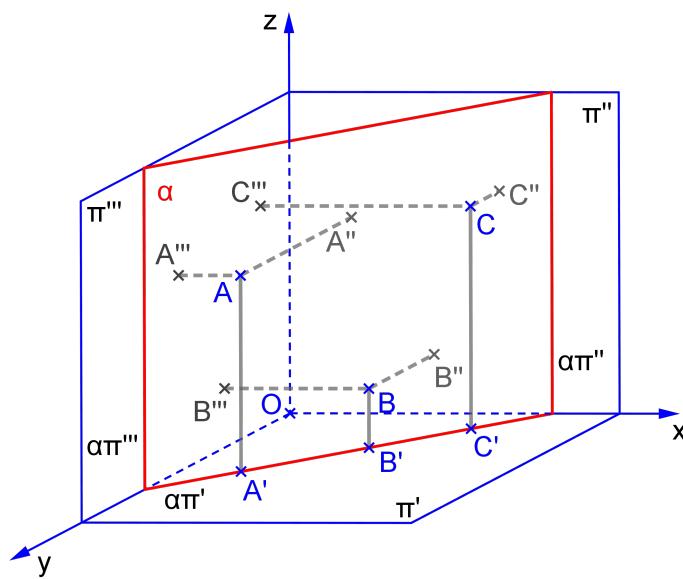


— O ——————

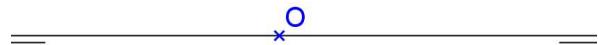
14. Representar um cilindro circular reto com uma base sobre um plano α de topo que contém $R(15,00,00)$ e forma 45° com π' , sendo dados os centro das bases $O(30,30,?)$ e $P(?,?,45)$ e $r=20$.
Representar geratriz com afastamentos iguais a 40, 20 e 45.



PLANO VERTICAL



- a) Característica espacial: _____
 b) É pura:



c) Traços: _____

d) É plano projetante? _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

f) Retas contidas no plano: _____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

h) Ângulos:

com π' _____

com π'' _____

com π''' _____

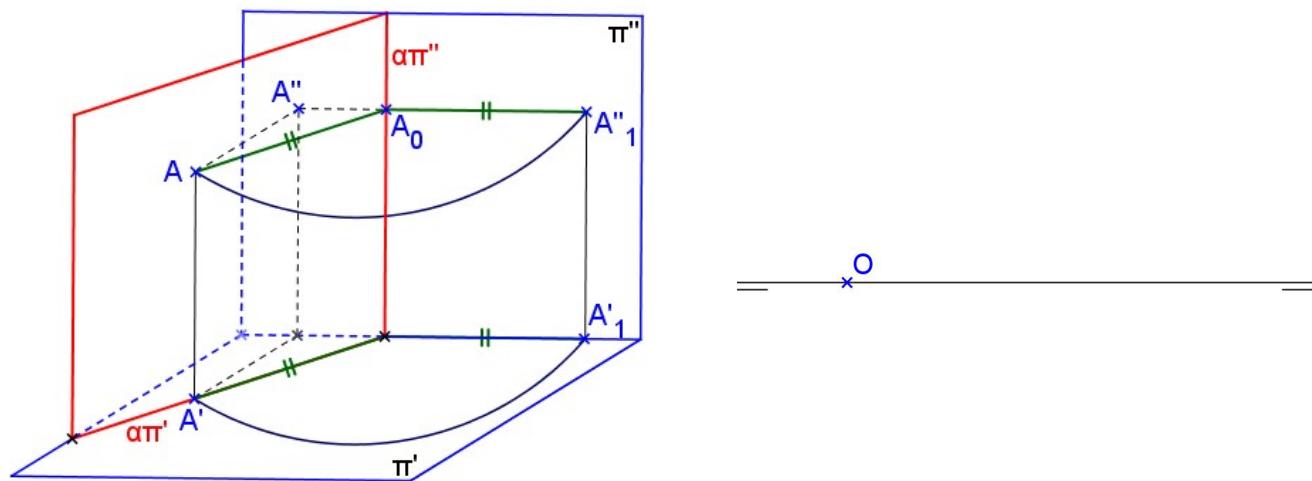
i) Traço de reta no plano:

j) Reta perpendicular ao plano:



PROCESSO DO REBATIMENTO

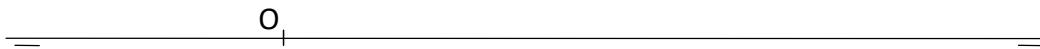
Rebatimento sobre π''



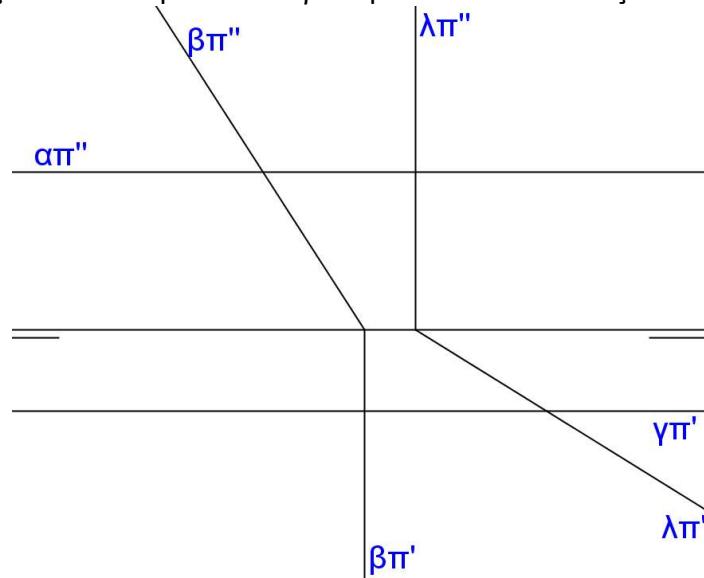
Rebatimento sobre um plano frontal: basta considerar um plano β frontal e usar $(\alpha\beta)$ como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar $(\alpha\beta)''$ como se fosse $\alpha\pi''$.

Exercícios:

1. Representar um octógono regular ABCDEFGH contido num plano α vertical, dados o centro da circunferência circunscrita e um vértice: O(30,10,45) e A(10,30,25).



2. Representar a interseção entre os planos α e β . Representar a interseção entre os planos λ e γ .



3. Representar um prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos verticais, dada uma aresta de base AB: A(00,25,30) e B(25,15,60).



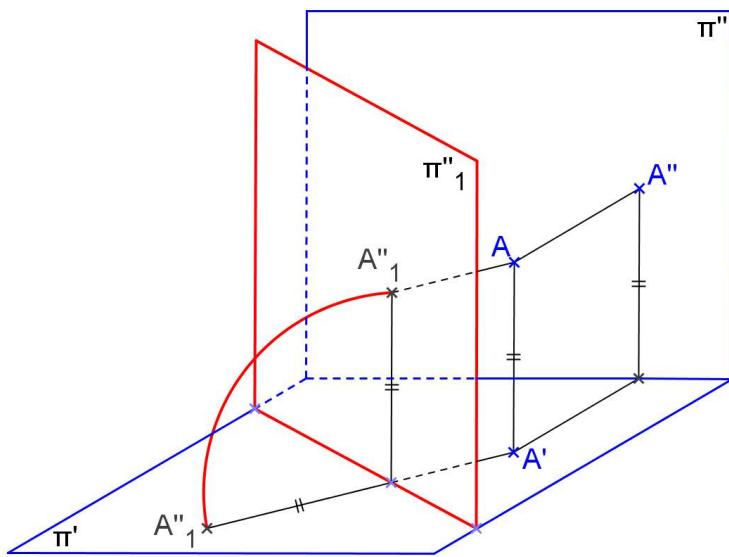
O

4. Representar a seção plana feita com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° com π'' no cilindro do exercício 7 da página 63.
5. Representar a seção plana feita no cone do exercício 8 da página 63 com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° com π'' .
6. Representar um prisma oblíquo de bases quadradas ABCD-EFGH contidas em planos verticais, dadas a aresta AB da base e o vértice G da outra base: A(-30,15,0), B(-10,05,20), G(40,40,60). Neste caso, temos as arestas laterais AE, BF, CG e DH.

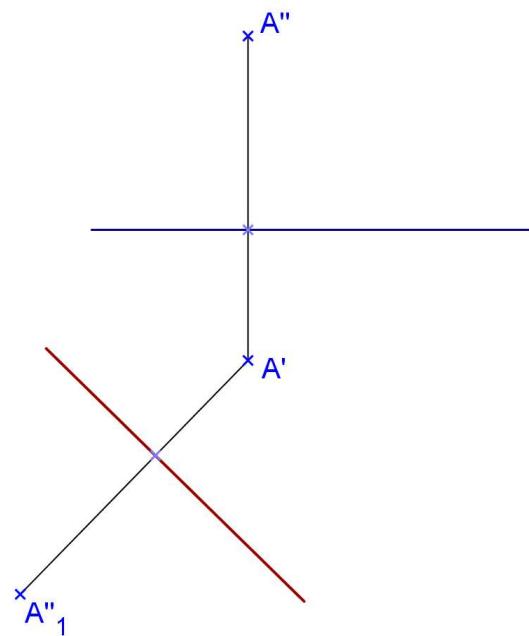


7. Representar a seção plana feita com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° no prisma do exercício 5 da página 55. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
8. Representar a seção plana feita no tetraedro do exercício 5 da página 62 com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° . Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

MUDANÇA DE PLANO VERTICAL

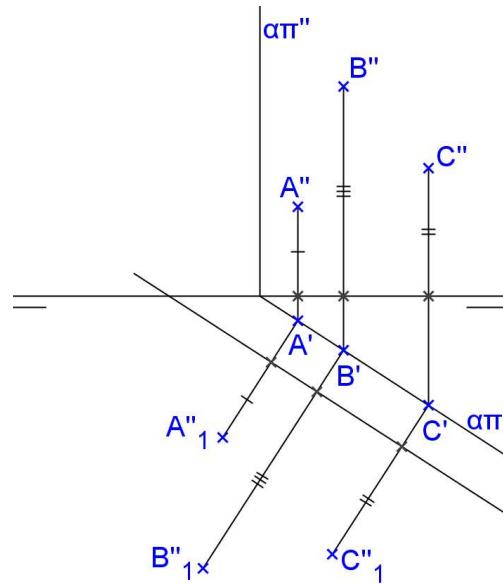


Épura:

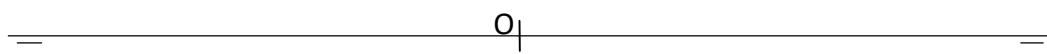


Propriedades da MPV:

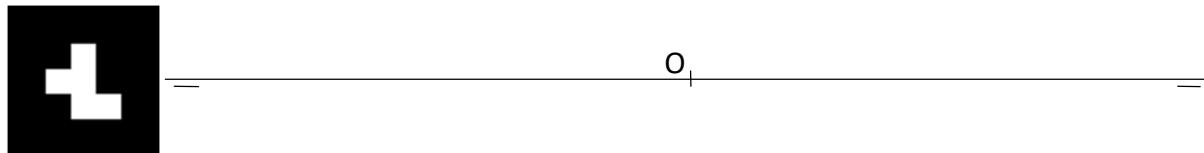
- A' é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- A'A''_1 é perpendicular à NLT.



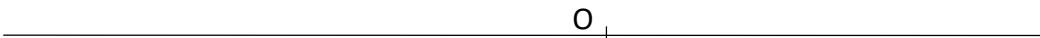
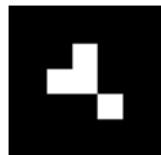
9. Representar um hexaedro regular de aresta AB, com a face ABCD contida em um plano vertical:
A(10,10,10), B(30,30,30).



10. Representar um octaedro regular de aresta AB, sabendo-se que a face ABC está contida em um plano α vertical, sendo dados os vértices A(10,10,10) e B(40,30,0).



11. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases em planos verticais que formam 30° com π'' , com centros O(10, 20, 10) e P(-40, 40, 30) e raios das bases $r=20$. Representar a seção plana neste cilindro por um plano vertical que passa por R(-30, 0, 0) e forma 45° com π'' .

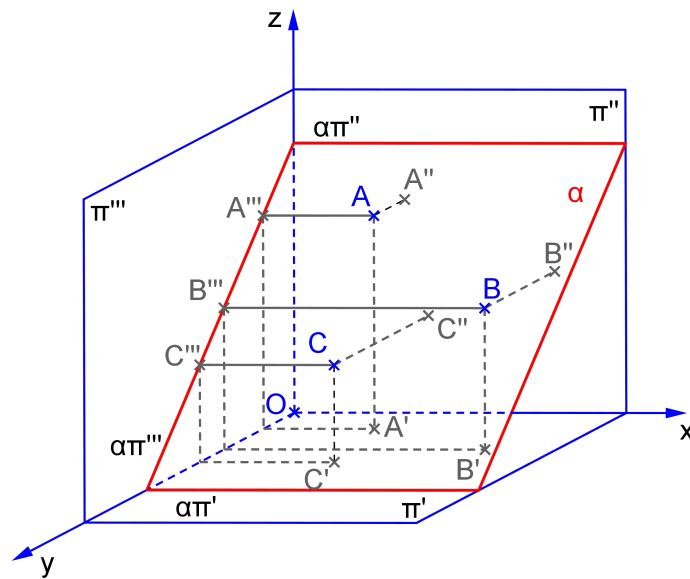


12. Construa as projeções de um cone circular reto com base em um plano frontal, dado o centro da base $O(10,10,30)$, altura $h = 50$ e o raio da base $r=25$. Representar a seção plana neste cone por um plano vertical que passa pelos pontos $A(-55,0,0)$ e $B(40,30,0)$.

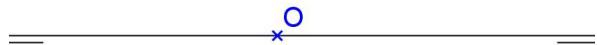


PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

a) Característica espacial: _____



b) Épura:



c) Traços: _____

_____d) Ângulos: com π' _____com π'' _____com π''' _____

e) É plano projetante? _____

f) Tem alguma projeção em VG? _____

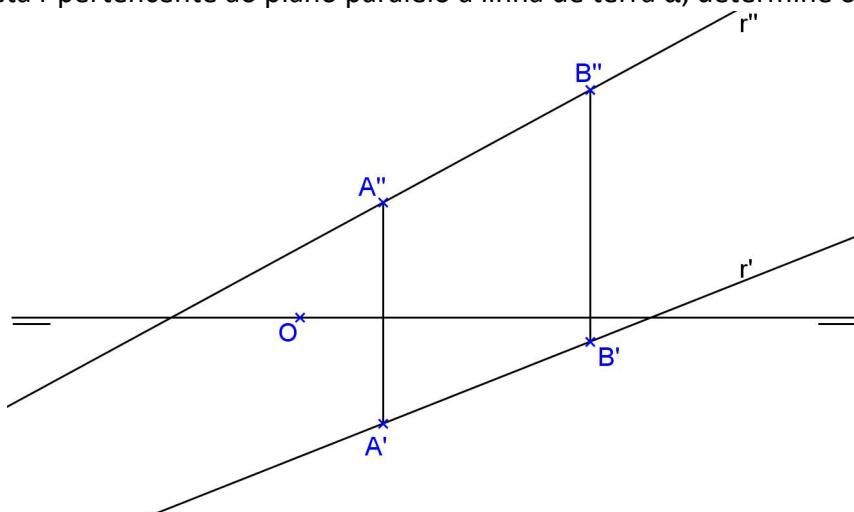
g) Retas contidas no plano: _____

h) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

TRAÇOS DO PLANO

Para encontrar o traço $\alpha\pi'$, basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula. O traço $\alpha\pi''$ é a reta frontal do plano que tem afastamento nulo.

Exemplo: Dada a reta r pertencente ao plano paralelo à linha de terra α , determine os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$.



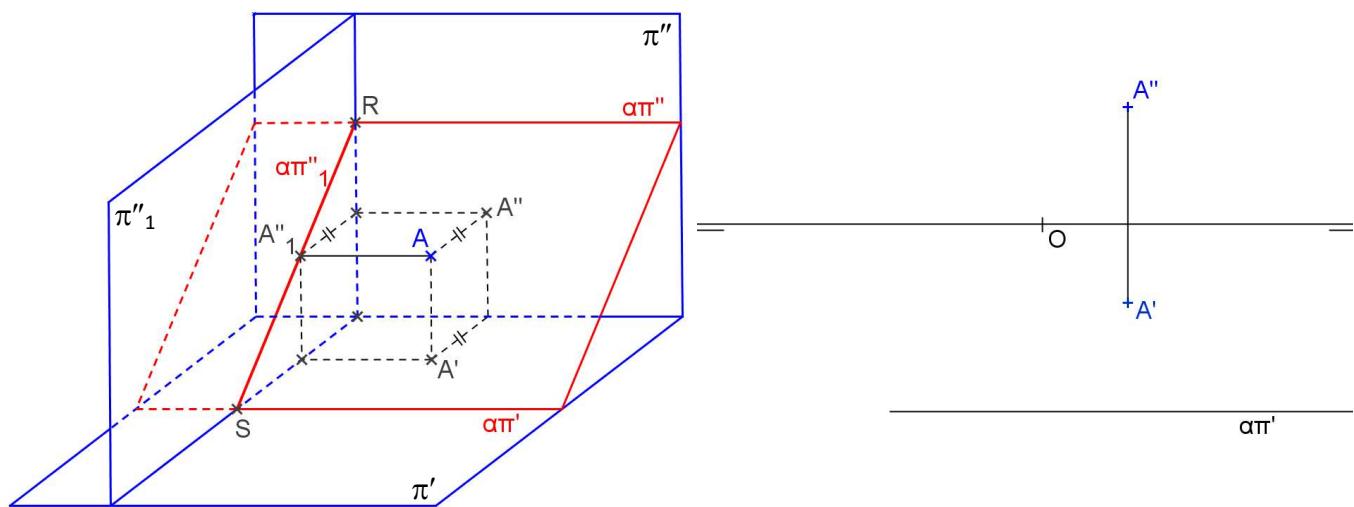
Exercício proposto:

Represente o 1º, 2º e 3º traços do plano α paralelo à linha de terra, definido pelos pontos A(40,10,30) e B(80,40,10).

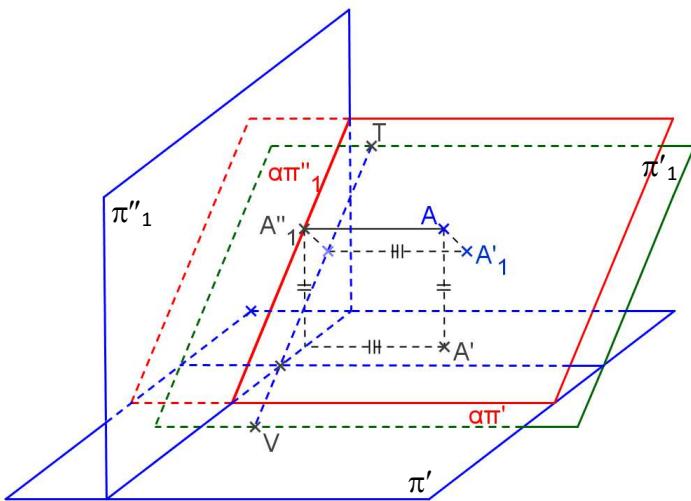
MUDANÇA DE PLANOS DE PROJEÇÃO

Para encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

1. Mudança de π' para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano de topo: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi'$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:

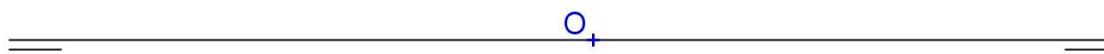


2. Mudança de π' para transformar o plano de topo em plano horizontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi''_1$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

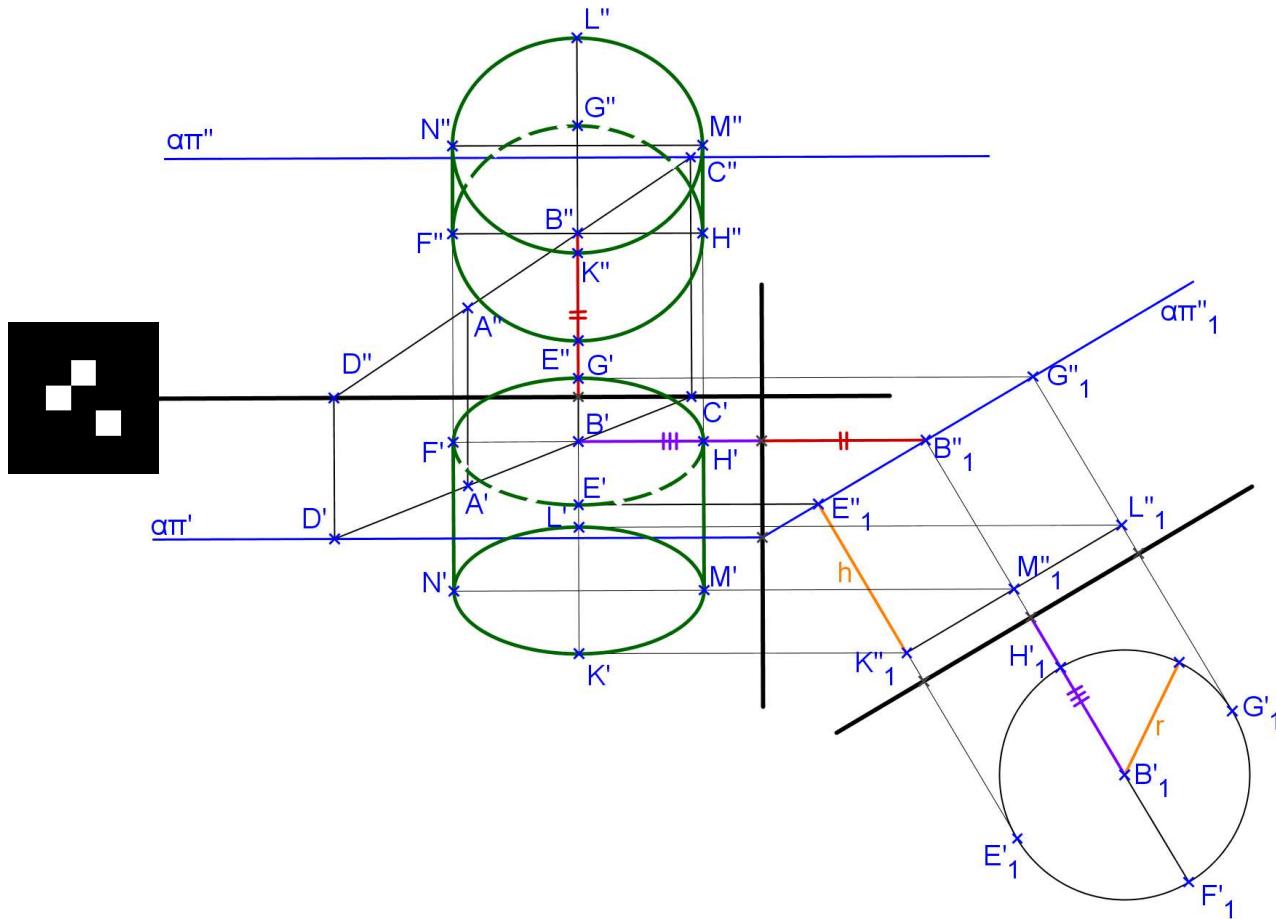


Exercícios:

1. Represente as projeções de um quadrado ABCD contido num plano α paralelo à linha de terra, dados A(-30,30,20) e B(0,20,40).

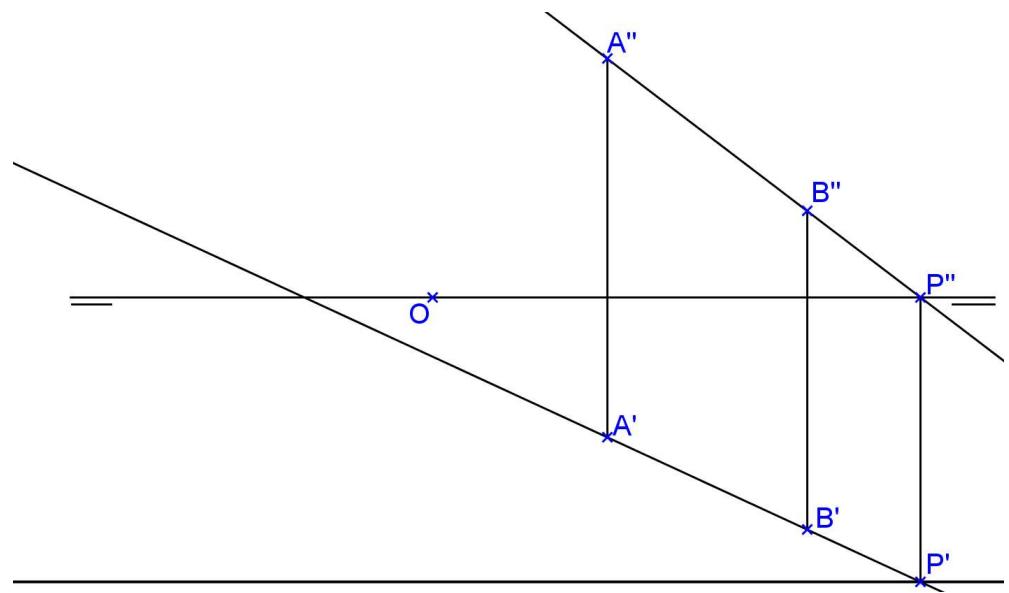


2. Represente as projeções do cilindro circular reto com as bases apoiadas em planos paralelos à linha de terra. São dados a altura h , o raio das bases r , os pontos **A** e **B** do plano de uma das bases e o centro de uma base é o ponto **B**.



Faça a descrição passo a passo da construção para entendermos os próximos exercícios:

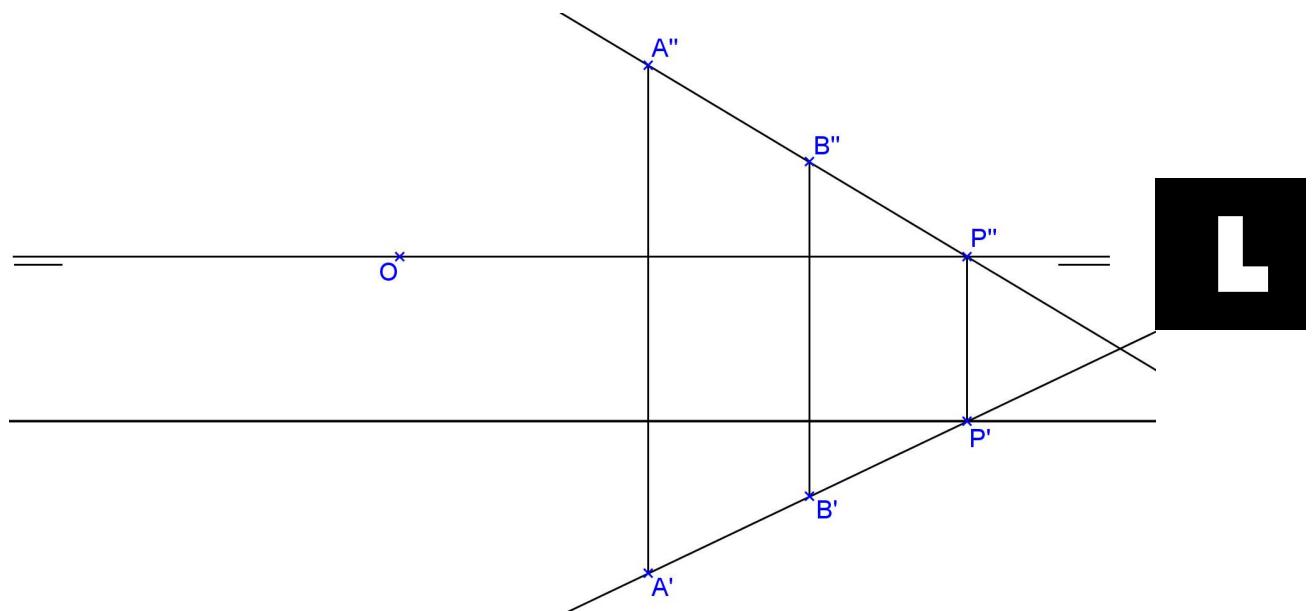
3. Construa as projeções de um hexaedro regular com uma face contida no plano paralelo à linha de terra que contém os vértices A e B. Encontre as projeções da seção plana neste hexaedro por um plano de topo que passa pela origem e forma 45° com π' .



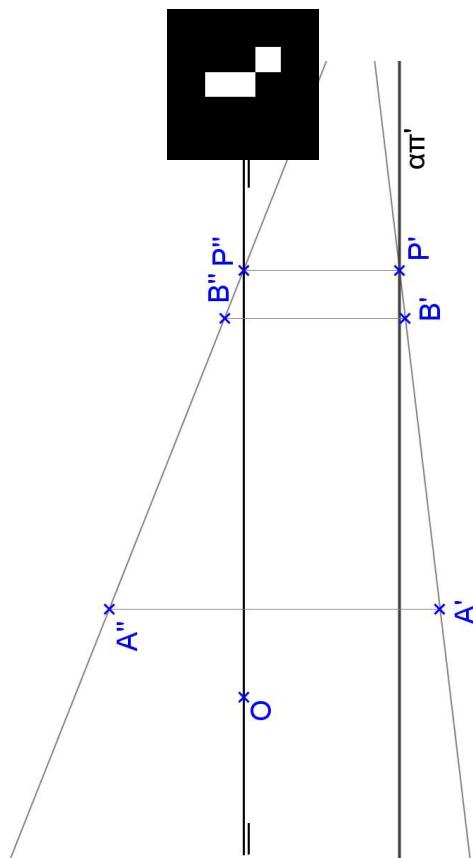
4. Represente as projeções de um prisma reto de base hexagonal ABCDEF contida num plano α paralelo à linha de terra e altura $h=30$. Dados A(10,40,40) e B(20,50,20).



5. Construa as projeções de uma pirâmide hexagonal regular de altura $h=50$, com a base contida em um plano paralelo à linha de terra, dados os vértices da base A e B. Encontrar as projeções da seção plana nesta pirâmide feita por um plano vertical que passa pela origem e forma 45° com π'' .

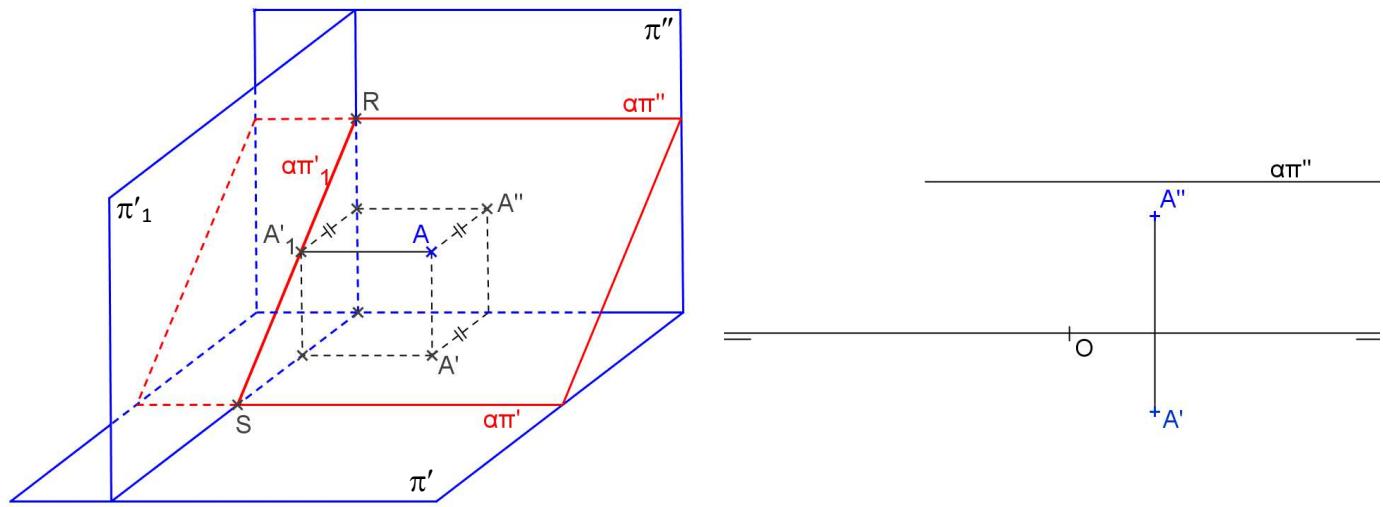


6. Construa as projeções de um octaedro regular de aresta AB com a seção equatorial ABCD contida no plano paralelo à linha de terra definido por A e B.

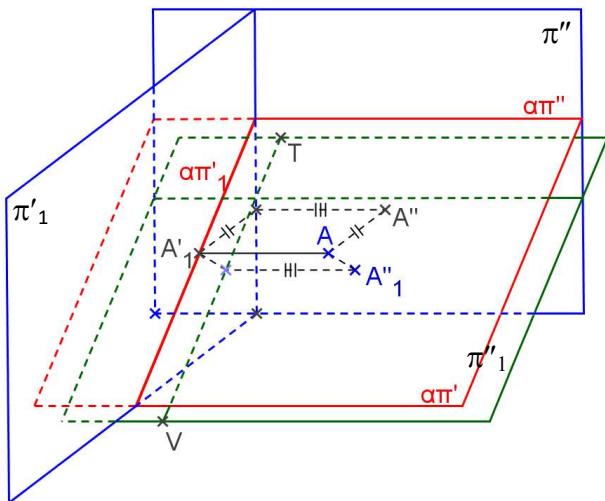


Outra maneira de encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra é o inverso da anterior:

1. Mudança de π' para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano vertical: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi''$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

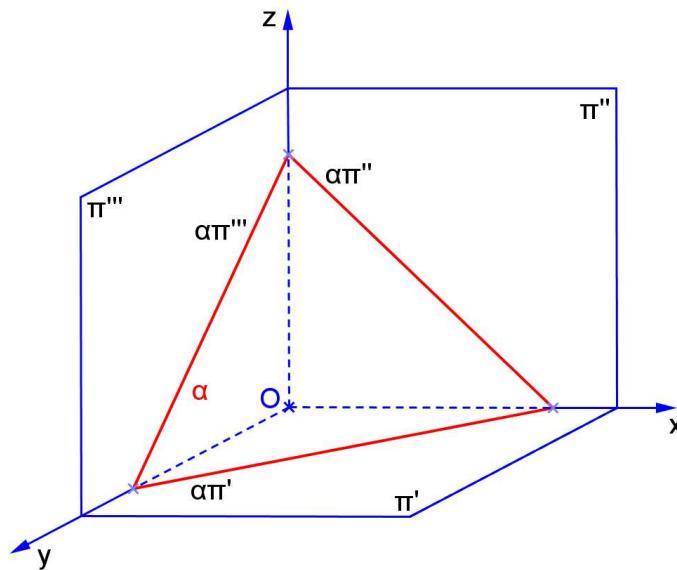


2. Mudança de π'' para transformar o plano vertical em plano frontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi'_1$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



PLANO QUALQUER

a) Característica espacial: _____



b) Épura:

c) Traços: _____

d) É plano projetante? _____

e) Tem alguma projeção em VG? _____

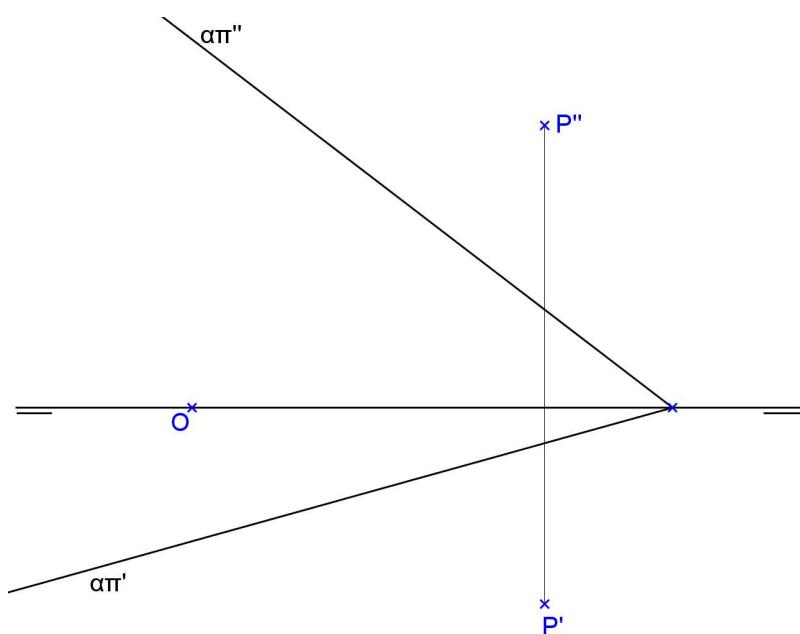
f) Retas contidas no plano: _____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _____

h) Ângulos:

com π' _____com π'' _____com π''' _____

i) Reta perpendicular ao plano que passa por um ponto P.

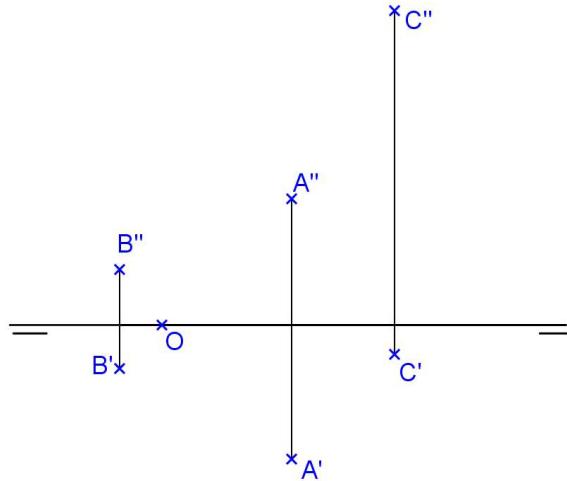


TRAÇOS DO PLANO

Para encontrar o traço $\alpha\pi'$, basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula. O traço $\alpha\pi''$ é a reta frontal do plano que tem afastamento nulo.

Exercício proposto:

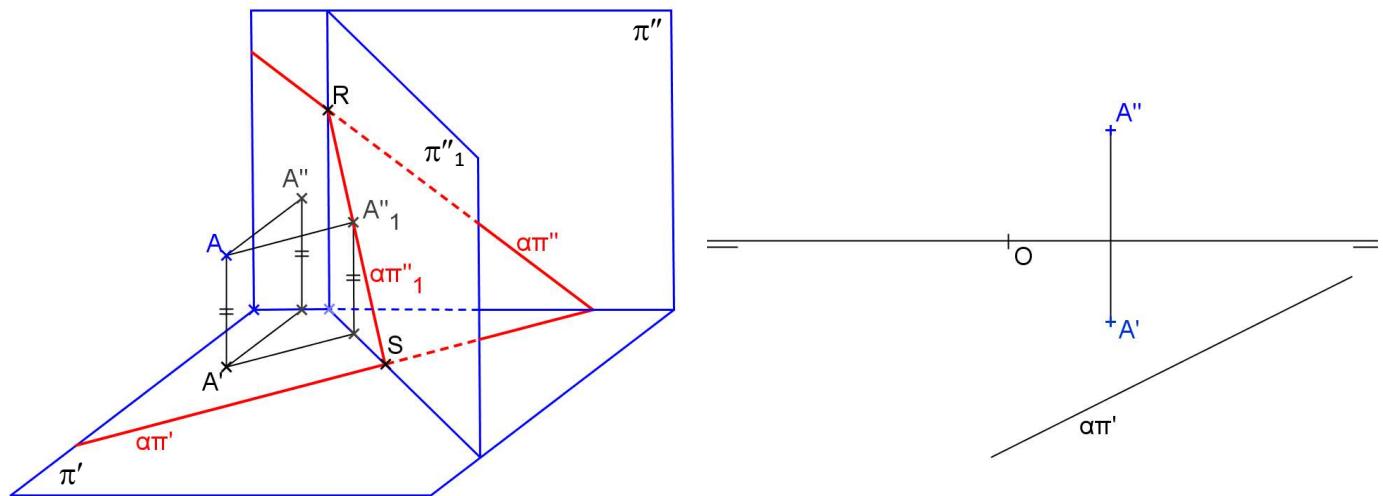
Determine os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$ do plano α definido pelos pontos A, B e C.



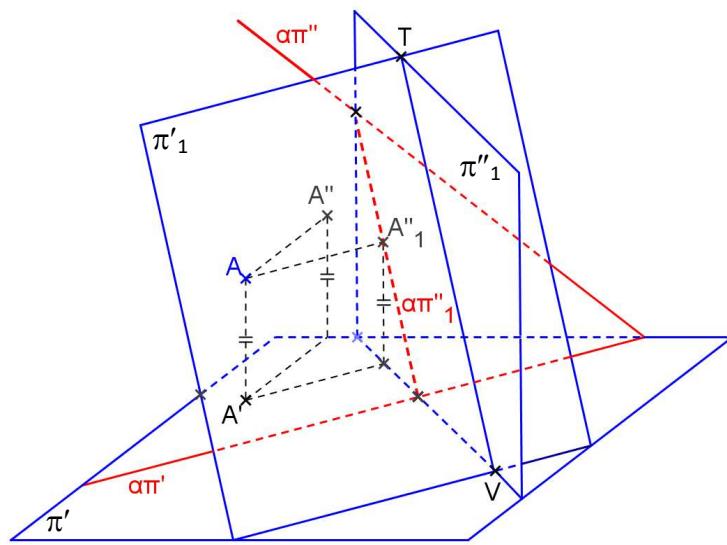
MUDANÇA DE PLANOS DE PROJEÇÃO

Para encontrar VG de uma figura contida em um plano qualquer precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

1. Mudança de π' para transformar o plano qualquer em plano de topo: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi'$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:

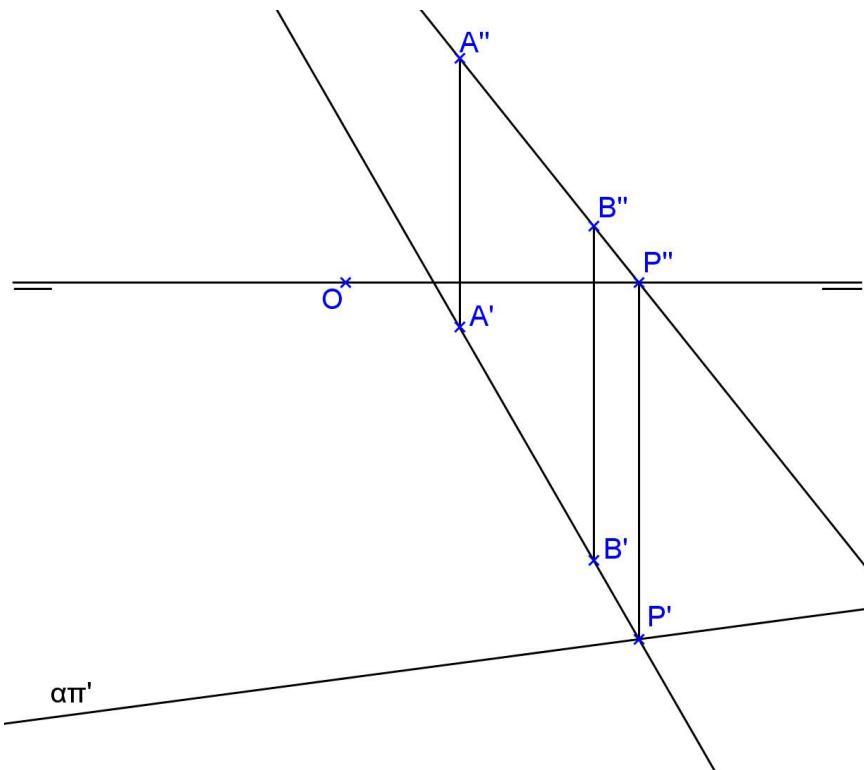


2. Mudança de π' para transformar o plano de topo em plano horizontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi''_1$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

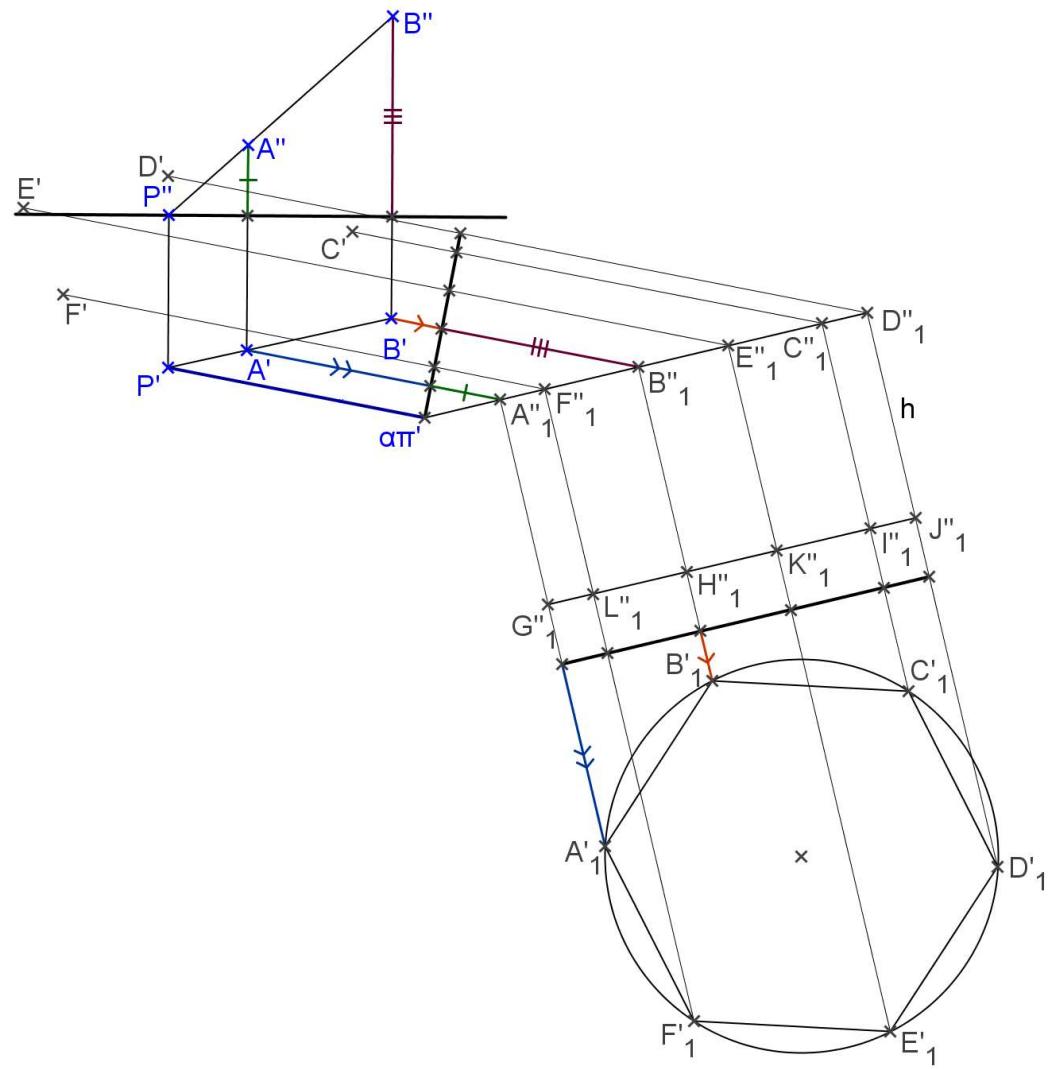
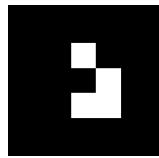


Exercícios:

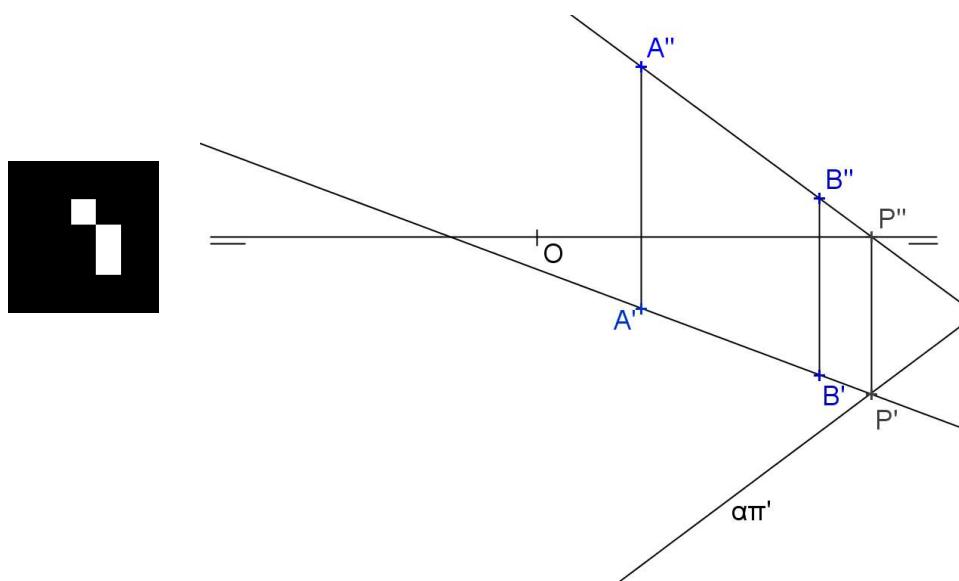
1. Construa as projeções do triângulo equilátero ABC contido no plano qualquer dado pelos pontos A e B e o traço $\alpha\pi'$.



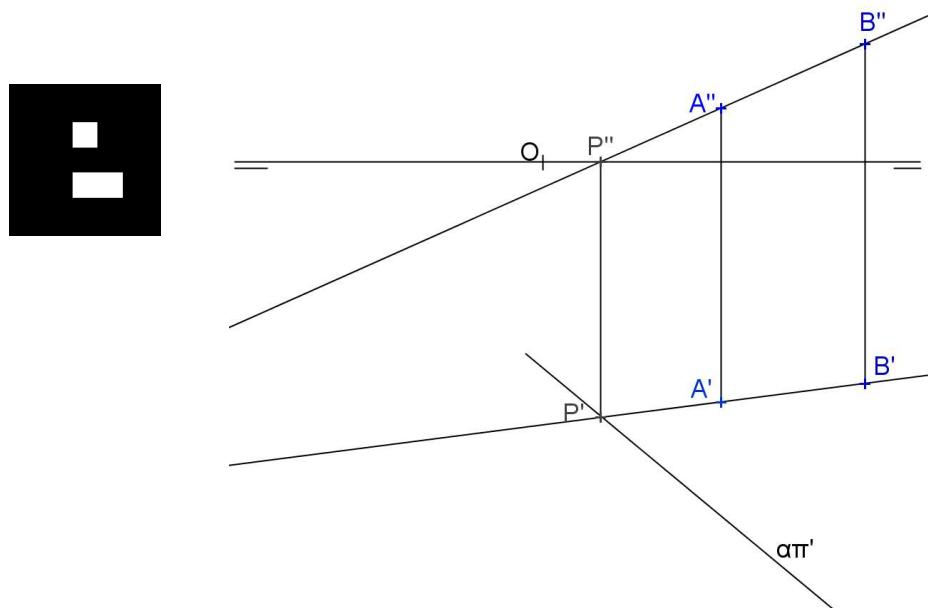
2. Represente as projeções do prisma regular hexagonal, dado o plano da base definido pela aresta AB e o traço $\alpha\pi'$.



3. Represente as projeções do prisma quadrangular regular de base ABCD contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço $\alpha\pi'$, sabendo-se que a altura mede $h=45$. Representar a seção plana neste prisma feita por um plano de topo que passa pela origem e forma 45° com π' .

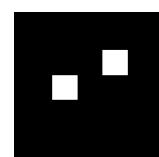
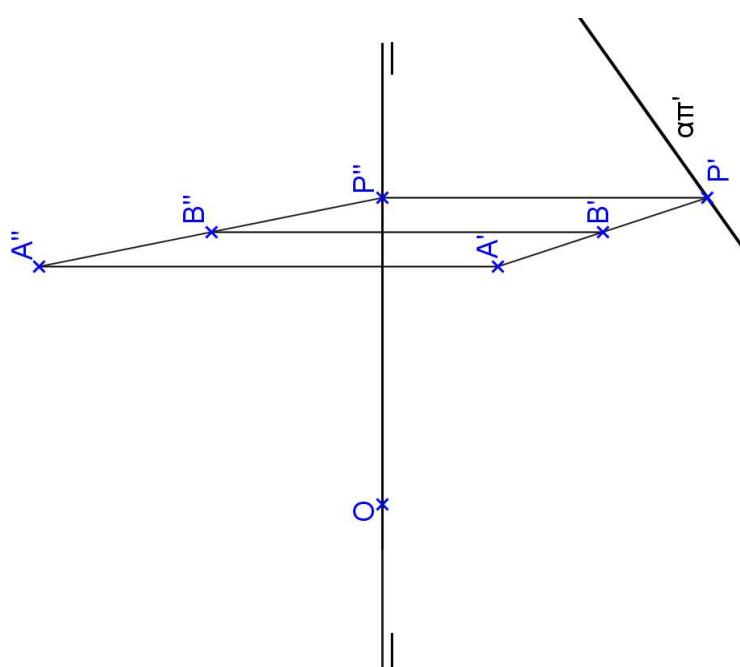


4. Representar as projeções da pirâmide regular hexagonal com a base ABCDEF contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço $\alpha\pi'$. A altura da pirâmide mede $h = 50$.



5. Represente as projeções do octaedro regular de aresta AB, com a seção equatorial ABCD contida no plano qualquer $\alpha(A,B,P)$. Dados: A(35,35,20), B(65,20,35) e P(30,20,65).

6. Represente as projeções do prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos quaisquer, dados o traço $\alpha\pi'$ e a aresta AB.



PARTE IV – DESENHO TÉCNICO

4.1. INTRODUÇÃO

O Desenho Técnico é uma representação gráfica de objetos e suas relações, de maneira clara e sem ambiguidades através da descrição da forma e tamanho.

É uma linguagem gráfica internacional. A ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) fixa as condições gerais que devem ser observadas na execução dos Desenhos Técnicos.

4.2. NORMALIZAÇÃO

A execução de Desenhos Técnicos é inteiramente normalizada pela ABNT. Os procedimentos para execução de Desenhos Técnicos aparecem em normas gerais que abordam desde a denominação e classificação dos desenhos até as formas de representação gráfica. Há também normas específicas que tratam os assuntos separadamente, como as que seguem.

NBR 17006 - Princípios Gerais de Representação em Desenho Técnico

A NBR 17006 (ABNT, 2021) fixa a forma de representação aplicada em desenho técnico. Normaliza o método de projeção ortográfica, que pode ser no 1º diedro ou no 3º diedro e os símbolos para representação, a denominação das vistas, a posição relativa das vistas, a escolha das vistas, a determinação do número de vistas, vistas especiais (vista fora de posição, vista auxiliar, elementos repetitivos, detalhes ampliados, linhas de interseção, vistas de peças simétricas, etc), cortes e seções, e generalidades.

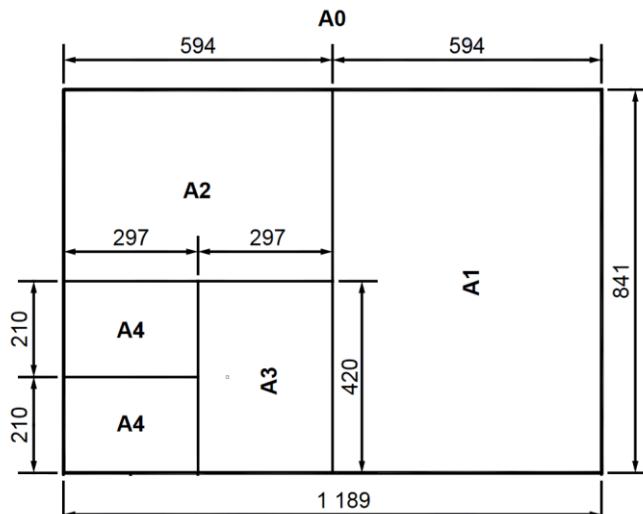
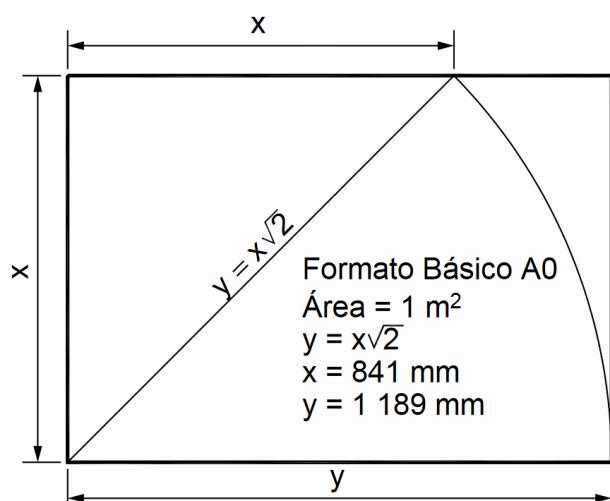


Símbolos do método de projeção ortogonal no 1º diedro e no 3º diedro. Fonte: NBR 17006

NBR 16752 - Folha de Desenho – Leiaute e Dimensões

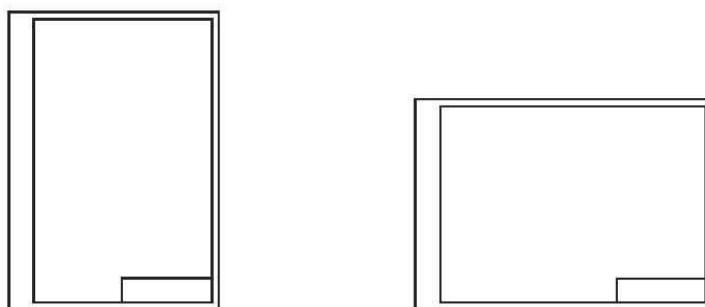
A NBR 16752 (ABNT, 2020) tem por objetivo padronizar as características dimensionais das folhas em branco e pré-impresas a serem aplicadas em todos os desenhos técnicos. A norma apresenta, entre outros aspectos, o leiaute da folha com vistas a: posição e dimensão da legenda, margem e quadro, marcas de centro, escala métrica de referência, sistema de referência por malhas e marcas de corte.

O desenho deve ser executado no menor tamanho possível, desde que não prejudique sua clareza. A série “ISO-A” tem a base no formato A0 (A zero), constituído de um retângulo de 841mm x 1189mm $\cong 1m^2$ ($999949mm^2 = 0,999949m^2$), os lados desse retângulo possuem a mesma relação que existe entre o lado de um quadro e sua diagonal, ou seja, $\sqrt{2} \times 841 \cong 1189$. Através de sucessivos cortes, dividindo em duas partes iguais os formatos, obtém-se os tamanhos menores da série.



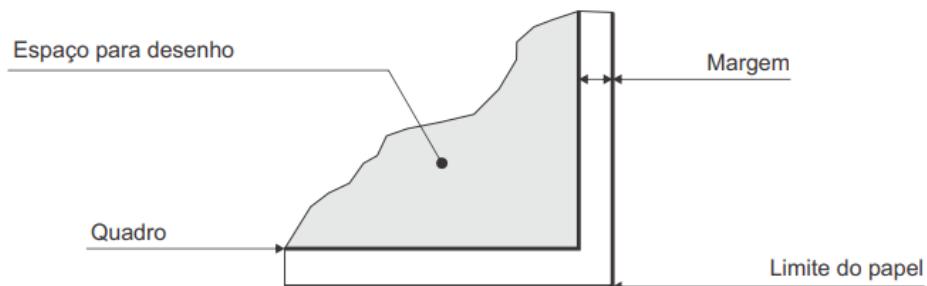
Formatos derivados da série “A”

A legenda deve estar dentro do quadro para desenho de tal forma que contenha todos os dados para identificar o desenho (número, origem, título, executor, etc), esta deve estar localizada no canto inferior direito, tanto nas folhas posicionada horizontalmente quanto verticalmente.



Posições de legendas em Folha Horizontal e Vertical

As margens são limitadas pelo contorno externo da folha e o quadro. O quadro limita o espaço para o desenho.



O formato da folha recortada da série “ISO-A” é considerado principal. As margens esquerda e direita, bem como as larguras das linhas, devem ter as dimensões constantes na seguinte tabela.

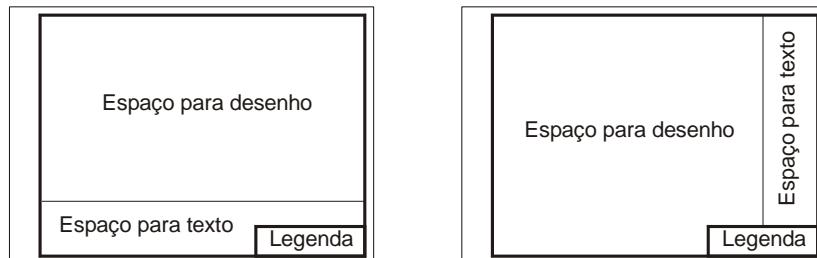
A NBR 16752 (ABNT, 2020) normaliza a localização e disposição do espaço destinado para o desenho, texto e legenda. Como regra geral deve-se organizar os desenhos distribuídos na folha, de modo a ocupar toda a área, e organizar os textos acima (ou ao lado) da legenda junto à margem.

Toda folha de desenho deve possuir no canto inferior direito um quadro destinado à legenda. Este quadro deve conter o título do projeto, nome da empresa, escalas, unidades em que são expressas as informações, número da folha (caso o projeto tenha mais de uma folha), e outras informações necessárias para sua interpretação.

Formatos das séries "A" - unidade: mm

Designação	Dimensões	Margem		Largura linha do quadro	Comprimento da legenda
		Esquerda	Outras		
A0	841 x 1189	20	10	1,0	180
A1	594 x 841	20	10	1,0	180
A2	420 x 594	20	10	0,7	180
A3	297 x 420	20	10	0,7	180
A4	210 x 297	20	10	0,7	180

Fonte: NBR 16752 (ABNT, 2020)



Distribuição do texto, desenho e legenda na folha

ABNT PROJETOS	CLIENTE EMPRESA S.A.	PROJETO		
		NOME DO PROJETO		
PROJETADO NOME DO PROJETISTA	DESENHADO NOME DO DESENHISTA	ÁREA	NOME DA ÁREA	
VERIFICADO NOME DO VERIFICADOR	APROVADO NOME DO APROVADOR	TIPO	TIPO DE DESENHO	STATUS STATUS DO DESENHO
RESP. TÉCNICO NOME DO RESP. TÉCNICO	ENG. CIVIL CREA Nº 123456789	TÍTULO/SUBTÍTULO	TÍTULO DO DESENHO SUBTÍTULO DO DESENHO	
EMISSÃO INICIAL XX/XX/XXXX	ESCALA X:XXX	IDIOMA	NÚMERO ABC-123456789-01-001	FOLHA 1 DE 1
		pt		REVISÃO 01
180				

Exemplo de legenda

Acima da legenda é construído o quadro de especificações, contendo quantidade, denominação do objeto, material, dimensão, entre outros que se julgar necessário. A legenda deve ser traçada conforme a NBR 16752.

Escala

A NBR 16752 (ABNT, 2020) define a Escala como a relação da dimensão linear de um objeto ou elemento representado no desenho para a dimensão real deste objeto ou elemento. Ela pode ser:

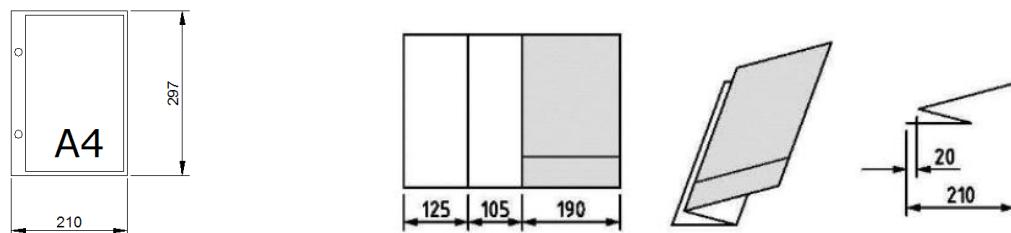
- **Escala natural:** Representação do objeto ou elemento em sua verdadeira grandeza;
- **Escala de ampliação:** Representação do objeto ou elemento maior que a sua verdadeira grandeza;
- **Escala de redução:** Representação do objeto ou elemento menor que a sua verdadeira grandeza.

Escolhe-se a escala conforme a complexidade do desenho ou elementos a serem representados e também da finalidade da representação. Sendo que a escolha da escala e o tamanho do objeto ou elemento em questão é que definem o tamanho da folha de desenho.

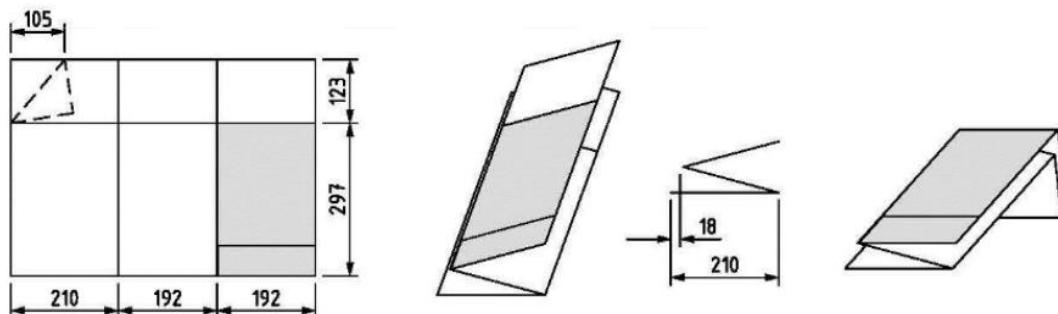
Dobramento de Cópia

A NBR 16752 (ABNT, 2020) fixa a forma de dobramento de todos os formatos "ISO-A" de folhas desenho. As cópias devem ser dobradas de modo a deixar visível a legenda. Esta dobragem facilita a

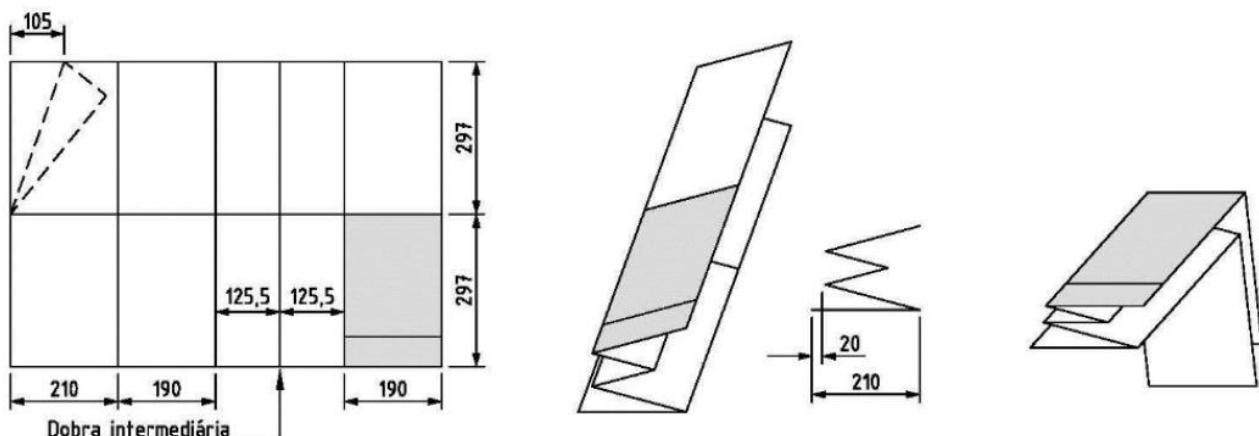
fixação das folhas em pastas que serão arquivadas, sendo assim as folhas são dobradas até que suas dimensões sejam as da folha A4.



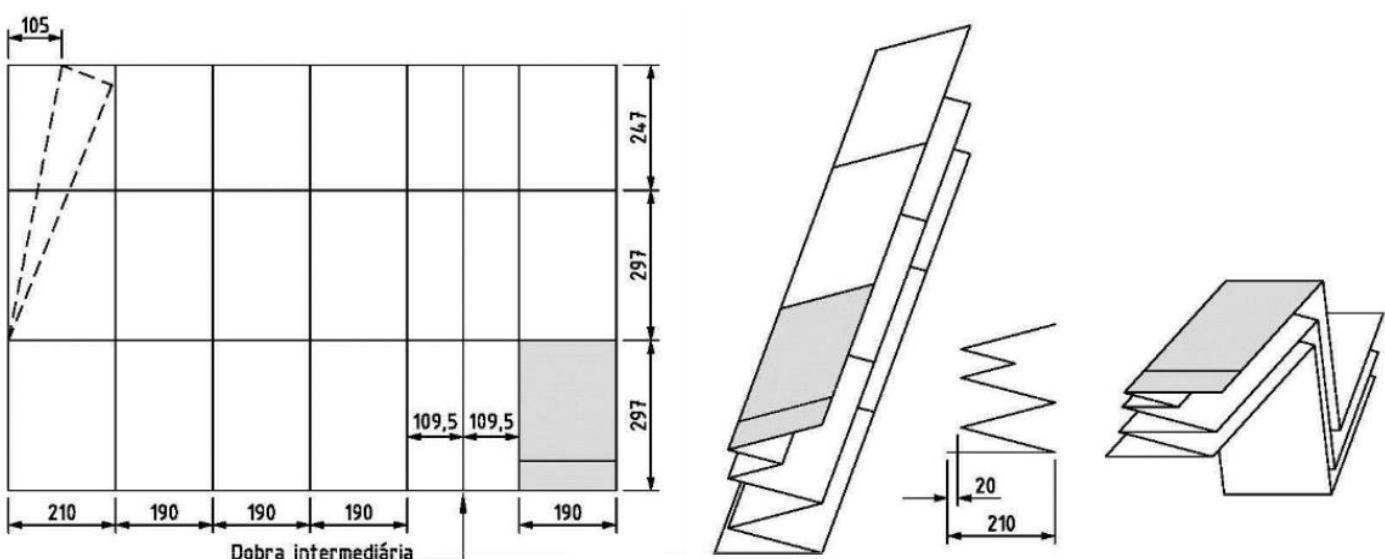
Formato A4 e dobramento de cópia para formatos A3



Dobramento de cópia para formatos A2



Dobramento de cópia para formatos A1



Dobramento de cópia para formatos A0

NBR 16861 – Requisitos para representação de linhas e escrita

A NBR 16861 (ABNT, 2020) normaliza as condições para a escrita usada em Desenhos Técnicos e documentos semelhantes. Visa a uniformidade, a legibilidade e a adequação à microfilmagem e a outros processos de reprodução.

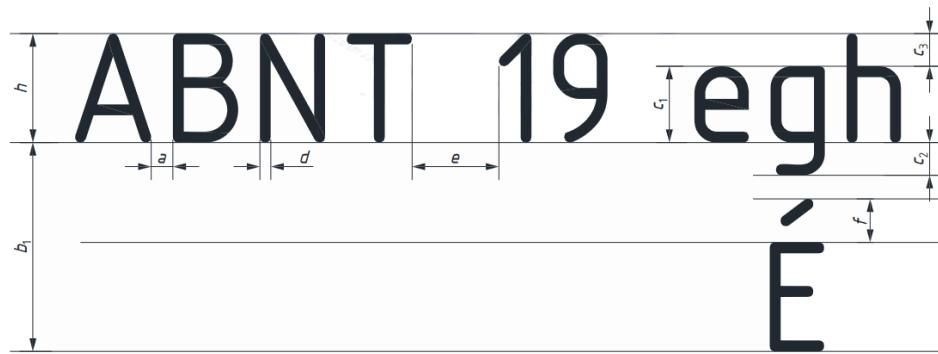
“A habilidade no traçado das letras só é obtida pela prática contínua e com perseverança. Não é, pois, uma questão de talento artístico ou mesmo de destreza manual”. (SILVA, 1987)

A maneira de segurar o lápis ou lapiseira é o primeiro requisito para o traçado das letras. A pressão deve ser firme, mas não deve criar sulcos no papel. Segundo Silva (1987) a distância da ponta do lápis até os dedos deve ser 1/3 do comprimento do lápis, aproximadamente.

Na execução das letras e algarismos podem ser usadas pautas traçadas levemente, com lápis H bem apontado ou lapiseira 0,3mm com grafite H. Estas pautas são constituídas de quatro linhas. As distâncias entre estas linhas e entre as letras são apresentadas a seguir.

Caligrafia Técnica

Exemplo de pautas para escrita em Desenho Técnico



Características da forma de escrita. Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)

Proporções e dimensões de símbolos gráficos

Características	Relação	Características	Relação
Altura das letras maiúsculas - h	(10/10)h	Espaço para sinais diacríticos em letras maiúsculas - f	(4/10)h
Altura das letras minúsculas - c ₁	(7/10)h	Espaçamento entre as palavras - e	(6/10)h
Cauda das letras minúsculas - c ₂	(3/10)h	Espaçamento mínimo entre os caracteres - a	(2/10)h
Haste das letras minúsculas - c ₃	(3/10)h	Espaçamento mínimo entre as linhas de base - b ₁	(19/10)h
Largura da linha - d	(1/10)h		

Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)



Forma da escrita vertical com a fonte ISOCPEUR. Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)



Forma da escrita inclinada com a fonte ISOCEUR. Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)

Aplicação de Linhas em Desenhos – Tipos de Linhas

A NBR 16861 (ABNT, 2020) fixa tipos e o escalonamento de larguras de linhas para uso em desenhos técnicos e documentos semelhantes.

A largura das linhas corresponde ao escalonamento $\sqrt{2}$, conforme os formatos de papel para desenhos técnicos, permitindo que na redução e reampliação por microfilmagem obtenha-se novamente as larguras de linhas originais.

A relação entre as larguras de linhas largas e estreita não deve ser inferior a 2. As larguras devem ser escolhidas, conforme o tipo, dimensão, escala e densidade de linhas do desenho, de acordo com o seguinte escalonamento: 0,13; 0,18; 0,25; 0,35; 0,50; 0,70; 1,00; 1,40 e 2,00mm. As larguras de traço 0,13 e 0,18 mm são utilizadas para originais em que a sua reprodução se faz em escala natural.

Tipos de Linhas em Desenho

Linha	Denominação	Aplicação Geral
—	Contínua extralarga	Contornos visíveis de elementos em corte e seções, quando não utilizadas hachuras, linhas de importância especial
—	Contínua larga	Contornos e arestas visíveis, contornos de seções ou cortes, contornos visíveis de elementos em corte quando utilizadas hachuras
—	Contínua estreita	Hachuras, linhas de cotagem, de extensão e auxiliares, linhas de limites em detalhes, linhas de centro curtas, linhas de interseção imaginárias, linhas de referência e de chamada
~~~~~	Contínua estreita à mão livre	Limites de encurtamentos ou vistas, limites de vistas parciais ou interrompidas, cortes e seções, linhas de ruptura em detalhes
— — — —	Contínua estreita em ziguezague	Linha de interrupção, limites de encurtamentos ou vistas, limites de vistas parciais ou interrompidas, cortes e seções
— — — —	Tracejada larga	Contornos e arestas não visíveis
— — — —	Tracejada estreita	Contornos e arestas não visíveis
— — — —	Linha traço longo e ponto estreita	Linhas de centro e de simetria, linhas de trajetórias, linhas de eixo, linhas neutras

 Escala 1:2	Traço e ponto estreita, larga nas extremidades e na mudança de direção.	Posição de planos e cortes
— — — —	Traço e ponto larga	Contornos visíveis de partes situadas em frente ao plano de corte, marcações de plano de corte
— — —	Traço e ponto extralarga	Linhos ou superfícies com indicação especial, limites de bateria, área, estágio e outros
— — — — —	Traço dois pontos estreita	Contornos iniciais antes da conformação, contornos de peças adjacentes, detalhes situados antes do plano de corte, linhas centroidais, posição-limite de peças móveis, zonas de tolerâncias
— — .. —	Traço dois pontos larga	Contornos não visíveis de partes situadas em frente ao plano de corte

Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)

As larguras das linhas estreitas, largas e extralargas devem ter a relação 1:2:4. Os grupos de linhas são apresentados na tabela mostrada a seguir.

*Grupos de Linhas*

Designação do grupo de linhas	Extralarga	Larga	Estreita	Recomendação de largura de linhas para símbolos gráficos
0,25	0,50	0,25	0,13	0,18
0,35	0,70	0,35	0,18	0,25
0,50	1,00	0,50	0,25	0,35
0,70	1,40	0,70	0,35	0,50
1,00	2,00	1,00	0,50	0,70

Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)

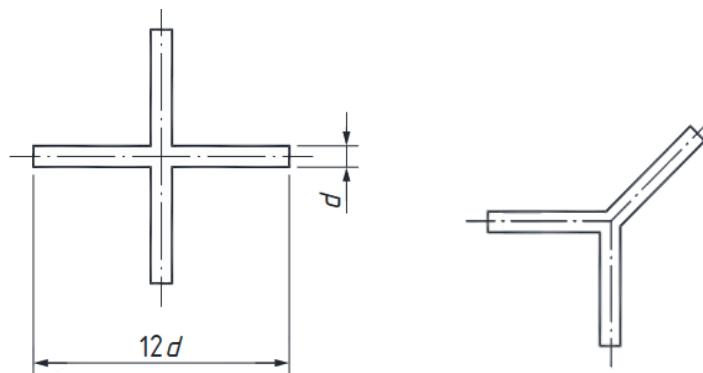
Se duas ou mais linhas de diferentes tipos forem sobrepostas, deve ser seguida a hierarquia mostrada na tabela a seguir.

*Hierarquia de Linhas*

Nível de hierarquia	Tipo de linha
1	Contínua larga e extralarga Exemplo de aplicação: arestas e contornos visíveis
2	Tracejada estreita e larga Exemplo de aplicação: arestas e contornos não visíveis
3	Traço longo e ponto estreita, larga nas extremidades e na mudança de direção Exemplo de aplicação: linhas de orientação de cortes e seções
4	Traço longo e ponto estreita Exemplo de aplicação: linhas de centro
5	Traço longo e ponto duplo estreita Exemplo de aplicação: linhas centroidais
6	Contínua estreita Exemplo de aplicação: linhas de cotagem e de extensão

Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)

A norma NBR 16861 recomenda que as linhas com tracejados iniciem em junções, conforme mostram os exemplos de interseção em cruz e interseção em Y.



*Interseção em cruz e interseção em Y.* Fonte: NBR 16861 (ABNT, 2020)

Em muitas situações, ocorrem cruzamentos de linhas visíveis com invisíveis ou com linhas de eixo. Nestas situações, a representação pode ser tornada clara utilizando-se algumas convenções que, embora não normalizadas, podem ser bastante úteis, em particular para a realização e compreensão de esboços. Algumas destas convenções estão normalizadas, mas os programas de CAD normalmente não as utilizam. As convenções para a interseção de linhas são apresentadas na tabela mostrada a seguir (SILVA *et al.*, 2006).

*Interseção de linhas*

Descrição	Correto	Incorreto
Quando uma aresta invisível termina perpendicularmente ou angularmente em relação a uma aresta visível, toca a aresta visível.		
Se existir uma aresta visível no prolongamento de uma aresta invisível, então a aresta invisível não toca a aresta visível.		
Quando duas ou mais arestas invisíveis terminam num ponto, devem tocar-se.		
Quando uma aresta invisível cruza outra aresta (visível ou invisível), não deve tocá-la.		
Quando duas linhas de eixo se interceptam, devem tocar-se.		

Fonte: Silva *et al.*, 2006 e NBR 16861, 2020.

### NBR 17068 – Requisitos para representação de dimensões e tolerâncias

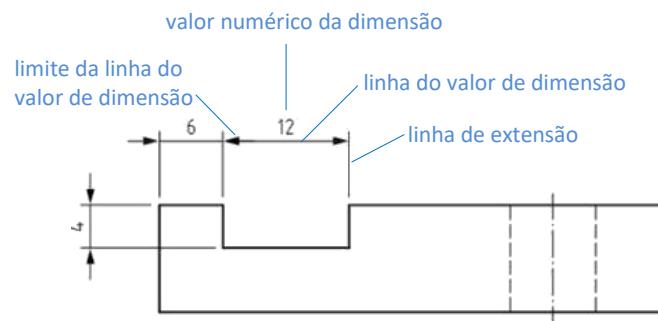
A NBR 17068 (ABNT, 2022) tem como objetivo fixar os princípios gerais de cotagem, por meio de linhas, símbolos, notas e valor numérico numa unidade de medida.

As recomendações na aplicação de valores de dimensão são:

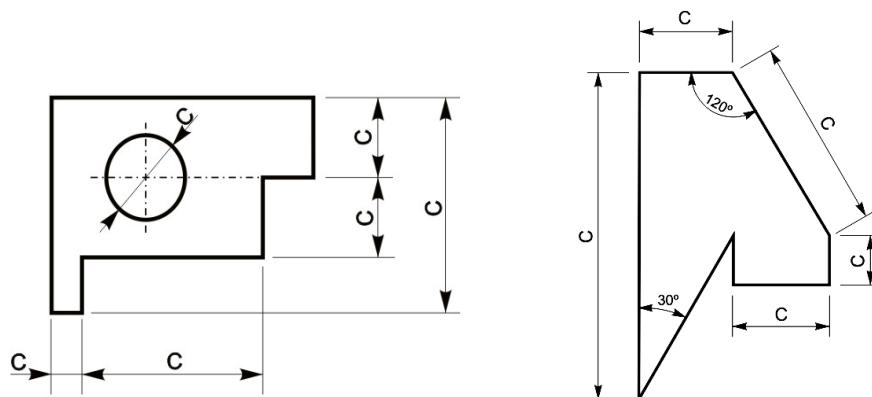
- Cotagem completa para descrever de forma clara e concisa o objeto;
- Desenhos de detalhes devem usar a mesma unidade para todos os valores de dimensão sem o emprego do símbolo;
- Evitar a duplicação de dimensões; cotar o estritamente necessário;
- Sempre que possível evitar o cruzamento de linhas auxiliares com linhas de cotas e com linhas do desenho;
- A cotagem deve se dar na vista ou corte que representa mais claramente o elemento.

Os elementos gráficos para a representação da cota são:

- Linha do valor de dimensão;
- Linha de extensão;
- Limite da linha de valor de dimensão (seta ou traço oblíquo);
- Valor numérico da dimensão.

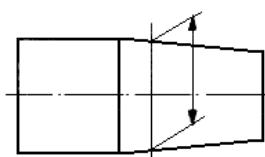


As linhas de extensão e dos valores de dimensão devem ser desenhadas como linhas estreitas contínuas. A linha de extensão deve ser prolongada ligeiramente além da respectiva linha da dimensão. Um pequeno espaço deve ser deixado entre a linha de contorno e a linha de extensão. Quando houver espaço disponível, as setas de limitação da linha de dimensão devem ser apresentadas entre os limites da linha do valor de dimensão. Quando o espaço for limitado as setas podem ser apresentadas externamente no prolongamento da linha do valor de dimensão.



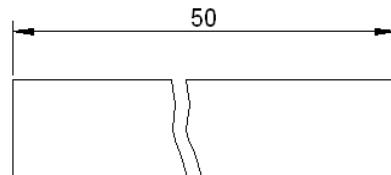
*Exemplos de cotagem*

A linha de extensão deve ser perpendicular ao elemento dimensionado, mas se necessário poderá ser desenhada obliquamente a este (aprox.  $60^\circ$ ), porém paralelas entre si.



*Linha de extensão oblíqua ao elemento dimensionado.*

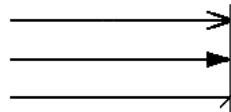
A linha de cota não deve ser interrompida, mesmo que o elemento o seja.



*Cotagem em elemento interrompido*

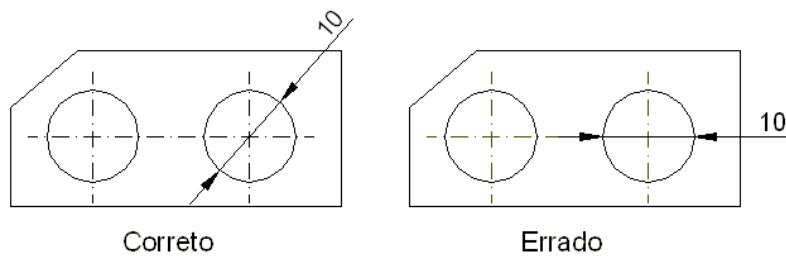
A indicação dos limites da linha de cota é feita por meio de setas ou traços oblíquos. Somente uma indicação deve ser usada num mesmo desenho, entretanto, se o espaço for pequeno, outra forma pode ser utilizada. As indicações são as seguintes:

- a seta é desenhada com linhas curtas formando ângulos de 15°. A seta pode ser aberta, ou fechada preenchida;
- o traço oblíquo é desenhado com uma linha curta e inclinado a 45°.



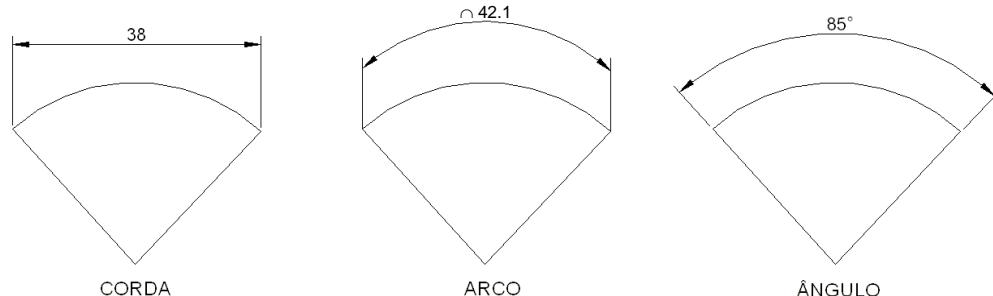
*Indicações dos limites de linha de cota*

Eixos, linhas de centro, arestas e contornos de objetos não devem ser usados como linha de dimensão (exceção aos desenhos esquemáticos).



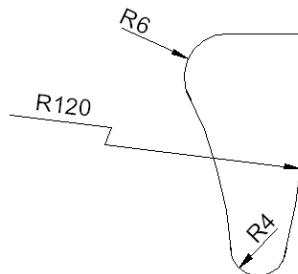
*Cotagem de diâmetro de circunferência*

As cotas de cordas, arcos e ângulos devem ser como mostra a figura a seguir.



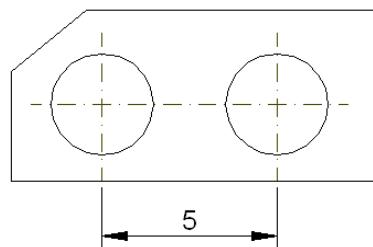
*Cotagem de cordas, arcos e ângulos*

Em grandes raios, onde o centro esteja fora dos limites disponíveis para cotagem, a linha do valor de dimensão deve ser quebrada.



*Cotagem de raios de arcos de circunferência*

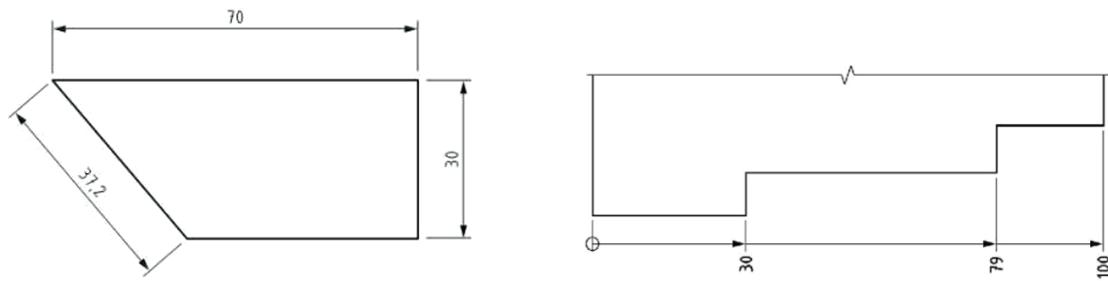
A linha de centro e a linha de contorno, não devem ser usadas como linha do valor de dimensão, porém, podem ser usadas como linha de extensão. A linha de centro, quando usada como linha de extensão, deve continuar como linha de centro até a linha de contorno do objeto.



*Linha de centro usada como linha auxiliar*

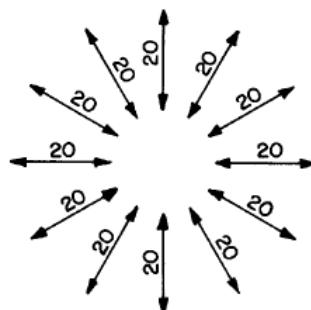
São utilizados símbolos para identificação de elementos geométricos, tais como: diâmetro ( $\emptyset$ ), raio (R), quadrado ( $\square$ ), diâmetro esférico ( $S\emptyset$ ) e raio esférico (SR). Os símbolos de diâmetro e quadrado podem ser omitidos quando a forma for claramente identificada. Os valores de dimensão devem ser localizados de tal modo que não sejam cortados ou separados por qualquer outra linha.

Os valores de dimensão devem ser localizados acima e paralelamente às suas linhas de dimensão e preferivelmente no centro, exceção pode ser feita onde a cotagem sobreposta é utilizada, conforme mostra a figura a seguir. Os valores de dimensão devem ser escritos de modo que possam ser lidos da base e/ou lado direito do desenho.



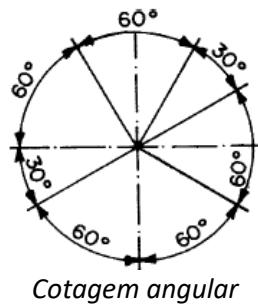
*Posicionamento de valores de dimensão. Fonte: NBR 17068 (ABNT, 2022)*

Os valores de dimensão em linhas inclinadas devem ser representados como mostra a figura a seguir.



*Posicionamento de valores de dimensão em linhas inclinadas*

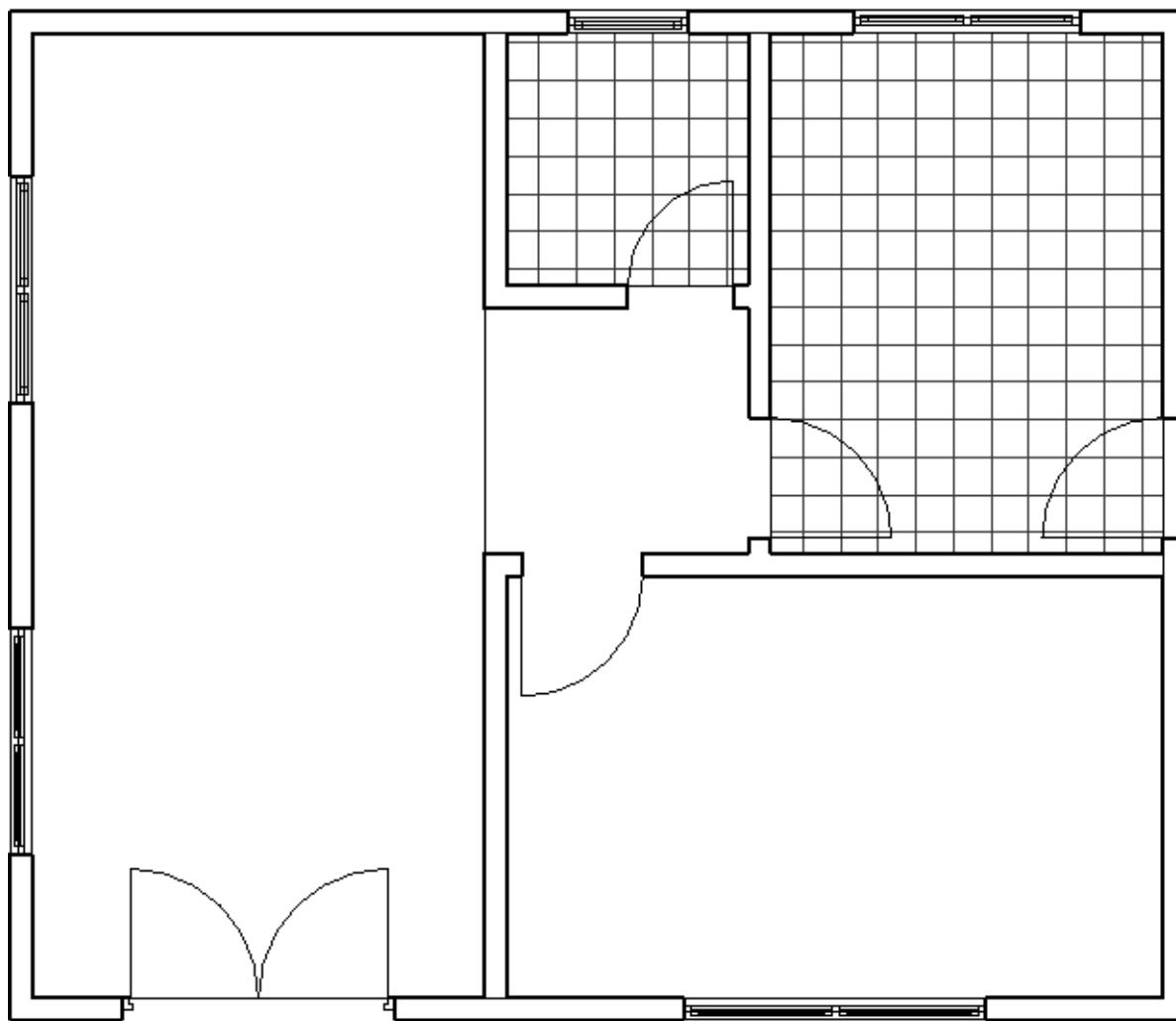
A cotagem angular pode ser seguida conforme exemplo mostrado na figura a seguir.



*Cotagem angular*

**Exercício:**

Faça a cotagem da planta baixa a seguir, utilizando a escala 1:50.

**NBR 6492 – Documentação técnica para projetos arquitetônicos e urbanísticos**

A NBR 6492 (ABNT, 2021) fixa as condições para a representação em **projetos de arquitetura** e suas simbologias. A Norma apresenta definições como, por exemplo: Planta de situação, Planta de locação (ou implantação), Planta de edificação, Corte, Fachada, Elevação, Detalhe (ou ampliações), Escala, entre outros. Para cada definição acima apresenta também os itens mínimos que devem conter.

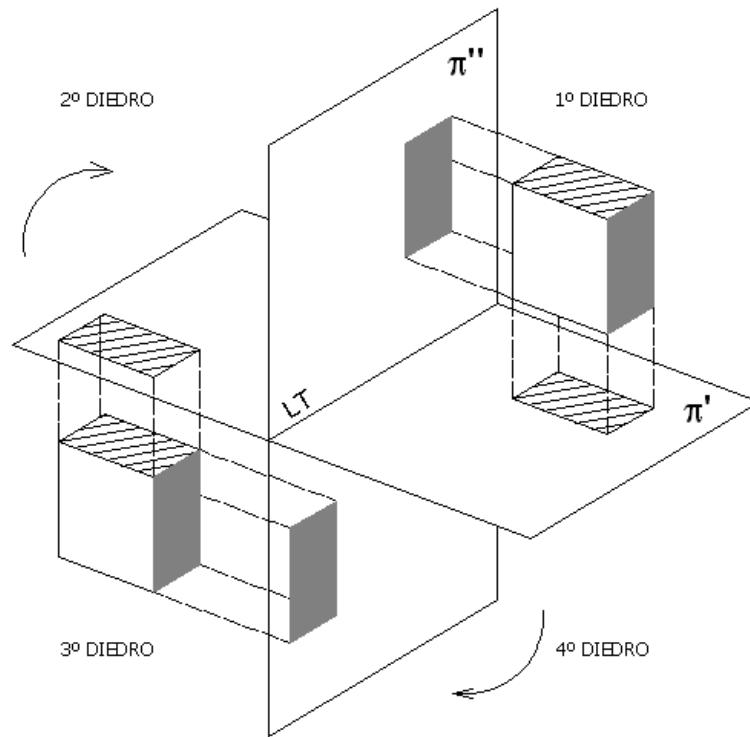
Nas condições específicas dessa Norma define fase/objetivo do projeto, estudo preliminar, anteprojeto e projeto executivo. Define também os tipos de linhas que devem ser utilizadas, as escalas mais usuais neste tipo de projeto, indicações de norte, cotagem de nível e outros elementos desta modalidade de projeto.

**4.3. VISTAS ORTOGRÁFICAS**

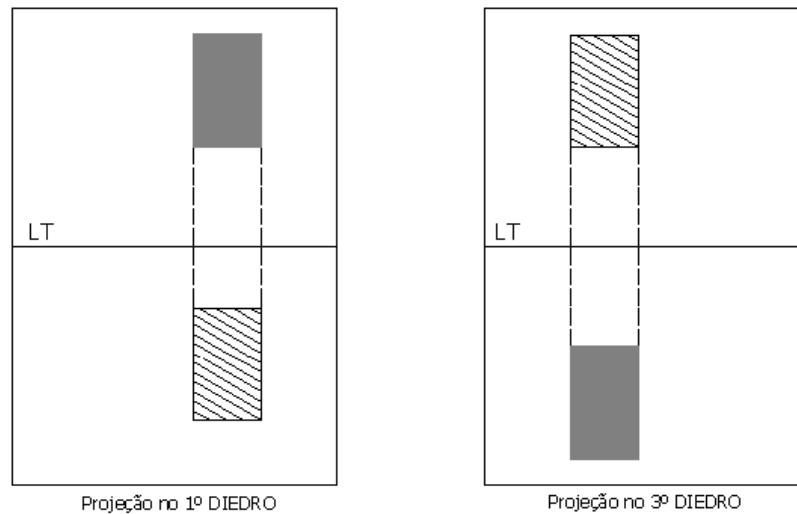
Utilizando o sistema de projeções cilíndricas ortogonais, o matemático francês Gaspard Monge criou a Geometria Descritiva que serviu de base para o Desenho Técnico. Utilizando dois planos

perpendiculares, um horizontal ( $\pi'$ ) e outro vertical ( $\pi''$ ), ele dividiu o espaço em quatro partes denominados diedros.

Um objeto colocado em qualquer diedro terá as suas projeções horizontal e vertical. Como o objetivo é visualizar o objeto num só plano, o desenho é denominado “épura”, ou planificação do diedro, que consiste na rotação do plano horizontal, de modo que a parte anterior do  $\pi'$  coincida com a parte inferior de  $\pi''$ , enquanto o plano vertical permanece imóvel. A linha determinada pelo encontro dos dois planos é chamada de Linha de Terra (LT).



*Representação das projeções de um objeto no 1º e 3º diedros*



*Representação das épuras dos objetos da figura anterior*

Podemos citar algumas diferenças entre a Geometria Descritiva e o Desenho Técnico. Na Geometria Descritiva duas projeções são suficientes para representar um objeto, recorrendo raramente ao plano de perfil, isto se deve ao fato de utilizarmos letras na identificação dos vértices e arestas dos objetos representados. Já no Desenho Técnico, esta identificação torna-se impraticável, utilizando-se, normalmente, uma terceira projeção, para definir de modo inequívoco a forma dos objetos. A segunda distinção é encontrada no posicionamento do objeto. Em Desenho Técnico o objeto é colocado com suas faces principais paralelas aos planos de projeção, de modo a obtê-las em verdadeira grandeza (VG)

na projeção em que seja paralela. O mesmo não ocorre com a Geometria Descritiva, onde se resolvem problemas de representação com objetos colocados em qualquer posição relativa aos planos de referência.

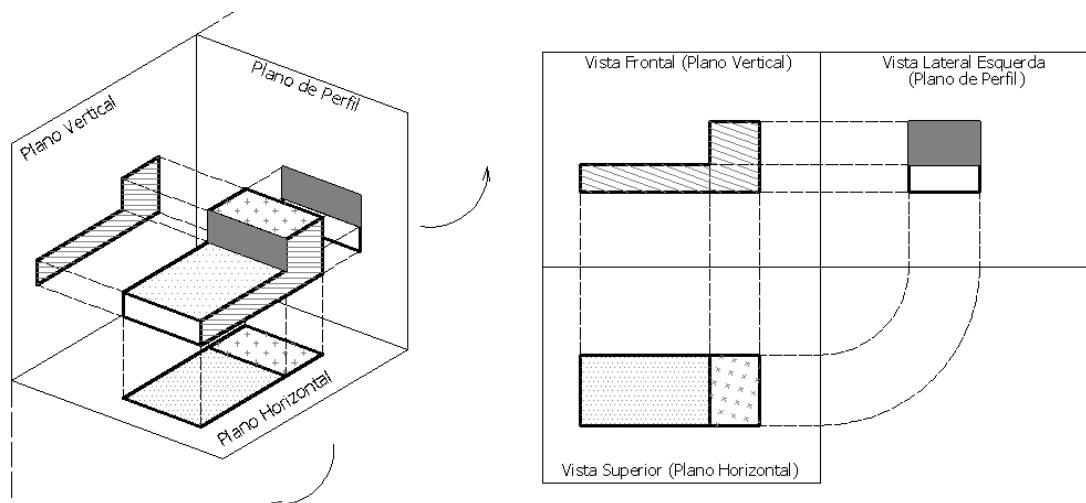
O termo “Representação ortográfica” significa “projeções ortogonais de um objeto posicionado normalmente com suas faces principais paralelas aos planos coordenados, sobre um ou mais planos de projeção, coincidentes ou paralelos aos planos coordenados. Estes planos de projeção são convenientemente rebatidos sobre a folha de desenho, de modo que as posições das vistas do objeto sejam relacionadas entre si”.

As vistas de um objeto habitualmente são obtidas sobre três planos perpendiculares entre si, um vertical, um horizontal e outro de perfil, que definem um triedro tri-retângulo como sistema de referência.

### Representação no 1º Diedro

No 1º diedro o objeto está entre o observador e o plano de projeção. Na figura mostrada a seguir podemos verificar três vistas ortográficas de um mesmo objeto que está disposto de modo a satisfazer a condição de paralelismo de duas faces com os três planos do triedro. Essas três vistas ortográficas habituais, que garantem a univocidade da representação do objeto, são denominadas: vista frontal (VF), vista superior (VS) e vista lateral esquerda (VLE). Planifica-se esta representação rebatendo o plano horizontal e o de perfil sobre o plano vertical.

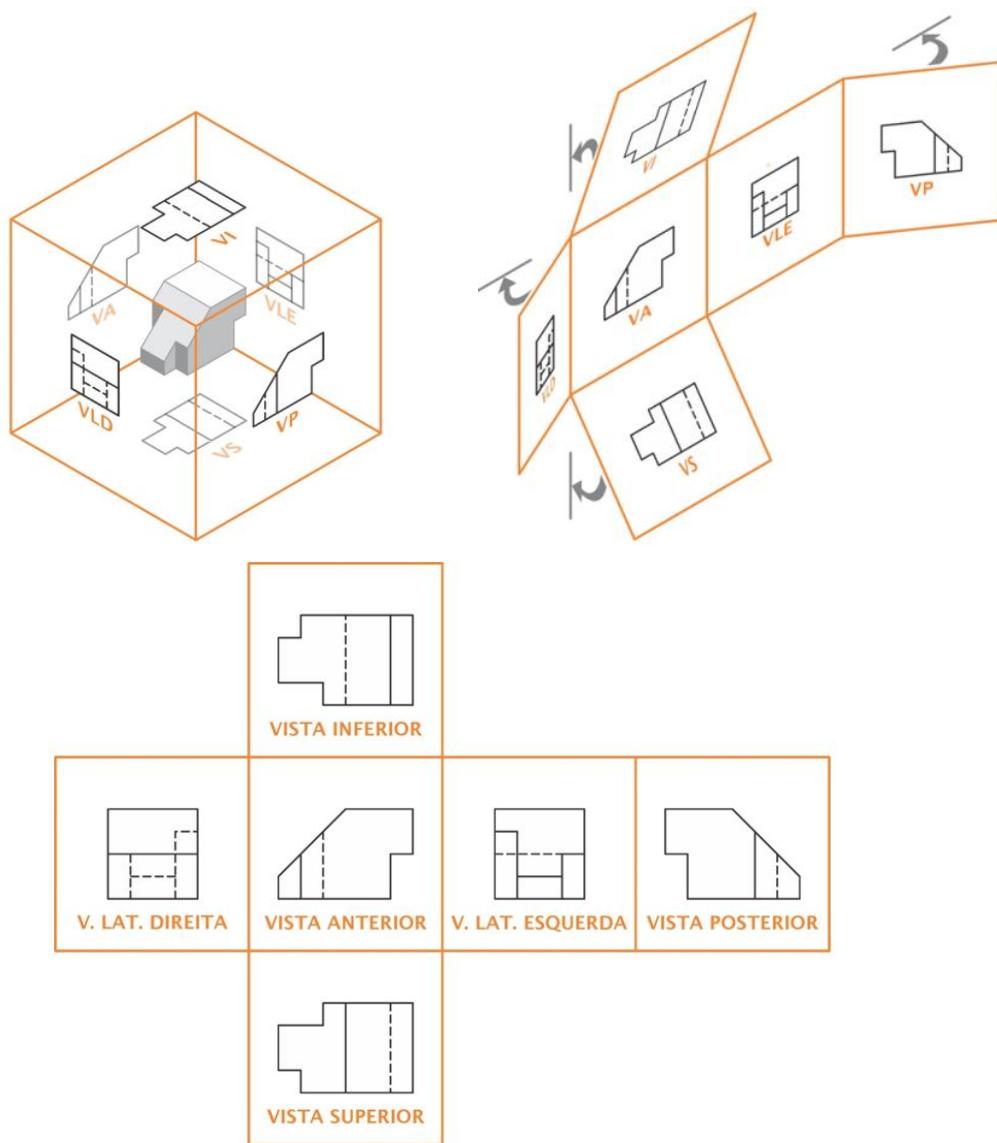
O sistema de projeção no 1º diedro é conhecido como Método Alemão ou Método Europeu. É adotado pela norma alemã DIN (*Deutsches Institut für Normung*) e também pela ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas).



Projeção de um objeto no 1º diedro

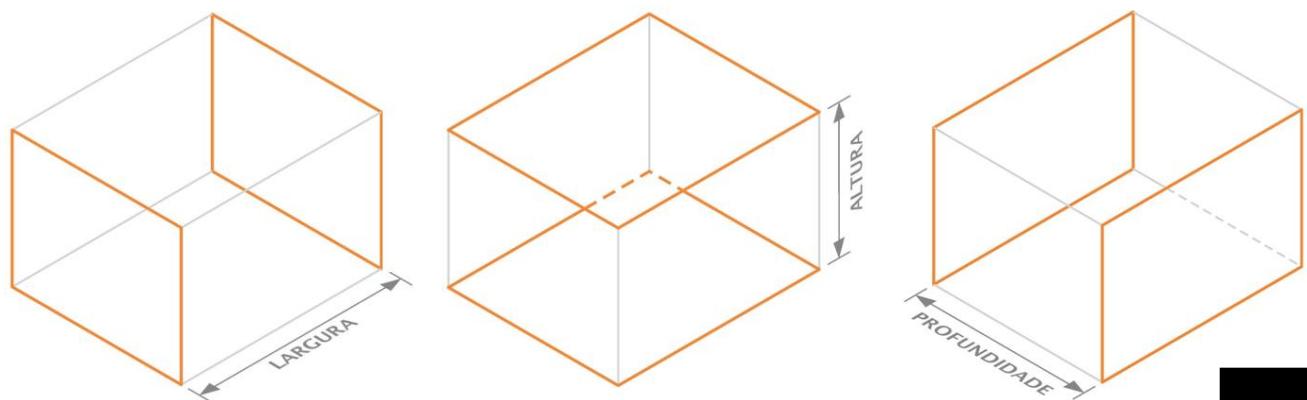
Em casos muito esporádicos (de peças complicadas), pode recorrer-se a mais planos de projeção, para representar mais vistas além das habituais (VF, VS e VL), correspondendo a envolver a peça em um paralelepípedo de referência (triedro tri-retângulo fechado), que é posteriormente aberto e rebatido. Obtém-se assim, seis vistas do objeto.

A projeção de um objeto no primeiro diedro corresponde à representação ortográfica compreendendo o arranjo, em torno da vista principal de um objeto, de algumas ou de todas as outras cinco vistas desse objeto. Com relação à vista principal (vista frontal), as demais vistas são organizadas da seguinte maneira: a vista superior (VS) fica abaixo, a vista inferior (VI) fica acima, a vista lateral esquerda (VLE) fica à direita, a vista lateral direita (VLD) fica à esquerda e a vista posterior (VP) fica à direita ou à esquerda, conforme conveniência.

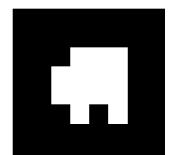


*Exemplo das seis vistas ortográficas possíveis de uma peça no 1º diedro*

A projeção horizontal (VS ou VI) fornece a largura e a profundidade, a vertical (VF ou VP) fornece a largura e a altura, e a de perfil (VLD ou VLE) fornece a profundidade e a altura.



*Dimensões de uma peça projetada no 1º diedro*



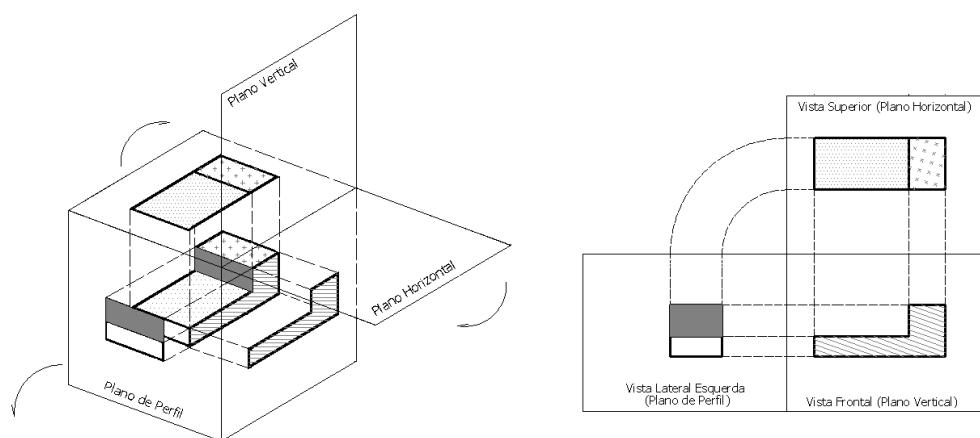
*Realidade Aumentada:* [paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/dt.html](http://paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/dt.html)

Quando a vista oposta a uma habitual for idêntica a esta ou totalmente desprovida de detalhes, não é necessária a sua representação, bastando a vista habitual. No caso de sólidos assimétricos é necessário apresentar as vistas opostas às habituais ou recorrer a outro tipo de representação convencional, como cortes, seções ou vistas auxiliares.

Se o objeto possuir faces inclinadas em relação aos planos do paralelepípedo de referência e é necessário representar a verdadeira grandeza dessas faces, deverão ser utilizados planos de projeção auxiliares, paralelos àquelas faces e rebatidos sobre os planos habituais de referência.

### Representação no 3º Diedro

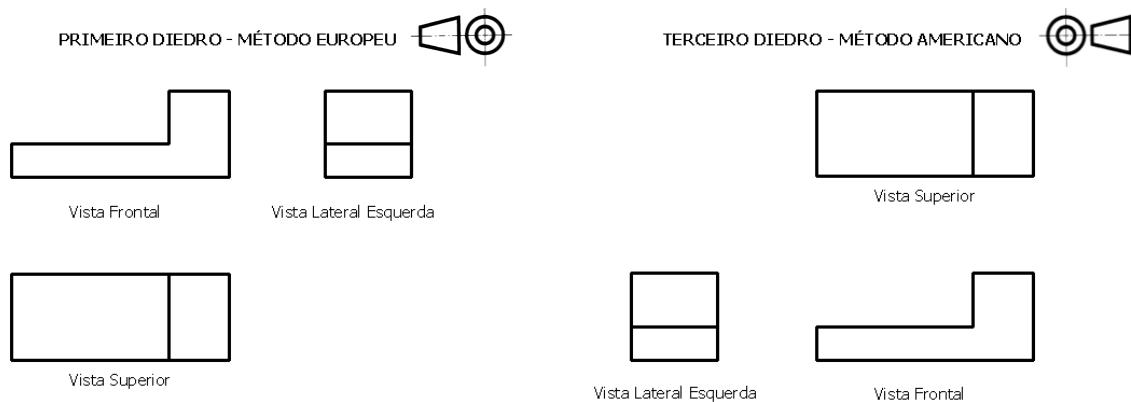
No 3º diedro o plano de projeção está situado entre o observador e o objeto. O sistema de projeção no 3º diedro é conhecido como Método Americano e é adotado pela norma americana ANSI (*American National Standards Institute*).



Projeção de um objeto no 3º diedro

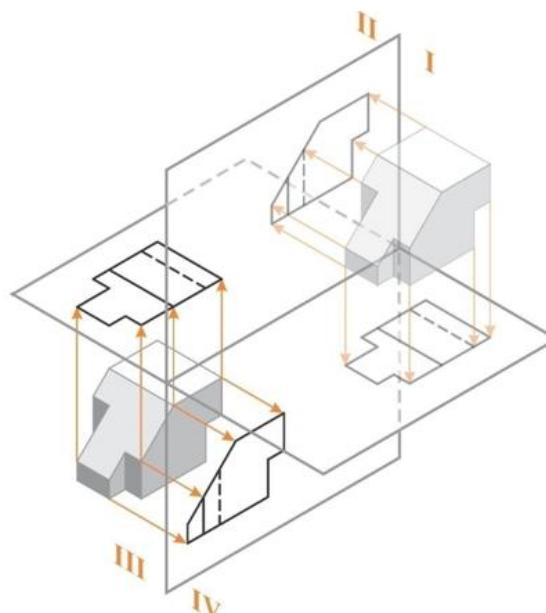
Com relação à vista principal, a vista frontal, as demais vistas são organizadas da seguinte maneira: a vista superior fica acima, a vista inferior fica abaixo, a vista lateral esquerda fica à esquerda, a vista lateral direita fica à direita e a vista posterior fica à direita ou à esquerda, conforme conveniência.

A diferença fundamental entre os dois métodos está na posição das vistas, sendo a vista frontal a principal. A vista de frente também é chamada de elevação e a superior de planta.



Exemplo das vistas ortográficas no sistema europeu e no sistema americano

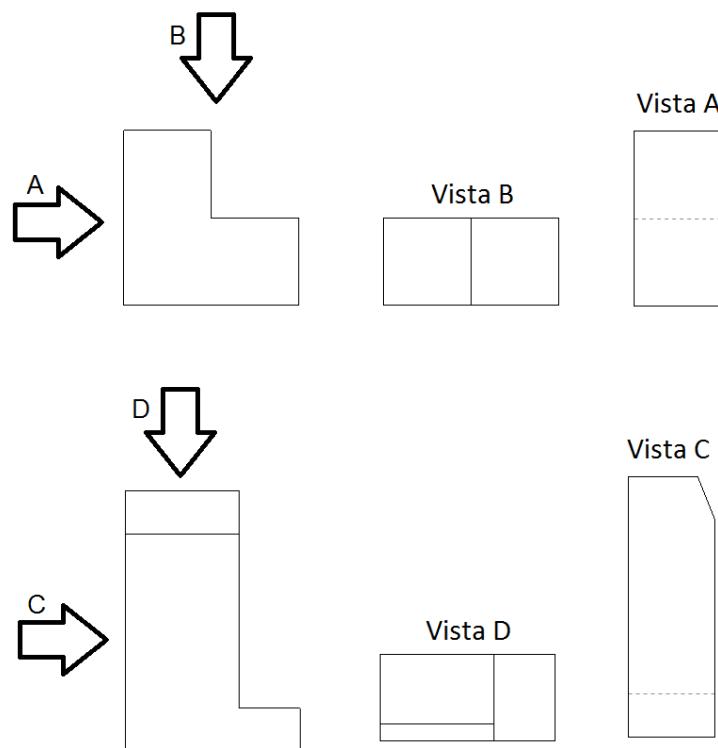
As vistas ortográficas de uma peça no 1º e no 3º diedros são mostradas na figura a seguir.



*Exemplo das vistas ortográficas de uma peça no 1º e no 3º diedro*

### Representação por Setas de Referência (Vistas Deslocadas)

Existem casos em que para tornar clara a projeção se representa uma vista fora da sua posição correta, sendo dispostas no desenho livremente. É então necessário assinalar o sentido da observação sobre uma projeção por uma seta e uma letra maiúscula, acompanhadas, junto da vista deslocada, pela inscrição “Vista A”, onde “A” é a letra maiúscula utilizada.



*Exemplos de representação por Setas de Referência*

### Obtenção das vistas ortográficas

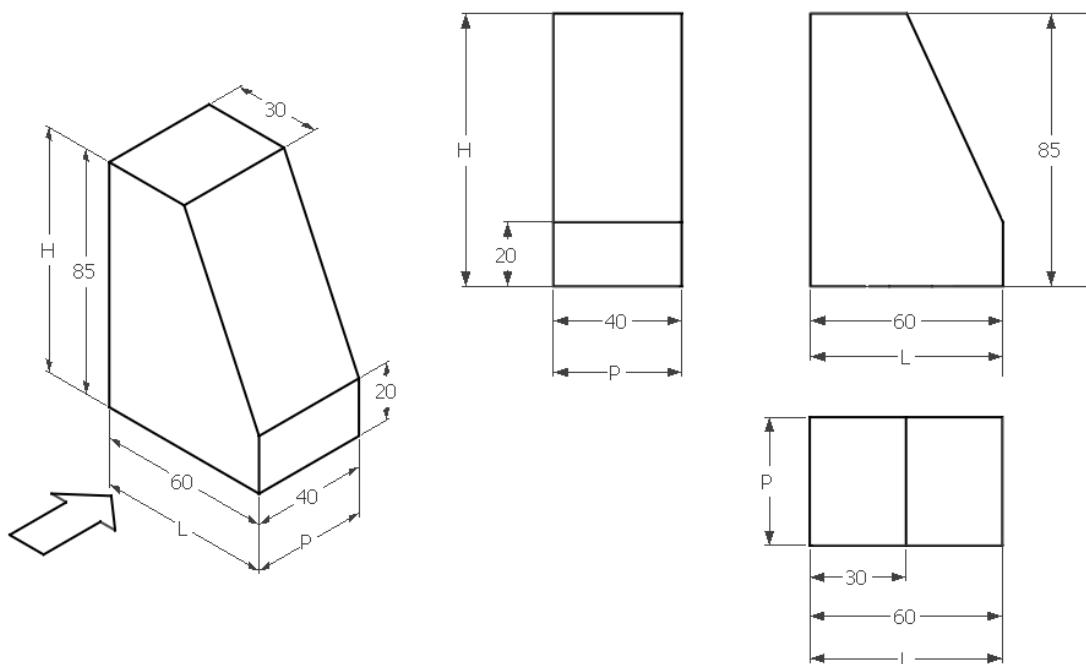
O objeto é colocado no interior do triedro tri-retângulo para obter suas vistas. A vista de frente deve ser a principal. Esta vista comanda a posição das demais. É conveniente que se faça uma análise do objeto, com o objetivo de escolher a melhor posição para a vista de frente.

A escolha da vista de frente deve ser:

- Aquela que mostre a forma mais característica do objeto;
- A que indique a posição de trabalho do objeto, ou seja, como ele é encontrado, isoladamente ou num conjunto;
- Se os critérios anteriores forem insuficientes, escolhe-se a posição que mostre a maior dimensão do objeto e possibilite o menor número de linhas invisíveis nas outras vistas.

Em Desenho Técnico não se representam nem a linha de terra nem o traço do plano de perfil. Porém, devem ser obedecidas as regras de posicionamento relativo das vistas, decorrentes da teoria de dupla projeção ortogonal e do rebatimento dos planos de referência.

Para obter as vistas de um objeto, inicialmente, são comparadas as dimensões de largura, altura e profundidade, para a escolha da posição vertical ou horizontal do papel. Efetua-se então a representação das vistas necessárias do objeto, de acordo com suas dimensões.



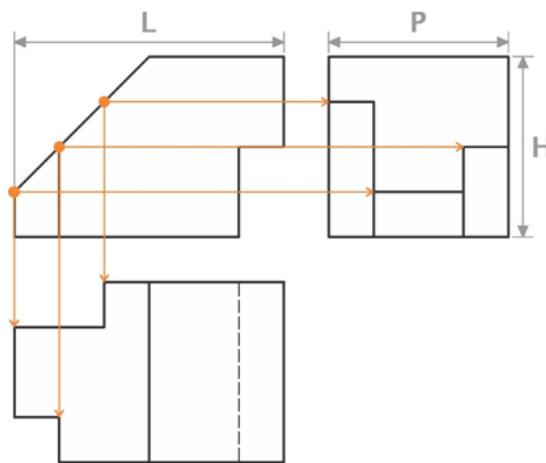
Vistas ortográficas de um objeto no 1º diedro

O objeto representado na figura acima possui uma face que não é paralela a nenhum dos planos de referência, e, portanto, nas suas vistas não aparece a verdadeira grandeza da mesma.

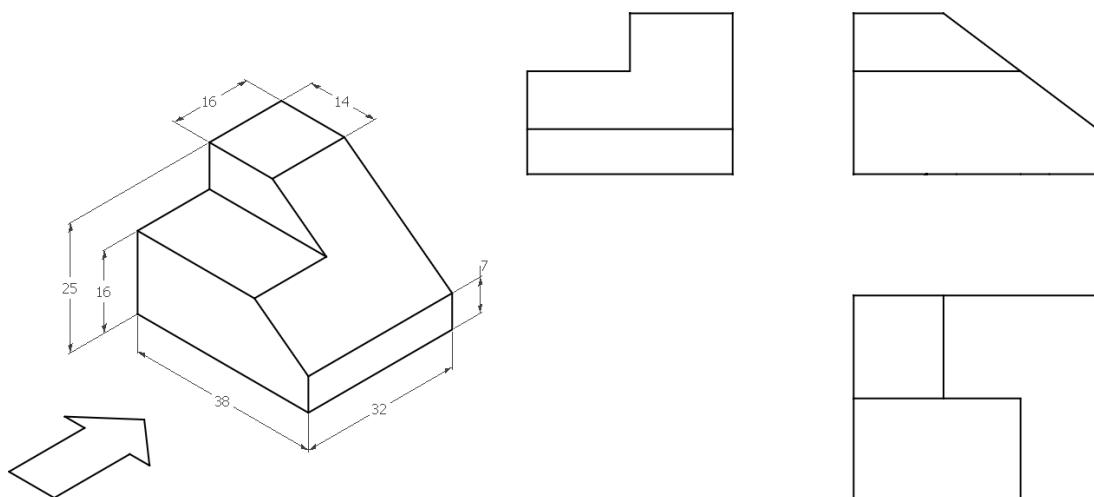
Os objetos, agora, estarão sendo representados apenas no 1º diedro. Em Dupla Projeção Ortogonal constroem-se as figuras ponto por ponto, em função das respectivas coordenadas (abscissa, afastamento e cota) referidas aos planos de projeção. Em Desenho Técnico, devido à regularidade dos objetos habitualmente representados, utilizam-se para construir as vistas suas próprias dimensões, tomadas paralelamente aos planos de projeção e tendo como referência as faces ou eixos de simetria do próprio objeto.

Em Desenho Técnico, podemos utilizar as linhas de chamada das vistas adjacentes para a construção das vistas ortográficas. Os seguintes passos são usados para desenhar as vistas de uma peça:

1. Delimitar a peça;
2. Modular as dimensões;
3. Identificar as vistas;
4. Desenhar as vistas; e
5. Detalhar as vistas.

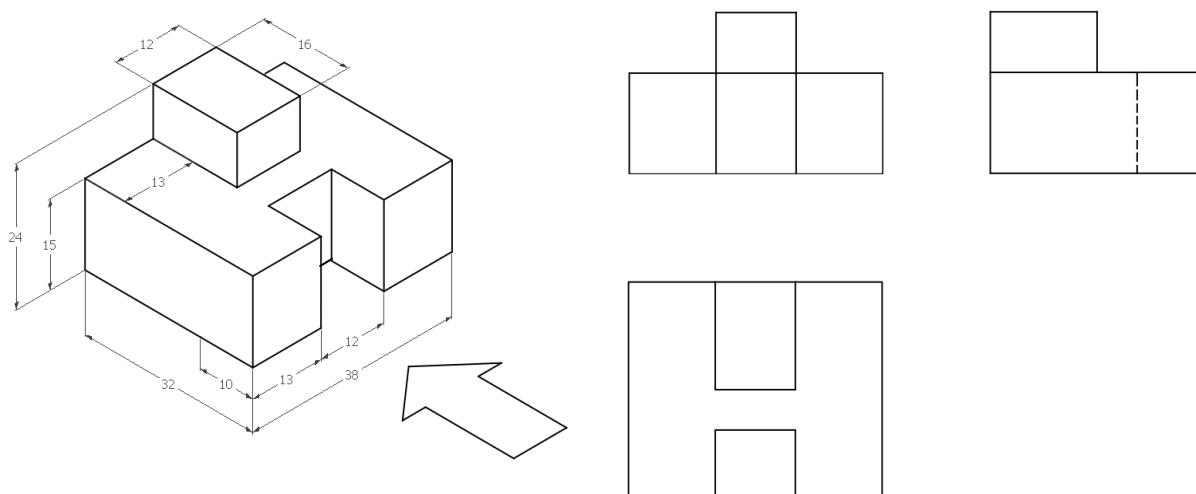


Linhos de chamada das vistas ortográficas de um objeto



Vistas ortográficas de um objeto em Desenho Técnico no 1º diedro

Na obtenção das vistas, os contornos e arestas visíveis são desenhados com linha contínua larga. As arestas e contornos que não podem ser vistos da posição ocupada pelo observador, por estarem ocultos pelas partes que ficam à frente, são representados por linhas tracejadas largas ou estreitas. Com a utilização de linhas tracejadas para arestas invisíveis evita-se, normalmente, com essa convenção, a necessidade de representação de duas vistas opostas de um mesmo contorno, quando o objeto não for simétrico. As linhas de centro são eixos de simetria que posicionam o centro de furos ou detalhes com simetria radial, elas são representadas pelo tipo de linha de traço e ponto estreita.



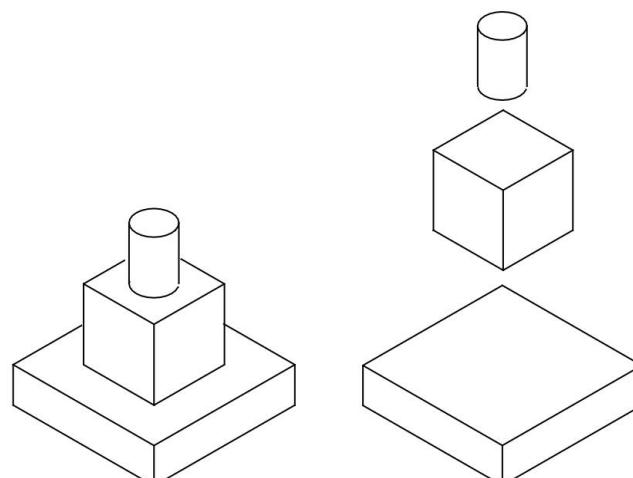
Vistas de um objeto onde na lateral esquerda há uma aresta invisível no 1º diedro

A representação da vista oposta a uma vista habitual é necessária quando a quantidade e a complexidade dos detalhes invisíveis e sua coincidência parcial com linhas visíveis impedem uma fácil identificação dos mesmos.

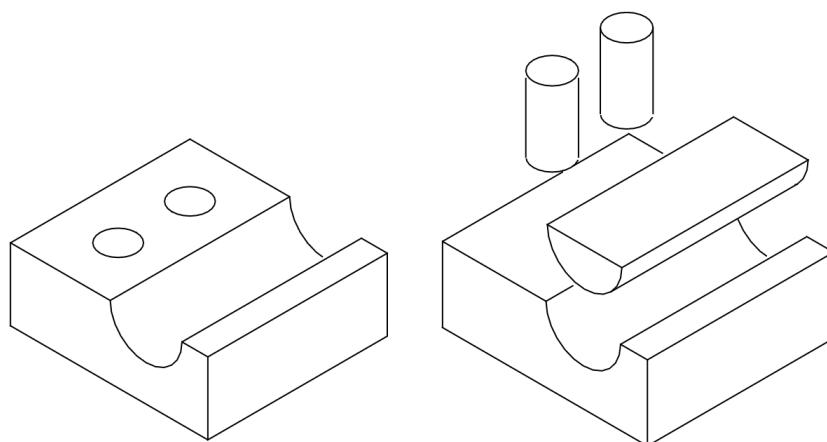
### Análise da forma dos objetos

Todos os objetos podem ser considerados como compostos de sólidos geométricos elementares, tais como: prismas, cilindros, cones, etc, utilizados de maneira positiva (adicionados) ou negativa (subtraídos).

Antes de representar um objeto por meio de suas vistas ortográficas deve-se analisar quais os sólidos geométricos elementares que adicionados ou subtraídos levam à sua obtenção. As vistas ortográficas desse objeto serão desenhadas obedecendo aquela sequência de operações de montagem ou corte.



*Objeto composto de maneira positiva*



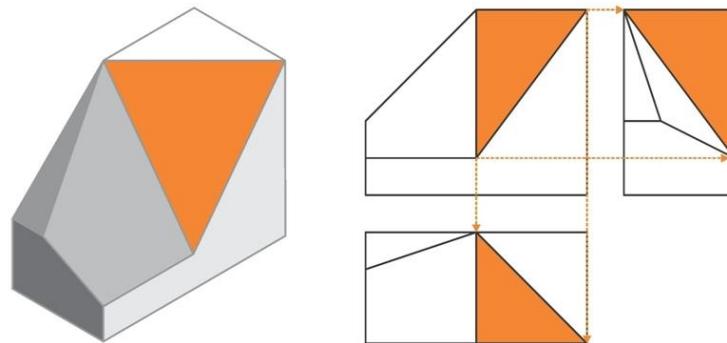
*Objeto composto de maneira negativa*

### Leitura de vistas ortográficas

A representação de um objeto no sistema de vistas ortográficas somente será compreendido de modo inequívoco se cada vista for interpretada em conjunto e coordenadamente com as outras.

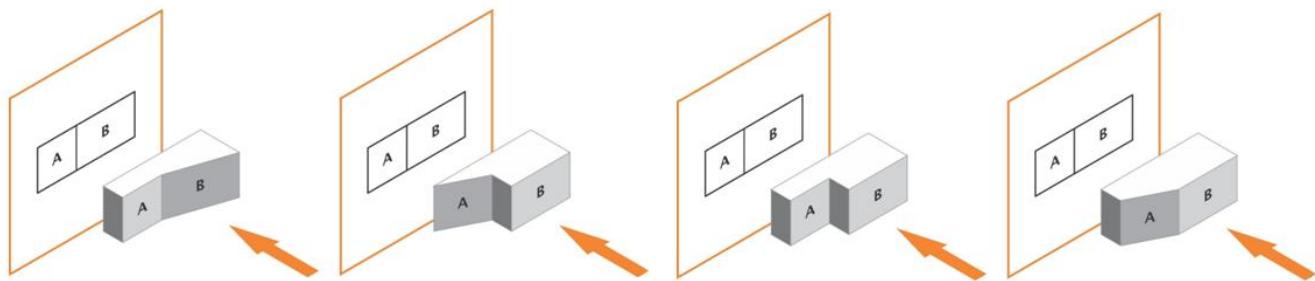
A leitura das vistas ortográficas é muito auxiliada pela aplicação de três regras fundamentais:

**1^a regra do alinhamento:** as projeções de um mesmo elemento do objeto nas vistas adjacentes estão sobre o mesmo alinhamento, isto é, sobre a mesma linha de chamada;



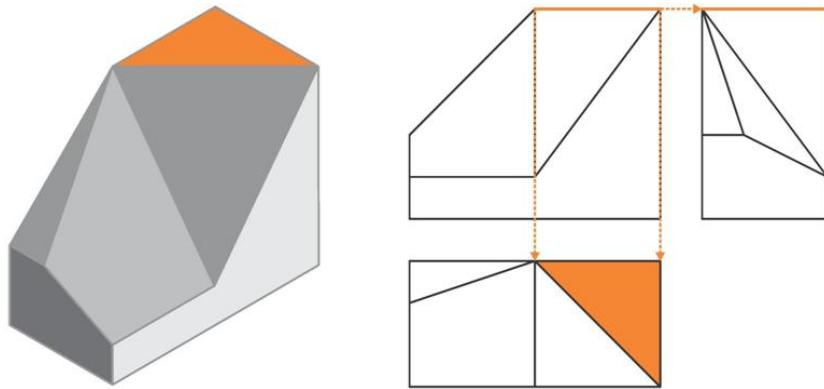
*Regra do alinhamento das vistas ortográficas de um objeto*

**2^a regra das figuras contíguas:** as figuras contíguas de uma mesma vista correspondem a faces do objeto que não podem estar situadas no mesmo plano;



*Regra das figuras contíguas das vistas ortográficas de um objeto*

**3^a regra da configuração:** uma face plana do objeto projeta-se com a sua configuração ou como um segmento de reta. No primeiro caso a face é inclinada ou paralela ao plano de projeção, e, no segundo caso é perpendicular a ele.

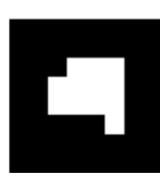
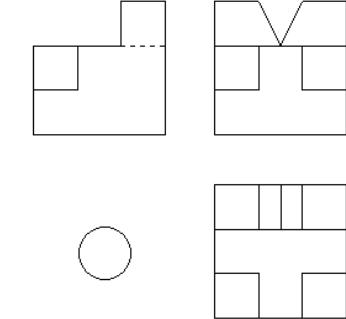
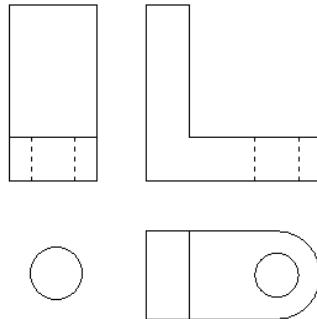
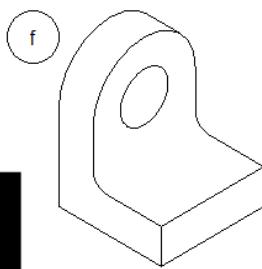
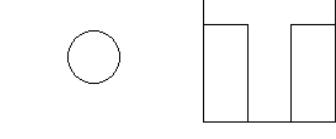
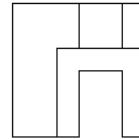
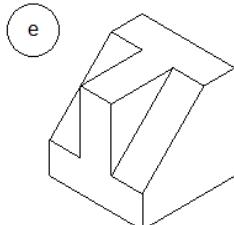
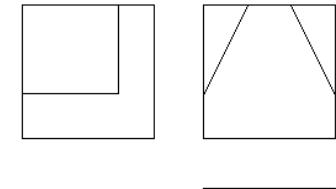
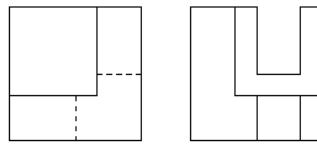
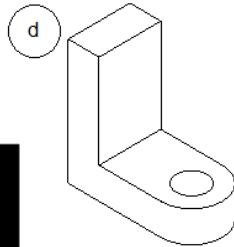
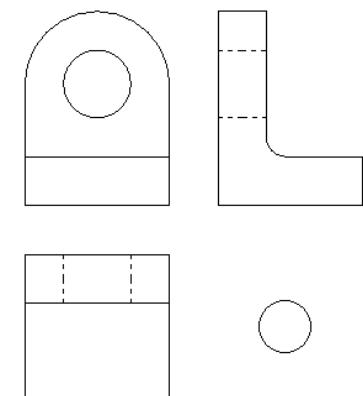
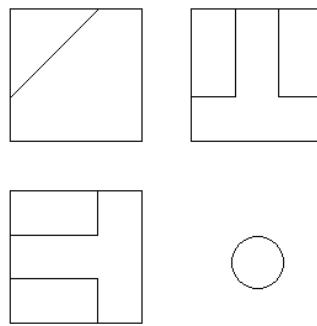
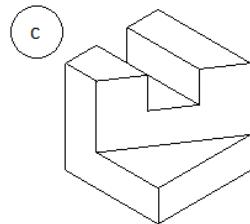
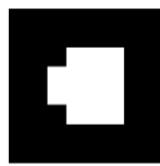
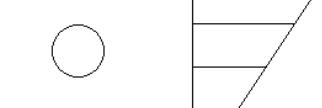
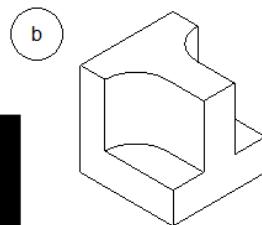
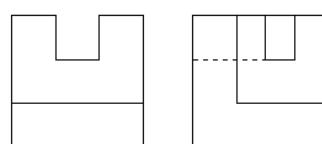
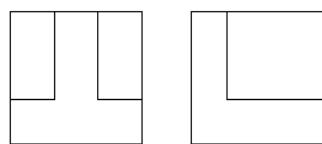
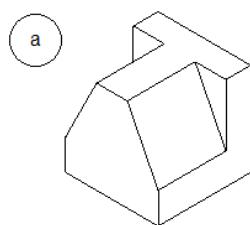


*Regra da configuração das projeções de uma face de um objeto*

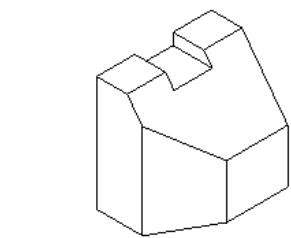
Além dessas três regras básicas, é útil saber que, usando as projeções no 1º diedro, qualquer detalhe voltado para o observador numa determinada vista aparecerá mais afastado dela em uma vista adjacente. Se as projeções forem executadas no 3º diedro, o mesmo detalhe estará mais próximo.

**Exercícios:**

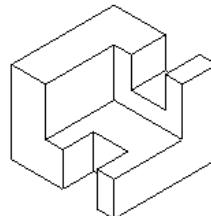
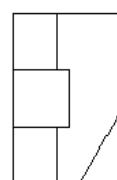
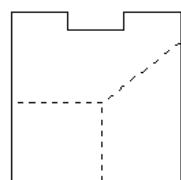
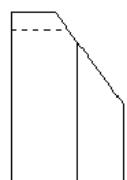
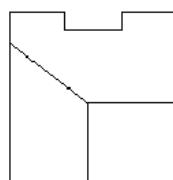
1. Identifique as projeções ortogonais correspondentes a cada perspectiva



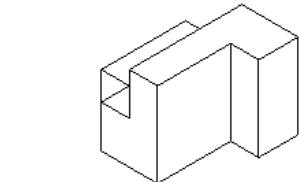
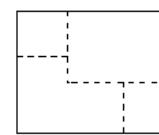
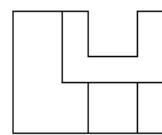
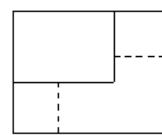
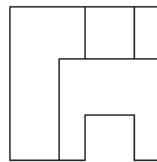
2. Identifique a Vista de Frente, a Vista Superior, a Vista Lateral Esquerda e a Vista Lateral Direita nas projeções dadas.



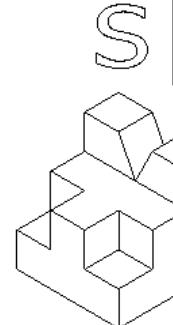
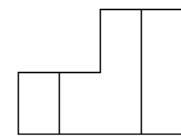
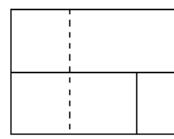
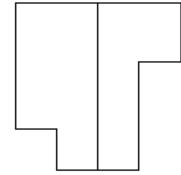
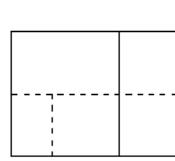
E  
Frente



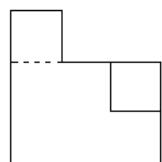
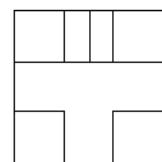
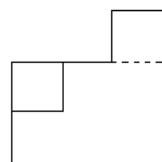
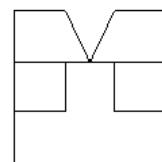
D  
Superior



F  
Lateral Esquerda

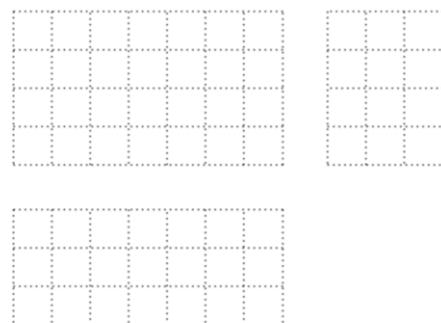
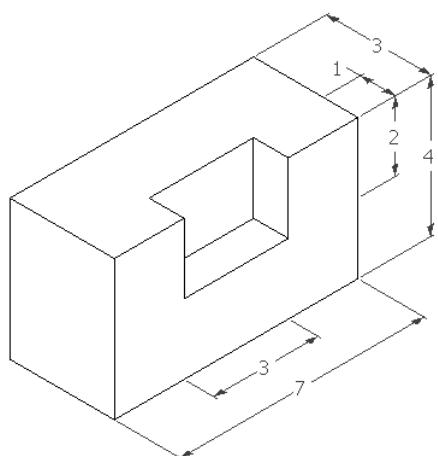


S  
Lateral Direita

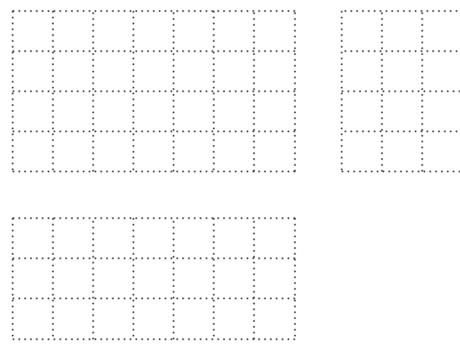
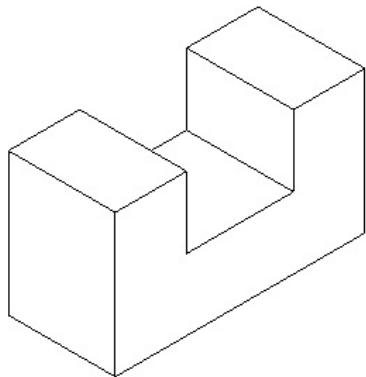


3. Desenhe as vistas ortográficas: VF, VS e VLE.

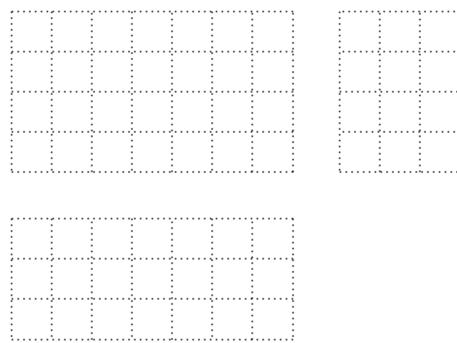
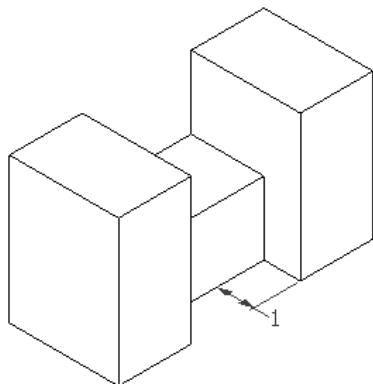
a)



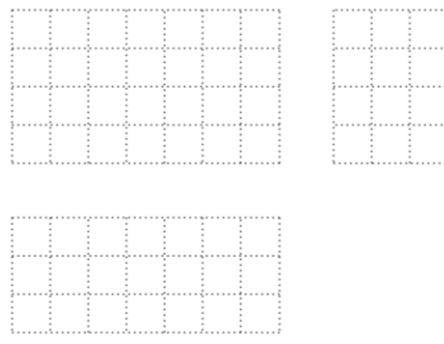
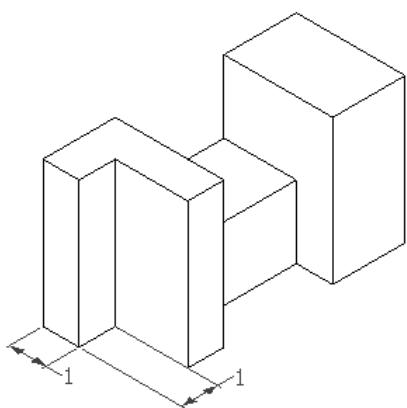
b)



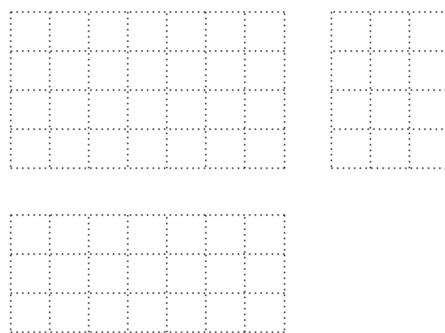
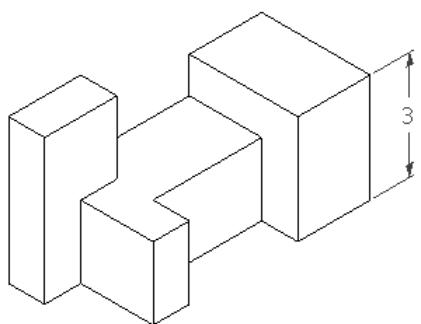
c)



d)

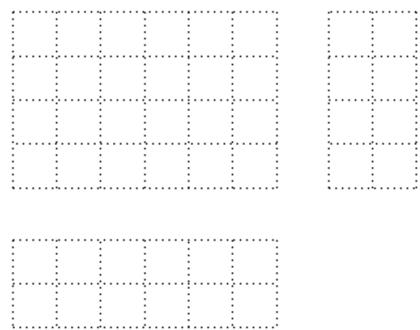
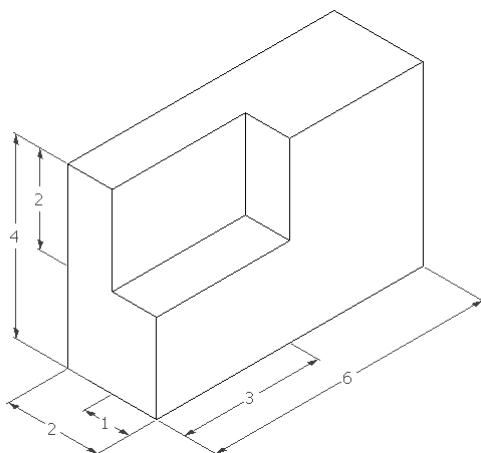


e)

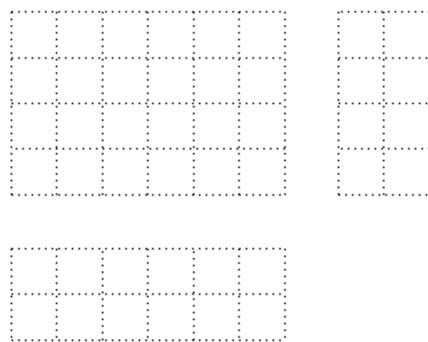
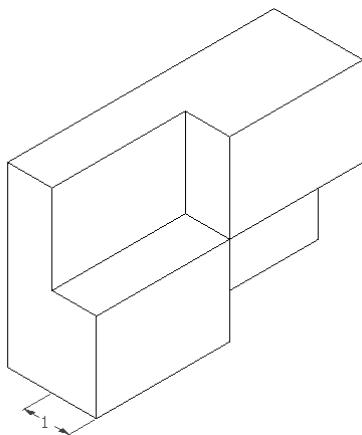


4. Desenhe as vistas ortográficas: VF, VS e VLE ou VLD.

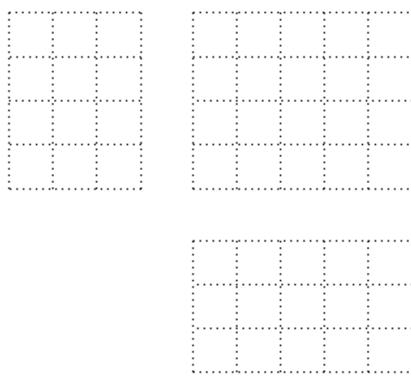
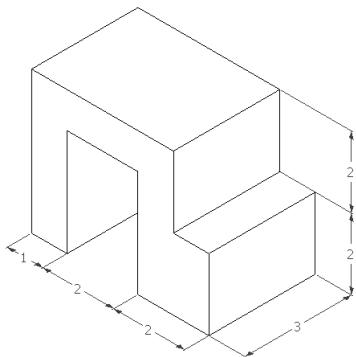
a)



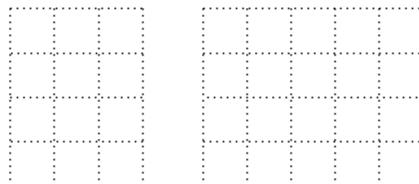
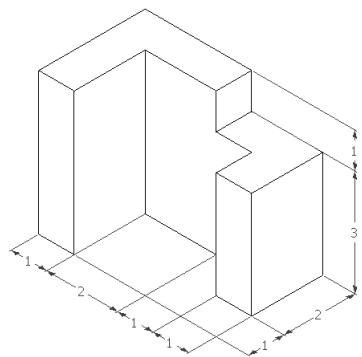
b)



c)

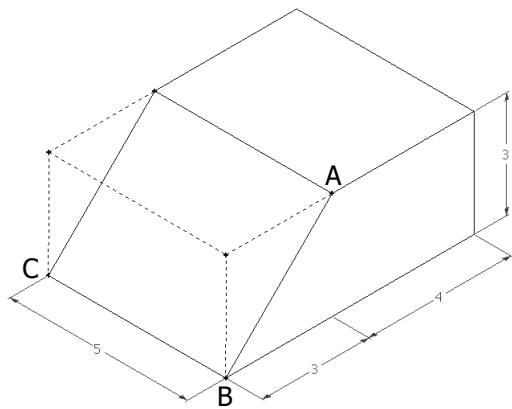


d)

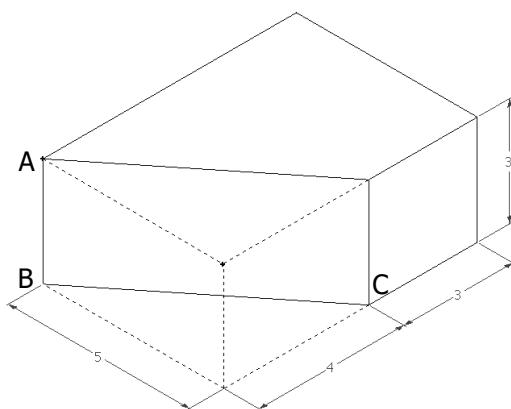


5. Desenhe as vistas ortográficas: VF, VS e VLE. Obter a VG da face inclinada.

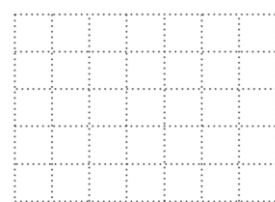
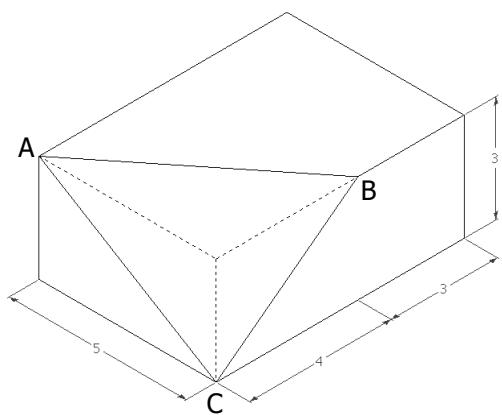
a)



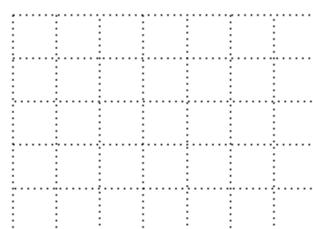
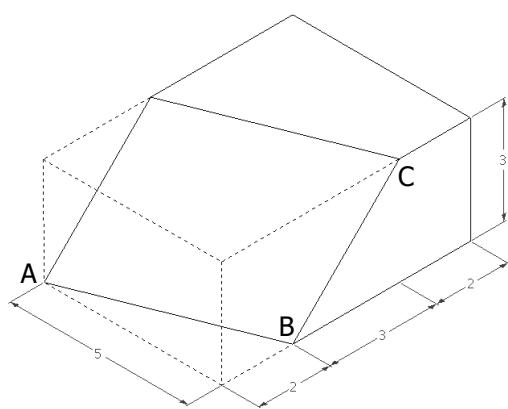
b)



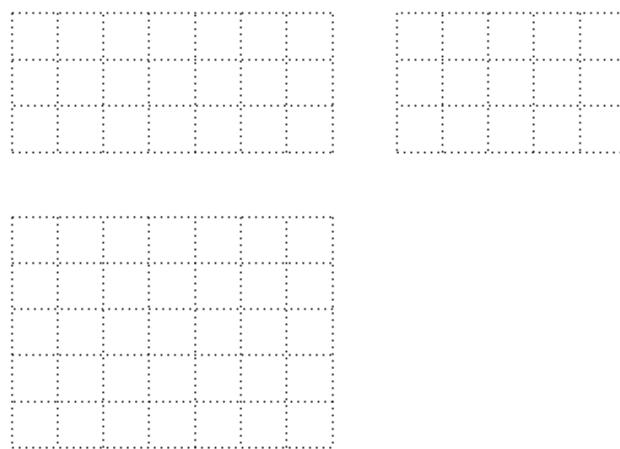
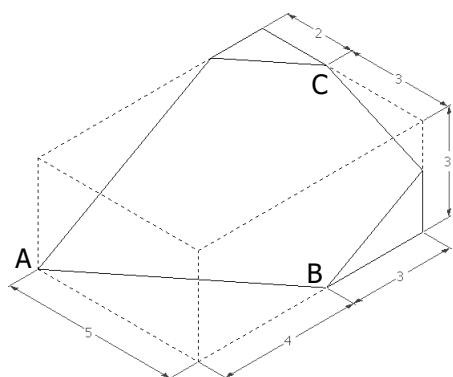
c)



d)

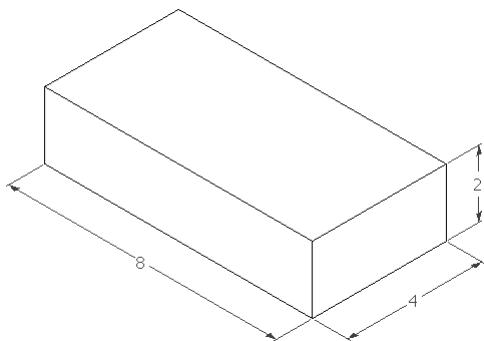


e)

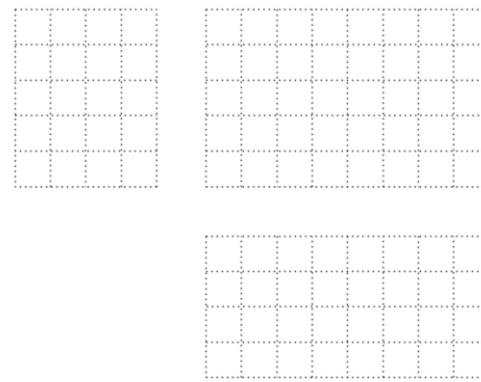
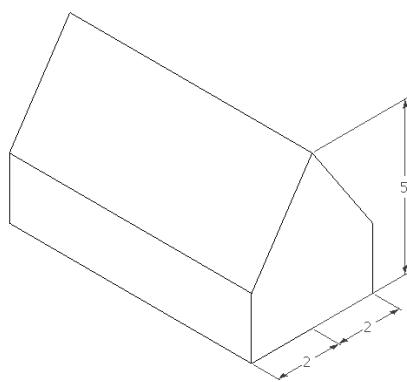


6. Desenhar as vistas ortográficas: VF, VS e VLD. Obter a VG da face inclinada.

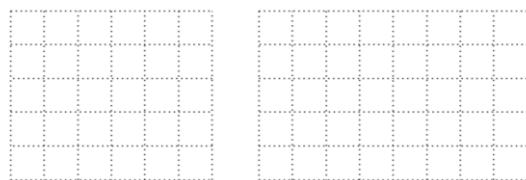
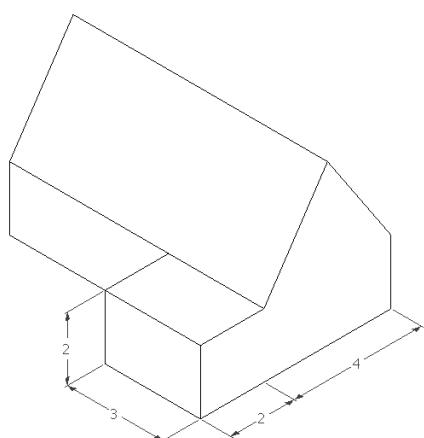
a)



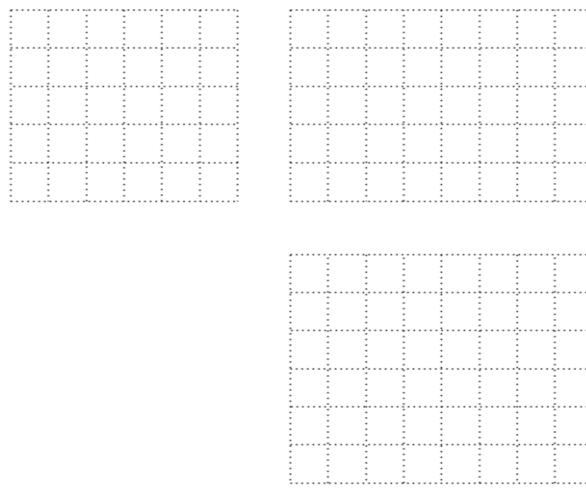
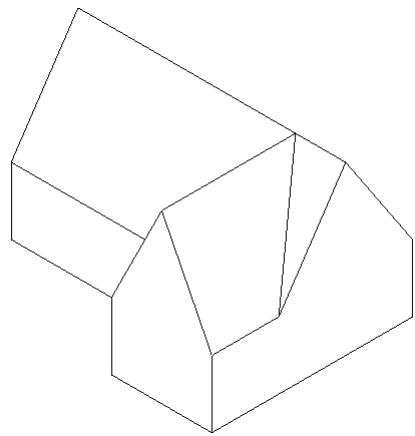
b)



c)

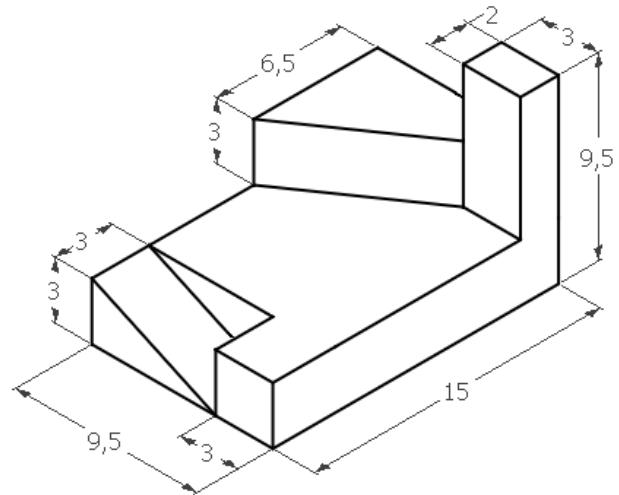


d)

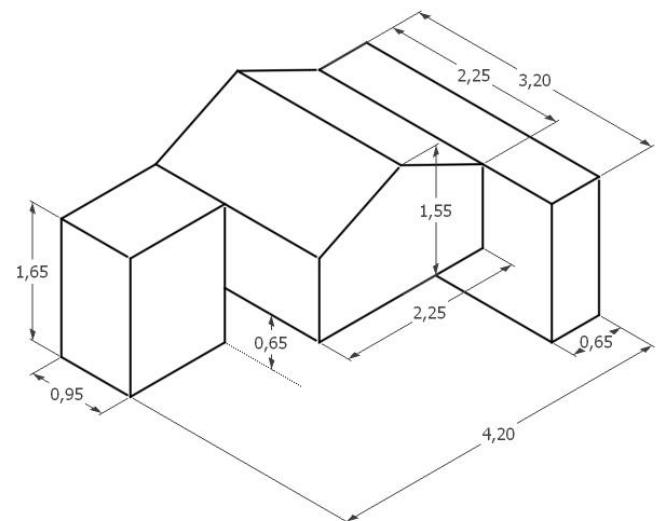


7. Desenhe as três vistas ortográficas dos objetos: VF, VS e VLE.

a) Unidade cm, escala 1:2



b) Unidade cm, escala 2:1

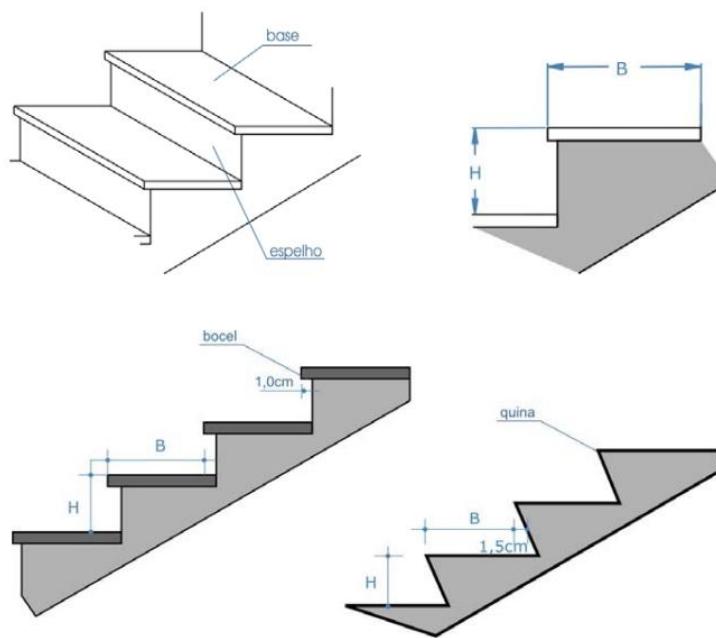


### Normas técnicas para escadas

Os projetos de escadas seguem a norma NBR 9050 (ABNT, 2020), e devem levar em conta os aspectos técnicos (materiais e técnicas construtivas), arquitetônicos (espaço disponível e formato) e de legislação (normas técnicas).

Os elementos principais são:

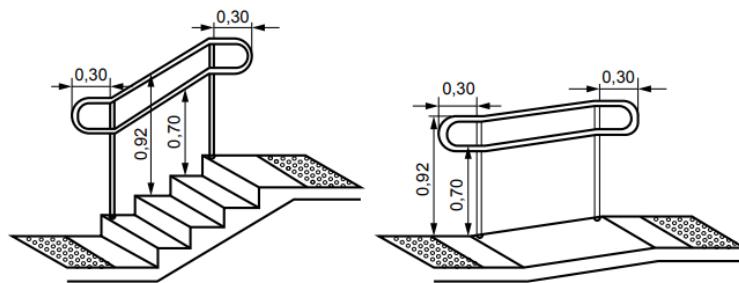
- a altura  $H$  de cada degrau (ou espelho), que deve variar entre 0,16 e 0,18m;
- a base  $B$ , que deve variar entre 0,28 e 0,32m;



*Elementos principais de uma escada. Fonte: NBR 9050.*

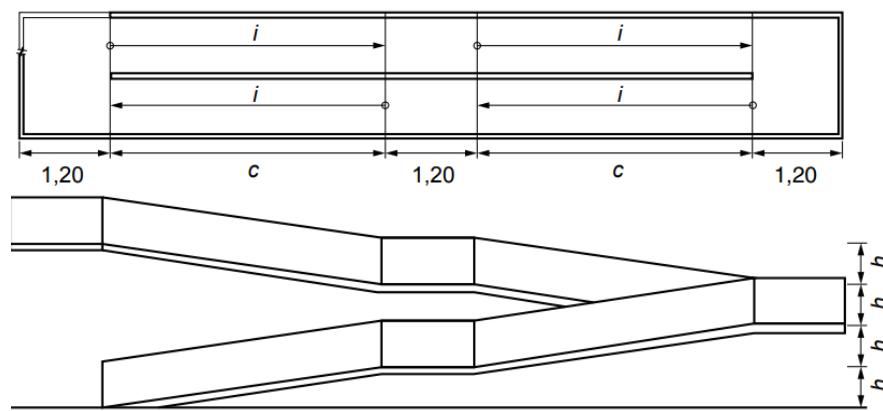
- os opcionais bocel e quina, que devem ter profundidade menor ou igual a 1,5cm;
- a região entre os lances da escada, chamada de patamar, que é obrigatória a cada 1,6m.

Os corrimãos devem ser instalados nos dois lados da escada ou rampa, com as medidas indicadas na figura a seguir.



*Medidas de corrimão. Fonte: NBR 9050*

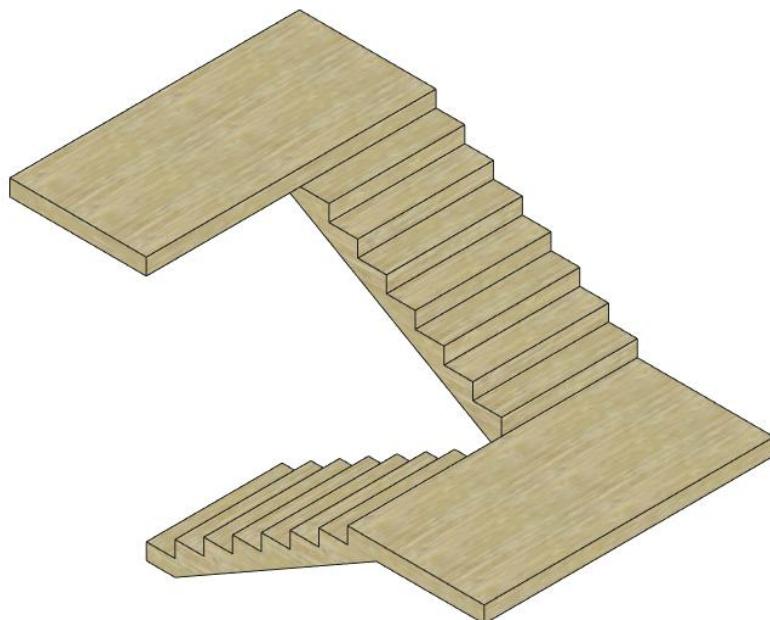
As inclinações de rampas seguem a mesma norma, com inclinação máxima  $i = 12,5\%$ . Para calcular a inclinação de uma rampa, basta usar a fórmula  $i = h \times 100 / c$ .

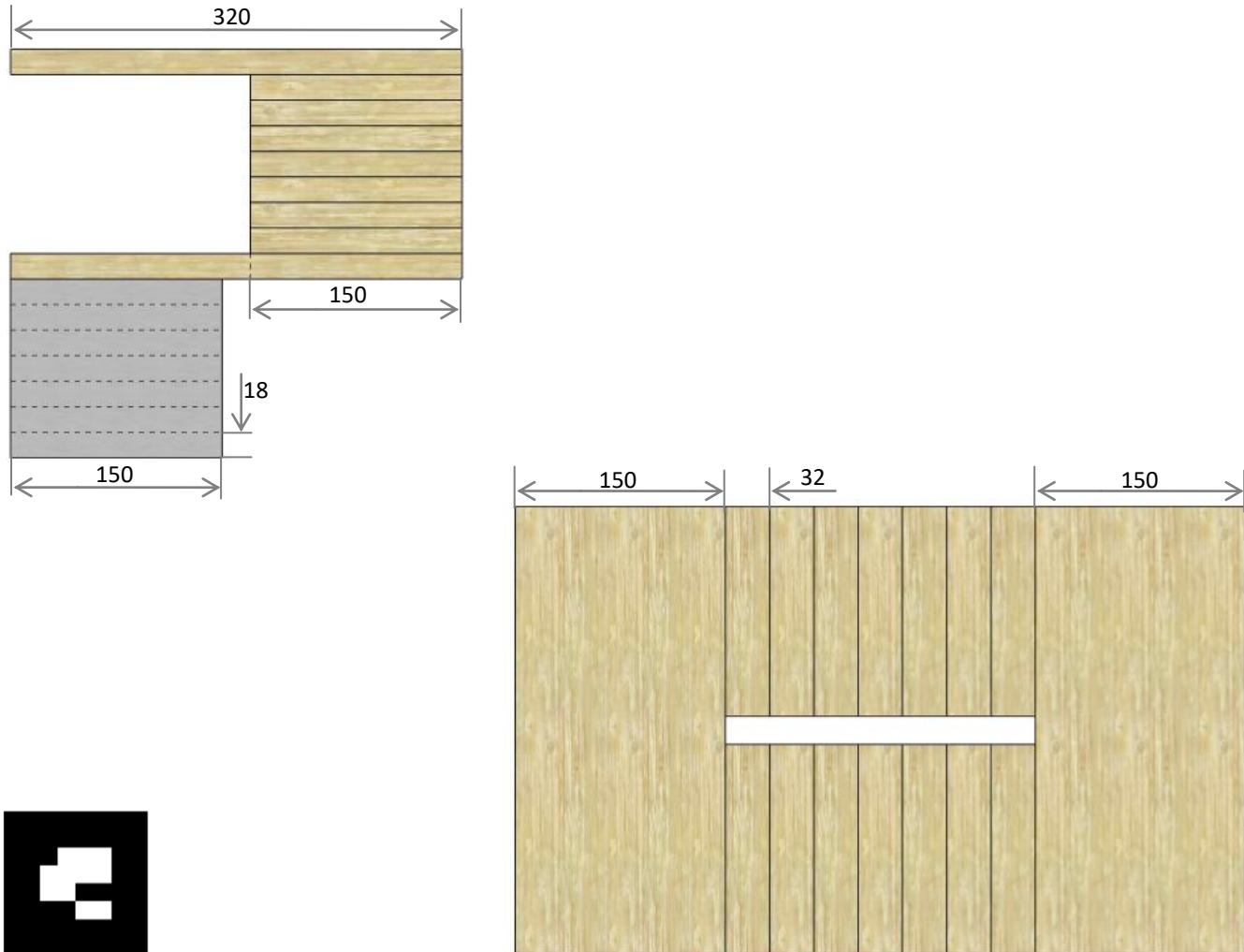


*Vista superior e frontal de uma rampa. Fonte: NBR 9050*

### Exercício:

Dadas as duas vistas ortográficas da escada, construa as projeções da vista frontal usando a escala 1:50. Indique o sentido da circulação na vista superior da escada.





#### 4.5. PERSPECTIVA

Perspectivar é representar objetos sobre um plano, denominado quadro. A técnica da perspectiva fundamenta-se em procedimentos tais que a imagem final se aproxima o mais possível da realidade e a sua obtenção se dá pela utilização de um sistema de projeção: cônicas, cilíndrica oblíqua ou cilíndrica ortogonal.

A perspectiva representa graficamente as três dimensões de um objeto em um único plano, com o objetivo de transmitir a idéia de largura, altura e profundidade.

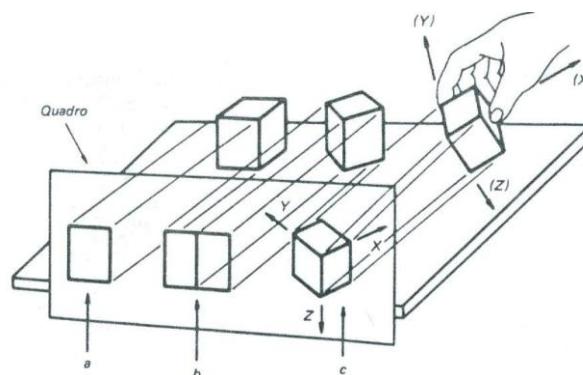
Existem diferentes tipos de perspectiva. A figura a seguir mostra como ficaria a representação de um cubo em três tipos diferentes de perspectiva. Cada tipo de perspectiva mostra o objeto de uma forma.



*Representação de um cubo em três tipos de perspectiva*

## Perspectiva Cilíndrica Ortogonal

Considerando o sistema de projeção cilíndrico ortogonal para projetar um cubo sobre um quadro, temos as seguintes situações:

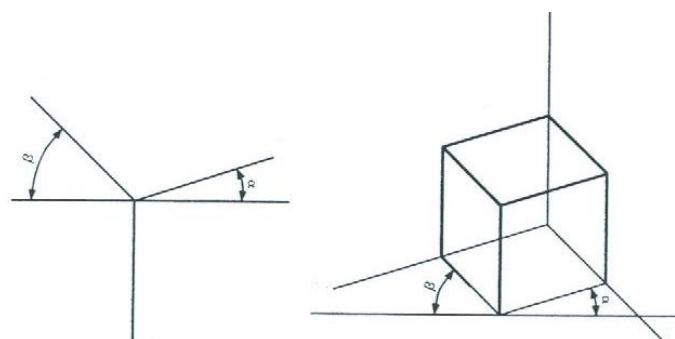


*Perspectiva cilíndrica ortogonal de um cubo*

- se o cubo encontra-se com uma face paralela ao quadro, então a sua projeção cilíndrica ortogonal será um quadrado em verdadeira grandeza (a);
- se o cubo, que estava com uma face paralela ao quadro, for girado em torno de um eixo vertical, de um ângulo qualquer menor que  $90^\circ$ , a projeção cilíndrica ortogonal no quadro será apresentada por duas faces de tamanhos reduzidos (b);
- se o cubo, que estava com duas faces inclinadas em relação ao quadro, for inclinado para frente, segundo um ângulo menor que  $90^\circ$ , as três faces aparecerão no quadro projetadas reduzidas. Três arestas concorrentes do cubo, as mais afastadas do quadro, darão as direções dos três eixos OX, OY e OZ que são perspectivados no quadro: O'X', O'Y' e O'Z' (c).

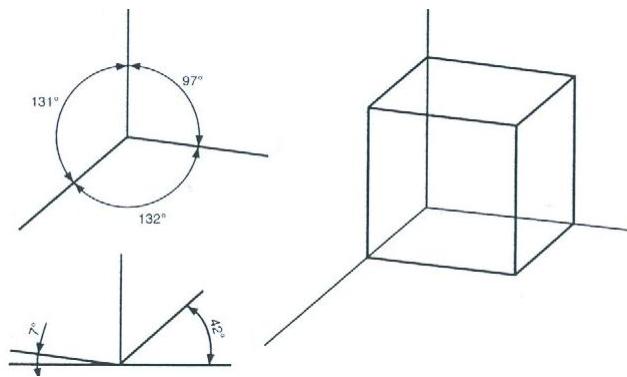
Os eixos projetados no quadro caracterizarão as principais dimensões do objeto, que são: largura, altura e profundidade.

Devido às várias inclinações que podemos dar ao cubo, obteríamos um número infinito de perspectivas, este tipo de perspectiva recebe o nome de **axonometrítica ortogonal**. Quando os três eixos do cubo fazem ângulos diferentes com o quadro, a perspectiva denomina-se **trimétrica**, sendo que cada aresta sofre redução diferente na projeção.



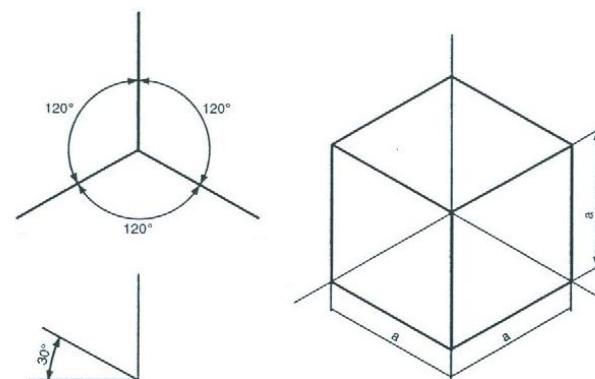
*Perspectiva trimétrica de um cubo*

Quando dois eixos estão igualmente inclinados em relação ao quadro, a perspectiva é chamada de **dimétrica**, sendo, então, que duas arestas sofrerão a mesma redução na projeção.



Perspectiva dimétrica de um cubo

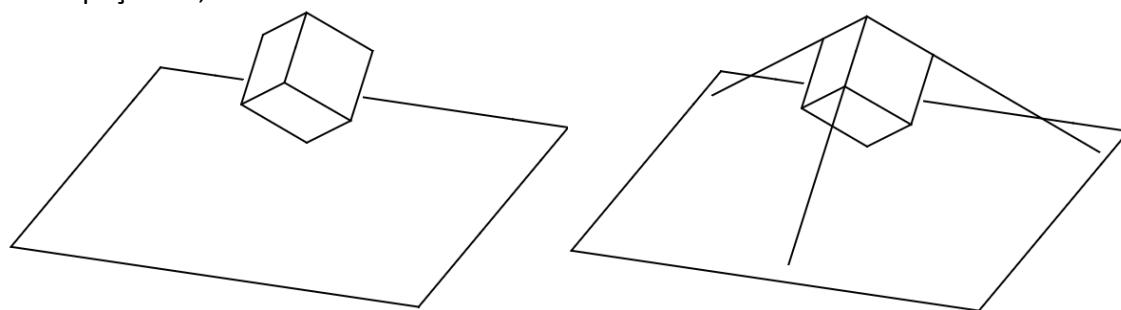
Quando os três eixos estão igualmente inclinados em relação ao quadro, ela é denominada de **isométrica**, e portanto, as reduções sofridas nas arestas será a mesma.



Perspectiva isométrica de um cubo

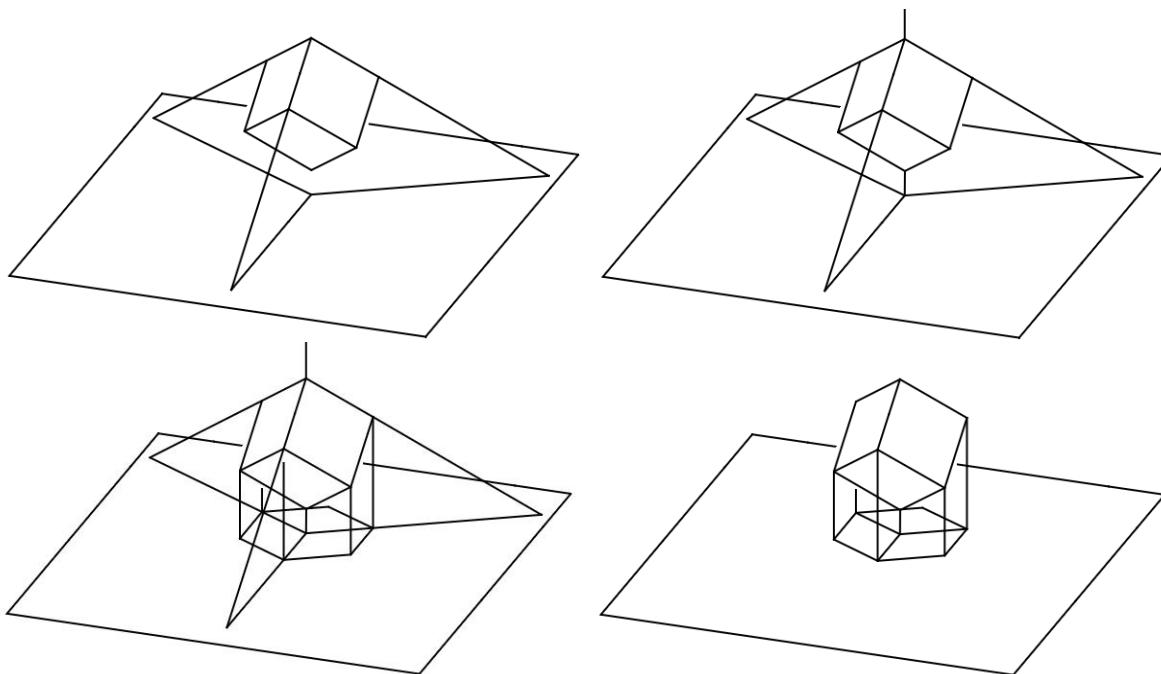
### Perspectiva Isométrica

Consideremos um plano de projeção e um cubo, com três de suas arestas definindo três eixos objetivos do espaço: OX, OY e OZ.



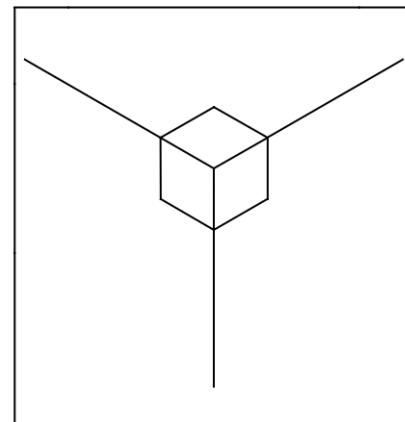
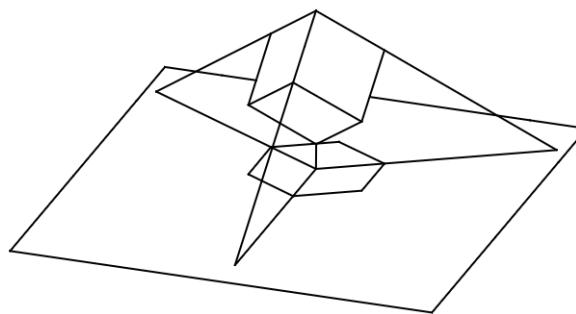
Posicionamento de um cubo em relação a um plano de projeção

A perspectiva isométrica do cubo é obtida projetando-se cilíndrica e ortogonalmente o mesmo sobre um quadro, em relação ao qual os três eixos formem ângulos iguais. A diagonal do cubo que passa por O será perpendicular ao quadro; os três eixos objetivos OX, OY e OZ serão projetados como os três eixos isométricos O'X', O'Y' e O'Z', formando ângulos de  $120^\circ$  entre si; as demais arestas do cubo, por serem paralelas aos eixos objetivos, serão projetadas como linhas paralelas aos correspondentes eixos isométricos.



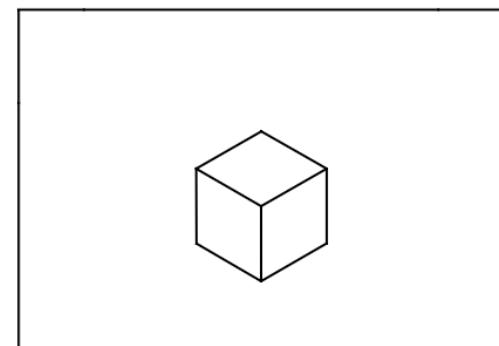
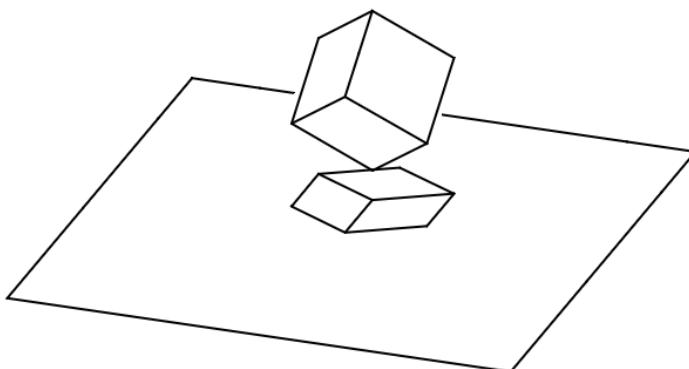
*Representação da perspectiva isométrica de um cubo*

O'X', O'Y' e O'Z' serão, a partir de agora, considerados como os eixos isométricos e representam as projeções dos três eixos OX, OY e OZ que convergem para o vértice do cubo mais afastado do quadro.



*Eixos representados na perspectiva isométrica de um cubo*

As perspectivas das arestas do cubo e as linhas a elas paralelas são denominadas linhas isométricas. As perspectivas das faces do cubo e outras que forem paralelas são chamadas de faces isométricas.



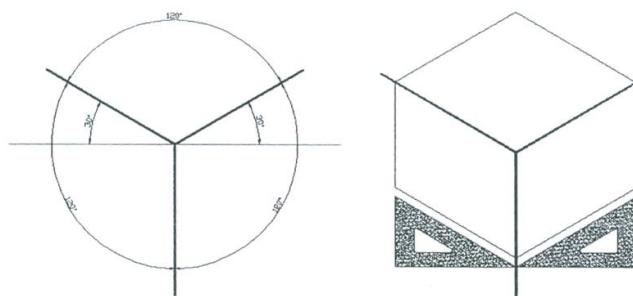
*Perspectiva isométrica de um cubo*

As projeções das três dimensões fundamentais do cubo sofrem a mesma redução e terão a mesma medida na projeção isométrica, cerca de 81,6% do valor real, porque se trata de projeções cilíndricas ortogonais de segmentos congruentes e igualmente inclinados em relação ao plano de projeção.

Como os coeficientes de redução são iguais para os três eixos isométricos, pode-se tomar como medida das arestas do cubo, sobre estes eixos, a verdadeira grandeza das mesmas e o efeito será idêntico, ficando, apenas, com suas dimensões ampliadas de 1 para 1,23. A representação assim obtida é denominada **Desenho Isométrico ou Isométrica Simplificada**.

### Determinação dos eixos isométricos

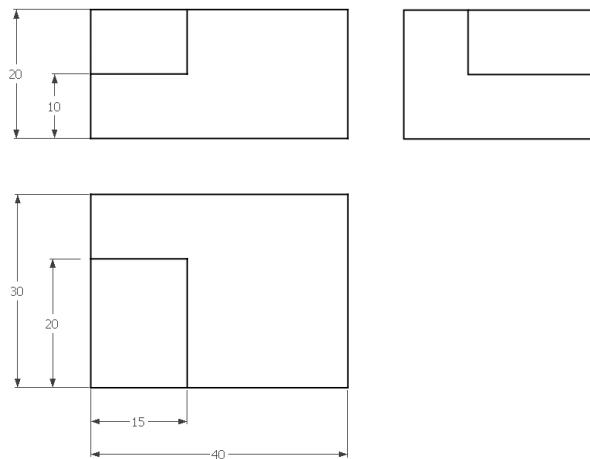
Partindo da perspectiva do cubo, e nela considerando como origem a projeção do vértice O, são traçados os três eixos isométricos, de modo que formem entre si ângulos de  $120^\circ$ ; isto se consegue fazendo com que um dos eixos seja vertical e os outros dois sejam oblíquos de  $30^\circ$  en relação à horizontal.

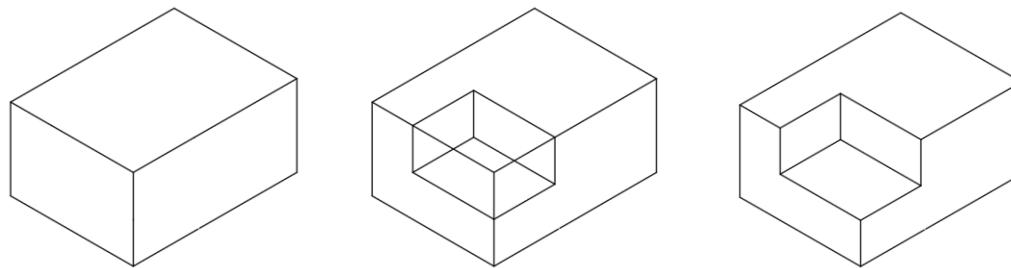


*Determinação dos eixos isométricos*

### Construção da Isométrica Simplificada

Dadas as vistas principais de um objeto, parte-se de um ponto que representa o vértice O do sólido envolvente e traçam-se os três eixos, que farão entre si ângulos de  $120^\circ$ . Em seguida, constrói-se o paralelepípedo envolvente do sólido com as maiores dimensões de largura, altura e profundidade, segundo a visibilidade desejada para os três planos. Analisando as vistas ortográficas, fazem-se cortes no sólido envolvente de acordo com as formas e dimensões dadas nas referidas vistas, adaptando, separadamente, cada vista no seu plano, até que se tenha o objeto desejado. As linhas ocultas não são habitualmente representadas em perspectiva.

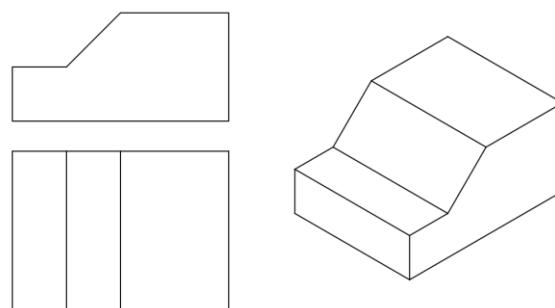




*Construção da perspectiva isométrica simplificada de um objeto*

### Linhas isométricas

Linhas isométricas são aquelas paralelas aos eixos perspectivados e linhas não isométricas são aquelas que não estão paralelas aos eixos perspectivados e, portanto, não se apresentam em verdadeira grandeza. Assim, as arestas isométricas são marcadas diretamente na perspectiva, marcando as distâncias ao longo das direções isométricas. As não isométricas são obtidas unindo-se as perspectivas de dois de seus pontos, determinadas por meio das respectivas coordenadas isométricas.



*Linhas isométricas e não isométricas*

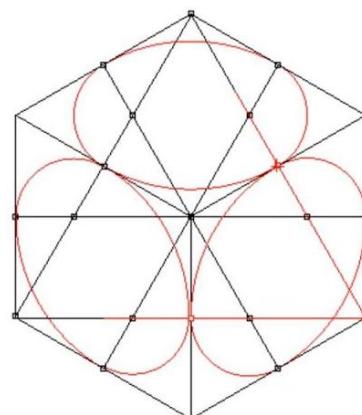
### Perspectiva isométrica de circunferências ou arcos

Para obter a perspectiva isométrica de circunferências e de arcos de circunferências utilizamos a chamada elipse isométrica.

Uma circunferência pode ser inscrita num quadrado, e esse, ao ser perspectivado, transforma-se num losango, que terá uma elipse inscrita.

### Exercício:

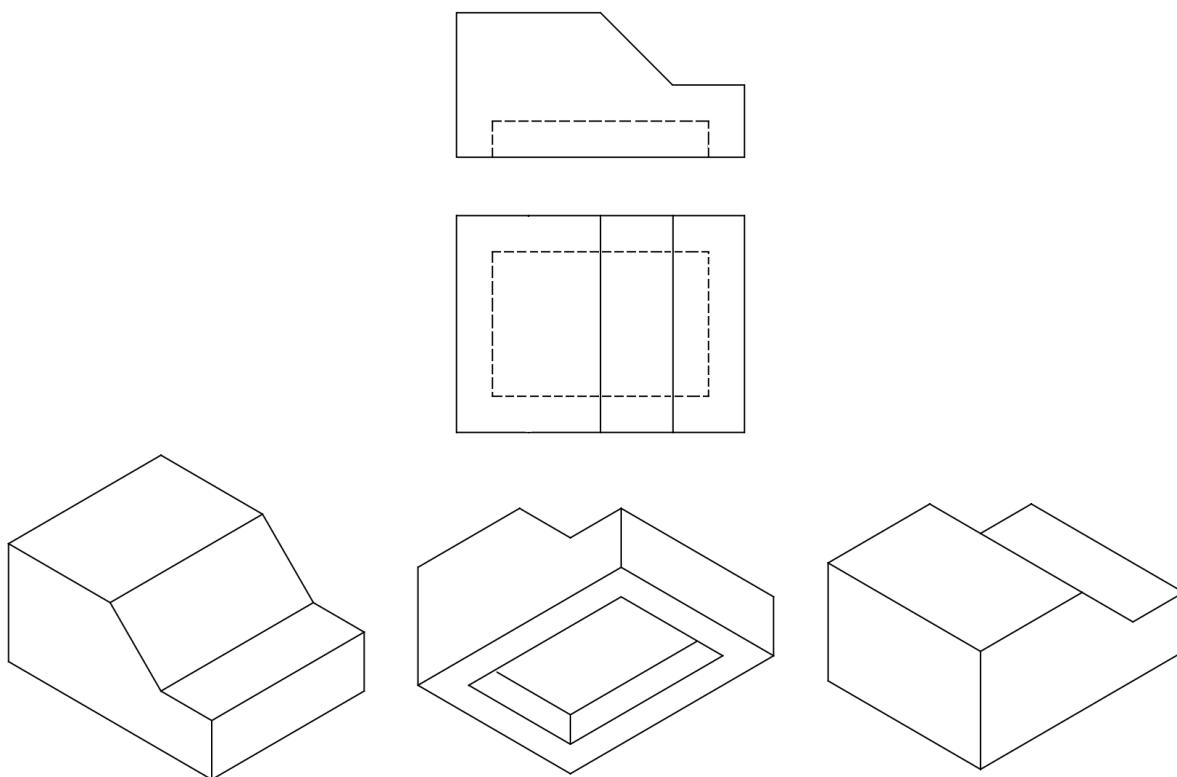
Construa a circunferência isométrica de raio  $r = 4,5\text{cm}$ .



*Representação da perspectiva isométrica de circunferências*

## Visualização dos objetos

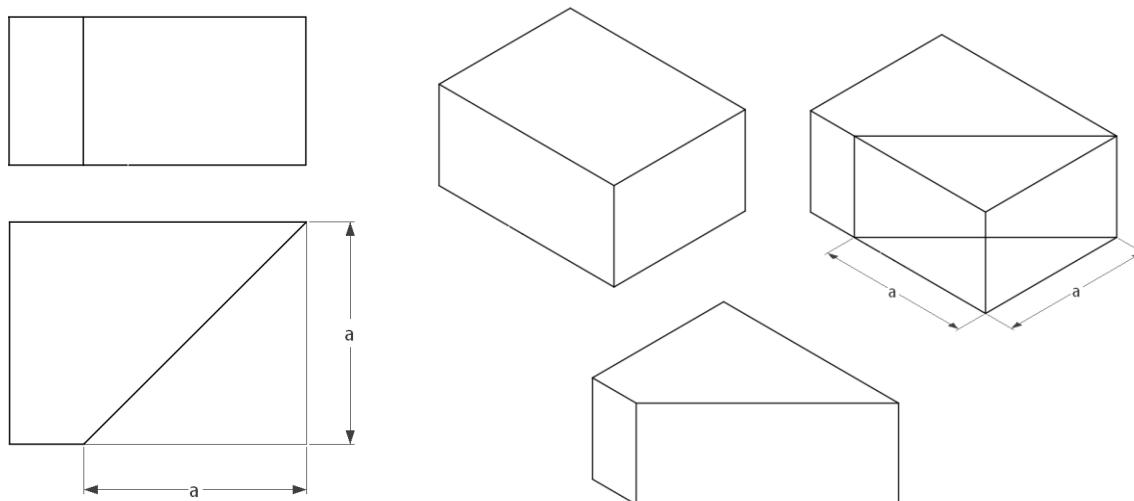
Os eixos isométricos poderão ocupar várias posições, de modo a representar o objeto de qualquer ângulo.



*Posição dos eixos isométricos*

## Marcação de ângulos

Os ângulos não podem ser marcados em perspectiva porque não são representados em verdadeira grandeza nos planos isométricos. Devem ser, por isso, transformados em medidas de catetos, dados que estas podem ser tratadas em verdadeira grandeza ao longo das linhas isométrica.

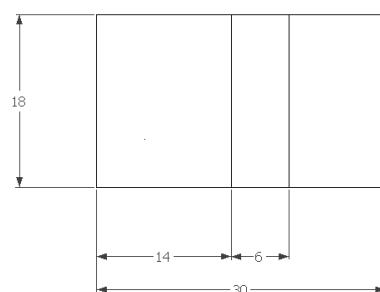
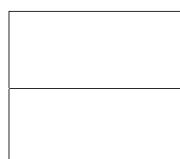
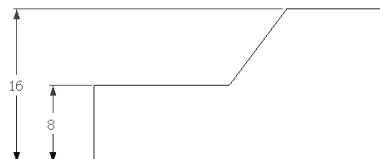


*Marcação de ângulos em perspectiva*

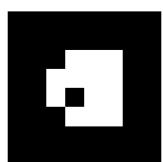
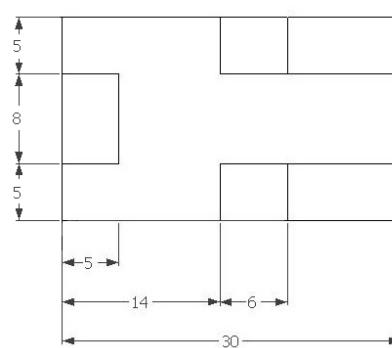
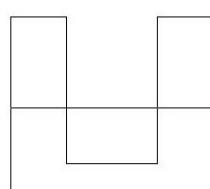
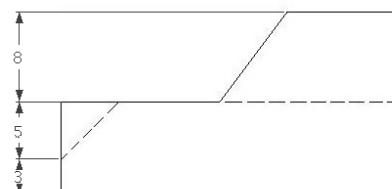
**Exercícios:**

Construa a Perspectiva Isométrica das peças dadas. Se necessário, utilize uma escala de ampliação ou redução.

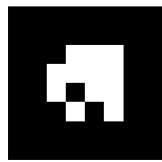
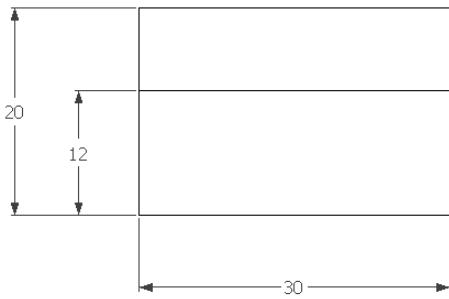
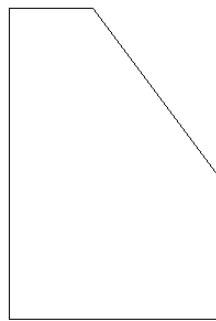
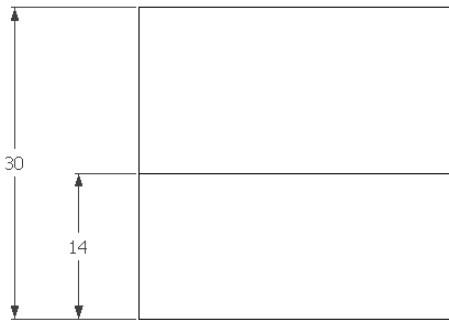
1.



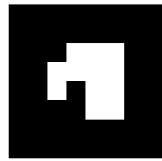
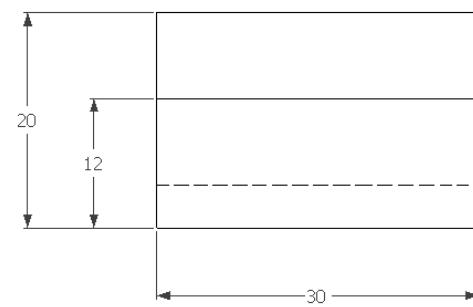
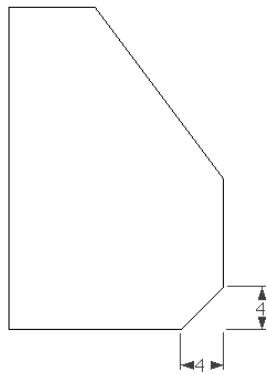
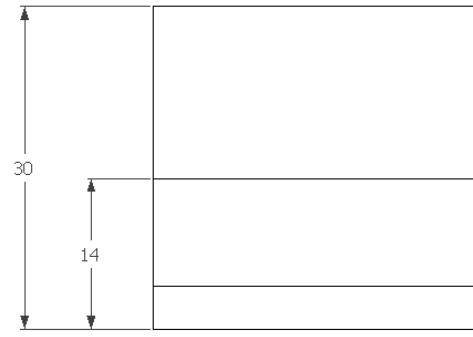
2.



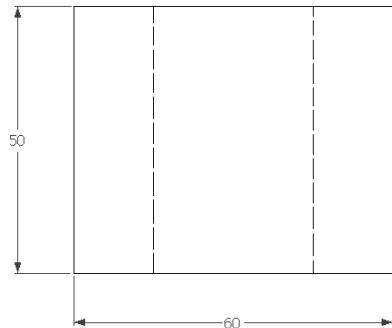
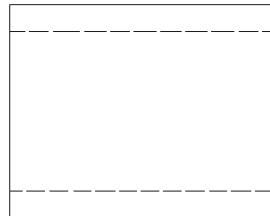
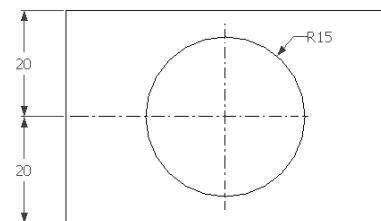
3.



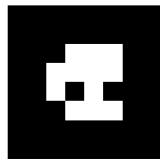
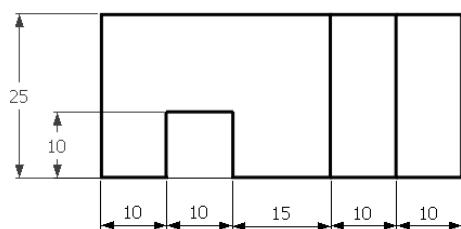
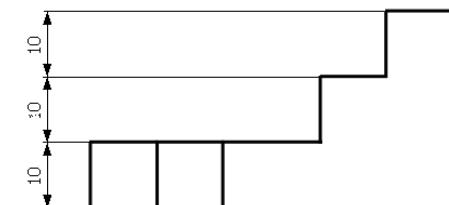
4.



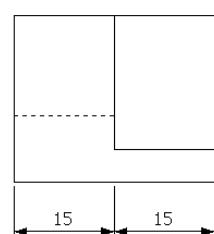
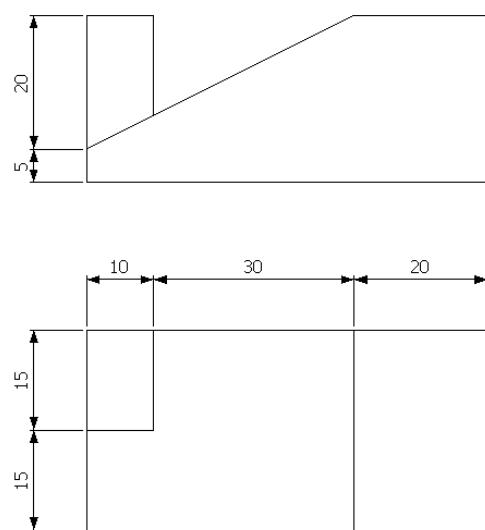
5.



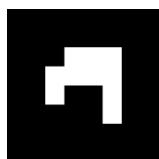
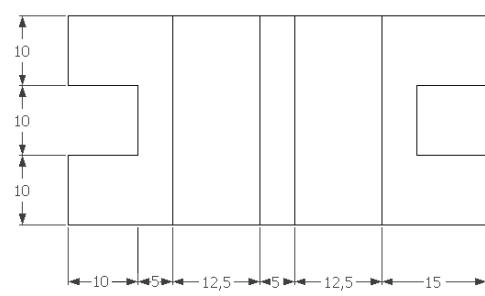
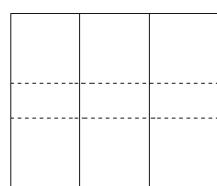
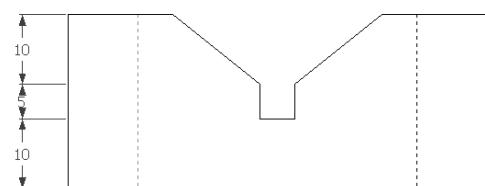
6.



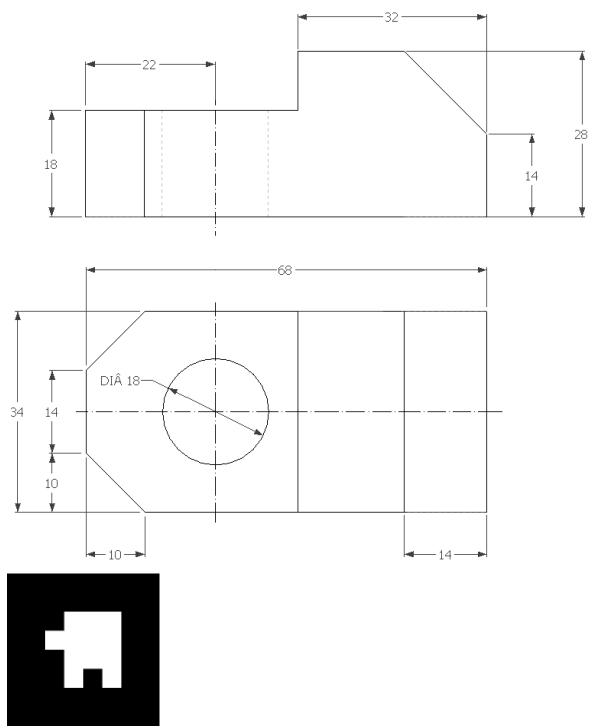
7.



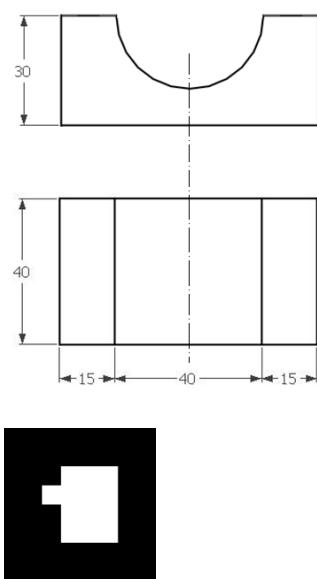
8.



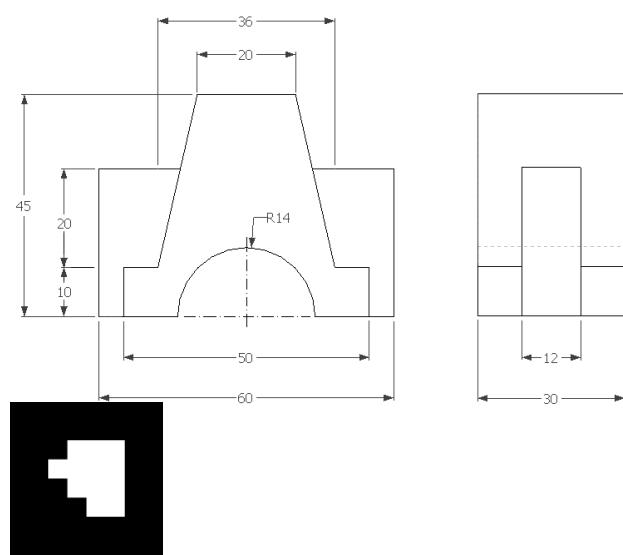
9.



10.



11.

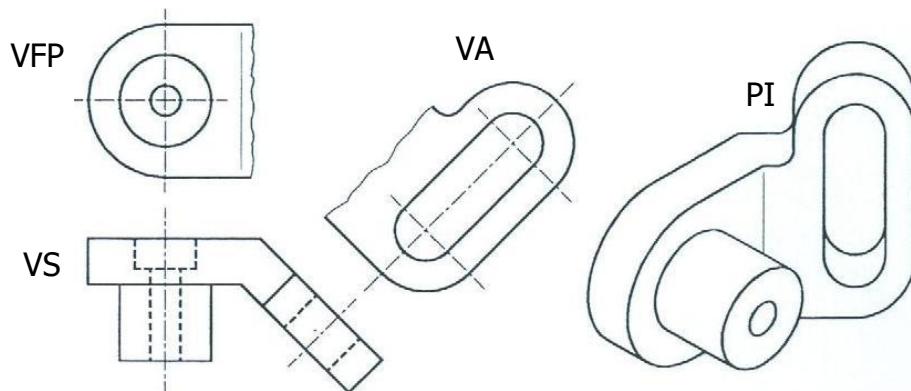


## 4.6. VISTAS ESPECIAIS

Em certas situações não é necessária a representação da vista completa. Nestes casos, podem ser usados outros tipos de vistas.

### Vistas Parciais

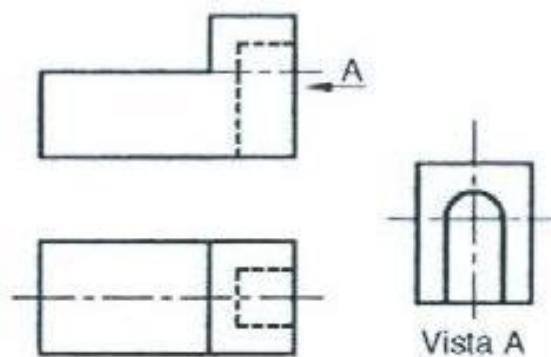
Usa-se uma vista parcial quando a representação total da vista não fornece algum tipo de informação adicional. As vistas parciais são usadas sobretudo na representação de vistas auxiliares. A figura abaixo mostra um exemplo onde a representação da vista total seria demorada e não traria nenhuma informação adicional. A vista parcial é delimitada por uma linha de ruptura.



*Representação de peça: vista superior (VS), vista frontal parcial (VFP), vista auxiliar (VA) e perspectiva isométrica (PI)*

### Vistas Deslocadas ou Vistas Fora de Posição

Não sendo possível ou conveniente representar uma ou mais vistas na posição determinada pelo método de projeção, pode-se localizá-la em outras posições, com exceção da vista principal. É necessário, então, identificar o sentido da observação sobre uma projeção por uma flecha e uma letra maiúscula, junto da vista deslocada pela inscrição “Vista de A”. Na figura abaixo está exemplificada este tipo de vista. A vista A será uma vista deslocada, não seguindo as regras de colocação das vistas, podendo ocupar qualquer espaço na folha de papel.

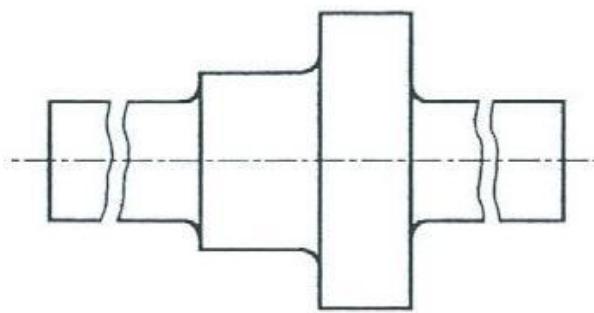


*Exemplo de vista deslocada*

### Vistas Interrompidas

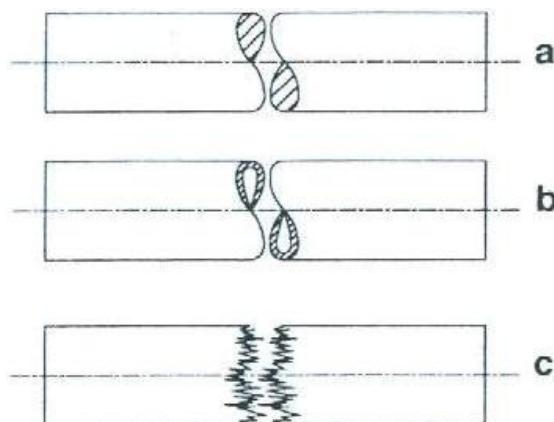
A representação de um objeto longo, com características uniformes em todo o seu comprimento ou em pinos suficientemente longos, pode ser efetuada de duas formas distintas.

A primeira consiste na utilização de vistas interrompidas, representando apenas as extremidades de cada peça com características uniformes, não sendo desenhada a parte intermediária.



*Vistas interrompidas de peças compridas*

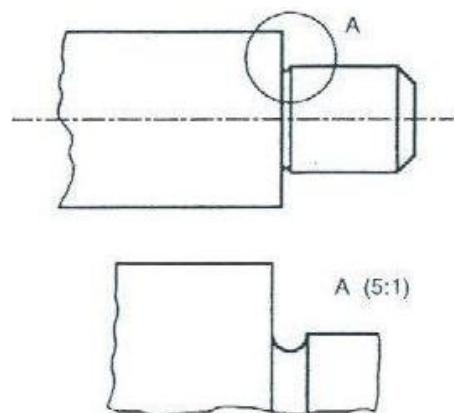
A outra forma pode ser representada como mostra a figura abaixo.



*Linhos de ruptura: a) barra metálica; b) tubo metálico e c) madeira*

### Vistas de Detalhe

As vistas de detalhe são usadas para destacar pequenas regiões de uma vista que não estão claramente representadas. A região a ser representada é envolvida por uma circunferência e identificada por uma letra maiúscula. A vista ampliada é acompanhada da letra e da escala em que é representada.

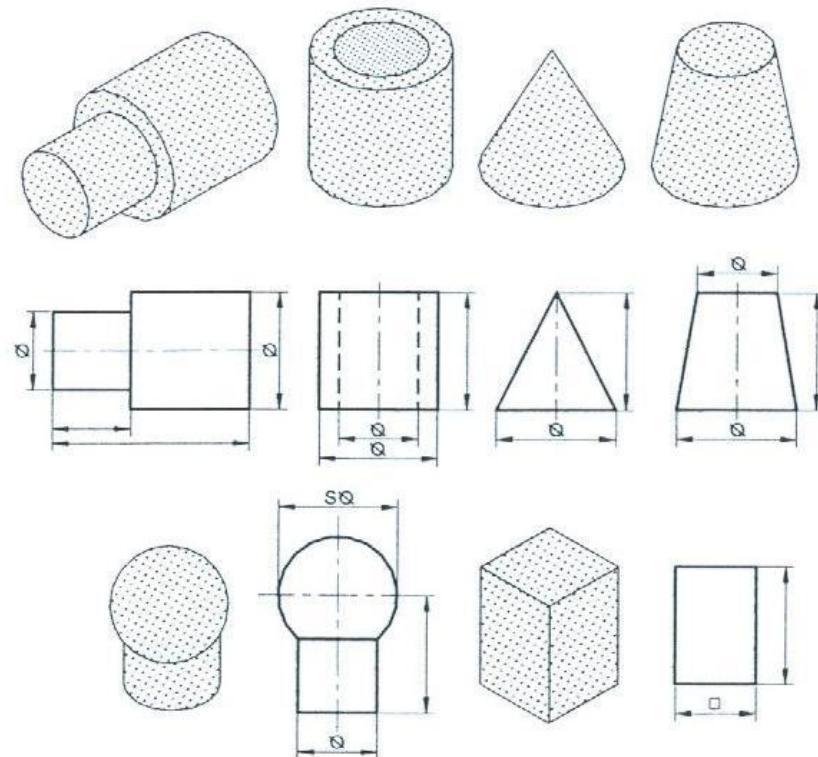


*Vista de detalhe de uma peça*

### Vista Única

Determinados objetos não necessitam das três vistas ortográficas normalmente utilizadas para que fiquem completamente esclarecidos todos os seus detalhes, seja pela sua simplicidade ou pela simetria de sua forma. Porém, para que se possa omitir uma ou duas vistas é necessário utilizar

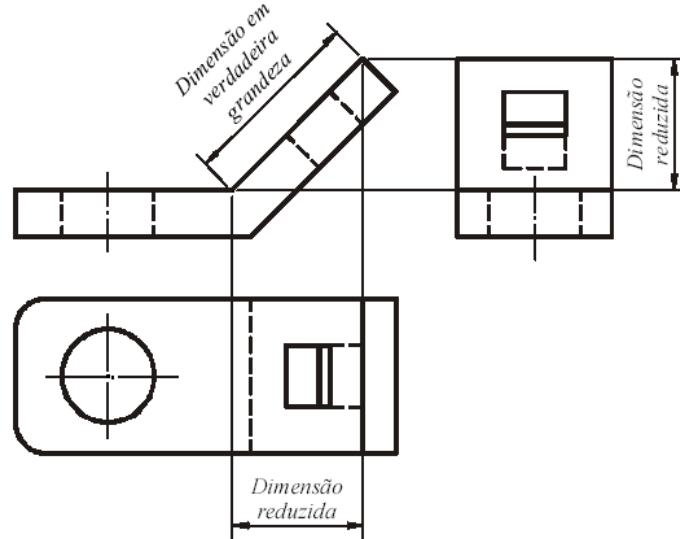
símbolos para a identificação de elementos geométricos, tais como: diâmetro ( $\emptyset$ ), raio (R), quadrado ( $\square$ ), diâmetro esférico ( $S\emptyset$ ) e raio esférico (SR).



*Convenções em representações em vista única*

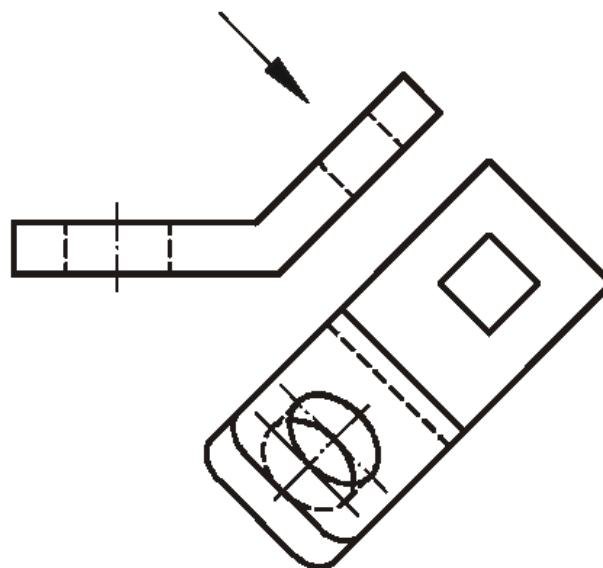
### Vistas Auxiliares

A figura abaixo mostra as três vistas principais de um objeto com superfície inclinada, pode-se observar que em nenhuma das três vistas aparece em verdadeira grandeza a parte inclinada do objeto.



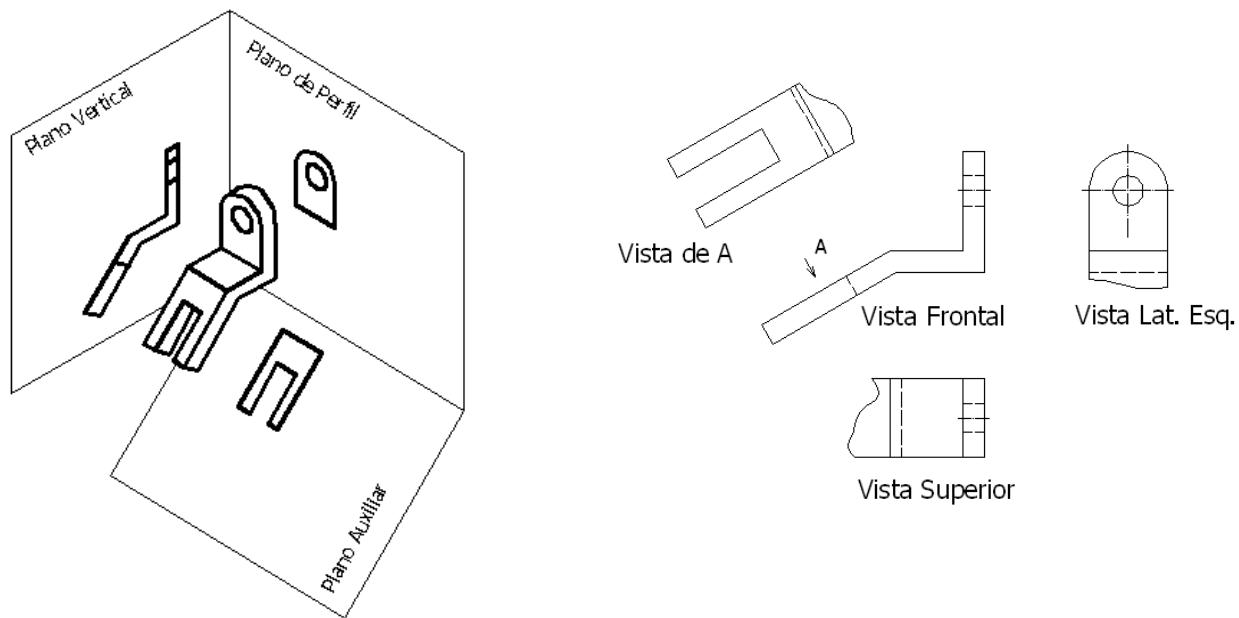
*Vistas ortográficas de um objeto com superfície inclinada.* Fonte: <http://www.eel.usp.br>

A representação da verdadeira grandeza de uma superfície inclinada só será possível fazendo a sua projeção ortogonal em um plano paralelo à parte inclinada.



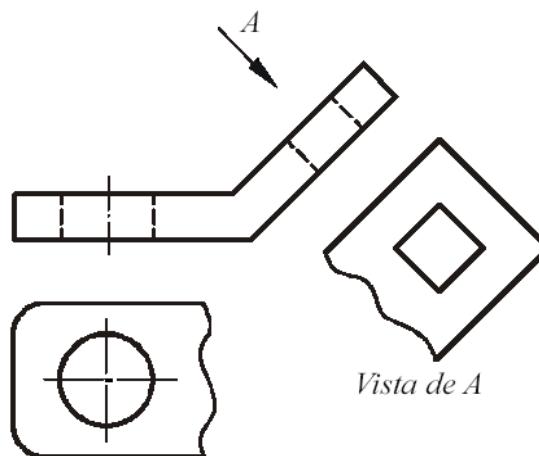
*Projeção ortogonal de um objeto num plano paralelo à superfície inclinada.* Fonte: <http://www.eel.usp.br>

A figura a seguir mostra um exemplo de uma peça que possui uma superfície inclinada e onde foi acrescentado um plano de projeção paralelo a essa face de modo a representá-la em verdadeira grandeza.



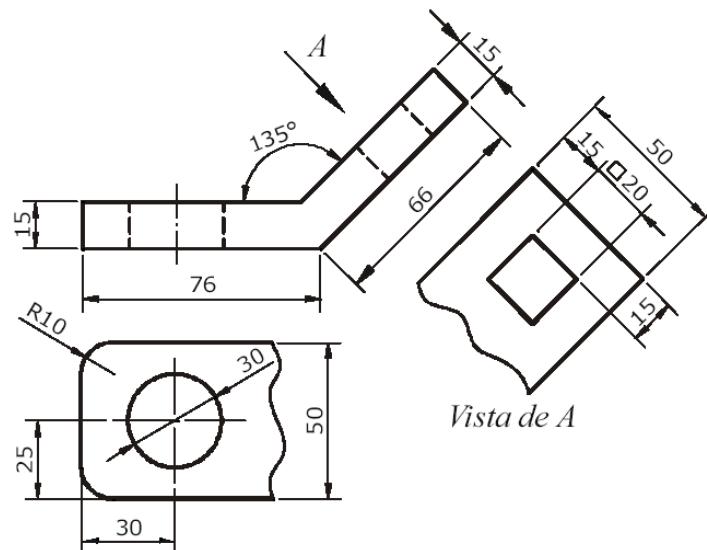
*Vista auxiliar de um objeto para identificar a VG de sua superfície inclinada*

Como o desenho técnico tem como objetivo representar com clareza as formas espaciais dos objetos, não tem sentido prático desenhar as partes das vistas que aparecem com dimensões fora das suas verdadeiras grandezas. Desta forma, a ABNT recomenda a utilização de vistas parciais, limitadas por linhas de rupturas, que representam somente as partes que aparecem as formas verdadeiras dos objetos.



*Utilização de vistas parciais em vistas auxiliares. Fonte: <http://www.eel.usp.br>*

As vistas auxiliares, como são localizadas em posições diferentes das posições resultantes das vistas principais, devem ter o sentido de observação indicado por uma seta designada por uma letra, que será usada para identificar a vista resultante daquela direção. A figura a seguir mostra que as vistas auxiliares, além de representarem a forma do objeto com maior clareza, permitem que as cotas sejam referenciadas em verdadeiras grandezas nas dimensões cotadas.

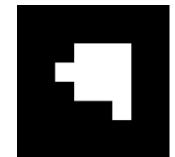
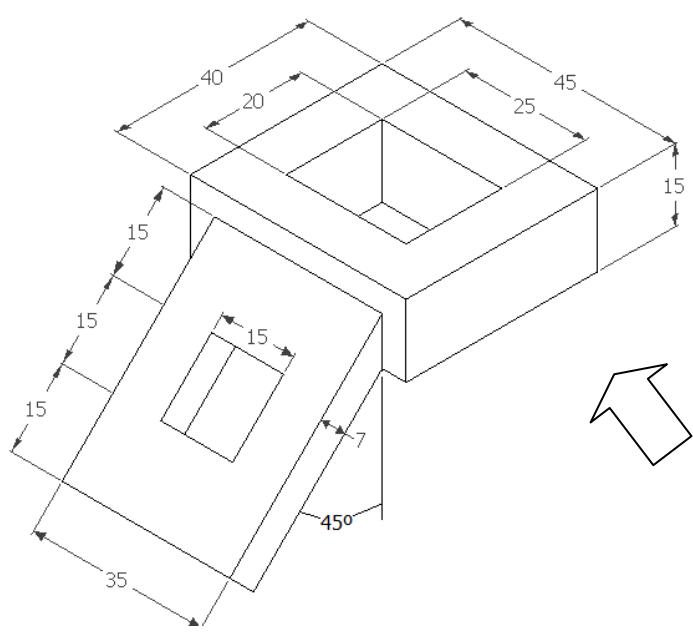
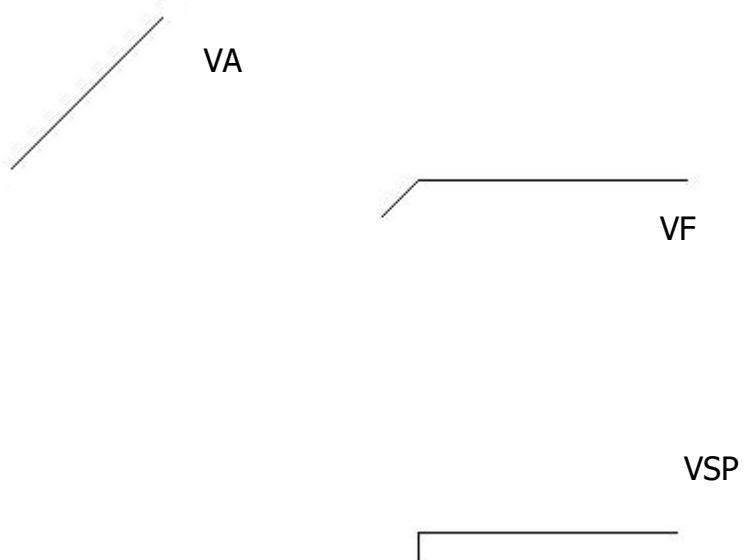


*Cotagem em vistas auxiliares. Fonte: <http://www.eel.usp.br>*

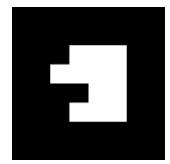
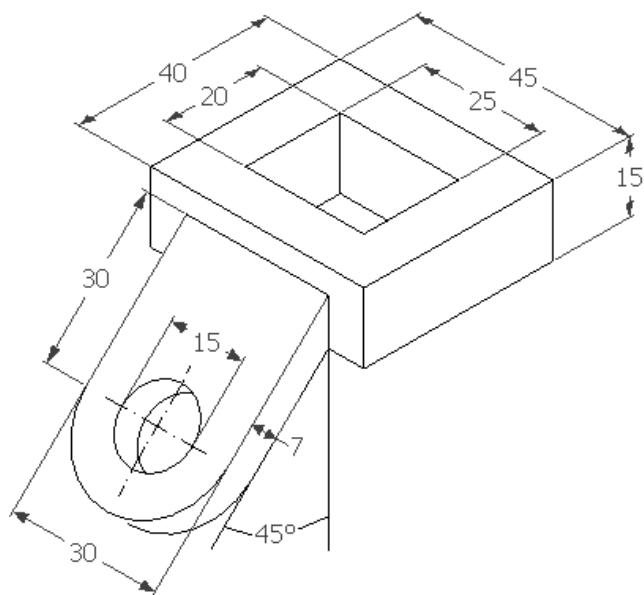
Há peças que necessitam de dois planos auxiliares de projeção, pois contêm detalhes oblíquos em relação aos três planos de projeção.

**Exercícios:**

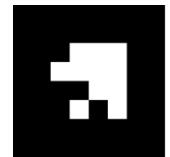
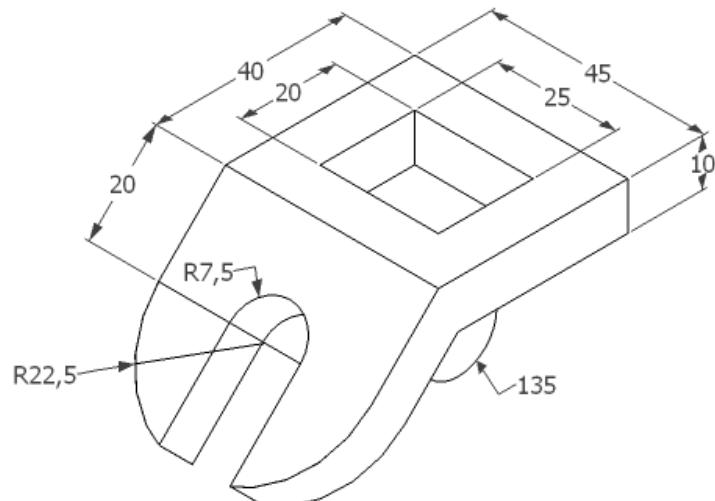
1. Representar o objeto por meio da vista frontal (VF), da vista superior parcial (VSP) e da vista auxiliar (VA) do detalhe inclinado.



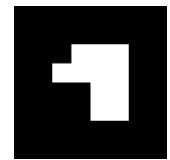
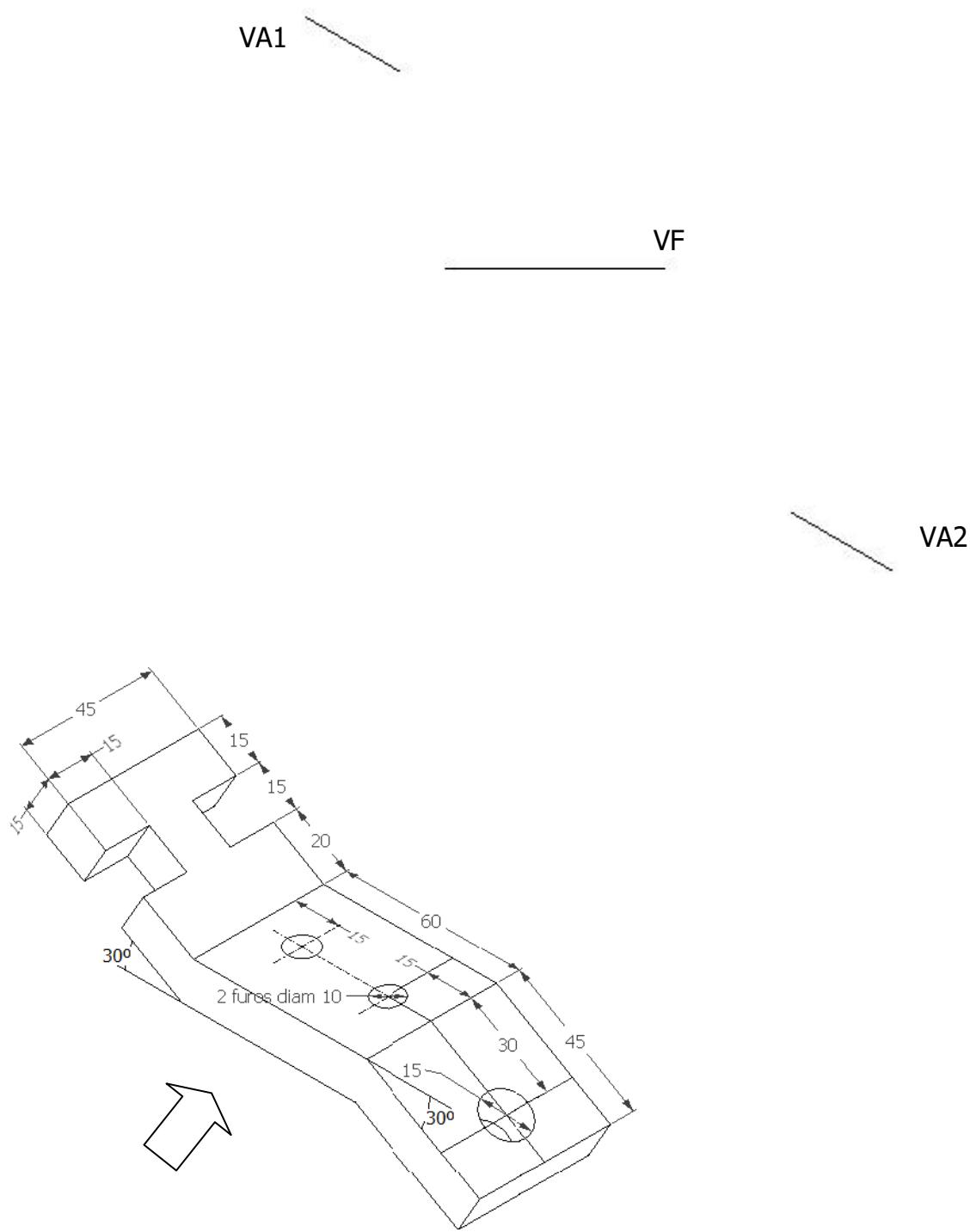
2. Representar o objeto por meio da vista frontal (VF), e de vistas auxiliares.



3. Representar o objeto por meio da vista frontal (VF), e de vistas auxiliares.

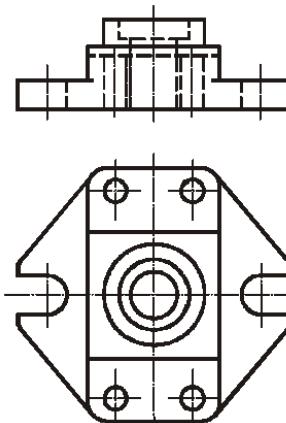


4. Representar o objeto por meio da vista frontal (VF), e de vistas auxiliares 1 e 2 (VA1 e VA2) dos detalhes inclinados.



## 4.7. CORTES E SEÇÕES

Nas vistas ortográficas do desenho técnico os detalhes internos de uma peça ou conjunto de peças são mostrados através de linhas tracejadas. Dependendo do número de detalhes internos presentes no desenho, a interpretação do mesmo pode se tornar bastante prejudicada.

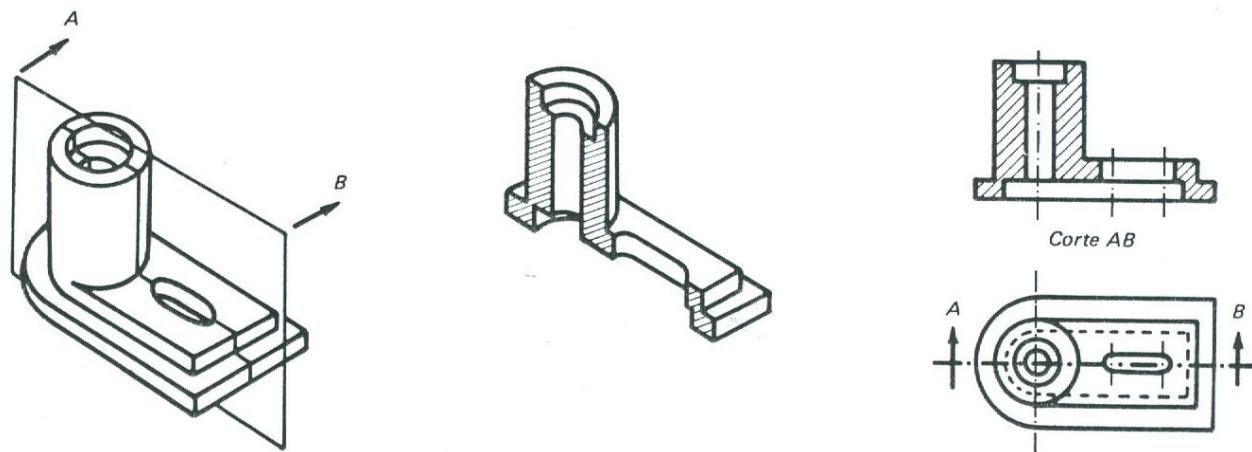


Vistas ortográficas de um objeto

Para apresentar um desenho complexo, com muitos elementos, utilizamos um recurso denominado “corte”, que é a representação em que uma das partes do objeto é supostamente cortada e removida. A vantagem dessa operação é mostrar claramente as partes ocultas do objeto e facilitar a cotagem.

Na figura abaixo vê-se a execução do corte, que pode ser resumida pelos passos:

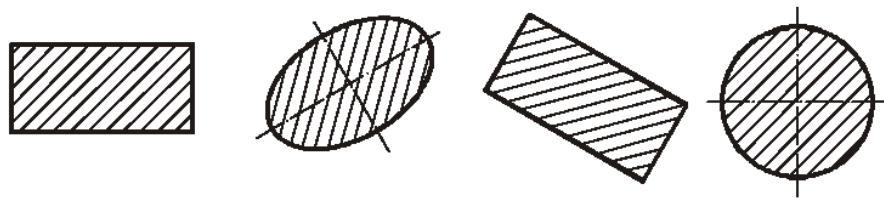
1. corta-se o objeto por um plano secante imaginário, mostrando-se na vista ortográfica a sua trajetória, através de uma linha estreita traço-ponto largo nas extremidades e na mudança de direção, acompanhada de duas letras e setas, que determinam a posição do observador;
2. remove-se a parte do objeto situada entre o observador e o plano secante;
3. a superfície seccionada, chamada de “seção”, será hachurada e as demais linhas serão mostradas, com exceção das invisíveis.



Passos realizados num corte

### Hachuras

A finalidade das hachuras é indicar as partes macias, evidenciando as áreas de corte. As hachuras são constituídas de linhas finas, equidistantes e traçadas a 45° em relação aos contornos ou aos eixos de simetria da peça, na representação geral, de qualquer material.



*Exemplos de hachuras para qualquer material*

As hachuras podem ser utilizadas, em alguns casos, para indicar o tipo do material. As hachuras específicas, conforme o material, são mostradas na figura abaixo. Outras hachuras podem ser utilizadas, desde que identificadas.



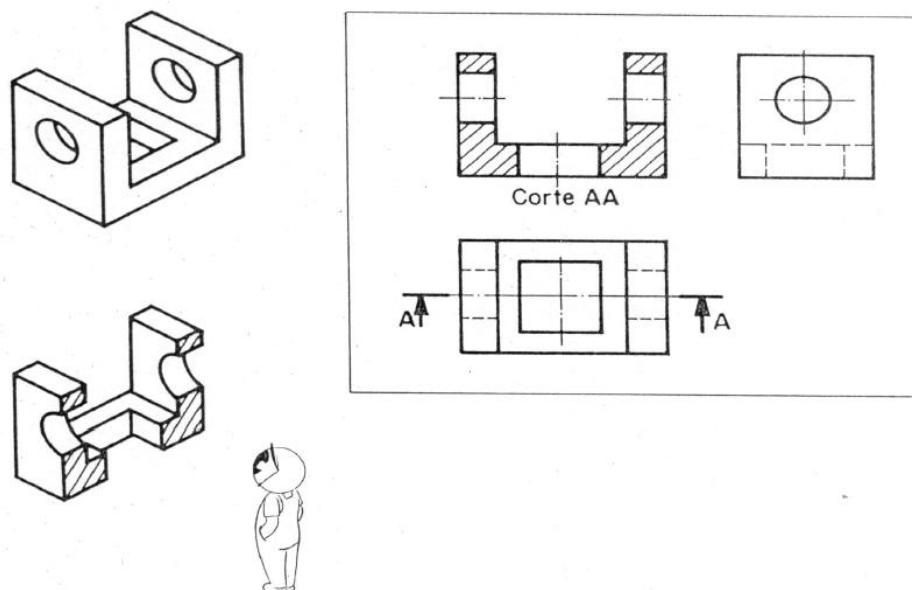
*Hachuras específicas: a) elastômeros, vidros cerâmicos e rochas; b) concreto; c) líquido; d) madeira e e) terra*

Nervuras, dentes de engrenagens, parafusos, porcas, arruelas, pinos, rebites, eixos, cunhas, chavetas, esferas, rolos, roletes, polias e manivelas não são representados cortados em sentido longitudinal e, portanto, não são hachurados.

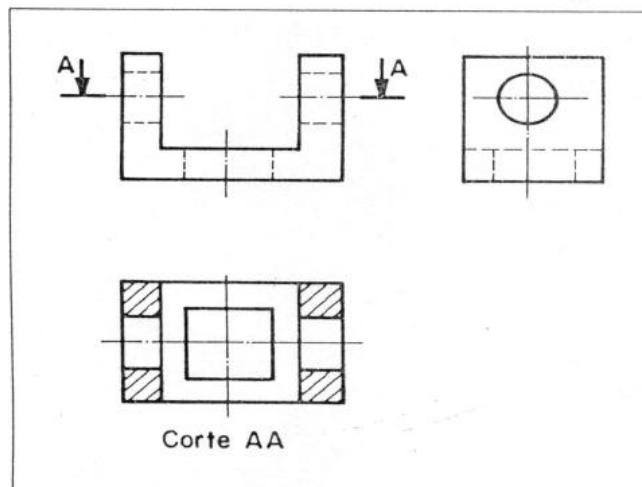
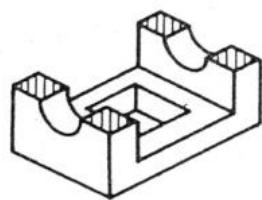
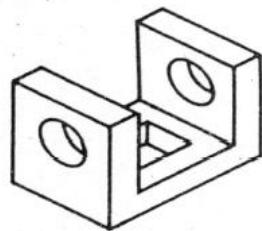
As hachuras devem ser interrompidas quando necessitar inscrever na área hachurada. Nos desenhos de conjunto, as peças adjacentes devem ser hachuradas em direções ou espaçamentos diferentes.

### Exemplos de Cortes

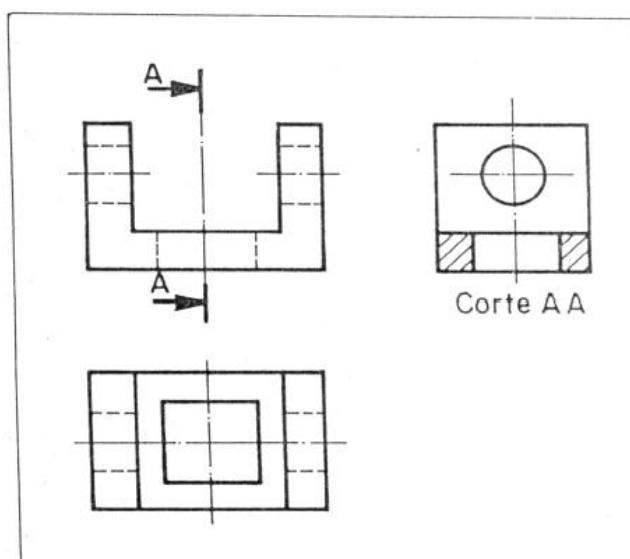
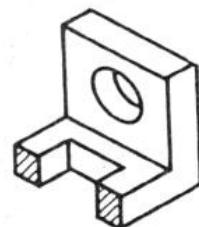
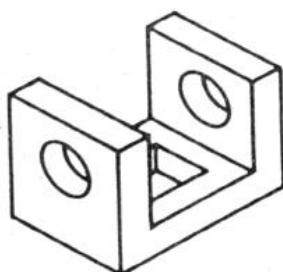
A disposição dos cortes segue a mesma disposição das vistas ortográficas.



*Corte realizado na vista frontal. Fonte: Rosado, V. O. G., 2005.*

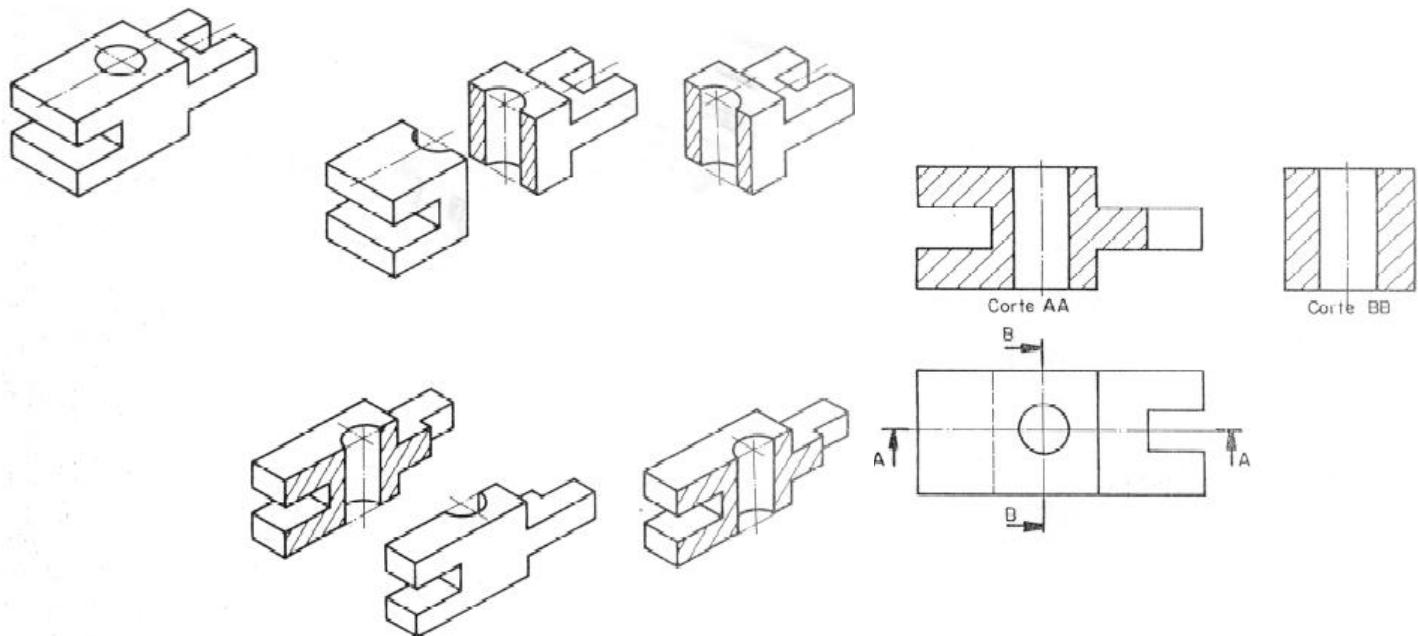


Corte realizado na vista superior. Fonte: Rosado, V. O. G., 2005.



Corte realizado na vista lateral esquerda. Fonte: Rosado, V. O. G., 2005.

Na figura abaixo duas das vistas principais foram substituídas pelos cortes.

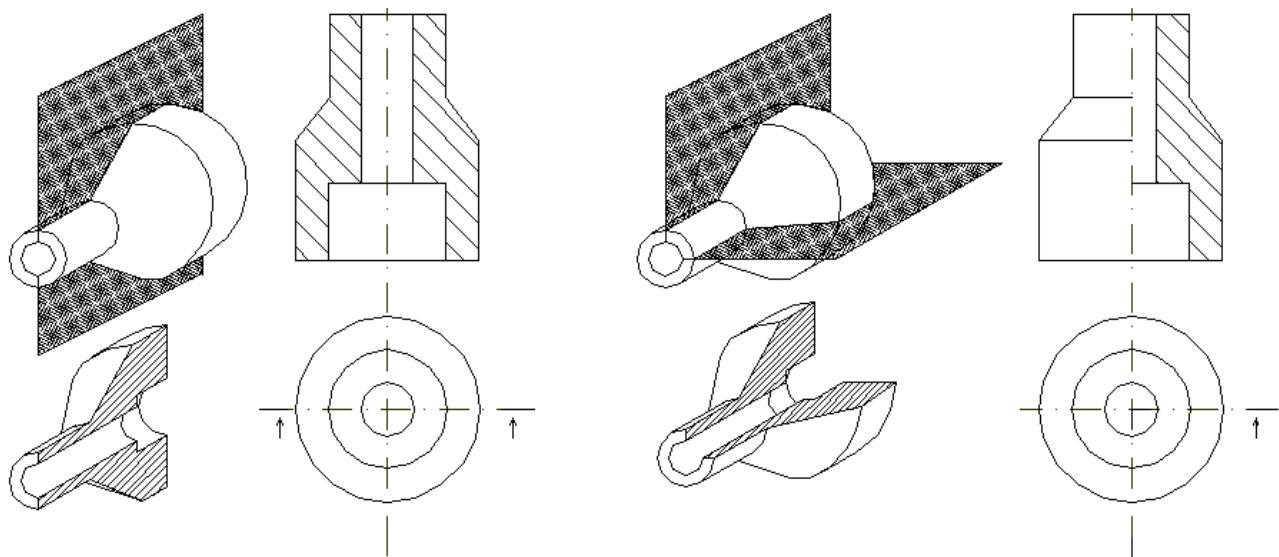


*Cortes realizados nas vistas frontal e lateral esquerda. Fonte: Rosado, V. O. G., 2005.*

### Tipos de Cortes

Corte pleno ou total: O objeto é cortado em toda a sua extensão. Normalmente o plano passa pelo eixo principal.

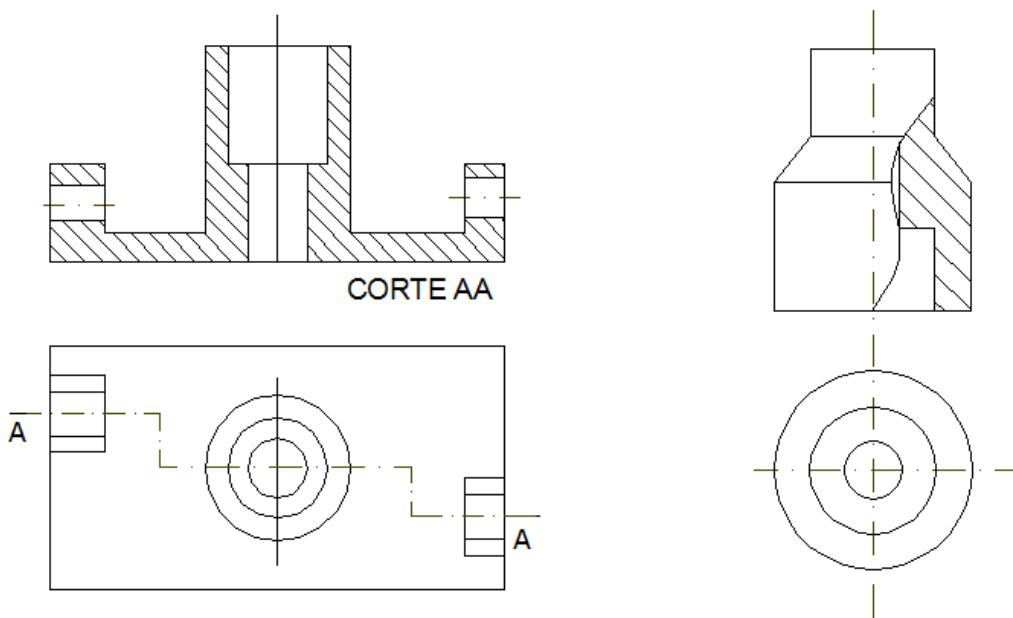
Meio-corte: É utilizado no desenho de peças simétricas, onde metade aparece em corte e a outra metade aparece em vista externa.



*Tipos de cortes: a) Corte pleno ou total; b) Meio-corte*

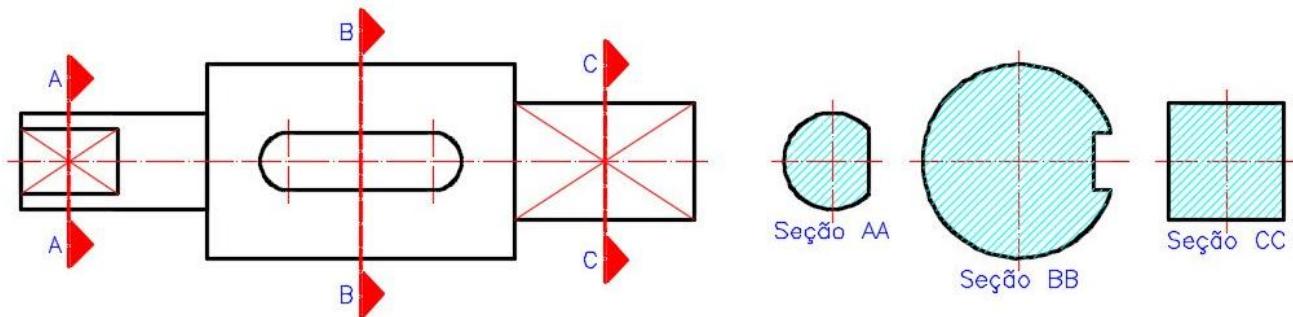
Corte em desvio: Quando o plano muda de direção para mostrar detalhes fora do eixo principal.

Corte parcial: Representado sobre parte de uma vista, para mostrar algum detalhe interno da peça.



*Tipos de cortes: a) Corte em desvio; b) Corte parcial*

Corte rebatido: Quando o objeto possui detalhes simétricos que não passam pelo plano de corte.

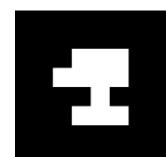
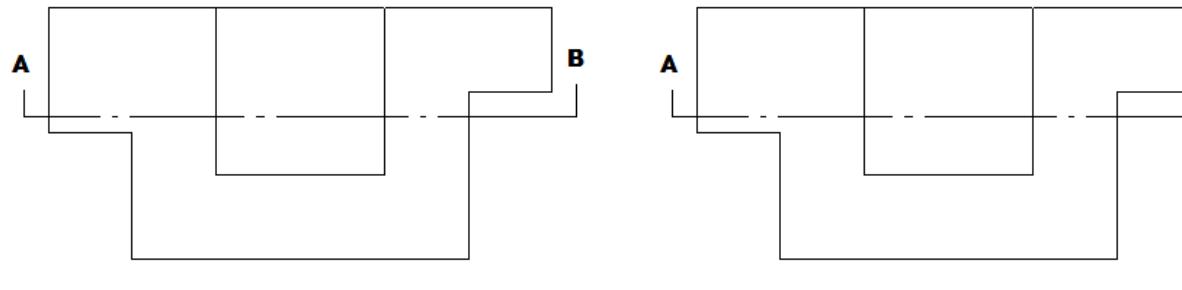
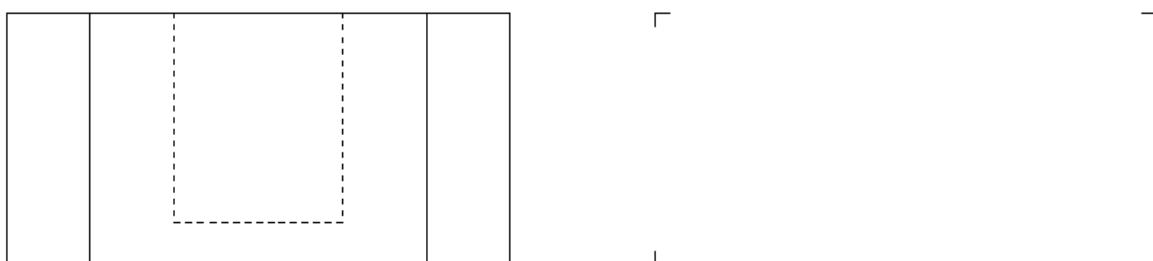


*Exemplo de Seções*

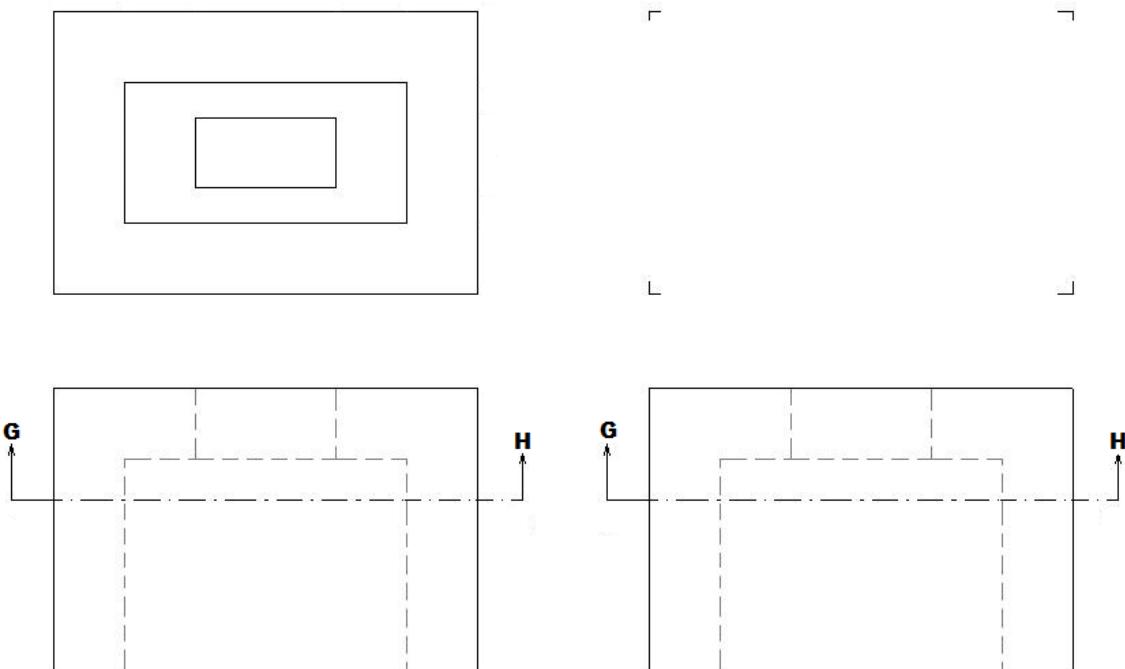
### Exercícios:

1. Representar os cortes indicado nos objetos dados.

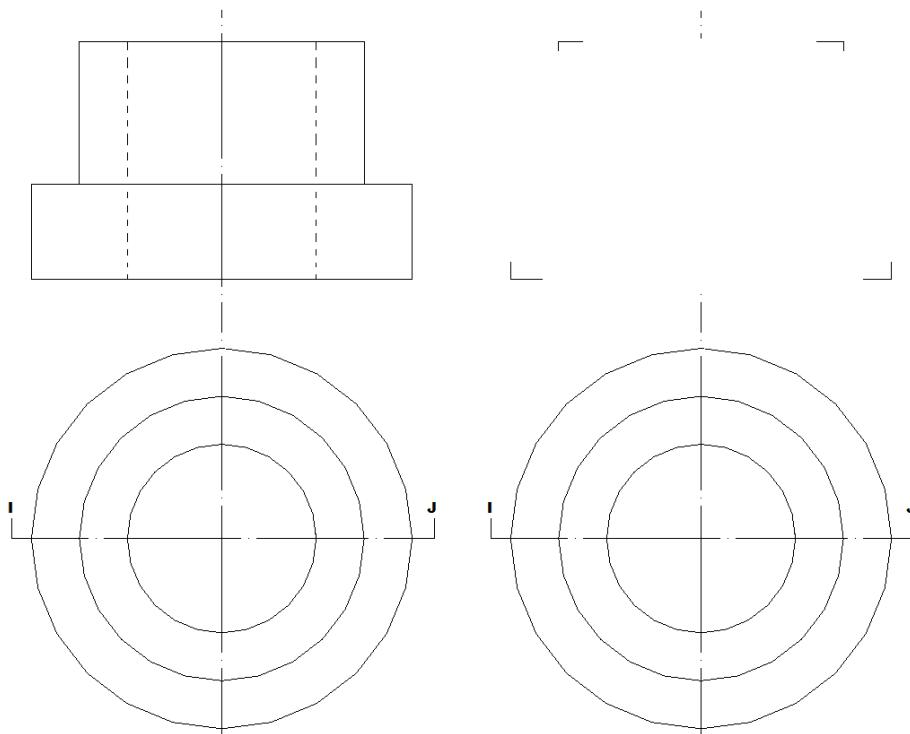
a)



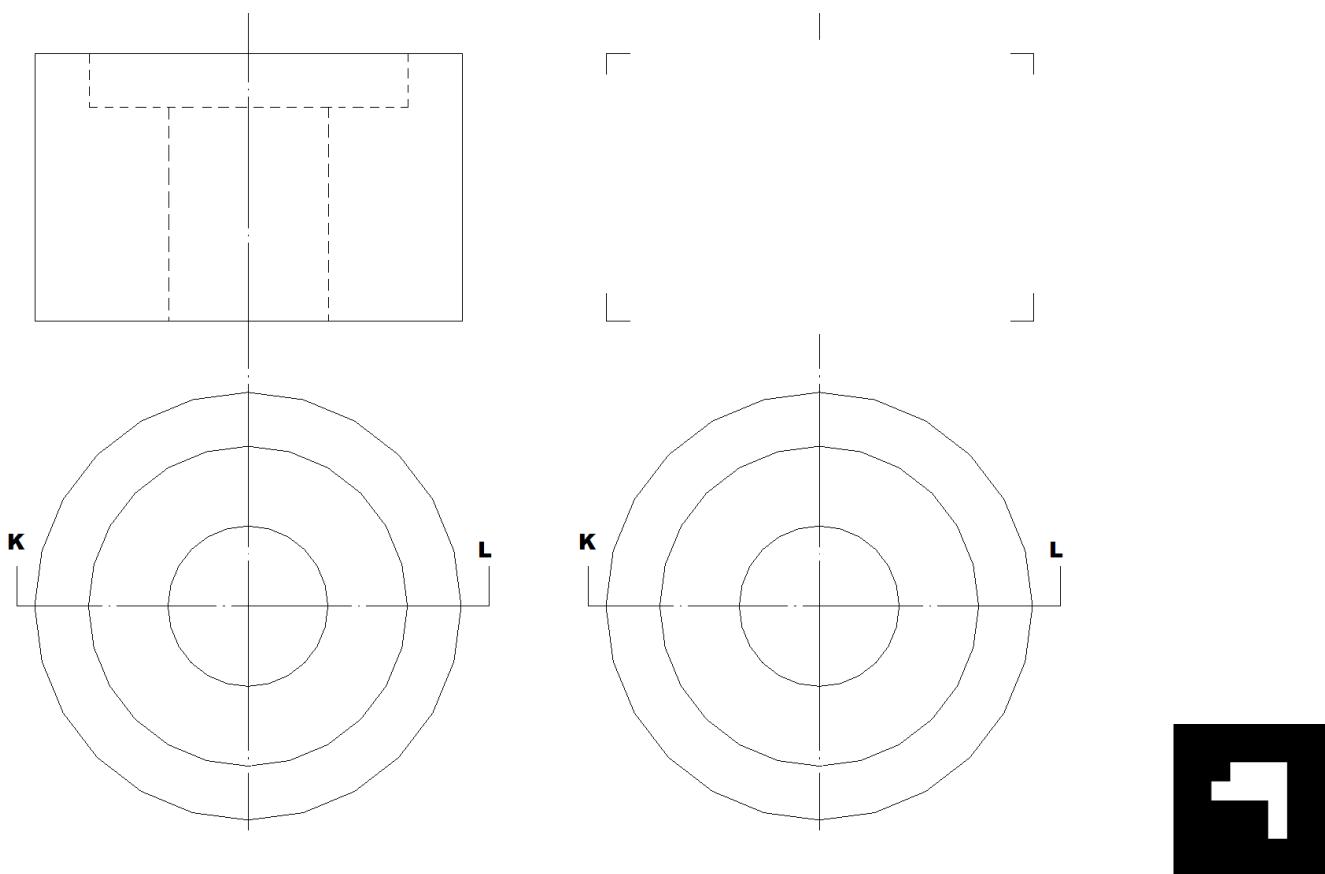
b)



c)



d)



## Desenho Arquitetônico

O Desenho arquitetônico consiste na representação geométrica das diferentes projeções, vistas e/ou seções de um edifício ou parte do mesmo. Devem ser utilizadas convenções que auxiliem na leitura dos projetos e execução da obra.

### Elementos do Desenho Arquitetônico

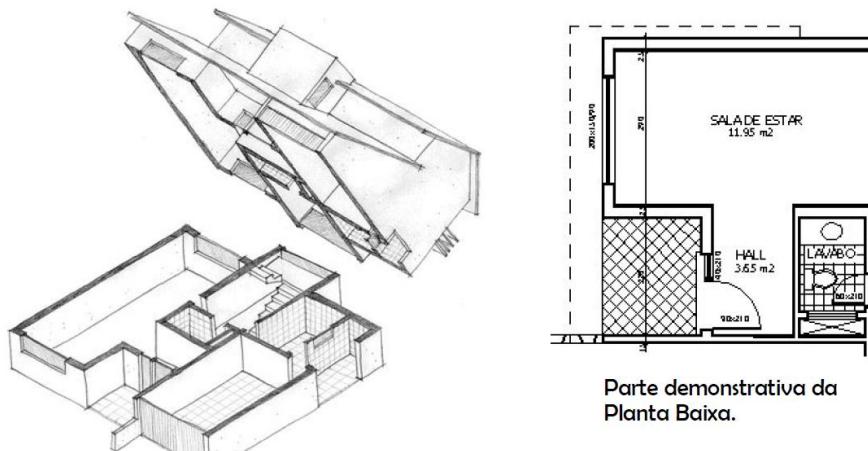
- Planta baixa;
- Planta de situação;
- Planta de locação;
- Diagrama de coberturas;
- Cortes;
- Fachada; e
- Detalhe.

### Planta Baixa

É a Representação gráfica de uma construção onde cada ambiente é visto de cima, sem o telhado.

É o nome que se dá ao desenho de uma construção feito, em geral, a partir do corte horizontal à altura de 1,5m a partir da base. No desenho devem estar detalhadas, em escala, as medidas das paredes (comprimento e espessura), portas, janelas, o nome de cada ambiente e seu respectivo nível.

Dimensões são em geral desenhadas entre as paredes para especificar tamanhos de salas e comprimentos de paredes. Plantas baixas incluem, ainda, detalhes de componentes como pias aquecedores de água, etc., além de notas que especificam acabamentos, métodos de construção e símbolos de itens elétricos.



Perspectiva isométrica mostrando o princípio da planta baixa.

#### *Exemplo de Corte*

Em geral a escala utilizada na planta baixa é 1:50. Algumas recomendações devem ser seguidas na representação da planta:

- Inicialmente, deve-se traçar as paredes e, em seguida, marcam-se as portas e janelas;
- A frente da edificação deve estar sempre voltada para baixo;
- Utiliza-se, pelo menos, dois cortes na representação da planta baixa, se houver mais de um pavimento, a planta de cada um dos pavimentos deve ser representada separadamente;
- As paredes externas, em geral, têm espessura de 20 a 25 cm;
- As paredes internas, em geral, têm espessura de 15 cm;
- A escala utilizada deve estar indicada no canto inferior esquerdo.

#### Referências

Materiais didáticos dos Professores: Andrea Faria Andrade, Luzia Vidal de Souza, Mariana Pohlmann de Oliveira, Víctor Gamarra Rosado e Zuleica Faria de Medeiros.

BORNANCINI, José Carlos; Petzold, Nelson Ivan; Orlandi Junior, Henrique. Desenho Técnico Básico – Fundamentos Teóricos e exercícios à mão livre.

FRENCH, T. E.; VIERCK, C. Desenho Técnico e Tecnologia Gráfica. São Paulo: Ed. Globo.

REZENDE, A. S.; GRANSOTTO, L. R. Desenho de Projetos e Edificações, UFRGS, 2007.

SILVA, Arlindo; RIBEIRO, Carlos T.; DIAS, João; SOUZA, Luís. Desenho Técnico Moderno. Ed. LTC.

SILVA, Silvio. A Linguagem do Desenho Técnico. Rio de Janeiro. LTC.