S T Q Q S S D

- Prova Pratica - Teórica de Metodos

1. SPF com 4 digitos na base decimal

$t = 4$

$\beta = 10$

$\bar{x}$ é obt. pelo Arredondamento $\to$ $|ER_u| < 10^{-t+1}$

Limites superiores $ER_u = \bar{x} \cdot \bar{x}$ $\quad |ER_u| < 10^{-4+1}$

$|ER_u| < 10^{-3}$

2. $K = 13$

$a = 0.0$

$b = 2.0$

Qual tolerância (ε) = ?

$$K > \frac{\log(b-a) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

$$13 > \frac{\log(2.0 - 0.0) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

$$13 > \frac{\log(2) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

$$\varepsilon > 0,0002$$

4. O método não converge, pois não existe um intervalo centrado em $\varepsilon = 2$, tal que $|\varphi'(x)| < 1, \forall x \in I$. Sabemos que para dada função $f(x) = 0$, existe mais de uma função de interação. A escolha correta de uma função de iteração pode determinar se o metodo converge ou não.

5. $\begin{cases} Kx_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ Kx_1 + 6x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 3 \end{cases}$ $\quad$ a) $\frac{4}{K} < 1$

$\boxed{K > 4}$

i) Critério de Sassenfeld

$\beta_1 = (3+1)/K = 4/K$

$\beta_2 = (K.(4/K) + 1)/6 = 0,83$

$\beta_3 = (1 * (4/K) + 6.(0,83))/7 = \frac{4}{K} + 4,98$

Se $K = 5$ ou outro valor maior que 5

$\beta_1 = 0,80$

$\beta_2 = 0,83$

$\beta_3 = 0,82$

$\beta = \max\limits_{1 \le j \le 3} \{\beta_j\} = 0,83 < 1$ $\boxed{\checkmark \text{ O Método de Gauss-Seidel Convergirá}}$

b) O menor valor inteiro e positivo de K que se tem garantia que o método funcionará é $K = 5$.

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -0,029 \\ 0,333 \\ 0,147 \end{bmatrix}$$

6. 1) $Q_{01} \cdot C_{01} + Q_{31} \cdot C_3 = Q_{15} \cdot C_1 + Q_{12} \cdot C_1$

2) $Q_{12} \cdot C_1 = Q_{25} \cdot C_2 + Q_{24} \cdot C_2 + Q_{23} \cdot C_2$

3) $Q_{03} \cdot C_{03} + Q_{23} \cdot C_2 = Q_{31} \cdot C_3 + Q_{34} \cdot C_3$

4) $Q_{54} \cdot C_5 + Q_{24} \cdot C_2 + Q_{34} \cdot C_3 = Q_{44} \cdot C_4$

5) $Q_{15} \cdot C_1 + Q_{25} \cdot C_2 = Q_{54} \cdot C_5 + Q_{55} \cdot C_5$

⇝ substituindo os valores:

$$\begin{cases} 6 \cdot 20 + 3 \cdot C_3 = 5 \cdot C_1 + 4C_1 & \Rightarrow -9C_1 + 3C_3 = -120 \\ 4C_1 = C_2 + C_2 + 2C_2 & \Rightarrow +4C_1 + 4C_2 = 0 \\ 7 \cdot 50 + 2C_2 = 3C_3 + 6C_3 & \Rightarrow +2C_2 + 9C_3 = -350 \\ 2C_5 + C_2 + 6C_3 = 9C_4 & \Rightarrow C_2 + 6C_3 - 9C_4 + 2C_5 = 0 \\ 5C_1 + C_2 = 4C_5 + 2C_5 & \Rightarrow 5C_1 + C_2 - 6C_5 = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 0 & +3 & 0 & 0 \\ +4 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +2 & -9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -9 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -120 \\ 0 \\ -350 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

S T Q Q S S D

8. Calculando a fatoração LU. $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

i)

nulo, ñ haverá solução!

temos que $A = L . U$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ii) Se A fosse a matriz dos coeficientes

$A . x = b$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ Não haverá solução pois linha de U = nula.

$\cdot Ly = b$

$\cdot Ux = y$

9. Conj. 1 = $\begin{cases} 9x + 3y + z = 13 \\ -6x + 8z = 2 \\ 2x + 5y - z = 6 \end{cases}$ $\begin{bmatrix} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{bmatrix}$

Não Converge!

Conj. 2 = $\begin{cases} x + y + 6z = 8 \\ x + 5y - z = 5 \\ 4x + 2y - 2z = 4 \end{cases}$

$\begin{bmatrix} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{bmatrix}$ Não Converge!

Conj. 3 = $\begin{cases} -3x + 4y + 5z = 6 \\ -2x + 2y - 3z = -3 \\ 2y - z = 1 \end{cases}$

$\begin{bmatrix} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{bmatrix}$ Não Converge!

S T Q Q S S D

Conj 1 =

Critério Linhas =
$$\begin{cases} 9x + 3y + z = 13 \\ -6x + 0 + 8z = 2 \\ 2x + 5y - z = 6 \end{cases}$$

$9 > 3 + 1$ ✓

$0 > |-6| + 8$? X

$-1 > 2 + 5$ X X

Não Converge

Sassenfeld =

$\beta_1 = (3 + 1) / 9 = 0{,}44$

$\beta_2 = (+6 \cdot (0{,}44) + 8) / 10 = 0$

$\beta_3 = (2 \cdot (0{,}44) + 5 \cdot 0) / 1 = 0{,}88$

$0{,}88 < 1$, ✓ converge ?

Conj. 2 =
$$\begin{cases} x + y + 6z = 8 \\ x + 5y - z = 5 \\ 4x + 2y - 2z = 4 \end{cases}$$

- Critério de linhas = $1 > 1 + 6$ X

$5 > 1 + (-1)$ ✓

$-2 > 4 + (-2)$ X   Não Converge!

- Critério de Sassenfeld:

$\beta_1 = (6 + 1) / 1 = 7$ X $7 < 1$ X   Não Converge

$\beta_2 = (7 \cdot 1) + (-1) / 5 = 1{,}2$ X $1{,}2 > 1$ X

$\beta_3 = (7 \cdot 4) + (2 \cdot 1{,}2) / -2 =$

- Conj. 3 =
$$\begin{cases} -3x + 4y + 5z = 6 \\ -2x + 2y - 3z = -3 \\ 2y - z = 1 \end{cases}$$

- Linhas = $-3 > 4 + 5$ X   Não Converge

$2 > -2 + 3$ X

$-1 > 2 + 0$ X