

## Extension : le problème des colocataires (roomates problem)

### Mariage :

- $n$  hommes,  $n$  femmes
- former  $n$  couples homme/femme

Que se passe-t-il s'il n'y a pas de distinction de sexe ?

### Colocataires :

- $2n$  personnes
- Chaque personne classe les  $(2n-1)$  autres par ordre de préférence
- Former  $n$  couples (de 2 personnes)

# Stabilité

## Mariage :

- il existe toujours un mariage stable
- Procédure de GS (→ stabilité, anonymité)

## Colocataires :

- existe-t-il toujours un mariage stable ?
- peut-on en calculer un efficacement ?

Stabilité : même définition. Paire  $(x,y)$  instable si :

- $x$  préfère  $y$  à la personne avec qui elle est couplée
- et  $y$  préfère  $x$  à la personne avec qui elle est couplée

# Stabilité

Colocataire :

→ existe-t-il toujours un mariage stable ?

4 personnes {1,2,3,4}

1 : 3 2 4

2 : 1 3 4

3 : 2 1 4

4 : 1 2 3

## Stabilité

Colocataire :

- existe-t-il toujours un mariage stable ? NON
- peut-on en trouver un efficacement ... quand il en existe ?

Oui, mais la procédure est beaucoup plus compliquée que GS

## Efficacité, équité

### Mariage :

- efficacité : couplage parfait de poids maximum dans un graphe biparti
- équité : existence d'un couplage parfait dans un graphe biparti
- Formulation sous forme de PL (avec variables binaires)

### Colocataires :

- efficacité : graphe  $G$
- sommets = personnes
- entre  $x$  et  $y$  on met une arête  $(x,y)$  de poids  $w(x,y)=u_x(y)+u_y(x)$
- on cherche un couplage parfait de poids maximum.
- Comme le mariage stable, sauf que le graphe n'est plus biparti
- Algorithmiquement beaucoup plus compliqué.
- Algorithme efficace (travaux de J. Edmonds, 1965)

## Efficacité, équité

### Mariage :

- efficacité : couplage parfait de poids maximum dans un graphe biparti
- équité : existence d'un couplage parfait dans un graphe biparti
- Formulation sous forme de PL (avec variables binaires)

### Colocataires :

- équité (existe-t-il une solution où tout le monde a une utilité au moins  $k$ ): graphe  $G$
- sommets = personnes
- arête entre  $x$  et  $y$  si  $u_x(y) \geq k$  et  $u_y(x) \geq k$
- on cherche s'il existe un couplage parfait dans  $G$ .
- Comme le mariage stable, sauf que le graphe n'est plus biparti
- Algorithmiquement beaucoup plus compliqué.
- Algorithme efficace (travaux de J. Edmonds, 1965)

## Efficacité, équité

### Mariage stable :

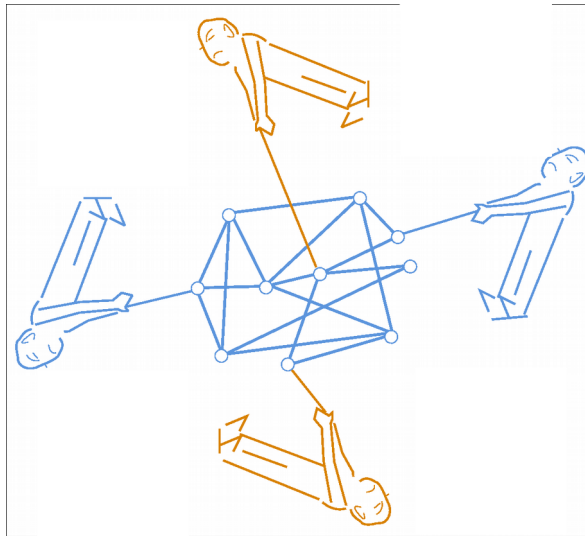
- efficacité : couplage parfait de poids maximum dans un graphe biparti
- équité : existence d'un couplage parfait dans un graphe biparti
- Formulation sous forme de PL (avec variables binaires)

### Colocataires :

- PL ?

# Fil conducteur : partage de ressources entre agents

Décision collective  
Quels objectifs ?  
Quelles méthodes ?  
(optimisation, RO, algo)  
Vue centralisée



Comportement des agents  
Stratégie  
individuelle/collective  
Méthodes de l'IA  
(apprentissage, jeux)  
Vue décentralisée

Mise en situation  
Comportement collectif  
Aspects temporels,  
spatialisation





# Fil conducteur : partage de ressources entre agents

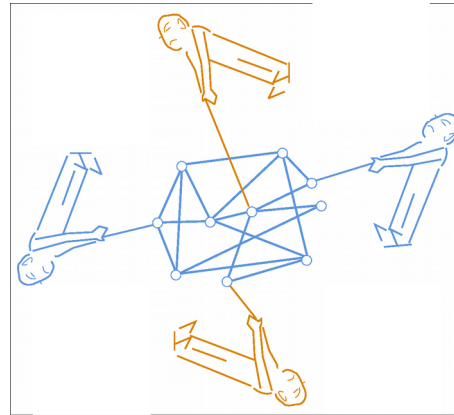
Décision collective

Quels objectifs ?

Quelles méthodes ?

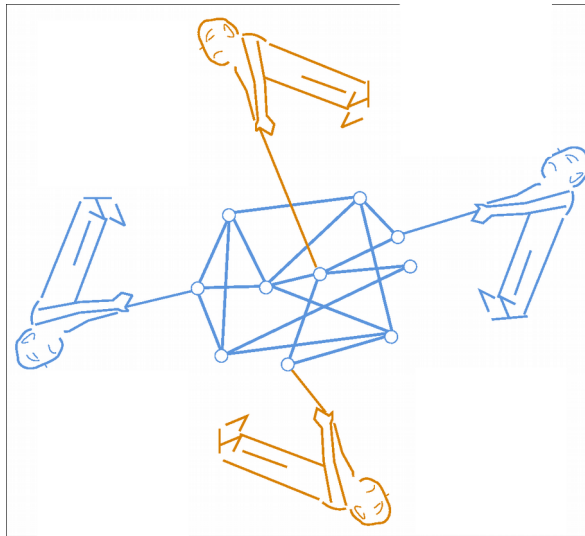
(optimisation, RO,  
algo)

Vue centralisée



- Problèmes de mariages/couplages : illustration sur un problème particulier de plusieurs approches/domaines beaucoup plus vastes
- Décision collective/multicritère/dans l'incertain, théorie des jeux
- Optimisation/algorithmique/recherche opérationnelle (graphes, PL, complexité,...)

# Fil conducteur : partage de ressources entre agents



Comportement des agents  
Stratégie  
individuelle/collective  
Méthodes de l'IA  
(apprentissage, jeux)  
Vue décentralisée

## Discussion autour de l'affectation dans les lycées/les universités :

- Séminaire de J. Grenet (2017) : « La transparence et l'obstacle : les algorithmes d'affectation des élèves aux établissements d'enseignement » <http://codesource.hypotheses.org/243>

## Pour aller (beaucoup beaucoup) plus loin :

- sur les mariages stables :

The stable marriage problem - structure and algorithms. MIT press,  
D Gusfield and RW Irving

- sur les couplages et la programmation linéaire :

Optimisation combinatoire - graphes et programmation linéaire.  
Hermann Ed, M. Sakarovitch.